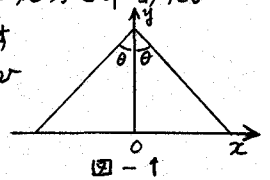


三角形体の2次元振動数値計算について

京都大学防災研究所 工博 石崎雅雄
立命館大学理工学部 〇富山直隆
全 上 芹生正巳

ここにアースダムの振動性状について若干の理論的考察, および実験を行ったが, この結果セン断振動と考えるより, 上下, 水平両方向を含む伸縮ある振動として取り扱った方が適当であるように思われる。この見地を基いてアースダムの振動性状とさらに詳しく調べためらに剛地盤上にある2次元弾性体としての三角形体について時間を考慮した階差法を用い, 境界条件を満足させながら若干の数値計算を行って, 変形と主応力を求めた。

剛地盤上にある三角形体の長さ方向の振動は一様とし, 図-1に示すように水平方向をx軸, 上下方向をy軸, それぞれの方向の変位をu, vとすれば三角形体の運動方程式は次のようになる。



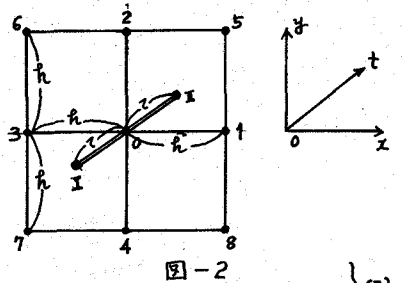
$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

応力の関係は $\sigma_x = \lambda(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) + 2\mu(\frac{\partial u}{\partial x})$, $\sigma_y = \lambda(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) + 2\mu(\frac{\partial v}{\partial y})$, $\tau_{xy} = \mu(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x})$
境界条件は三角形体の両表面上では Normal stress と表面に混る Shearing stress ± 0 とし, 図-1に示す角 $\theta = 45^\circ$ とすれば次のようになる。

$$(\lambda + \mu)(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) = \pm(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}), \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

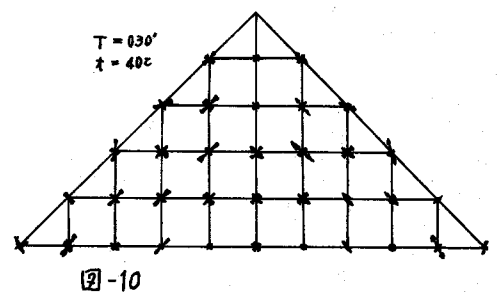
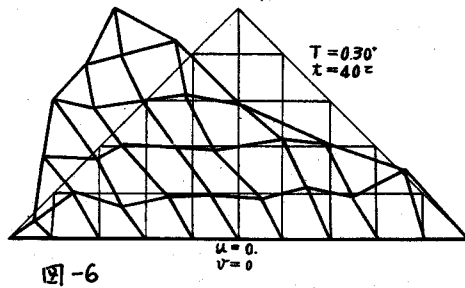
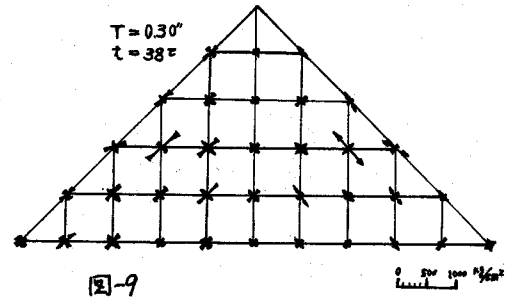
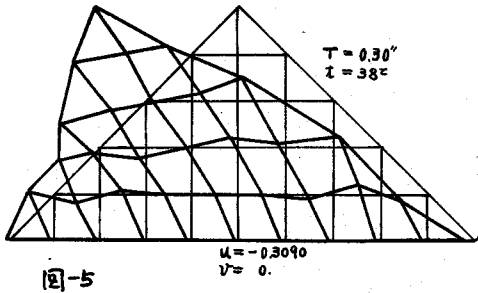
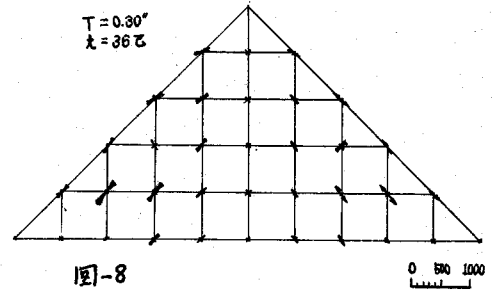
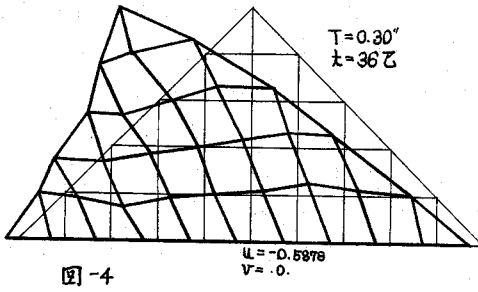
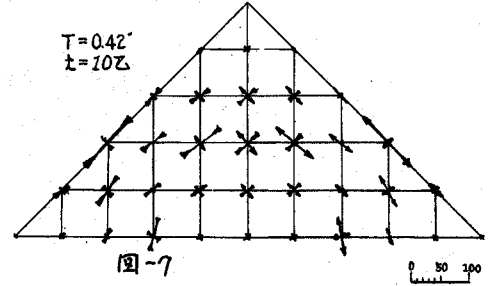
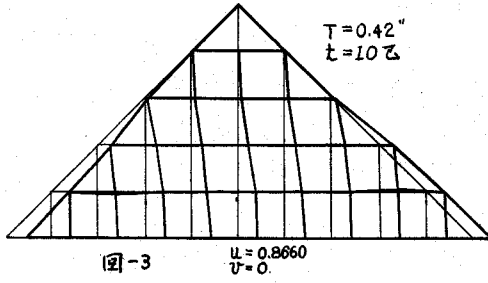
また $y = 0$, すなわち堤底から $u = A \sin pt$ で表わされる横波が入射するものとする。

