

平衡式振動台とこれによる 2、3 の実験

鉄道技術研究所

針生幸治 毛受貞久

① こゝで云う平衡式振動台とは振動台を振動させるために生ずる反力を、不動とみなせるような基礎にとらないで自由に動けるものの慣性で取るようにしたものである。

このような型式のものは種々考えられるであらうが此度試作したものはオ 1 図の如きものである。即ちローラで受けた振動台①と之と同じような形をしたもう一つの平衡台②とをロッド③でつなぎ一方を固

定して④、他方は垂直の棒

⑤を設けこの棒には駒⑥

をはめ込み、この駒は回転

円板⑦に偏心して取付け

られている。この回転円板

は平衡台に取付けてあり

之が回転すればロッドは

その駒の取付け偏心の量

に応じた振巾で左右方向に動くことになる。即ち振動台と平衡台との間隔は回転円板の回転

量に応じて変化するわけである。回転円板はベルトによつてプーリ⑧を通してフライホイール⑨

につながりフライホイールは無段変速機⑩を通して電動機⑪につながる。駒の偏心量は

回転円板軸に取付けた小型モーターにより外部より自由に運転中も変化出来るようになつて

おり又無段変速機も運転中自由に操作出来る。それ故今電動機を始動すれば回転円板は変

速機と駒の偏心量を適当に操作することにより、きまつた範囲において任意のサイクルで任

意の駒の偏心量で回転させることが出来る従つて振動台と平衡台との間隔は任意サイ

クルで任意振巾に変化することが出来るわけである。なお振動台と平衡台とは弱いバネによつて

基礎につながれている。さてこのような状態において振動台はどのような振動をするかと次

に考へてみる。上記のような構造は之を型式的に表せばオ 2 図の如く考えられる。即ち M_1, M_2 の

2 つの質量がバネ 1, 2 によつて夫々 1 点につながれており M_1

と M_2 の間隔が強制的に $a \sin pt$ に変化する場合の振動となる。今

M_1, M_2 の間隔が最小の時の平衡の位置を基準にとりそれからの

変位を夫々図の如く x, y に取つて運動方程式をつくれば

オ 2 図

なる故 ① 式は ② を代入して

但し $(n^2 = \frac{k_1 + k_2}{M_1 + M_2} \quad A = a \frac{k_2 - p^2 M_2}{M_1 + M_2})$

この解は $x = \sqrt{1} \cos nt + \sqrt{2} \sin nt + \frac{A}{n^2 - p^2} \sin pt$

オ 1 図

オ 2 図

オ 3 図

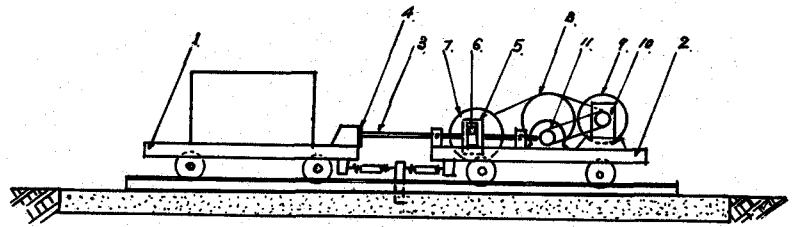
オ 4 図

オ 5 図

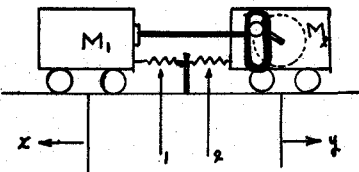
オ 6 図

オ 7 図

オ 8 図



オ 1 図



$$M_1 \frac{d^2 x}{dt^2} + k_1 x = M_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + k_2 y \quad \text{----- ①}$$

(k_1, k_2 は夫々バネ 1, 2 のバネ定数)

$$\text{し かる に } x + y = a \sin pt \quad \text{----- ②}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + n^2 x = A \sin pt \quad \text{----- ③}$$

$$\text{但 し } \left(n^2 = \frac{k_1 + k_2}{M_1 + M_2} \quad A = a \frac{k_2 - p^2 M_2}{M_1 + M_2} \right)$$

$$\text{こ の 解 は } x = \sqrt{1} \cos nt + \sqrt{2} \sin nt + \frac{A}{n^2 - p^2} \sin pt$$

之の式は云うまでもなく最初の2項は自由振動の項で最後の項は強制振動の項である實際問題としては加振力が定常的に作用する場合は強制振動のみが定常的に存続するとみられるので

$$x = \frac{A}{n^2 - p^2} \sin pt = \frac{r_0 - M_2 p^2}{(r_0 + r_0) - (M_1 + M_2) p^2} a \sin pt$$

