

# 一次元移流分散方程式に基づく 地下浸透処理プロセスの数値解析モデルの構築

宇都宮夢人<sup>1</sup>・平山修久<sup>2</sup>・伊藤禎彦<sup>3</sup>

<sup>1</sup>非会員 京都大学工学部（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂Cクラスター）  
E-mail:utsunomiya@urban.env.kyoto-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 国立環境研究所 主任研究員（〒305-8506 茨城県つくば市小野川16-2）  
E-mail:hirayama.nagahisa@nies.go.jp

<sup>3</sup>正会員 京都大学大学院工学研究科 教授（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂Cクラスター）  
E-mail:itoh@urban.env.kyoto-u.ac.jp

本研究では、地下浸透処理プロセスにおける確率論的水質リスク評価が可能となる移流分散の差分方程式に基づく数値解析モデルを構築することを目的とした。具体的には、ラボスケールでの地下浸透処理プロセスに対して、DOCを対象物質とした数値解析モデルを構築した。次に、構築した地下浸透処理プロセスの数値解析モデルをパイロットスケールへ適用し、数値解析シミュレーションを行った。その結果、数値解析モデルパラメータのうち、分配係数ならびに減衰定数の推定が、実装システムの数値解析結果の精度に大きく影響していることを示した。また、ラボスケール、パイロットスケールに対する数値解析シミュレーションにより、本研究で構築した地下浸透処理プロセスの数値解析モデルはスケーラビリティを有していることを示した。

**Key Words :** Numerical Modeling, Soil Aquifer Treatment, One-Dimensional Convection-Diffusion Equation, Water Reclamation and Reuse, Lab-scale and Pilot-scale

## 1. はじめに

世界では、人口の急激な増加と社会の発展に伴い、多くの国で水不足の問題が顕在化してきている。また、人为的な水の汚染の増加や気候変動に伴う降雨量の時間的変動、それらに伴う水質変動に対する不確実性の増大が予想されている。このような状況下においても、水道事業体は安全・安心・安定な水の供給を行うことが求められている。

水道工学分野において、これまでにも、これらの水道事業のミッションを実現するための個々の技術開発はなされてきている。米国などで適用されている地下浸透処理<sup>1)</sup>もそのひとつであり、慢性的な水不足地域において検討、導入が進められてきている。ここで地下浸透処理とは、汚水を地盤表層に放流し、地盤に生息する微生物による生物分解や土粒子への吸着による浄化作用を利用した水処理のことと言っている。

今後、世界で起こりうる将来の量的、質的な不確実性に対応する1つの方法として、従前の下水処理、浄水処理に加えて地下浸透処理を含めた高度リスク管理型の水循

環システムの導入が考えられている。具体的には、下水処理水を地盤表層に放流し、地下浸透処理後の水を新たな取水地として地下水から取水する。さらに、その水を上水処理することで、水供給を行うシステムのことである。このような既往のシステムにとらわれない、かつ、高度リスク管理型のシステムの実装においては、決定論的リスク評価のみならず、処理プロセスで発生し得るあらゆる事象を考慮し、その発生頻度と発生時の影響を水質リスクとして定量評価する確率論的リスク評価のアプローチが、このシステムにおけるリスク評価・管理においては必要である。また、このようなシステムを導入するためには、水質リスク評価、エネルギー消費量、費用対効果などの観点から検討することが必要不可欠となる。つまり、下水処理、地下浸透処理、浄水処理による水循環システムに対する数値解析モデルを用いた実装シナリオの検討が求められる。

以上のことから、本研究では、水循環システム導入に向けて実装シナリオ検討に向けた、一次元移流分散方程式に基づく地下浸透処理プロセスの数値解析モデルを構築することを目的とする。

## 2. 地下浸透処理における数値解析モデルの構築

### (1) 地下浸透処理における一次元移流分散方程式<sup>2)</sup>

水中の物質濃度 $C$ の一次元輸送モデルを構築する場合、一般的には移流と分散を考慮した、輸送距離 $x$ 、時間 $t$ に関する $\lambda C = 0$ における式(1)の一次元移流分散方程式によりモデルを構築している。しかしながら、地下浸透処理では、物質が地盤中を移動する際に微生物分解、他の物質との化学反応などにより物質濃度 $C$ が減衰する。その内、微生物分解は物質濃度 $C$ に生物分解速度が比例するので、式(2)が与えられる。なので、微生物分解も含めた物質濃度の減衰を表現するために、反応項 $\lambda C$ を組み込んでいる。減衰定数 $\lambda$ は任意の比例定数である。また、間隙流速 $u$ は地盤中を移動する水の流速であり、ダルシーフロー $u_r$ 、断面積 $A$ 、そして有効間隙率 $\Phi_e$ から式(3)で与えられる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{D}{R_d} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{u}{R_d} \frac{\partial c}{\partial x} - \lambda c \quad \text{式(1)}$$

$$\frac{dc}{dt} = -\lambda C \quad \text{式(2)}$$

$$u = \frac{u_r}{A \Phi_e} \quad \text{式(3)}$$

遅延係数 $R_d$ は物質が土粒子へ吸着することで生じる遅延を表す係数である。物質濃度が平衡状態にあり、与えられた時間内に帶水層体積中の質量が一定と仮定すると、溶解相から吸着相への遅延係数 $R_d$ は乾燥密度 $\rho_d$ 、有効間隙率 $\Phi_e$ 、分配係数 $K_d$ から以下の式(4)で与えられる。物質が土粒子に吸着しない場合は、分配係数 $K_d = 0$ となり、遅延係数 $R_d = 1$ となる。物質が吸着しやすい物質であるほど、分配係数 $K_d$ が大きくなり、遅延係数 $R_d$ も大きくなる。式(1)からわかるように、遅延係数 $R_d$ に反比例して右辺第1項の分散項と右辺第2項の移流項が小さくなり、遅延係数 $R_d$ が大きくなるほど物質輸送が遅延することが示されている。

$$R_d = 1 + \frac{(1 - \Phi_e) \rho_d K_d}{\Phi_e} \quad \text{式(4)}$$

### (2) 一次元移流分散方程式の差分化

一次元移流分散方程式は、境界条件と初期条件を与えることによって、理論的な解である厳密解を導くことができる。しかしながら、現実の地盤構造や複雑な境界条件、初期条件を解くためには、数値解析モデルによる数値解析を行う必要がある。そのため、ここでは、一次元