次に堤体をx, y方向に等間隔hに区分し, ある時刻tにおける堤体内の点x, yにおける, それぞれの方向の変位をu₀, v₀とし図-2のように番号をつける。またt+τ, t+τ+τの時刻における0点の変位をI, IIはる suffixをつけて表わす。しかるとき(1)式は次の階差式で表わされる。



$$\left. \begin{aligned} u_I &= 2 \left\{ 1 - \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 \right\} u_0 - u_I + \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 (u_1 + u_3) \\ &\quad + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 (u_0 + u_4) + \frac{\lambda + \mu}{4\rho} \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 (v_5 - v_6 + v_7 - v_8) \\ v_I &= 2 \left\{ 1 - \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 \right\} v_0 - v_I + \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 (v_2 + v_4) + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 (v_5 + v_3) + \frac{\lambda + \mu}{4\rho} \left(\frac{\tau}{h} \right)^2 (u_5 - u_6 + u_7 - u_8) \end{aligned} \right\} (2)$$

境界条件も階差式で表わし, (2)式を用いて堤底から横波が入射した場合の堤体内各点の変位を微小時間毎に逐次計算することができ。いま堤高 10 m, 間隔 2 m に区分し, 縦波速度 200 m/s, 横波速度 100 m/s とし, 堤底より最大振幅 1, 周期 0.30", 0.42" の横波が入射するものとし, 1周期をそれぞれ 40, 60 等分した場合, 1周期 ~ 半周期の計算を行ったが, 図-3 ~ 図-6 にこの1例を示した。また堤体内各点の主応力計算の結果を図-7 ~ 図-10 に示した。この計算結果によると(1)横波が入射して波動が堤頂部に達するまで



は上下方向の変位は小さいが、時間の経過に伴い次第に上下方向の変位が大きくなり、堤体両表面上では順次右、左交互に伸長、縮小を繰り返す。すなわち伸縮を伴う振動をすることが明らかになった。(2)堤体表面の主応力をみれば明かなように、堤体表面に引張り力を生じ、これは時間の経過とともに下部より次第に上部におよび、この状態を繰り返すことが明らかになった。