となる。バネがない場合即ち $r_0 = r_0 = 0$ とすれば

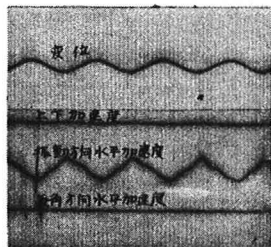
$$x = \frac{M_2}{M_1 + M_2} a \sin pt$$

即ち重量に逆比例した振巾で振動をする、そして何れの場合も M_1, M_2 の質量が変化しないとすれば (定数) $\times \sin pt$ の振動をすることになる。

性能を略記すれば次の如くである。

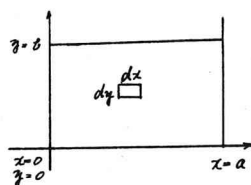
サイクル	1 ~ 10 サイクル/sec (運転中可変)
最大全振巾	10 cm
最大加速度	1000 ガル
振動台寸法	182 cm $\times$ 91 cm
電動機	3相2馬力誘動電動機
試験載荷重量	1500 kg

オ3図は約3サイクル全振巾1.2 cmの時の台の変位、上下方向加速度、振動方向加速度、並に之と直角方向水平加速度をオシロによつて取つたものを示す。変位は大体良好であるが振動方向加速度(上より3つ目の曲線)は余りきれいな形を示していない。これは機械が完全に調整されず多少ガタがあつた為で之は加速度が大きくなる程はげしくなる傾向を示したがこのガタをなくせばなおるものである。このような振動台は比較的小さい馬力の原動機でフライホイールを用いて低サイクルから高サイクルまで比較的簡単に大きな荷重を振動させることが出来ると共に簡単な基礎で間にあい且つ周囲に及ぼす振動を非常に小さくすることが出来るのを特色とする。



オ 3 図

② 次に擁壁或は地中構造物が地震其の他の震動によつてどのような圧力を受けるかの研究をする。オ一歩として本振動台を用い各種実験を行つたので之について述べるがその前に一応振動による地中圧力について考えてみよう。



オ 4 図

座標を図の如く取つてこの座標が $w \cos pt$ の振動をする場合の微小四辺形の運動方程式を考えると次の如くなる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = C_1^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_2^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + C_3^2 \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial x^2} + C_4^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y^2} + w p^2 \cos pt \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

之を次の条件式で解けば

$$\begin{cases} x=0 & u=0 \\ x=a & u=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=0 & u=0 \\ y=a & \frac{\partial u}{\partial y}=0 \end{cases} \quad \begin{cases} t=0 & u=0 \\ t=a & \frac{\partial u}{\partial t}=0 \end{cases}$$

$$u = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{16 w p^2}{(2m+1)(2n+1)\pi^2} \left[\frac{(\alpha_1 \alpha_2 - p^2) \cos p x - p (\alpha_1 + \alpha_2) \sin p x}{(\alpha_1^2 + p^2)(\alpha_2^2 + p^2)} + \frac{\alpha_1 e^{\alpha_1 x}}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1^2 + p^2)} - \frac{\alpha_2 e^{\alpha_2 x}}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_2^2 + p^2)} \right] \sin \frac{2m+1}{a} \pi x \cdot \sin \frac{2n+1}{2a} \pi y \dots \dots \textcircled{2}$$

但し α_1, α_2 は $D^2 + AD + B = 0$ の根

$$\text{即ち } \alpha_1, \alpha_2 = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 - 4B}}{2}$$

$$\begin{cases} A = \left[C_3^2 \left(\frac{2m+1}{a} \right)^2 + C_4^2 \left(\frac{2n+1}{2b} \right)^2 \right] \\ B = \left[C_1^2 \left(\frac{2m+1}{a} \right)^2 + C_2^2 \left(\frac{2n+1}{2b} \right)^2 \right] \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{又} \quad C_1^2 &= \frac{E_0}{\rho} \\ C_2^2 &= \frac{\mu_0}{\rho} \\ C_3^2 &= \frac{E_1}{\rho} \\ C_4^2 &= \frac{\mu_1}{\rho} \end{aligned} \quad \begin{cases} E_0 = \text{土の弾性係数} \\ E_1 = \text{土の弾性粘性係数} \\ \mu_0 = \text{土の剛性率} \\ \mu_1 = \text{土の剪断粘性係数} \end{cases}$$

②式に於て $A = 0$ とすれば

$$U = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{16 W p^2}{(2m+1)(2n+1)\pi^2(p^2-B)} [\cos \sqrt{B} x - \cos p x] \sin \frac{2m+1}{a} \pi x \sin \frac{2n+1}{2b} \pi y \quad \text{③}$$

$$P \rightarrow \sqrt{B} \text{ ならば } U_{p=\sqrt{B}} = \frac{8 W p x \sin p x}{(2m+1)(2n+1)\pi^2} \sin \frac{2m+1}{a} \pi x \sin \frac{2n+1}{2b} \pi y \quad (\text{但し } m, n \text{ は } p=\sqrt{B} \text{ と満足する場合の } m, n \text{ 値}) \quad \text{④}$$

