

ランダムな地震動に対する深基礎橋脚の応答について

京都大学 正会員 後藤尚男
京都大学 学生会員 ○ 亀田弘行

要旨 われわれは、上部構造の重量を載荷した橋脚を図-1の振動モデルで表わし、その地震応答の解析を行なつて、結果の一部を發表した¹⁾、さらにランダムな地震動が基礎盤層から入射する場合の橋脚モデルの応答を求めようとした。

1. 振動モデルの動力学特性

図-1の振動モデルの運動方程式は次式で表わされる。

$$\ddot{z}_s + 2h_n \omega_n \dot{z}_s + \omega_n^2 z_s = -\omega_n^2 g(t) \quad \dots\dots (1)$$

ここに z_s : 質点の絶対変位,

m_s : (上部構造の重量 W + 橋脚および基礎工の換算重量) / g

$$\omega_n = \sqrt{\frac{15K - d^T A^{-1} d}{m_s}}, \quad h_n = \frac{C}{2\sqrt{m_s(15K - d^T A^{-1} d)}}$$

$$g(t) = u^T x, \quad u^T = \frac{d^T A^{-1} K}{15K - d^T A^{-1} d} \quad \dots\dots (2)$$

$$d = \begin{bmatrix} \lambda_1 K \\ -6\lambda_1 K \\ 24\lambda_1 K \\ -(15 + 19\lambda_2)K \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} k_0 & 0 \\ k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \\ 0 & k_3 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

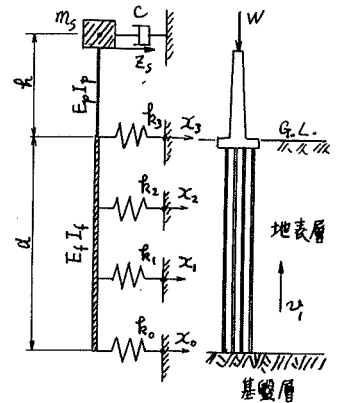


図-1 振動モデル

$$A = \begin{bmatrix} \{k_0 + \lambda_1^2 K(9 + 8\lambda_2)\} & -2\lambda_1^2 K(8 + 9\lambda_2) & 12\lambda_1^2 K(1 + \lambda_2) & -\lambda_1 K(1 + 3\lambda_1 + 2\lambda_1 \lambda_2) \\ * & \{k_1 + 8\lambda_1^2 K(11 + 12\lambda_2)\} & -2\lambda_1^2 K(23 + 21\lambda_2) & 6\lambda_1 K(1 + 3\lambda_1 + 2\lambda_1 \lambda_2) \\ * & * & \{k_2 + 16\lambda_1^2 K(5 + 3\lambda_2)\} & -2\lambda_1 K(12 + 23\lambda_1 + 9\lambda_1 \lambda_2) \\ * & * & * & \{k_3 + K(15 + 38\lambda_1 + 3/\lambda_1^2 + 8\lambda_1 \lambda_2)\} \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = \frac{3R}{\alpha}, \quad \lambda_2 = \frac{3R/E_2 I_2}{\alpha/E_1 I_1}, \quad K = \frac{3\lambda_2 E_2 I_2}{(13 + 15\lambda_2)R^3}, \quad *: \text{対称行列であることを示す。}$$

2. 地表層中の地震動

基礎盤層から入射する地震加速度 $\psi(t)$ を Gaussian stationary process とし、そのスペクトル密度を、田畑見 - Jennings の式に反射波の影響を除くため $1/4$ を乗じたものとする。

$$S_\psi(\omega) = \frac{2.875(1 + \omega^2/147.8)}{(1 - \omega^2/242)^2 + \omega^2/147.8} \quad (cm^2 \cdot sec^{-3} \cdot rad)$$

さらに地表層中のせん断波の伝播理論を応用すれば、図-1の点*j*における地震加速度のスペクトル密度 $S_j(\omega)$ はつぎのように求まる。

$$S_j(\omega) = |V_j(\omega)|^2 S_\psi(\omega), \quad (j = 0, 1, 2, 3)$$

$$\text{ただし } |V_j(\omega)|^2 = \frac{4(\gamma_1^2 + \gamma_2^2) \chi_{11}^{(j)}}{(\gamma_1^2 + \gamma_2^2) \chi_{21} + \alpha^2 \chi_{22} + \alpha \chi_{23}}, \quad \chi_{11}^{(j)} = \sinh^2 \frac{\omega \alpha \gamma_2}{v_1} (1 - \frac{j}{3}) + \cos^2 \frac{\omega \alpha \gamma_1}{v_1} (1 - \frac{j}{3}),$$

$$\chi_{21} = \sinh^2 \frac{\omega \alpha \gamma_2}{v_1} + \cos^2 \frac{\omega \alpha \gamma_1}{v_1}, \quad \chi_{22} = \sinh^2 \frac{\omega \alpha \gamma_2}{v_1} + \sinh^2 \frac{\omega \alpha \gamma_1}{v_1},$$

$$\chi_{23} = \gamma_1 \sinh \frac{2\omega \alpha \gamma_2}{v_1} - \gamma_2 \sin \frac{2\omega \alpha \gamma_1}{v_1}, \quad \gamma_1 = \left\{ \cos \left(\frac{\tan^{-1} \varepsilon}{2} \right) \right\} / (1 + \varepsilon^2)^{1/4}$$

