

LAT-PIV 法を用いた間隙流速測定と CTRW パラメータの関係性

新屋 樹¹・竿本 英貴²・羽田野 祐子³・松島 亘志⁴

¹正会員 筑波大学大学院 システム情報工学研究科 リスク工学専攻 (〒 305-8577 茨城県つくば市天王台 1-1-1)
E-mail: r1220586@risk.tsukuba.ac.jp

²正会員 (産業技術総合研究所 活断層・地震研究センター (〒 305-8577 茨城県つくば市東 1-1-1)
E-mail: h-saomoto@aist.go.jp

³正会員 筑波大学准教授 システム情報工学研究科 リスク工学専攻 (〒 305-8577 茨城県つくば市天王台 1-1-1)
E-mail: hatano@risk.tsukuba.ac.jp

⁴正会員 筑波大学准教授 システム情報工学研究科 構造エネルギー専攻 (〒 305-8577 茨城県つくば市天王台 1-1-1)
E-mail: tmatsu@kz.tsukuba.ac.jp

地下水中の物質移動モデルである連続時間ランダムウォーク (CTRW) において、モデルに現れるパラメータの値をどうやって決定するかについては、現段階では課題が多い。現状では、CTRW モデルを使って汚染予測をする場合、実際にトレーサーを媒体に流して計測し、破過曲線を作成しないと、パラメータの値を求めることができない。そのため、CTRW モデルは実際の現場には適用しづらい状況にある。本研究では、多孔質媒体における間隙流速の分布から CTRW モデルのパラメータを求める手法を提案する。その手法には地盤の液状化で開発された LAT-PIV 法という手法を用い、多孔質内部の可視化を行い、間隙を流れる PIV 粒子を録画して流速分布を実測した。その上で、流速分布を待ち時間へと変換する際の手続きを開発した。

Key Words : *continuous-time random walk, LAT, PIV, pore velocity, anomalous diffusion*

1. 研究背景

現在、地球上では大気汚染や土壌汚染などの様々な環境汚染問題が起こっており、それらに対する社会的関心もますます高まってきている。その中でも土壌地下水汚染は、古くから指摘されていた問題ではあるが、その実態が明らかになってきたのは比較的近年である。平成 14 年に土壌汚染対策法が施行され、平成 22 年 4 月 1 日には汚染土壌の適正管理や処理制度に関して大幅に改正された。このように、土壌汚染に関する法整備が行われたのも比較的近年のことであり、拡散を防ぐための早期の対策が求められている。さらに 2011 年 3 月 11 日に発生した東日本大震災により、福島第一原子力発電所から大量の汚染水が放出されてしまい、地下水汚染に関する問題意識も強まってきた。道路や農地などの地表層の除染が行われる中、土壌地下水による汚染物質の移流拡散の問題も考えられる。本論文ではそのような土壌中での拡散現象のメカニズムを明らかにするため、ラボスケールで土壌を模擬した装置を用いて、可視化技術を用いることによって多孔質媒体内の流れの様子を明らかにし、拡散予測モデル式である連続時間ランダムウォークモデル (CTRW) のパラメータ推定に結びつけることで汚染物質の拡散予測に役立てることを目的とする。

2. 理論

(1) 連続時間ランダムウォーク

近年、連続時間ランダムウォークモデル (Continuous Time Random Walk, CTRW) の開発が進められている。このモデルの特徴を簡単に述べると、古典的ランダムウォークでは、ジャンプ距離とその時間間隔が一定であるモデルであるが、CTRW はジャンプの起こる時間間隔が一定の値ではなく、ある確率分布に従うことである。このような工夫をすることにより、CTRW では粒子の平均二乗変位が

$$\langle l^2(t) \rangle \propto t^\alpha \quad (1)$$

のように、 α のべき指数で時間発展する拡散 (異常拡散) も表すことができる。²⁾ また古典的拡散 ($\alpha = 1$ のケース) は、CTRW のひとつのクラスに対応させることができる。