移流分散方程式を差分化することにより、地下浸透処理における数値解析モデルを構築する。

まず、物質濃度 $C$ を輸送距離 $x$ 、時間 $t$ に対して2次の項までテイラー展開する。

$$\begin{aligned} c(x, t - \Delta t) &= c(x, t) - \Delta t \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} \\ c(x - \Delta x, t) &= c(x, t) - \Delta x \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \end{aligned} \quad \text{式(5)}$$

式(5)を1階微分について解くと後退差分式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} &= \frac{c(x, t) - c(x, t - \Delta t)}{\Delta t} + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} \\ \frac{\partial c}{\partial x} &= \frac{c(x, t) - c(x - \Delta x, t)}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \end{aligned} \quad \text{式(6)}$$

また、2階微分の項についても後退差分式を導出する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} &= \frac{c(x, t) - 2c(x, t - \Delta t) + c(x, t - 2\Delta t)}{\Delta t^2} \\ \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} &= \frac{c(x, t) - 2c(x - \Delta x, t) + c(x - 2\Delta x, t)}{\Delta x^2} \end{aligned} \quad \text{式(7)}$$

式(6)、式(7)を式(1)に代入し、 $C(x, t)$ について解くことで、地下浸透処理プロセスの差分方程式を得る。

$$\begin{aligned} c(x, t) &= \left( \left( \frac{D}{R_d} - \frac{u \Delta x}{2 R_d} \right) \frac{c(x - 2\Delta x, t) - 2c(x - \Delta x, t)}{\Delta x^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{u}{R_d \Delta x} c(x - \Delta x, t) + \frac{4c(x, t - \Delta t) - c(x, t - 2\Delta t)}{2\Delta t} \right) / \text{式(8)} \\ &\quad \left( \frac{3}{2\Delta t} - \frac{1}{\Delta x^2 R_d} \left( D - \frac{u \Delta x}{2} \right) + \frac{u}{R_d \Delta x} + \lambda \right) \end{aligned}$$

本研究では、式(8)の差分方程式を基本モデルとして、地下浸透処理プロセスの数値解析モデルを構築することとする。

### (3) 数値解析モデルの構築手法

ここでは、式(8)の差分方程式に基づき、地下浸透処理プロセスの流入濃度から流出濃度を推測する数値解析モデルを構築する。まず、地下浸透処理の輸送距離 $x$ を格子幅 $\Delta x$ 、時間 $t$ を格子幅 $\Delta t$ に $nx$ 、 $nt$ 等分する。なお、 $nx$ 、 $nt$ は任意の定数である。つまり、地下浸透処理プロセスを

$$\begin{aligned}
 C(0, 0) &= 0 \\
 C(x, 0) &= 0 \\
 C(0, t) &= C_{in} \\
 C(-\Delta x, 0) &= C(x, 0) \\
 C(0, -\Delta t) &= C(0, t)
 \end{aligned} \tag{9}$$

浸透方向に $\Delta x$ 、時間の格子幅 $\Delta t$ ごとに各メッシュにおける対象物質濃度 $C(x, t)$ を解析する。ここでは、土層の長さ $L$ における地下浸透処理プロセスを考え、その後、初期条件ならびに境界条件は以下の式(9)のように設定した。なお、 $C_{in}$ は地下浸透処理に対する対象物質の流入濃度である。そして、初期条件および境界条件下におけるモデルパラメータを推定する。差分方程式により、移流分散問題を扱う場合には、数値分散が発生しうる点に留意することが必要である。したがって、数値分散を発生することなく、数値解析解を計算するためには、差分方程式における $\Delta x$ を式(10)のモデル適用条件を満たすように決定することが求められる。

$$Pe = \frac{u\Delta x}{D} > 1.0 \tag{10}$$

$\Delta x$ を設定した後、初期条件および境界条件から $C(x, t)$ を算出する。次に、 $t$ における物質濃度を浸透方向に $+\Delta x$ ごとに算出する。 $x = 0$ から $x = L$ まで算出した後、 $t + \Delta t$ 秒後の物質濃度を再度浸透方向に算出する。これの繰り返し計算を行うことで、地下浸透処理プロセスの数値解析結果を得ることができる。

### 3. ラボスケール実験結果に基づく地下浸透処理プロセス数値解析モデルの構築

#### (1) ラボスケール実験の概要

ここでは、ラボスケール実験の測定結果を用いて、地下浸透処理プロセスの数値解析モデルパラメータを推定する手法を導出する。

ラボスケールは、直径7.5 cm、土の長さ110 cm、流速0.9 mL/minで砂地盤の飽和カラムで行っている。図-1にラボスケールで用いるカラムを示す。カラムは、超純水で満たしたカラムに砂を入れ、110 cmの土層を形成した後、鳥羽水環境保全センターのA<sub>2</sub>O処理水を0.9 mL/minで流入する。ここでは、DOC、PFCs、DBPs等を対象物質として、その流入濃度 $C_{in}$ および流出濃度 $C_{out}$ を1週間ごとに時系列データとして測定している。対象物質の選定では、モデルパラメータ推定および水質リスク評価を精度良く求めるため、本研究では、まず、データ数が多く、地下浸透処理のカラムで除去されていると推定される

