

1. 緒言

著者は橋梁下部構造の振動性状は弾性動揺振動で、しかも動揺振動が卓越した1次振動が支配的であることを強調してきた。しかし橋梁全体からすれば各下部構造と上部構造とはそれぞれ別個の自由度を有しているのので、地震動を受けた場合には当然連成振動としての性状を示すものと考えられる。ただしこの場合径間数が多くなると必然的にそれだけ多自由度となるので、その解析は困難となる。そこでここでは基礎的な考察として1, 2径間橋という少数径間の場合を対象とした。地震動に対する橋梁上下部構造の連成振動は従来からほとんど説明されていなかったのので、本研究を行ったわけである。

2. 下部構造の頂部における1自由度置換

図-1(1)に示した下部構造ABCをその頂部Cにおいて、1自由度に置換した場合の振動質量 m 、減衰係数 c 、バネ係数 k 及び作用地震力 $k_0 w'$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{1}{g\gamma_c^2} \left\{ \frac{W_1}{d} \int_0^d \gamma_1^2 dx_1 + \frac{W_2}{h} \int_0^h \gamma_2^2 dx_2 \right\}, & c &= \frac{1}{2g\gamma_c^2} \left\{ \frac{c_1 W_1}{d} \int_0^d \gamma_1^2 dx_1 + \frac{c_2 W_2}{h} \int_0^h \gamma_2^2 dx_2 + c' b_1 \int_0^d \gamma_1^2 dx_1 \right\}, \\ k &= b_2 P / \gamma_c & k_0 w' &= \left\{ \frac{W_1}{d} \int_0^d \gamma_1^2 dx_1 + \frac{W_2}{h} \int_0^h \gamma_2^2 dx_2 \right\} \frac{k_0}{\gamma_c} \end{aligned} \right\} \quad \text{----(1)}$$

ここに、 W_1 , d , c_1 , γ_1 : 根入部の全重量, 根入長, 粘性係数, 変位曲線, W_2 , h , c_2 , γ_2 : 地上部の全重量, 高さ, 粘性係数, 変位曲線, $b_2 P$: 頂部仮想水平荷重, γ_c : 頂部Cの変位量, c' : 地盤の粘性係数, k_0 : 水平震度, b_1 , b_2 : 根入部, 地上部の奥行幅。

3. 橋軸に平行方向1径間橋の定常振動

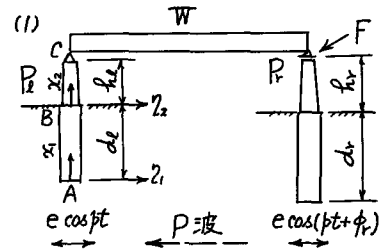
図-1(1)の1径間橋が橋軸方向にP波を受けた場合の振動モデルは式(1)を参照して図-1(2)となる。

$$\left. \begin{aligned} M_L &= m_L + M, & M_r &= m_r, & W_L' &= w_L' + W, & W_r' &= w_r', \\ F &= \frac{1}{2} \mu W, & W &= Mg, & m, & w' &: \text{式(1)}, & W &: \text{上部構造の重量}, \\ & \mu &: \text{支承部の摩擦係数}, & \phi_r &: \text{地震動の位相差}, & \alpha &: \text{連成位相差} \end{aligned} \right\} \quad \text{----(2)}$$

かくして図-1(2)に対する運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} M_L \ddot{y}_{Lc} + c_L \dot{y}_{Lc} + k_L y_{Lc} \pm F &= k_0 W_L' \cos(pt - \alpha), \\ M_r \ddot{y}_{rc} + c_r \dot{y}_{rc} + k_r y_{rc} \pm F &= k_0 W_r' \cos(pt + \phi_r - \alpha) \end{aligned} \right\} \quad \text{----(3)}$$

上式の $\pm F$ を時刻 t に関するFourier級数に展開してその第1項のみをとる。しからは左右両橋脚の



(2) 振動モデル

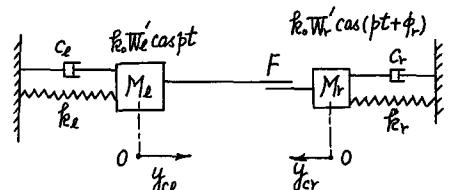


図-1. 橋軸に平行方向

定常振幅 A_e, A_r は静変位 A_{e0}, A_{r0} に対する比として次式で求まる。

$$\left| \frac{A_e}{A_{e0}} \right| = \frac{n_e^2}{\sqrt{(m_e^2 \beta^2)^2 + 4 \zeta_e^2 \beta^2}} \sqrt{1 - \frac{8}{\pi} \left(\frac{F}{k_e W_e'} \right) \cos \alpha + \left(\frac{4}{\pi} \frac{F}{k_e W_e'} \right)^2}, \quad \left| \frac{A_r}{A_{r0}} \right| = \frac{n_r^2}{\sqrt{(m_r^2 \beta^2)^2 + 4 \zeta_r^2 \beta^2}} \sqrt{1 - \frac{8}{\pi} \left(\frac{F}{k_r W_r'} \right) \cos(\phi_r - \alpha) + \left(\frac{4}{\pi} \frac{F}{k_r W_r'} \right)^2} \quad \text{-----(4)}$$