(1) 式のような平均二乗変位を得るために、Berkowitz ら³⁾ は、待ち時間関数として次のような形を提案した。

$$\psi(t) = N \frac{\exp(-t/t_2)}{(1+t/t_1)^{1+\beta}} \quad (2)$$

$$N = [t_1 \tau_2^{-\beta} \exp(\tau_2^{-1}) \Gamma(-\beta, \tau_2^{-1})]^{-1} \quad (3)$$

Γ は不完全ガンマ関数を表す。 β は異常拡散の強さを表す値である。この待ち時間関数の特徴は、指数関数で減衰する効果と、べき乗関数で減衰する効果の掛け合わせになっている。指数関数部分に現れる t_2 は制御の分野などのいわゆる時定数に相当し、指数減衰の早さを決めている。べき乗関数に現れる t_1 はスケール調整の役割を果たしており、時間軸の縮尺を決めることにより、べき乗減衰の早さを調整している。分母で 1 を足しているが、これにより $t=0$ での発散が防がれる。 N は、 ψ は確率密度関数なので積分して 1 となるようにするための定数である。 $\tau_2 = t_2/t_1$ である。このように、指数関数とべき乗関数の積を考えることで、時間方向のロングテイルを再現することができ、十分時間が経った際の破過曲線の減衰の早さが、 $t^{-\beta}$ となる。このように、待ち時間関数に現れるパラメータの数は、少ないとはいえない。しかしながら、十分時間が経ったときの大まかな挙動は β の値に支配されるので、本研究では、 β の値を、実測された間隙流速から求めていく。一方で、上記の待ち時間関数の新たな候補として「超ガンマ分布」と呼ばれる関数が存在するので次節で概要を述べる。

(2) 超ガンマ分布

超ガンマ分布とは、ガンマ分布を一般化したもので、1960 年代に気象分野の研究者に提案された⁴⁾。

$$f_{HG}(x; \alpha, \beta, \nu) = \frac{\beta^{\frac{x}{\alpha}} \alpha}{\Gamma(\frac{x}{\alpha})} x^{\nu-1} \exp(-\beta x^{\alpha}) \quad (4)$$

このように、(2) 式と同様、指数関数とべき乗関数の積になっており、ただし指数分布の中の t には α 乗だけの自由度がある。そもそもは降雨の持続時間や降雨の強度分布をよく記述するために考案された分布である⁴⁾。更に、金野とロムダール⁵⁾はこの分布を与える非線形確率モデルを提案するとともに、パラメータ最尤推定法を提案した。この関数はすべてのモーメントが有限の値を取るため、発散を抑えるためのカットオフの概念を必要としないことを特徴としている。また、十分時間が経ったところでの破過曲線は、(2) 式と同様に $t^{-\beta}$ で減衰する。従って、超ガンマ分布は異常拡散の性質を保ちつつ、カットオフを必要としない利点を持っている。本研究では、実測結果から求まる待ち時間関数について、上記の Berkowitz らの待ち時間関数、および超ガンマ分布の 2 者によるフィットを行い、当てはまりの良さを比較する。

3. 実験手法

(1) レーザー光を用いた断面 X 線写真法

LAT(Laser-Aided Tomography) は、粒状体の内部を観察するために開発された可視化実験手法の一つであ

る。光学的に均質な光学ガラスを粉碎・研磨することにより生成した粒子を用いて媒体を作成し、光学ガラスと同じ屈折率である液体で満たし試験体を作成する。次にシート状にした 532nm の波長のレーザー光を試験体に通過させる。レーザー光に照射されることにより、粒子表面で光の散乱が起こりレーザーシート面内にある粒子の輪郭が浮かび上がる。レーザーシート面内では、粒子の並進のみならず面内回転までを観察することが可能となっている。LAT は粒状体のマクロな挙動だけでなくミクロな挙動までを観察することが出来る強力な可視化実験手法である。