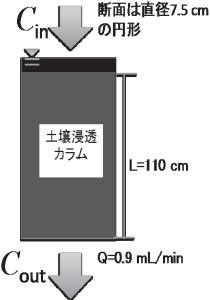


図-1 ラボスケール実験概要

DOCの実験結果からモデルパラメータを推定する。また、DOCの除去は主に生物分解によって行われると指摘されている<sup>3)</sup>ことから、反応項の減衰係数 $\lambda$ は、生物分解によるものと考えられる。

#### (2) 数値解析モデルパラメータの推定手法

##### a) 一次元移流分散方程式のモデルパラメータ

地下浸透処理の数値解析モデル精度に重要な要素であるのが、モデルパラメータの設定である。一次元移流分散方程式では、流入濃度 $C_{in}$ 、分散係数 $D$ 、遅延係数 $R_d$ 、間隙流速 $u$ 、減衰定数 $\lambda$ 等のモデルパラメータがある。また、遅延係数 $R_d$ は式(4)で表現されることから、分配係数 $K_d$ 、乾燥密度 $\rho_d$ 、有効間隙率 $\Phi_e$ 、についてもモデルパラメータとなる。モデルパラメータの中には測定可能なもののや、地下浸透処理の系によっては測定困難なものもあり、推定しているものもある。例えば、分散係数 $D$ と有効間隙率 $\Phi_e$ はトレーサー試験結果を用いてモデルパラメータが推定されている<sup>4), 5)</sup>。非吸着トレーサー試験の場合、遅延係数 $R_d = 1$ とみなすことができるので、一次元移流分散方程式の厳密解を用いて、最小二乗法により求められている。また、分散係数 $D$ はNeumanの経験式を用いて推定する方法もある<sup>6)</sup>。遅延係数 $R_d$ は、対象物質に対して実験結果から最小二乗法により推定されているものや、分配係数 $K_d$ 、乾燥密度 $\rho_d$ 、有効間隙率 $\Phi_e$ を推定した結果から推定する手法がある。分配係数 $K_d$ は、土の種類や対象物質ごとに変化するので、実験により $K_d = f_{oc} * K_{oc}$ を用いて推定できる。乾燥密度 $\rho_d$ は、文献値がなく実際の地盤からボーリング試験等により求める方法や仮想地盤を想定し、重力の影響を考慮してより下層であるほど、大きくなるように現実的な範囲で推定している研究もある<sup>7)</sup>。有効間隙率 $\Phi_e$ は、実際に水が流れることができる土の間隙の割合を表すが、実験で測定することは困難なため、上述したトレーサー試験により推定する方法や文献値から推定するものがある。他のモデルパラメータである流入濃度 $C_{in}$ 、ダルシ一流速 $u$ 、土層の厚さ $L$ は実験から推定できるものである。また、流入濃度 $C_{in}$ は実験における測定値を用い、測定値

間の流入濃度  $C_{in}$  は定常であると仮定した。

### b) 分散係数 $D$ と有効間隙率 $\Phi_e$ の推定手法

分散係数  $D$  の推定については、トレーサー試験の測定結果を用いる方法や経験式を用いる方法などがある。

ラボスケールのトレーサー試験は、一般に臭化カリウム KBr を用いて行われている。臭素イオンの流入・流出濃度の測定結果を用いて、モデルパラメータである分散係数  $D$  と有効間隙率  $\Phi_e$  を推定する。一次元移流分散方程式を、定常流れ場及び上流側境界溶質濃度が一定という条件下で解くと、上流側境界線からの下流端面までの輸送距離  $x$ 、時間  $t$  として式(11)で表される。

$$Ce(t) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \frac{R_d x - ut}{2(DR_d t)^{\frac{1}{2}}} \right] + \frac{1}{2} \exp \left[ \frac{ut}{D} \right] \operatorname{erfc} \left[ \frac{R_d x + ut}{2(DR_d t)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad \text{式(11)}$$

これに、トレーサー試験より得られた測定濃度と時間を入力し、最小二乗法により分散係数  $D$  と有効間隙率  $\Phi_e$  を求めた<sup>4)</sup>。地下水理学の分野では、臭素イオンは非吸着物質として扱われているので、ここでは、遅延係数  $R_d = 1.0$  として推定した。その結果、 $D = 6.5 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{min}$ ,  $\Phi_e = 0.47$  を得られた。

しかしながら、トレーサー試験の実施できない、あるいは、その実施が困難な場合がある。そのような状況下では、分散係数  $D$  は Neuman の経験式より推定することが知られている<sup>6)</sup>。なお、実流速が生じる流れ場の場合には、分散に比べて拡散がきわめて小さいため拡散現象は無視している。Neuman の経験式を次式に示す。

$$D = u 0.0175 L^{1.46} (\text{m}) \quad \text{式(12)}$$

ここでは、トレーサー試験を実施したカラムの諸元が  $u = 1.1 \times 10^{-2} \text{ cm}/\text{min}$ ,  $L = 110 \text{ cm}$  であることから、 $D = 2.9 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{min}$  を得られた。しかしながら、Neuman の経験式からは分散係数  $D$  のみの推定となる。したがって、有効間隙率  $\Phi_e$  は、別途設定することが必要となる。間隙率とは土全体の体積に対する間隙の割合である。また、地盤内部の間隙には空気や水が移流し得ない部分があるため、この間隙のうち、その部分を差し引いた水が動ける間隙のみの割合が有効間隙率である。しかしながら、実際に有効間隙率を測定することは困難であるため、ここでは、表-1 に示す有効間隙率を推定値として用いる。ここで用いたカラムは、砂であることから、砂の有効間隙率である 30%~40% の中央値である 35% を有効間隙率 0.35 として用いることにした。