即ち時間と共に U は増大してゆく之は共振の状態である。

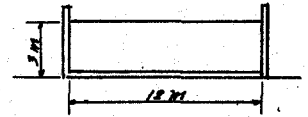
今 $C_1 = 120 \text{ m/sec}$, $C_2 = 60 \text{ m/sec}$, $a = 12 \text{ m}$, $b = 3 \text{ m}$ の場合の第 1 次の共振周波数を求めて

$$\text{みると} \quad p = 2\pi N = \sqrt{B} = \sqrt{\left(\frac{C_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{C_2}{2b}\right)^2} = \sqrt{200}$$

$$\therefore N = 2.25 \text{ Cycle/sec}$$

次に圧力及び剪断力について考えよ

$$\sigma = E_0 \frac{\partial U}{\partial x} + E_1 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad \tau = \mu_0 \frac{\partial U}{\partial y} + \mu_1 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$$



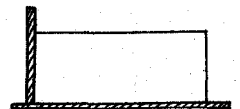
②, ③, ④式より次々

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ E_0 \left[\frac{(\alpha_1 \alpha_2 - p^2) \cos p x - p(\alpha_1 + \alpha_2) \sin p x}{(\alpha_1^2 + p^2)(\alpha_2^2 + p^2)} + \frac{\alpha_1 e^{\alpha_1 x}}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1^2 + p^2)} - \frac{\alpha_2 e^{\alpha_2 x}}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_2^2 + p^2)} \right] \right. \\ &\quad \left. + E_1 \left[-\frac{(\alpha_1 \alpha_2 - p^2) p \sin p x + p^2(\alpha_1 + \alpha_2) \cos p x}{(\alpha_1^2 + p^2)(\alpha_2^2 + p^2)} + \frac{\alpha_1^2 e^{\alpha_1 x}}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1^2 + p^2)} - \frac{\alpha_2^2 e^{\alpha_2 x}}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_2^2 + p^2)} \right] \right\} \\ &\quad \times \frac{16 W p^2}{(2n+1)\pi a} \cos \frac{2m+1}{2a} \pi x \sin \frac{2n+1}{2b} \pi y \\ &= K_1 \times \frac{16 W p^2}{(2n+1)\pi a} \cos \frac{2m+1}{2a} \pi x \sin \frac{2n+1}{2b} \pi y \quad \text{⑤} \\ \sigma_2 &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} E_0 \frac{8 W p^2 (\cos \sqrt{B} x - \cos p x)}{(2n+1)\pi a (p^2 - B)} \cos \frac{2m+1}{a} \pi x \sin \frac{2n+1}{2b} \pi y \quad \text{⑥} \\ \sigma_3 &= E_0 \frac{8 W p x \cos p x}{(2n+1)\pi a} \cos \frac{2m+1}{2a} \pi x \sin \frac{2n+1}{2b} \pi y \quad \text{⑦} \end{aligned}$$

全く同様にして求めるが之は省略する。

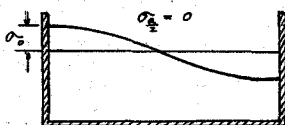
次に境界条件を次の如くすれば全く同じようにして圧力が求められる

$$\begin{cases} x=0 & u=0 \\ x=a & \frac{\partial u}{\partial x}=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=0 & u=0 \\ y=b & \frac{\partial u}{\partial y}=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=0 & u=0 \\ x=a & \frac{\partial u}{\partial x}=0 \end{cases}$$



※ 6 図

$$\begin{aligned} \sigma'_1 &= K_1 \times \frac{8 W p^2}{(2n+1)\pi a} \cos \frac{2m+1}{2a} \pi x \sin \frac{2n+1}{2b} \pi y \quad \text{⑧} \\ \sigma'_2 &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} E_0 \frac{8 W p^2 (\cos \sqrt{B} x - \cos p x)}{(2n+1)\pi a} \cos \frac{2m+1}{2a} \pi x \sin \frac{2n+1}{2b} \pi y \quad \text{⑨} \\ \sigma'_3 &= E_0 \frac{8 W p x \cos p x}{(2n+1)\pi a} \cos \frac{2m+1}{2a} \pi x \sin \frac{2n+1}{2b} \pi y \quad \text{⑩} \end{aligned}$$