(2) 粒子画像流速測定法

PIV(Particle Image Velocimetry) は流体力学の分野でよく用いられる可視化手法である。流体中に無数のトレーサー粒子を混入させ、レーザー光をシート状にして流れに照射することにより、レーザーシート断面内にあるトレーサー粒子が発光し、輝度パターンを作り出す。微小時間後のパターンの移動量をトレーサー粒子のパターンマッチングにより調べ、流体の速度場を求めることが出来る。PIV はピトー管や熱線などの測定器具を用いた流速測定法と比べて、流れを乱さないことや画像を用いることによる多点同時計測が可能であることが特徴である⁶⁾。

(3) 実験概要

図 1 に、実験体系を示す。アクリルボックス内に光学ガラスを敷き詰め、そこにガラス粒子と屈折率を合わせたシリコンオイルを間隙流体として満たし蛍光トレーサーを混入し、定量ポンプによって鉛直下方向に流動させる。そこに横からレーザーシート光を照射する。この様子を正面から連続撮影し、時間経過を追うことにより間隙流速を測定する。本実験での撮影は 1s 間隔ごとに撮影を行い、約 100 枚の画像を取得する。奥行きがある装置であるため、一つ一つのトレーサー粒子に着目した時にレーザーシート面内から外れてしまったり、新たにシート面内に入ってきたりする現象が起こる。本研究では一つ一つの粒子に注目してラグランジュ流速を算出する PTV(Particle Tracking Velocimetry) の手法を考慮した解析も行う。そのため、アクリルボックス内に仕切りを設けて、媒体を敷き詰める空間を約 1cm 幅に調整し、レーザーシート面内から出入りする粒子が可能な限り少なくなるようにした試験体についても同様に測定する。その条件での結果は、後述の run.3 に示す。

a) 実験装置

実験装置はアクリルボックス、定量ポンプ、レーザー光源、カメラからなる。幅 10cm、奥行き 10cm、高さ 40cm のアクリルボックス、定量ポンプとしてペリスタポン

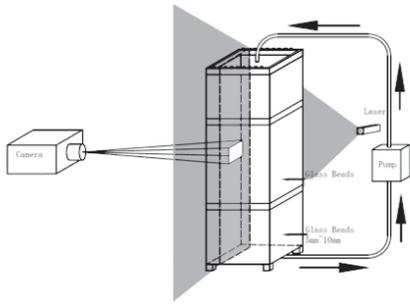


図-1 LAT-PIV 実験法概念図

表-1 光学ガラス (BK-7) の物性値

密度 (g/cm^3)	屈折率	ヤング係数 (GPa)	ポアソン比
2.52	1.514	7.84	0.205

表-2 シリコンオイルの物性値

名称	屈折率	比重	動粘度 (cst)
HIVAC-F-4	1.5550	1.070	37.0(25 °C)
KF-56	1.4979	0.992	13.6(25 °C)
混合オイル	1.514	1.02	20.6(25 °C)

プ MP-1000, レーザー光源に MELLES GRIOT 製のレーザー発振装置 (58-GS-305, Nd:YVO 4), カメラに Canon 製の EOS 40D を用いる。レンズにはテレセントリックレンズ (ひずみ無し) を用いる。また, より鮮明な画像を撮影するため, ガラス粒子に反射した余分な光のみをカットするシャープカットフィルターを装着した。

b) 実験材料

実験材料に光学ガラス (BK-7), トレーサー粒子としてポリスチレン性の蛍光トレーサー粒子 (大きさ $40 \mu m$), 間隙流体として, 信越化学工業製の二種類のシリコンオイル HIVAC-F-4(屈折率: 1.5550) 及び, KF-56(屈折率: 1.4979) を混合することによって屈折率を光学ガラスと同率にした液体を用いる。光学ガラス粒子は直径 $7mm$ の球形のものを使用する。用いる光学ガラス (BK-7) とシリコンオイルの物性値を表 1, 表 2 に示す。

c) 実験手順

多孔質媒体の可視化のために, ガラス粒子と同じ屈折率が必要となるため, ガラス粒子より屈折率の低い KF-56(屈折率: 1.4979) と屈折率の高い HIVAC-F-4(屈折率: 1.5550) の二種類のシリコンオイルを用いて室温 $25^\circ C$ で屈折率が同じになるような混合オイル (屈折率: 1.514) を作製する。試験体の調整後, レーザー光の出力