### c) 分配係数 $K_d$ と減衰定数 $\lambda$ の推定手法

分配係数  $K_d$  は、固相部分に吸着している物質濃度  $C_s$  と土中の間隙を流れる液相部分の物質濃度  $C$  が平衡にな

表-1 土の種類と有効間隙率  $\Phi_e(\%)$ <sup>8)</sup>

粘土	シルト	砂	礫	粗礫
10以下	10~30	30~40	25~35	25以下

ったときの比例定数である。この定数は、対象物質および土の種類により変化することから、正確な値を得るために、対象物質および土の種類毎に測定しなければならない。また、減衰定数  $\lambda$  の検討はされているものの、本研究で対象とする物質に対する減衰定数  $\lambda$  はほとんど報告されていない。したがって、分配係数  $K_d$  と減衰定数  $\lambda$  はラボスケール実験の測定結果より推定する。分配係数  $K_d$  と減衰定数  $\lambda$  以外の各モデルパラメータを推定し、分配係数  $K_d$  と減衰定数  $\lambda$  のみを変動させ、誤差最小法により数値解析結果と実験結果の誤差が最小となる時のこれらの値を用いてモデル構築する方法がある。分散係数  $D$  と有効間隙率  $\Phi_e$  はトレーサー試験の測定結果による推定値を用いた。さらに、流出濃度は正規分布に従うものと仮定し、実験の結果で得られた測定結果のうち 95% 信頼区間にあるものだけを用いることとした。その結果、 $K_d = 0.9 \text{ mL/g}$ ,  $\lambda = 5.9 \times 10^{-5} / \text{min}$  を得られた。また、誤差最小法ではなく、最小二乗法により誤差の二乗和が最小となる時の値をモデルパラメータとして用いる方法もある。その方法を用いた結果、 $K_d = 0.9 \text{ mL/g}$ ,  $\lambda = 5.8 \times 10^{-5} / \text{min}$  を得られた。

### (3) モデルパラメータの感度分析

ここでは、モデルのモデルパラメータの変化が、モデルの解析結果にどの程度の影響を与えるかを明らかすることを目的として、モデルパラメータの感度分析を行う。モデルパラメータはラボスケール実験の測定結果より推定されたものを用いることとし、感度分析の対象とするモデルパラメータのみを変化させて行う。

まず、分配係数  $K_d$  の変化に対する乾燥密度  $\rho_d$  の感度分析を行った。図-2、図-3 にこれらの結果を示す。 $K_d = 1.0$  をみると、乾燥密度  $\rho_d$  が  $0.2 \text{ g/cm}^3$  大きくなるごとに

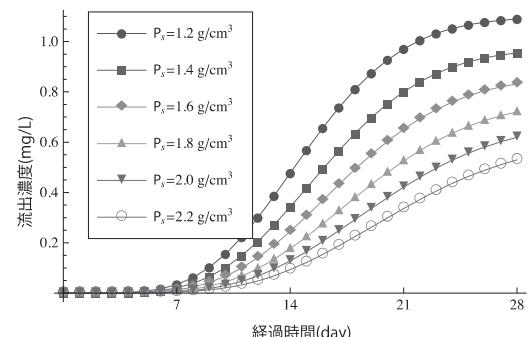


図-2  $K_d = 1.0$  における乾燥密度による  
数値解析モデルの応答結果

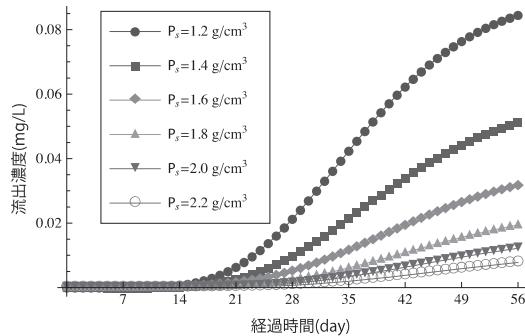


図-3  $K_d = 5.0$  における乾燥密度による数値解析モデルの応答結果

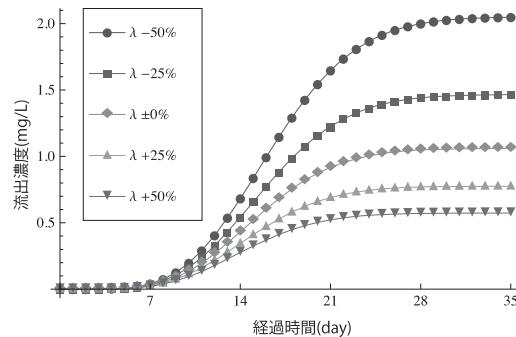


図-4 生物分解定数λによる数値解析モデルの応答結果

流出濃度が  $0.1 \text{ mg/L}$  程度小さくなることがわかる。一方、 $K_d = 5.0$  では、濃度変化が小さくなっている。最も濃度変化が大きい  $1.2 \text{ g/cm}^3 \sim 1.4 \text{ g/cm}^3$  の間においても  $0.03 \text{ mg/L}$  程度しか変化していない。このことから、分配係数  $K_d$  が小さく、乾燥密度  $\rho_d$  も小さい場合は、分配係数  $K_d$  と乾燥密度  $\rho_d$  の影響が大きくなることがある。これは、分配係数  $K_d$  と乾燥密度  $\rho_d$  が大きくなるにつれて、流出濃度が定常に達する時間が長くなり、その間に反応項の影響を受けることで流出濃度が小さくなるため、流出濃度変化が小さくなると考えられる。一方、分配係数  $K_d$  の変化に対する数値解析モデルの解析結果への影響は、大きいといえる。このことから、分配係数  $K_d$  の推定については、十分留意し、解析対象ごとに検証することが必要であるといえよう。

