

起振機による長大土えん堤の振動について

国鉄鉄道技研

生方俊夫

耐震設計のもとにつくられたえん堤の強度の照査または既設えん堤の補強資料を求める¹⁾目的で起振機によつてえん堤の振動試験を行うことがある。その際にもしもえん堤の長さか比較的短かければ堤体全体を揺り動かすことができるが、長大なえん堤では起振機や駆動設備の制限によつてそれはほとんど不可能に近い。従つて起振機によつて生じた振動は堤体の軸方向に対して前進的な波となつて伝播し、一般には停止した波がおこりがたい。その結果堤体基礎の条件に応じて起振機によつて生じた波はいろいろ波動的な特性をあらわす。

たとえば堤体と基礎地盤の界面より屈折、反射した波と堤体天端を伝播した直接的な波とが干渉をおこし、巨離的に振動振中が波状に起伏を繰返す現象をおこすこともその一例で、これらの波の可干渉性と堤体および基礎地盤の強度の間にはなんらかの相関がありそうである。また波の位相伝播速度と堤体の強度との関連性についても深く考えるべきことがあるとおもわれる。

ここでは上述の観点をもとに今後の研究の手かかりとして荒削りではあるがもっとも簡単なモデルを採りあげて、若干の理論的な解析を試みた。

運動方程式とその解

図-1に示すように均質な材料でつくられた堤体が充分堅固な岩盤上にあるものとし、その中央天端上に据付けられた起振機によつてZ方向に振動が与えられるものとする、運動方程式は近似的に次式であらわされる。

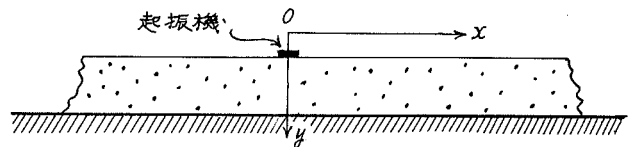
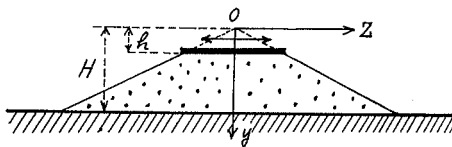


図-1. 起振機による土えん堤の振動

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad : -\infty < x < \infty, \quad h \leq y \leq H \quad (1)$$

(1)において、 ρ :材料密度、 G :剪断剛性率、 u :堤体のZ方向の変位で x, y, t の函数である。(1)を支配する条件を、

$$y=h: \quad G \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{ie^{i\Omega t}}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} f(r) e^{i\xi(x-r)} d\xi dr \quad (2)$$

$$y=H: \quad u=0 \quad (3)$$

とする。(2)における Ω は振素数で小さい正の虚部を持つとする。また $f(r)$ はX方向の外力の強度分布をあらわす函数である。いま起振機による外力表現として、 $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \{E\Omega/(x^2 + \epsilon^2)\}$ 、
強度分布

(Q : 外力の全強度)を考へれば(2),(3)を満足する(1)の積分解として

$$u(x, y, t) = \frac{iQ e^{i\Omega t}}{2G} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I_0(\nu H) K_0(\nu y) - I_0(\nu y) K_0(\nu H)}{I_0(\nu H) K_1(\nu h) + I_1(\nu h) K_0(\nu H)} \cdot \frac{e^{i\xi x}}{\nu} d\xi \quad (4)$$

が得られる。ここに I_0, I_1, K_0, K_1 は変形 Bessel 函数で、また $\nu^2 = \xi^2 - (\rho/G)\Omega^2$ である。つぎに上式の積分を $\xi \rightarrow \zeta = \xi + i\eta$ なる複素変数に変換し、図-2 の周辺に沿う積分(周辺の位置は特異点と解の存在条件: $\text{Re } \nu = 0$ および $x \geq 0$ では $\text{Im } \zeta > 0$, $x < 0$ では $\text{Im } \zeta < 0$ によつて異なる³⁾)として評価すれば、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{N(\nu, y)}{\nu M(\nu)} e^{i\xi x} d\xi = \pm 2\pi i \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{N(\nu, y)}{\nu \frac{\partial}{\partial \zeta} M(\nu)} e^{i\zeta x} \right|_{\zeta = \pm \zeta_n} \quad (5)$$