今 σ と σ' について考えよ

$$x=0 \text{ に } \tau \text{ は } \sigma'_{x=0} = \frac{\sigma_{x=0}}{2}$$

$$x = \frac{a}{2} \text{ に } \tau \text{ は } \sigma'_{x=\frac{a}{2}} = 0$$

$$\sigma'_{x=\frac{a}{2}} = \varphi(x) \phi(y) \cos \frac{2m+1}{4} \pi$$

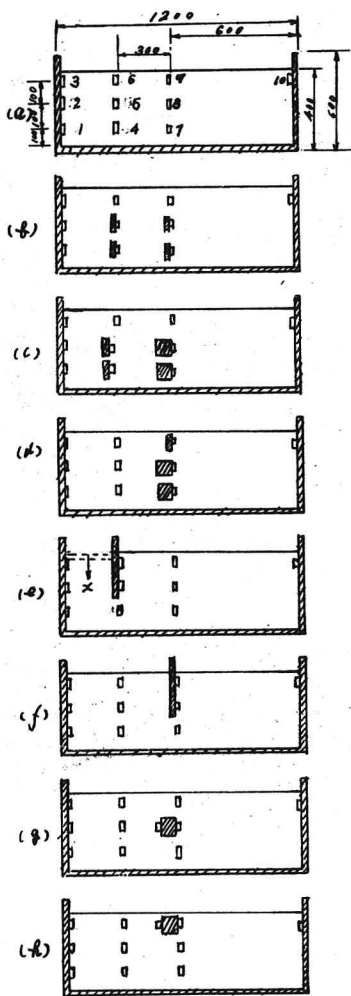
$$\text{※ 1 次振動に } \tau \text{ は } \textcircled{1} \sigma'_{x=\frac{a}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sigma_{x=0}$$

$$\text{※ 2 次振動に } \tau \text{ は } \textcircled{2} \sigma'_{x=\frac{a}{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \sigma_{x=0}$$

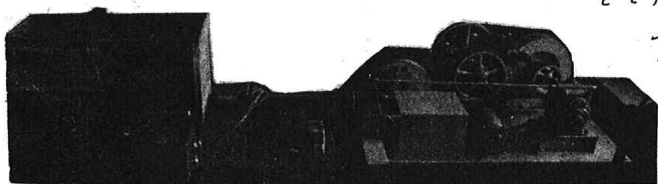
何れにしても上述のような考え方をすれば壁より離れた圧力振巾は減少して来るように思われる。地中構造物の耐震対策に

はこのような傾向は種々の示唆を与えるものであるが果して実際にはどのようなようになるかもし地中に構造物があればどう変わるのかそれらを知ることは非常に重要であると考えられるそれで今回之等の定性的な傾向だけでも知りたいと思い種々の実験を行ったのでその結果について述べる。

③ 実験要旨



※ 8 図



※ 9 図

前述の振動台に $120\text{ cm} \times 50\text{ cm} \times 60\text{ cm}$ (夫々、長さ、巾、高さ) の砂箱をつくり之に深さ 40 cm まで豊浦の標準砂をつめ種々の条件で地中圧力の測定を行った。土圧計は 3 cm 直径、 0.9 cm 厚さで受圧面のダイヤフラム裏側にワイヤーストレンゲージをはつたものである。砂のつめかたは 10 cm 毎に十分しめ固まるように振動を与えながら行ない試験毎に入れかえた。砂中の土圧計の位置は試験終了後掘りおこして移動を調べたが大体その量は小さかつた。なお砂の比重は小さいです。 $1\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ を砂の中に入れあとで掘りおこしてその中の砂の比重をはかつた。土圧計の基本位置は大体が 8 図 a の如くである。

測定事項は大体次の如くである。

- 10ヶ所の圧力変化を加速度を変えて測定した。
4. 5. 7. 8 の位置に 9 cm 高さ、 1 cm 巾、 4.9 cm の長さの木の板を入れ之に土圧計を取付けた。
7. 8 の板を 9 cm 高さ、 10 cm 巾、 4.9 cm 長さの角材にした。
- 9 の位置に板(前と同じ寸法)を入れた。
5. 6 の位置に固定壁を設けて x の砂の高さを変えながら測定した。
8. 9 の位置に $4.9\text{ cm} \times 30\text{ cm} \times 2.5\text{ cm}$ の自由可動壁を設けた。
- 8 の位置に角材 1 本を入れる。両側で圧力を測定。
- 9 の位置に角材 1 本を入れる。両側で圧力を測定。
- a) の状態で水を入れ粘着力をもたせて振動させた。

今回の実験は固くつめた砂の場合の実験になったのであるが之のような場合一般に圧力は加速度が相当大きくなるまで余り表れず $400 \sim 500$ ガル程度で急に増加すること

を示し、殊に b) の場合は 700 ガル附近にな

つて急に増加を示し、この場合固定壁に接する土は一体の楔となつて上下にも振動した。之等の結果については会場において報告する。