次に減衰定数  $\lambda$  の感度分析を行なった。ここでは、ラボスケール実験の測定結果から推定された  $\lambda$  の-50%～+50%の範囲で感度分析を行なった。図-4 に結果を示す。減衰定数  $\lambda$  が大きくなると、流出濃度の変化は小さくなっている。つまり、減衰定数  $\lambda$  が大きくなると生物分解が大きく作用することで、流出濃度が小さくなり、減衰速度が減少するといえよう。また、減衰定数  $\lambda$  が小さくなると、生物分解の影響が小さくなり、流出濃度の変動が大きくなっている。以上のことから、反応項は、減衰

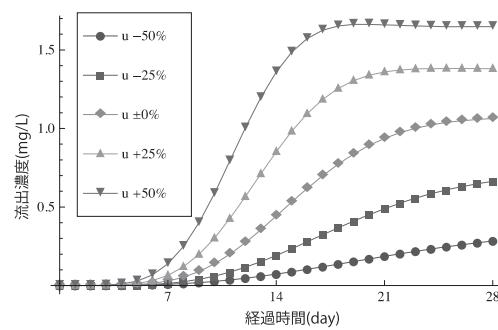


図-5 間隙流速  $u$  による数値解析モデルの応答結果

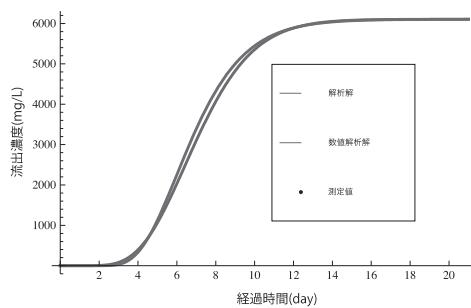


図-6 トレーサー実験での数値解析結果

定数が小さい場合や流出濃度が大きい場合には、数値解析結果の変動に大きく影響すると考えられる。したがって、流入濃度が大きい対象物質や反応項が小さいものに対しては減衰定数の推定における不確実性を考慮する必要があるといえよう。

次に、間隙流速  $u$  の感度分析結果を示す。トレーサー試験の測定結果を用いて推定したモデルパラメータから構築した数値解析モデルに対して、ラボスケール実験で推定した流速を-50%～+50%の範囲で感度分析を行なった。感度分析結果を図-5 に示す。間隙流速  $u$  が大きくなるにつれて、流出濃度が定常に到達する時間が短くなり、流出濃度が大きくなっていることがわかる。また、間隙流速  $u$  は 25% の変化に対して大きいところでは  $0.5 \text{ mg/L}$  变化している。そのため、流量が一定でない場合、流速をどのように設定するかについては、十分考慮する必要があるといえよう。

#### (4) トレーサー試験による数値解析モデル応答

トレーサー試験は、本数値解析モデルにおいては推定値を求めるだけでなく、数値解析モデルと解析解を比較し、数値解析モデルの応答性を評価する上でも重要な試験である。ここでは、トレーサー試験の測定結果を用いて、モデルパラメータを推定し、数値解析を行なった。図-6 にトレーサー実験に対する数学モデルの厳密解と数値解析モデルによる数値解析解を示す。これより、トレーサー試験の測定結果より推定したモデルパラメータ

を用いて構築した数値解析モデルによる数値解析結果は、理論的な厳密解を表現できているといえる。つまり、ラボスケール実験の数値解析モデルとしては適用できるモデルを構築できているといえる。

### (5) ラボスケール実験の測定値を用いた数値解析結果および考察

ここでは、対象物質 DOC に対する地下浸透処理プロセスにおける数値解析モデルを構築し、数値解析を行った。流入濃度は実験の測定値を用い、測定時間の時間は濃度変化がないと仮定した。図-7 に用いた流入濃度の経時変化を示す。また、表-2 に推定したモデルパラメータを示す。Model-1, Model-2 はトレーサー試験の測定結果から分散係数  $D$  と有効間隙率  $\Phi_e$  を推定しており、Model-1 は誤差最小法により分配係数  $K_d$  と生物分解定数  $\lambda$  を推定している。一方、Model-2 は最小二乗法により推定している。Model-3 は Neuman の経験式により分散係数  $D$  と有効間隙率  $\Phi_e$  を推定しており、誤差最小法により分配係数  $K_d$  と生物分解定数  $\lambda$  を推定している。そのうえで、これらのモデルパラメータを用いた数値解析モデルによる数値解析実験を行なった。その結果、得られた流出濃度の経時変化を図-8 に示す。これらの結果より、いずれのモデルについても濃度変化の傾向については、再現性が示されている。また、図-9 に数値解析解と測定値との散布図を示す。これらの結果より、数値解析モデルが実験の測定値を表現できているといえよう。したがって、個々で示した数値解析モデルおよびモデルパラメータの推定方法はラボスケール実験に対して適用できると考えられる。