表-3 実験結果

No.	run.1	run.2	run.3
ポンプ流量 [ml/h]	540	1776	2310
間隙率	0.419	0.419	0.328
平均流速 [mm/s]	0.043	0.077	0.076
レイノルズ数	0.015	0.026	0.026

調整を行う。ポンプで作られた流れをチューブによって上から試験体に流し込むが, チューブの出口付近に流れが集中してしまわないように, 目の細かい網を用いて定常な流れを試験体に送り出す。装置の調整が終わったらカメラを地面に対して水平に設置しピントを合わせ, シャープカットフィルターを設置する。その後, 実験に関係のない光が入らないように室内を暗室にして $1s$ 間隔で約 100 枚の画像を撮影する。

(4) 実験結果

今回, 3つの実験条件で流速分布の測定実験を行った。それぞれの実験条件および結果を表 3 に示す。間隙流速については, PIV 法で計測された流速の鉛直下向き成分を取り出し, 各速度の出現頻度のヒストグラムを作成した。得られた流速分布図を図 2, 図 3, 図 4 に示す。縦軸は全計測個数で割って, 足し合わせると 1 になるようにした。流速分布図は, 本来はなめらかな図を描くはずのところ, 本実験においては鋸刃状になっている。これはピークロッキング現象⁷⁾と呼ばれ, PIV 解析においてトレーサー粒子の真の移動量が線形とならず, 整数移動量に偏るようにバイアスする現象である。バイアス誤差は粒子像径に依存するが, 本研究ではこれを改善する手段を提案するまでは至っていない。このようにいずれのケースにおいても, 流速が大きくなるとその出現回数は徐々に減少していく。これは MRI による計測結果⁸⁾, NMR による計測結果⁹⁾, また本研究と類似の手法での 3次元計測¹⁰⁾においても同様な傾向を示している。図 2, 図 3 を見ると, 流速が高くなると直線的に出現が減っていることがわかる。片対数表示であるので, これは指数関数的に出現頻度が低くなっていることを意味する。一方, 図 4 においてはカーブした減衰を示している。このことは run.3 では流量が大きいため全体的に流速が早くなっており, 図 2, 図 3 を横方向に縮小した形になっていると考えることができる。実際, 図 2, 図 3 の 2 ケースにおいて, グラフの右端で直線からずれ始めており, もっと早い成分を検出できていたとしたら, グラフは図 4 のようにカーブする可能性もあると思われる。以上の計測結果をもとに, 次の節で待ち時間関数を推定する。