4. 橋軸に直角方向 1, 2 径間橋の定常振動

図-2 (1) の 1 径間橋が橋軸方向から S 波を受けた場合の振動モデルは式 (1), (2) を直角方向にかきかえることにより図-2 (2) がえられる。ただし上部構造の剛性は板バネ k_g で表わし、上部構造の重量 W は両橋脚に分担さす。かくして図-2 (2) に対して次の運動方程式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} M_e \ddot{y}_{ce} + c_e \dot{y}_{ce} + k_e y_{ce} + k_g (y_{ce} - y_{cr}) &= k_e W_e' \cos pt, \\ M_r \ddot{y}_{cr} + c_r \dot{y}_{cr} + k_r y_{cr} + k_g (y_{cr} - y_{ce}) &= k_e W_r' \cos(pt + \phi_r) \end{aligned} \right\} \quad \text{-----(5)}$$

この定常解は、

$$y_{ce} = B_1 \cos pt + B_2 \sin pt, \quad y_{cr} = B_3 \cos pt + B_4 \sin pt \quad \text{-----(6)}$$

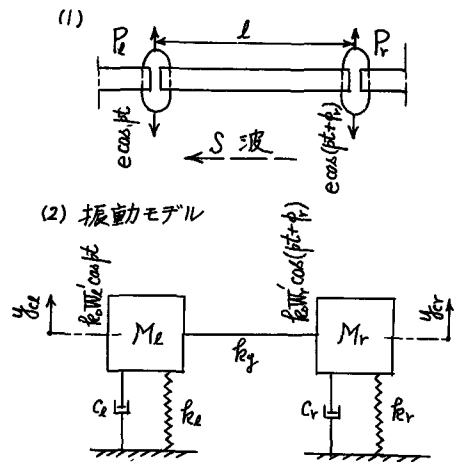


図-2 橋軸に直角方向

とかける。式(6)を式(5)に代入して $\cos pt, \sin pt$ の各係数をいずれも 0 に等しいと置くことにより、 $B_1 \sim B_4$ が決まるので定常解が求まる。次に 2 径間橋の場合は式(5)に中央橋脚を表わす y_c に関する 1 個の式を加えるので、結局 $B_1 \sim B_6$ に関する 6 元 1 次式を計算して $B_1 \sim B_6$ を決定すればよいわけである。

5. 橋軸に直角方向 1 径間橋の過渡振動

図-2 (1) の 1 径間橋が $t=0$ で静止していて、 P_r が突然 $e \cos pt$ を受けた後、 P_e が $t = \phi/p$ だけ遅れて $e \cos pt$ を受ける場合を対象とする。このときの運動方程式に Laplace 変換 $\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s)$ を施すと次式がえられる。

$$(M_e s^2 + c_e s + k_e + k_g) Y_{ce}(s) - k_g Y_{cr}(s) = k_e W_e' \frac{s}{s^2 + \beta^2} e^{-\frac{\phi}{p} s}, \quad (M_r s^2 + c_r s + k_r + k_g) Y_{cr}(s) - k_g Y_{ce}(s) = k_e W_r' \frac{s}{s^2 + \beta^2} \quad \text{-----(7)}$$

これより $Y_{ce}(s), Y_{cr}(s)$ が求まるのでこれを逆変換して次の過渡解がえられる。

$$y_{ce}(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y_{ce}(s)\} = \sum_{s_r = \pm i\beta, \alpha, \beta, \beta'} \lim_{s \rightarrow s_r} (s - s_r) e^{st} Y_{ce}(s), \quad y_{cr}(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y_{cr}(s)\} = \sum_{s_r = \pm i\beta, \alpha, \beta, \beta'} \lim_{s \rightarrow s_r} (s - s_r) e^{st} Y_{cr}(s) \quad \text{-----(8)}$$

6. 数値計算適用結果

上記の各理論式を 2, 3 の橋梁に適用して数値計算を行い次の成果を収めた。

(1) 橋桁可動端支承部の摩擦係数 F は実際上この系の復元力、減衰力、地震力に比して大きくないことから、 F のみによる連成拘束度はかなり小さい。(2) 少数径間橋に作用する地震動の相対位相差中は連成定常振幅のみの実からすれば、それ程大きい影響は与えない。(3) 上部構造の剛性バネ k_e, k_r に比べてかなり大きいことから、連成 1 次の固有周期は各下部構造個々の固有周期とかなりよく近似する。