表-2 各モデルのモデルパラメータ推定結果

	Model 1	Model 2	Model 3
流量 $Q$ (cm <sup>3</sup> /min)	0.9	0.9	0.9
流速 $u$ (cm/min)	$1.1 \times 10^{-2}$	$1.1 \times 10^{-2}$	$1.5 \times 10^{-2}$
乾燥密度 $\rho_d$ (g/cm <sup>3</sup> )	1.4	1.4	1.4
有効間隙率 $\Phi_e$ (-)	0.47	0.47	0.35
分散係数 $D$ (cm <sup>2</sup> /min)	$6.5 \times 10^{-2}$	$6.5 \times 10^{-2}$	$2.9 \times 10^{-2}$
分配係数 $K_d$ (mL/g)	0.9	0.9	0.7
減衰定数 $\lambda$ (min <sup>-1</sup> )	$5.9 \times 10^{-5}$	$5.8 \times 10^{-5}$	$6.7 \times 10^{-5}$

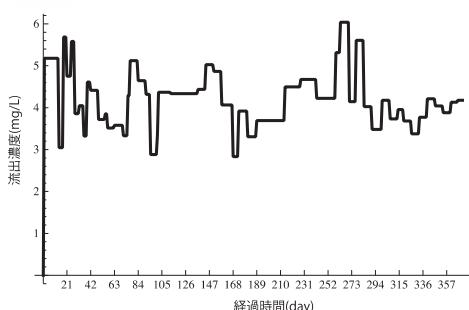


図-7 数値解析モデルにおける流入濃度

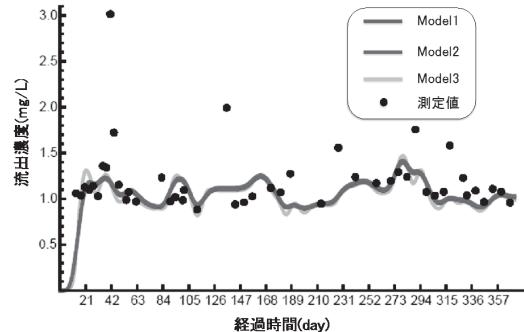


図-8 DOC に対する土壤浸透処理における  
流出濃度の経時変化

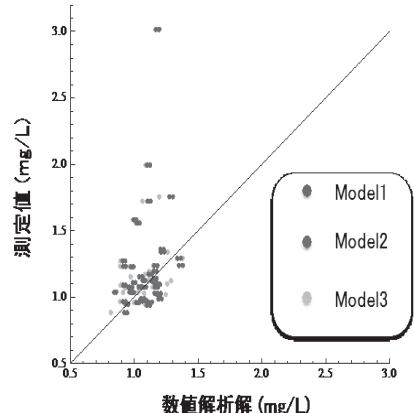


図-9 数値解析解と測定値の比較

また、Neuman の経験式で得られた推定値を用いた数値解析結果においても、十分に測定結果を表現できていると考えられる。以上のことから、トレーサー試験が困難な場合には、Neuman の経験式を用いて推定したモデルにおいても、数値解析モデルとして用いることができるといえよう。

### 3. 地下浸透処理の数値解析モデルのパイロットスケールへの展開

ここでは、構築したモデルをパイロットスケールに適用することを検討する。パイロットスケールへの適用においては、戦略的創造研究推進事業 CREST 「都市地下帯水層を利用した高度リスク管理型水再利用システムの構築」プロジェクトで設置した鳥羽パイロットプラントによる実験結果を用いてモデルパラメータを推定する。そのうえで、構築した地下浸透処理の数値解析モデルが、モデルパラメータの再設定のみで、ラボスケールからパイロットスケールに適用可能であることを検討する。

対象とする鳥羽パイロットプラントのカラムは不飽和

の砂カラムである。なお、不飽和の砂カラムにおいては、不飽和層が飽和層に比べて明らかに小さいことから、飽和カラムと仮定し、数値解析モデルを構築する。鳥羽パイロットプラントの試験条件は、土層が 237 cm、断面は 1.5 m<sup>2</sup> の正方形、流速は 45 mL/min である。

パイロットプラントの作成方法は、はじめに土層を所定の高さまで詰め、1 日でカラム内を A<sub>2</sub>O 処理水で満たす。カラムを A<sub>2</sub>O 処理水で満たされた後、45 mL/min の流速で A<sub>2</sub>O 処理水を流入出し、流量が安定となるように運転を行っている。

### (1) 鳥羽パイロットプラントにおける数値解析モデルパラメータの推定結果

ラボスケール実験結果を用いたモデルパラメータの推定においては、移流分散方程式の厳密解を用いて推定した。しかしながら、鳥羽パイロットプラントで行なったトレーサー試験の結果は厳密解では検証が困難であることから、実験測定結果より推定することにした。つまり、パイロットスケールの数値解析では、カラムの作成方法に従い初期条件として  $C(x, 0) = \text{平均流入濃度}$  とし、ラボスケール実験と同様に、鳥羽パイロット実験の測定結果より減衰定数  $\lambda$ 、分配係数  $K_d$  を推定する。分配係数  $K_d$  と減衰定数  $\lambda$  の推定においては、誤差最小法と最小二乗法によるモデルパラメータ推定結果に相違が見られなかつたことから、ここでは誤差最小法で推定したものとした。鳥羽パイロットプラントに対する推定されたモデルパラメータを表-3 に示す。分散係数  $D$  と有効間隙率  $\phi_e$  は、Model-4 ではトレーサー試験の測定結果から、Model-5 では Neuman の経験式から推定している。これらのモデルパラメータにより構築した数値解析モデルで、DOC 流入濃度の測定結果を用いて数値解析を行った。図-10 に数値解析に用いた流入濃度の測定結果を示す。また、図-11 にパイロットスケールの DOC に対する地下浸透処理プロセスにおける流出濃度の経時変化の推定結果を示す。これから、数値解析解が測定値の傾向を再現できているといえる。