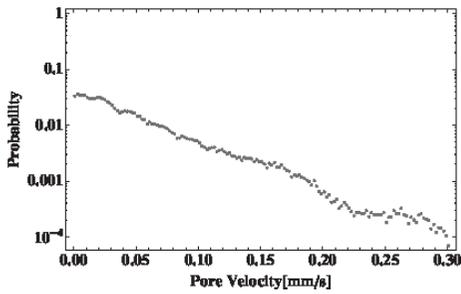


図-2 run.1

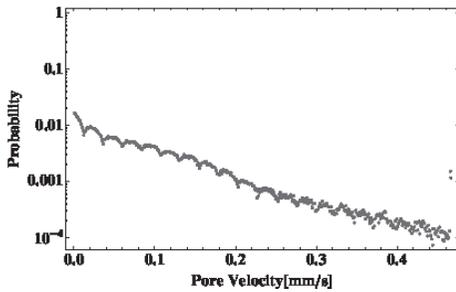


図-3 run.2

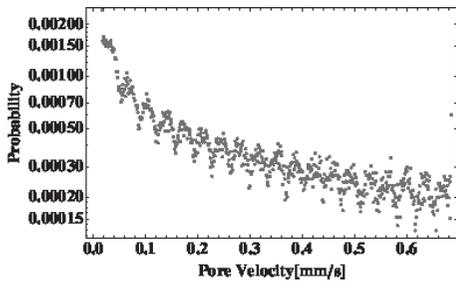


図-4 run.3

4. CTRW パラメータ推定

Le Borgne ら¹¹⁾は、2つの \sin 関数を用いて多孔質媒体の間隙を再現しシミュレーションを行い、間隙流速の分布を調べて各ステップの待ち時間同士が相関を持つよう、新たな待ち時間関数へと改良することを提案した。De Anna ら¹²⁾は、球状媒体を用いて二次元面上で多孔質媒体を再現し、一定の圧力勾配の下でナビエ・ストークス方程式に従う流れをシミュレーションし、そのラグランジュ流速分布から待ち時間関数のパラメータ推定を行った。また、流速の時間・空間相関も算出し、correlated CTRW という新しい名前の待ち時間関数を提案するに至った。さらに Berkowitz ら³⁾は、二次元面で相関がそれぞれ異なるランダムな透水係数場を 2 種類作成し、そ

の破過曲線から、待ち時間関数のパラメータ値を推定している。いずれにしても、先行研究で共通していた点は、多孔質の間隙を流れる流速は、得られた間隙流速分布からまったくランダムに選ばれてくるのではなく、早く流れてきた部分は次の瞬間も早く進み、遅い場合は次の瞬間も遅い、という具合に、相互に関係した値をとるようにすることが重要であった。このことが我々が LAT-PIV 実験で目視した結果とも合致している。これらの先行研究をもとに、今回我々は、実験で求めた間隙流速を流線に書き直し、その上で待ち時間を求めることとした。LAT-PIV 手法によって撮影した連続画像から、トレーサー粒子の流れが観測しやすい代表的な間隙に着目し、それぞれの位置での流れに沿って流線をとる。流線は、 20×20 pixel のグリッドを 10 グリッド分進むものを考える。流れが遅い間隙と流れが速い間隙がそれぞれ存在するが、流線はそのそれぞれから万遍なく、計 10 点ほど取得することとする。1 グリッド進むのにかかる時間を算出し、そこから 1 本の流線を進むのにかかる合計時間を算出する。約 10 本の流線すべてでこの処理を行い、約 100 枚の連続画像で同様にこの処理を繰り返し、かかった時間を粒子の待ち時間として、そのヒストグラムを作成する。ヒストグラムの刻み幅は実験条件ごとに適切な値を設定する。得られた待ち時間の分布を式 (2)、式 (4) の関数でフィッティングし、そのパラメータを得る。

以上の手順を経て、待ち時間分布の確率密度関数を式 (2) でフィッティングした結果を、それぞれ 図 5、図 6、図 7 に示す。またそこから得られたパラメータを表 4 にまとめて示す。run.1 では、分布データにばらつきが生じた。これは、流線の取り方に問題があったことが原因であると考えられる。間隙の狭い部分では摩擦による影響などでガラス粒子壁面付近の流速は小さくなる傾向があるため、流線の選び方によってはべき分布からはずれるようなばらつきをもつ流速をとってしまう可能性がある。

また、式 (4) の x を t_1 というパラメータで割ることでスケーリングしたモデルを用いて同様に分布をフィッティングした結果を図 8、図 9、図 10 に、そこから得られたパラメータを表 5 に示す。3 つの実験条件全てにおいて、式 (4) のモデルのほうがより良いフィッティング結果を示した。今回の実験の範囲で得られた待ち時間は、オリジナルの Berkowitz らの関数でも、超ガンマ分布でも、ある程度の精度で当てはまっていることがわかった。ただし、超ガンマ分布のほうが、カットオフの概念を必要としないことに加えフィッティング結果が若干良好であった。超ガンマ分布は、ランジュバン方程式と呼ばれる確率モデルに、ある種のフィードバックの効果を導入すると得られる⁵⁾ことがわかっている。今後、超

ガンマ分布のそれぞれのパラメータと実現象との関連性について、調べていく必要がある。

表-4 CTRW パラメータ (式 (2))

パラメータ	run.1	run.2	run.3
N	0.07	0.20	0.30
β	1.50	1.30	0.47
$\log_{10} t_1$	4.17	3.52	2.05
$\log_{10} t_2$	2.70	1.82	4.00

