ダムに近接した取水塔の振動

九大　正員　　小坪清真

1. 緒論

ダムに近接した取水塔の振動を解析するにはまづそれに働らく外力としての慣性力及び動水圧を明らかにしなければならない。取水塔に働らく慣性力は地震加速度に比例するが，動水圧はダムの運動によって大きな影響を受ける。このような取水塔の振動を厳密に解析するには，貯水によって連成されるダムと取水塔との連成振動として取り扱わねばならないが，取水塔の重量がダムの重量に比し無視できるほど小さいから，次のような仮定を設けて問題の取り扱いを簡単にすることができる。すなわち，取水塔に働らく動水圧及びその振動はダムの運動によって影響をうけるが，ダムに働らく動水圧及びその振動は取水塔の運動には影響されない。このような仮定を用いると，ダムに働らく動水圧及びその振動はダムが単独にある場合の式をそのまゝ用いることができる。また，取水塔に働らく外力としての動水圧は取水塔と貯水との相対加速度にもとづくものであるから，(1) 取水塔自身の剛振動による動水圧と (2) ダムの剛振動によって取水塔に働らく動水圧 及び (3) ダムの弾性振動によって取水塔に働らく動水圧の三者を考えればよいことになる。このうち，(1)と(2)は地震加速度と同じ位相で地震加速度に比例すると見なされるが，(3)はダムの地震に対する応答いかんによっては，その大きさが地震加速度に比例しないばかりでなく，位相も地震加速度の位相と相当異なるものと考えられる。

2. 取水塔に働らく外力としての動水圧

(a) 取水塔の剛振動による動水圧

地震動を$(\alpha g/\omega^2)\sin\omega t$とすれば，取水塔の剛振動による動水圧はその高さ方向単位長さ当り次式で与えられる。

$$P_1=\alpha w_0 \pi r_e^2 \eta_1 \sin\omega t \quad \text{------------------------} (1)$$

ここに，r_eは取水塔の半径，w_0は水の単位体積重量で，直角座標をx，z，ダム高をh，とするとき，η_1はz/h及びr_e/hの函数となるが，$r_e/h\to 0$の場合，$\eta_1 \fallingdotseq 1$となる。

(b) ダムの剛振動によって取水塔に働らく動水圧

ダムが剛振動を行う場合の動水圧σは従来の理論によれば次式で表わされる。

$$\sigma=\sum_{m=0}^{s-1}\frac{4\alpha w_0 h(-1)^m\cos\lambda_m z}{\delta'_m h(2m+1)\pi}\cos(\omega t-\delta'_m x)-\sum_{m=s}^{\infty}\frac{4\alpha w_0 h(-1)^m\cos\lambda_m z}{\delta_m h(2m+1)\pi}e^{-\delta_m x}\sin\omega t \quad \text{-----} (2)$$

従って，取水塔の位置をダム上流面よりx_0とすれば，この位置における水の上下流方向加速度は次のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial t^2}=\left(-\frac{g}{w_0}\frac{\partial\sigma}{\partial x}\right)_{x=x_0}=-\sum_{m=0}^{s-1}\frac{4\alpha g(-1)^m\cos\lambda_m z}{(2m+1)\pi}\sin(\omega t-\delta'_m x_0)-\sum_{m=s}^{\infty}\frac{4\alpha g(-1)^m\cos\lambda_m z}{(2m+1)\pi}e^{-\delta_m x_0}\sin\omega t \quad \text{----} (3)$$

ここに，$\lambda_m=(2m+1)\pi/2h$，$\delta'_m=\sqrt{C^2-\lambda_m^2}$（$C^2>\lambda_m^2$の場合），$\delta_m=\sqrt{\lambda_m^2-C^2}$（$\lambda_m^2>C^2$の場合），
$C^2=w_0\omega^2/gE_v$，E_vは水の体積弾性率である。

このような水の加速度によって取水塔に働らく動水圧は(a)の場合と同じ考え方により近似的に次式で表わされる。

$$P_2=-\alpha w_0\pi r_0^2\eta_2\sin\omega t \quad\text{------------}(4)$$

ここに，η_2はz/h，x_0/h及びr_0/hの函数であるが，$r_0/h\to 0$の場合，η_2はz/h及びx_0/hの函数となり，図—1で示される。P_2の位相はP_1の位相とほぼ$180°$異なる。

(C) ダムの弾性振動により取水塔に働らく動水圧

ダムの弾性振動による動水圧は地震に対するダムの応答によって大きさ及び位相が変化するが，ここでは簡単のため定常振動の場合を考える。いま，ダム天端における弾性変形の加速度を$\alpha g g\sin\omega t$とし，ダムの振動型を$f(z)$，$(f(h)=1)$とすれば，ダムの弾性振動による動水圧は次式

$$\sigma=\sum_{m=0}^{s-1}\frac{2\alpha w_0 g}{\delta'_m h}\int_0^h f(z)\cos\lambda_m z\,dz\cdot\cos\lambda_m z\cos(\omega t-\delta'_m x)-\sum_{m=s}^{\infty}\frac{2\alpha w_0 g}{\delta_m h}\int_0^h f(z)\cos\lambda_m z\cdot dz\cdot\cos\lambda_m z\cdot e^{-\delta_m x}\sin\omega t \quad\text{---}(5)$$

で表わされ，この動水圧のため，取水塔と貯水との相対加速度は次式となる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\left(-\frac{g}{w_0}\frac{\partial\sigma}{\partial x}\right)_{x=x_0}=-\sum_{m=0}^{s-1}\frac{2\alpha g g}{h}\int_0^h f(z)\cos\lambda_m z\,dz\cos\lambda_m z\cdot\sin(\omega t-\delta'_m x_0)$$
$$-\sum_{m=s}^{\infty}\frac{2\alpha g g}{h}\int_0^h f(z)\cos\lambda_m z\,dz\cos\lambda_m z\cdot e^{-\delta_m x_0}\sin\omega t \quad\text{------------}(6)$$

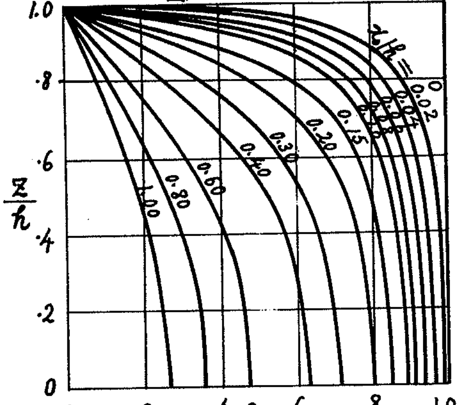
このような相対加速度によって取水塔に働らく動水圧を求めると，取水塔の単位長さ当り次式で表わされる。

$$P_3=\alpha w_0\pi r_0^2\eta_3\sin\omega t \quad\text{------------}(7)$$

η_3はz/h，$f(z)$，x_0/h及びr_0/hの函数であるが，$f(z)=z/h$，$r_0/h\to 0$の場合には図—2のようになる。P_1，P_2，P_3をベクトル的に加算したものが取水塔に働らく外力としての動水圧である。

上記の模型実験による検証並びに取水塔の弾性振動については講演時にゆずる。

図—1



図—2