表-3 鳥羽パイロットプラントでの数値解析モデルのモデルパラメータ推定結果

	Model4	Model5
流量 $Q$ (cm <sup>3</sup> /min)	45	45
流速 $u$ (cm/min)	$6.1 \times 10^{-3}$	$5.7 \times 10^{-3}$
乾燥密度 $\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	1.4	1.4
有効間隙率 $\phi_e$ (-)	0.33	0.35
分散係数 $D$ (cm <sup>2</sup> /min)	$2.0 \times 10^{-2}$	$3.5 \times 10^{-2}$
分配係数 $K_d$ (mL/g)	0.9	0.9
減衰定数 $\lambda$ (min <sup>-1</sup> )	$1.3 \times 10^{-5}$	$1.3 \times 10^{-5}$

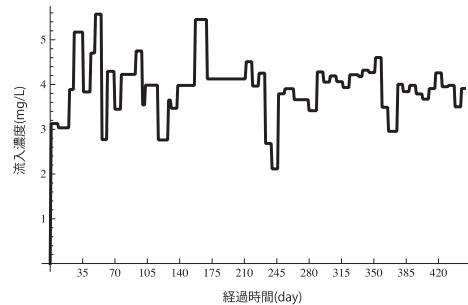


図-10 パイロットプラントでの数値解析に用いた  
DOC 流入濃度の経時変化

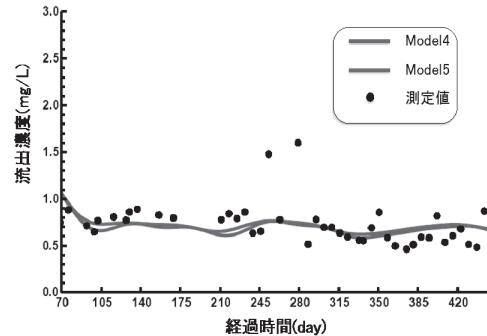


図-11 パイロットプラントでの DOC に対する  
土壌浸透処理における流出濃度の経時変化

以上のことから、本論文で構築したラボスケールにおける地下浸透処理プロセスの数値解析モデルが、モデルパラメータの再設定のみで、ラボスケールからパイロットスケールへのスケールアップが可能であることを示した。つまり、本論文で構築した地下浸透処理プロセスの数値解析モデルは、スケールが変化しても DOC の流出濃度を再現できているので、スケーラビリティを有しているといえる。

### (2) スケールアップに対する数値解析モデルのモデルパラメータへの影響

スケールの違いによるモデルパラメータの相違について検討し、地下浸透処理プロセスの数値解析モデルのスケーラビリティについて考察する。表-4 に、ラボスケール実験と鳥羽パイロットスケール実験の観測データを用いたモデルパラメータの推定結果を示す。なお、ラボスケール  $L = 110$  cm に比べてパイロットスケール  $L = 236$  cm は約 2 倍のスケールになっている。

分散係数  $D$  は Neuman の経験式より流速とスケールの関数と想定されている。Model-3 と Model-5 のように Neuman の経験式により分散係数  $D$  を推定する場合、分散係数  $D$  は間隙流速  $u$  の小さいパイロットスケールの方が僅かに大きくなっている。一般的に間隙流速  $u$  が大き

表-4 モデルパラメータ推定結果

	ラボスケール	パイロットスケール		
	Model1	Model3	Model4	Model5
流量 $Q$ (cm <sup>3</sup> /min)	0.9	0.9	45	45
流速 $u$ (cm/min)	1.1×10 <sup>-2</sup>	1.5×10 <sup>-2</sup>	6.1×10 <sup>-3</sup>	5.7×10 <sup>-3</sup>
乾燥密度 $\rho_d$ (g/cm <sup>3</sup> )	1.4	1.4	1.4	1.4
有効間隙率 $\Phi_e$	0.47	0.35	0.33	0.35
分散係数 $D$ (cm <sup>2</sup> /min)	6.5×10 <sup>-2</sup>	2.9×10 <sup>-2</sup>	2.0×10 <sup>-2</sup>	3.5×10 <sup>-2</sup>
遅延係数 $R_d$ (-)	2.4	2.8	3.6	3.3
減衰定数 $\lambda$ (min <sup>-1</sup> )	5.9×10 <sup>-5</sup>	6.7×10 <sup>-5</sup>	1.3×10 <sup>-5</sup>	1.3×10 <sup>-5</sup>

になると、分散係数 $D$ が大きくなり、スケールが大きくなると分散係数 $D$ が大きくなるといえる。このことから、今回のラボスケールとパイロットスケールでのモデル構築においては、間隙流速差よりもスケール差が分散係数 $D$ に大きく影響したと考えられる。また、Model-1とModel-4のようにトレーサー試験の測定結果を用いて分散係数 $D$ を推定する場合は、ラボスケールの方が明らかに大きくなっている。スケールが大きくなると不均質性などの不確実性が増加し、分散係数が大きくなるとされている。しかしながら、ラボスケール実験に使用したカラムは、鳥羽パイロットプラントのカラムよりも不均質性が存在したことによって、ラボスケールにおいて推定した分散係数 $D$ がパイロットスケールの推定値よりも大きくなつたと推察されよう。

次に、滞留時間に影響を与えるパラメータとして遅延係数 $R_d$ について検討する。遅延係数 $R_d$ に影響を与えるパラメータとしては、分配係数 $K_d$ 、有効間隙率 $\Phi_e$ がある。今回の2つのスケールでは、分配係数 $K_d$ に違いは見られなかった。有効間隙率 $\Phi_e$ は、パイロットスケールでは実地盤に想定される砂の有効間隙率の文献値内<sup>8)</sup>となつたが、ラボスケールのトレーサー試験による推定では、文献値よりも大きい値である0.47となつた。これは、ラボスケールのカラム作成時に、超純水を溜めたところに土を入れることにより、間隙率が大きくなり、その結果、有効間隙率 $\Phi_e$ も大きくなつたと推察されよう。