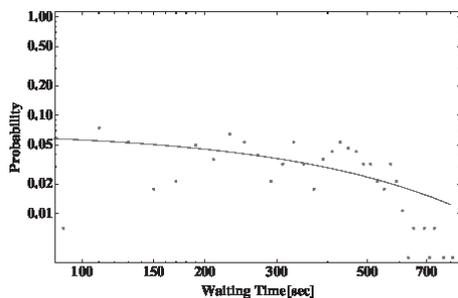


図-5 run.1

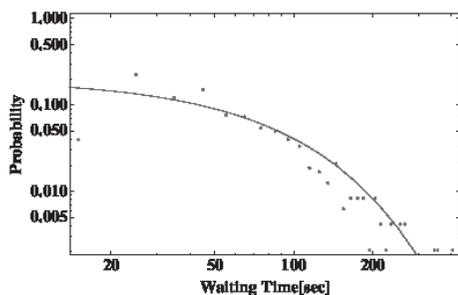


図-6 run.2

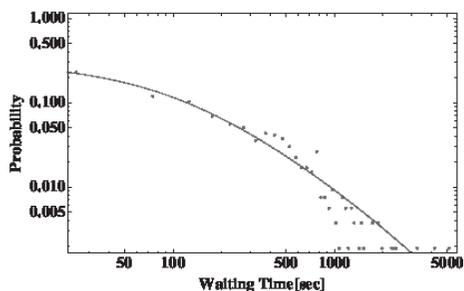


図-7 run.3

表-5 CTRW パラメータ (式 (4))

パラメータ	run.1	run.2	run.3
α	0.88	1.02	0.48
β	0.35	0.29	0.37
ν	3.67	1.61	0.53
t_1	21.5	11.3	26.0

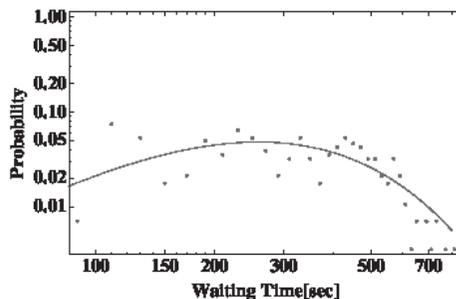


図-8 run.1

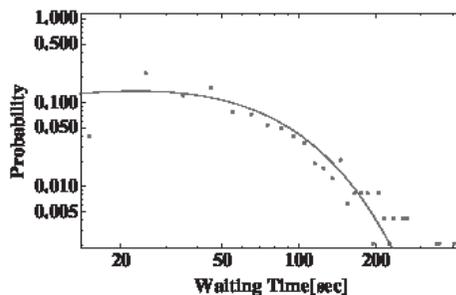


図-9 run.2

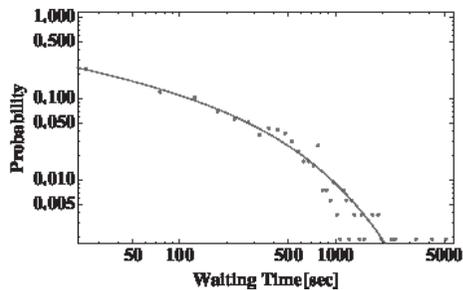


図-10 run.3

5. 結論

本研究では、球形の媒体を用いて多孔質媒体内を可視化し、間隙流速分布を測定した。また、測定された間隙

流速分布の座標データを用いて流線を考え、その流線を通るのにかかる時間を待ち時間とし、その分布を得る手法を提案した。実験から得られた待ち時間分布に対し、2種類の確率密度関数を用いてフィッティングを行ったところ、Berkowitzらの関数形も、超ガンマ分布も、両者ともに良好にフィットすることを示した。ただし、超ガンマ分布のほうが、カットオフの概念を必要としないことに加え、フィッティングの結果が若干良好であった。Berkowitzらの待ち時間関数も超ガンマ関数も、基本はランジュバン方程式であり、両者の違いは (i) カットオフの有無、および (ii) フィードバック効果の有無である。今後は correlated CTRW との関連を考えつつ、適切な待ち時間関数の推定を行う予定である。