ここに v はセン断波の伝播速度， α は地表層と基盤層の振動インピーダンス比， ε は地表層の粘性抵抗を表わす。

地表層表面における最大地震加速度と基盤層が露出している場合のそれとの比 μ_g は，

$$\mu_g = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} |V_3(\omega)|^2 S_g(\omega) d\omega / 4 \int_{-\infty}^{\infty} S_g(\omega) d\omega \right\}^{\frac{1}{2}}$$

となる。

3. 橋脚頂部の加速度応答

式(1)中の外力関数 $g(t)$ のスペクトル密度 $S_g(\omega)$ は次式で表わされる。

$$S_g(\omega) = \left\{ \sum_{i,j=0}^3 u_i u_j \chi_s^{(ij)} \right\} |V_3(\omega)|^2 S_q(\omega) / \omega^4$$

$$\begin{aligned} \text{ただし } \chi_s^{(ij)} = & \cosh \frac{\omega d \gamma_2}{v_1} (1 - \frac{i}{3}) \cosh \frac{\omega d \gamma_1}{v_1} (1 - \frac{i}{3}) \cos \frac{\omega d \gamma_1}{v_1} (1 - \frac{i}{3}) \cos \frac{\omega d \gamma_1}{v_1} (1 - \frac{i}{3}) \\ & + \sinh \frac{\omega d \gamma_2}{v_1} (1 - \frac{i}{3}) \sinh \frac{\omega d \gamma_1}{v_1} (1 - \frac{i}{3}) \sin \frac{\omega d \gamma_1}{v_1} (1 - \frac{i}{3}) \sin \frac{\omega d \gamma_1}{v_1} (1 - \frac{i}{3}) \end{aligned}$$

ここに u_k は，式(2)の u 中の $k+1$ 番目の要素である。

一方，式(1)より $g(t) = e^{i\omega t}$ に対する Z_s ， Z_b の周波数応答の絶対値の2乗は，それぞれ

$$|H_0(\omega)|^2 = 1 / \{ [1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + 4\zeta_n^2 (\omega/\omega_n)^2 \} , \quad |H_1(\omega)|^2 = \omega^4 |H_0(\omega)|^2$$

で与えられる。以上より，橋脚頂部と地表層表面の最大加速度比 μ_A が次式のように求められる。

$$\mu_A = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} |H_0(\omega)|^2 S_g(\omega) d\omega / \int_{-\infty}^{\infty} |V_3(\omega)|^2 S_q(\omega) d\omega \right\}^{\frac{1}{2}}$$

4. 数値計算例

表-1 振動モデルの諸定数および地盤条件

モデルNo.	$E_p I_p (\text{kg/cm}^2)$	$E_b I_b (\text{kg/cm}^2)$	$h (\text{m})$	$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} (\text{sec})$	$C_p (\text{kg/sec/cm})$	式(2)の各要素			
						u_0	u_1	u_2	u_3
1	3.53×10^{13}	1.60×10^{13}	4.50	0.3635	17.27×10^4	0.07641	-0.2133	-2.017	5.433
2	5.00×10^{12}	4.00×10^{12}	4.50	0.5294	11.87×10^4	-0.1151	1.040	-6.431	12.46
3	2.00×10^{13}	1.60×10^{13}	4.50	0.6442	9.754×10^3	0.2400	-0.6697	-6.333	17.06
4	2.32×10^{13}	2.00×10^{12}	4.50	0.6990	8.788×10^3	-0.3560	2.489	-12.10	22.09
5	1.35×10^{13}	4.00×10^{12}	8.00	1.006	6.248×10^3	-0.8142	7.207	-42.10	60.82

$d = 20 \text{ m}$
 $\alpha = 0.284$
 $v_1 = 160 \text{ m/sec}$
 $k_0 = k_1 = k_2$
 $= 2.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}$
 $k_3 = 1.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}$
 $m_s = 500 \text{ kg/sec/cm}$
 $C_p = C / h_n$

表-1に示したような地盤条件および振動モデルについて数値計算を行なった。地表層による地震加速度の増幅率は， $\varepsilon = 0$ のとき $\mu_g = 1.93$ ， $\varepsilon = 0.10$ のとき $\mu_g = 1.55$ となった。

振動モデルの減衰定数 $h_n = 0.1$ の場合について求めた μ_A の値を表-2に示した。さらに詳細な数値計算を現在進行中である。

なお数値計算には京都大学KDC-Iを用いた。

表-2 最大応答加速度比

モデルNo.	μ_A	
	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = 0.1$
1	7.729	8.255
2	18.98	19.54
3	19.71	
4	19.48	
5	21.13	

1) 第20回土木学会年次学術講演会(昭和40年5月), I-22