さらに、反応項である減衰定数 $\lambda$ をとりあげる。減衰定数 $\lambda$ はパイロットスケールの方が小さくなつてゐる。これは、対象物質であるDOCは物質群であり、DOCの中には分解性物質とともに地下浸透処理では処理困難な難分解物質も含まれていると考えられる。のことから、DOCについては、スケールが大きくなるにつれてカラムのスケールに対する除去率が低下し、見かけ上の減衰定数 $\lambda$ が小さく推定されているといえよう。よって、本論文で構築した地下浸透処理プロセスの数値解析モデルで適用された減衰定数 $\lambda$ にはスケール依存性があると考えられる。また、実装シナリオの検討においては、上層部の減衰定数 $\lambda$ を大きく、下層部では小さいものに設定することにより、現実に近い形での数値解析を行うことが可能となりうるといえる。

## 6. 結論

本論文では、地下浸透処理プロセスにおける確率論的水質リスク評価が可能となる移流分散の差分方程式に基づく数値解析モデルを構築することを目的として、地下浸透処理と地下浸透処理プロセスの数値解析モデルに関する文献考察、移流分散方程式を用いた数値解析モデルの構築手法の検討を行つた。

以下に得られた結果を述べる。

1. 移流分散の差分方程式を用いて、対象物質の移流分散、土粒子への吸着、および生物分解による減衰を考慮した数値解析モデルを構築した。この構築したモデルが、パルス入力や定常入力条件下において、その適合性、安定性を有しており、土壤浸透カラムの解析において有用な手段となりうることを示した。
2. DOC (Dissolved Organic Carbon) を対象として、ラボスケール実験による限られた測定結果から、地下浸透処理プロセスの数値解析モデルのモデルパラメータを推定する手法を導出した。そのうえで、モデルパラメータに関する数値解析モデル感度分析、応答分析を行つた。その結果、分配係数 $K_d$ と間隙流速 $u$ が、地下浸透処理プロセスの数値解析モデルの精度に大きく関与しており、これらのモデルパラメータを限られた実験測定結果より精度よく推定することが重要であることを指摘した。
3. 構築した地下浸透処理プロセスの数値解析モデルを用いて、ラボスケールに対する数値解析シミュレーションを行つた。その結果、導出したモデルパラメータ推定手法による数値解析モデルが、ラボスケールにおける土壤浸透処理後の流出濃度を表現可能であることを示した。
4. 構築した地下浸透処理プロセスの数値解析モデルに対してパイロットスケール実験における測定結果を用いて、スケーラビリティに関して検討した。その結果、地下浸透処理プロセスの数値解析モデルが、モデルパラメータの再設定のみで、ラボスケールからパイロットスケールへのスケールアップが可能であるといえた。また、数値解析モデルのモデルパラメータである分散係数 $D$ のスケール依存性を示し、減衰定数 $\lambda$ のスケール依存性を示唆した。

## 参考文献

- 1) Quanrud,D.M.,Arnold,R.G.,Wilson,L.G.,Gorden,H.J.,Graham,D.W.,and Amy,G.L.: Fate of organics during column studies of soil aquifer treatment,J.Environ.Eng.,122,pp.314-321,1996
- 2) 日本地下水学会:地下水のトレーサー試験,技法堂出版,pp.168-180,2009
- 3) Xue,S.,Zhao,O.L.,Wei,L.L.,and Ren,N.Q.: Behavior and

- characteristics od dissolved organic matter during column
- 4) 小橋秀俊,三木博史,平山光信,菱谷智幸,山本博之,大北康治:地盤汚染の影響予測に用いる分散長の決定法について,土木学会論文集 No.764/III-67,pp.53-67,2004
  - 5) 日置和昭,青木一男:カラム試験に基づく地盤環境パラメータの逆問題的考察,土木学会論文集 C Vol63 No.1 34-46,2007
  - 6) Neuman,SP.(1990): Universal scaling of hydraulic conductivities and dispersivities in geological media, Water Resources Research, 28, 1749-1758.
  - 7) Smauel S.Lee, and Holh Peter: Simulating Groundwater Transport Process Using a vertical Heterogeneity Model: A

#### Case Study

- 8) 日本地下水学会:地下水シミュレーション,技法堂出版,p.66,2010

**謝辞:** 本研究は(独)科学技術振興機構 戰略的創造研究推進事業「都市地下帯水層を利用した高度リスク管理型水再利用システムの構築」の一環として実施しました。また、本研究を実施するにあたり、京都市上下水道局の方々に多大なるご協力を賜りました。

(2013. 7. 19 受付)

## Numerical Modeling of Soil Aquifer Treatment Based on One-Dimensional Convection-Diffusion Equation

Yumeto UTSUNOMIYA, Nagahisa HIRAYAMA and Sadahiko ITOH

The objective of this study is to develop a numerical model of soil aquifer treatment, which can describe probabilistic water quality risk. A numerical model based on one-dimensional convection-diffusion equation was developed. Then, using the observation results from lab-scale experiments, a numerical model of soil aquifer treatment for DOC was developed. In addition, using the observation results from pilot-scale experiments, the scalability of this numerical model for SAT was examined. It was pointed out that accuracy of the numerical computational results of soil aquifer treatment on pilot scale is affected by estimation precision of dispersion coefficient and decay constant. As a result, it was indicated that this developed numerical modeling of soil aquifer treatment has the scalability from laboratory scale to a pilot scale.