謝辞: 本研究を遂行するにあたり、LAT-PIV 実験に関して長期にわたり実験機材、実験室を共同利用させて頂いた松島研究室の皆様大変感謝しております。

参考文献

- 1) 北原和夫, 非平衡系の統計力学 (1997), 岩波書店
- 2) Sokolov, I. M., Klafter, J. and Blumen, A.: Fractional kinetics, *Physics Today* (2012), pp.48-54
- 3) Brian Berkowitz, *et al.*, Anomalous transport in correlated velocity fields, *PHYSICAL REVIEW* (2010), **E 81**.
- 4) E. Suzuki, Hyper Gamma Distribution and Its Fitting to Rainfall Data, *Pap Meteor Geophys*(1964), **15**, pp.31-51
- 5) H. Konno and P.S. Lomdahl, Stochastic Processes

- Having Fractional Order Nonlinearity Associated with Hyper Gamma Distribution, *Journal of the Physical Society of Japan* (2004), **73**, 3, pp. 573
- 6) 竿本英貴, 粒子-流体系に関する可視化実験と数値解析, 筑波大学大学院システム情報工学研究科博士論文, 2004.
 - 7) 可視化情報学会, PIV ハンドブック (2002), 森北出版株式会社
 - 8) Yi-Qiao Song, Magnetic Resonance of Porous Media (MRPM): A perspective, *Journal of Magnetic Resonance* 229 (2013) pp. 12-24.
 - 9) Sarah A. Creber, Thomas R. R. Pintelon, Michael L. Johns, Quantification of the velocity acceleration factor for colloidal transport in porous media using NMR, *Journal of Colloid and Interface Science* 339 (2009) pp. 168-174.
 - 10) Alice Y. L. Huang, Michelle Y. F. Huang, Herve Capart, Rong-Her Chen, Optical measurements of pore geometry and fluid velocity in a bed of irregularly packed spheres, *Exp Fluids* (2008) vol. 45 (2) pp. 309-321.
 - 11) T. Le Borgne, D. Bolster, M. Dentz, P. de Anna, and A. Tartakovsky, Effective pore-scale dispersion upscaling with a correlated continuous time random walk approach, *Water Resources Research* (2011), **47**, 12
 - 12) Pietro de Anna, Tanguy Le Borgne, Marco Dentz, Alexandre M. Tartakovsky, Diogo Bolster, and Philippe Davy, Flow Intermittency, Dispersion, and Correlated Continuous Time Random Walks in Porous Media, *Phys. Rev. Lett*(2013), **110**

(2013. 7. 19 受付)

Estimation of the parameters of CTRW model by means of LAT-PIV pore-velocity measurement

Itsuki ARAYA, Hidetaka SAOMOTO, Yuko HATANNO, Takashi MATSUSHIMA

Recently, the CTRW (Continuous-Time Random Walk) model has been acknowledged that it can reproduce the behavior of substances in the groundwater. However, the CTRW model has a problem that the parameters in the model cannot be fixed a priori. In the present study, we propose a method that can estimate the most crucial parameter, alpha, in the CTRW model with the aid of LAT-PIV method. With this method, we can visualize the internal structure of porous media. We packed the glass beads into an acrylic-resin container and filled it with silicone oil, tracer particles dispersed. Laser-sheet light is projected in the box from the side in order to glow the tracers. With a CCD camera, we obtain successive images of the tracers. Then a histogram of velocities is generated. To estimate the model parameter of CTRW, we have to convert the velocity histograms into the waiting-time distribution. We conducted a Monte Carlo simulation; we choose values of the velocity randomly within the range of measurement. Then we sum up these values until the total displacement reaches at the pore length. The numbers summed up can be regarded as the waiting time. By repeating this process we obtained the distribution of the waiting time. As a result, we found that the waiting-time distribution follows the power law that is assumed in the CTRW model. We obtained values of beta of the model, which are in the range of 0.4 ~ 1.5. We also found that the anomaly of the diffusion is stronger in a medium packed with irregular particles than a sphere-packed medium.