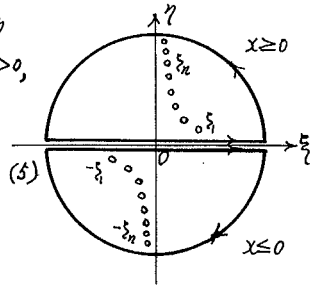


図-2. 複素 ζ -平面

となる。ここに複符号は正の x には正、負の x には負を採る。また ζ_n は α を正の実数とすると $J_0(\alpha H) Y_1(\alpha h) - J_1(\alpha h) Y_0(\alpha H) = 0$ の零点の中、 n 番目の零点に対応する ζ の値で無限数存在する。さらに $N(\nu, y) = I_0(\nu H) K_0(\nu y) - I_0(\nu y) K_0(\nu H)$, $M(\nu) = I_0(\nu H) K_1(\nu h) + I_1(\nu h) K_0(\nu H)$ とあらわす。

(5)の右辺を計算すれば所要の解としてつぎを得る。

$$u(x, y, t) = \frac{\pi^2 Q}{2G} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\zeta_n} \frac{J_0(\alpha_n H) Y_1(\alpha_n h) - J_1(\alpha_n h) Y_0(\alpha_n H)}{J_0(\alpha_n H) Y_0(\alpha_n h) - J_1(\alpha_n h) Y_1(\alpha_n H)} e^{i(\Omega t + \zeta_n x)} \quad (6) \quad (x \geq 0)$$

$$u(x, y, t) = -\frac{\pi^2 Q}{2G} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\zeta_n} \frac{J_0(\alpha_n H) Y_1(\alpha_n h) - J_1(\alpha_n h) Y_0(\alpha_n H)}{J_0(\alpha_n H) Y_0(\alpha_n h) - J_1(\alpha_n h) Y_1(\alpha_n H)} e^{i(\Omega t - \zeta_n x)} \quad (7) \quad (x \leq 0)$$

(ただし $\zeta_n^2 = (\rho/G)\Omega^2 - \alpha_n^2$)

解に対する概略的な考察

(6) または (7) は $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ に対応した mode が伝播することをあらわす。mode の概略は図-3 の通りである。また各 mode が波となつて伝播する領域の限界を図-4 に示した。図中各破線的位置で対応する mode がきつとち優勢となり、それより右側でだけ波動となる。

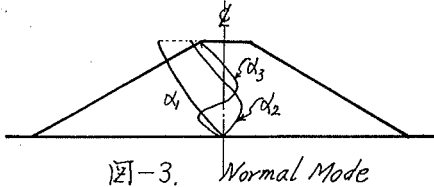


図-3. Normal Mode

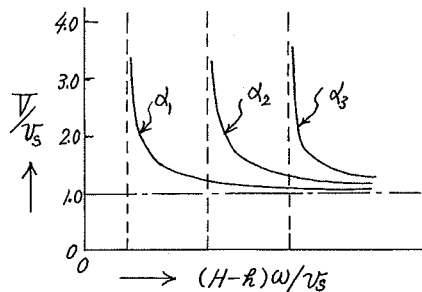


図-4.

(V : 起振機によって生じた波の速度)
 $V_s = \sqrt{G/\rho}$: 剪断波速度
 ω : 起振機の振動数

(文 献)

1. “山本調整池土ん堀の振動調査報告” 鉄道技術研究所依頼試験報告(7-114) 昭. 31. 10.
2. Keightley, W.O.: “Vibration Tests of Structures.” Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, Calif., (July, 1963).
3. Lapwood, E.R.: The Disturbance Due to a line Source in a Semi-infinite Elastic Medium, Phil. Trans. Roy. Soc. (London) A, 841, Vol. 242, PP. 63-100, 1949.