

衝撃解析用非線形コンクリートモデルに関する検討

Study on a dynamic non-linear concrete constitutive model for impact analyses

松澤遼*, 伊東雅晴**,
佐藤暁拓*, 大西慶弘***, 大田敏郎*, 千馬敦哉*, 別府万寿博****
Ryo Matsuzawa, Masaharu Itoh,
Akihiro Sato, Yoshihiro Onishi, Toshio Ota, Atsuya Semba, Masuhiro Beppu

*伊藤忠テクノソリューションズ(株)(〒105-6950 東京都港区虎ノ門4-1-1)

**博(工), 数値解析コンサルタント(〒512-0923 三重県四日市市高角町2991-5)

***博(工), 伊藤忠テクノソリューションズ(株)(〒105-6950 東京都港区虎ノ門4-1-1)

****博(工), 防衛大学校教授, システム工学群建設環境工学科(〒239-8686 神奈川県横須賀市走水1-10-20)

キーワード: 衝撃, コンクリート, 数値解析, CAPROUS
Keywords: Impact, Concrete, Numerical Simulation, CAPROUS

1. 緒言

防衛・原子力分野では, 飛翔体や爆発物による衝撃的作用を受けるコンクリート構造物の影響評価について古くから研究が行われてきた. 衝撃作用を受ける構造物の評価手法の1つとして数値解析があげられるが, 数値計算法の発展と計算機の処理能力の向上により, 大規模化・複雑化する評価において期待される役割は大きい.

衝撃的作用を受けるコンクリート構造物には局所的な損傷が生じる¹⁾. 特に荷重源と接するコンクリートは高圧にさらされ, かつきわめて短い時間内に荷重が作用して大変形するため, 衝撃解析に適用されるコンクリートモデルには非線形圧縮特性, 強度の静水圧依存性, およびひずみ速度依存性といった特性が必要となる. いわゆる衝撃解析コードと呼ばれる汎用プログラムにはこれらの非線形特性が考慮されたコンクリートモデルが搭載されているが, 著者らが過去の研究で示した通り, 使用にあたってはモデルの特性を理解し十分に検証を行った上で, 場合によっては諸々のパラメータの調整が必要である²⁾.

そうした中, 伊東は解析精度の確保と入力の簡便さの両立を目指した衝撃解析用コンクリートモデルを開発した³⁾⁴⁾. その後の研究により伊東のモデルは多くの衝突問題, または爆発問題への適用性が示されている³⁾⁶⁾. 著者らは現在, 伊東が開発したコンクリートモデルを汎用コードLS-DYNAにユーザーサブルーチンとして組み込み改良を続けている. 本論文では, 動的な一軸/三軸圧

縮試験, および引張破壊試験を対象とした解析に基づいてモデル中のパラメータを決定した上で, 低速度衝突問題に同モデルを適用し, 得られた結果について検討した.

2. 非線形コンクリートモデル

伊東が開発したコンクリートモデルは, 静水圧を計算するPorous状態方程式, 偏差応力テンソルを評価する降伏モデル, および, 引張破壊を模擬するためのスポール破壊基準の3つで構成される. 以下, 各項目について述べる.

2.1 Porous状態方程式

一般的に, 材料がそれほど大きな体積変化を伴わない場合, 静水圧 p と体積ひずみ ϵ_v の間には次に示す線形関係が成り立つものとしている.

$$p = -K\epsilon_v \quad (1)$$

ここで, K は体積弾性係数である. しかし, 実際にはコンクリートは非線形圧縮特性を示し, 圧力が大きくなるほどにその特性は式(1)と異なってくる. 伊東が開発したコンクリートモデルでは森下ら⁷⁾の提案する八面体垂直応力-垂直ひずみ関係を圧力-圧縮率関係に書き直した次式を用いて静水圧を評価する.

$$p = f'_c(A\mu + B\mu^2 + C\mu^3) \quad (2)$$

ここで, f'_c は一軸圧縮強度, A, B, C は定数で, それぞれ $A = 3.72 \times 10^2, B = -1.47 \times 10^4, C = 2.48 \times 10^5$ である. また, 圧縮率 μ は密度 ρ を用いて $\mu = (\rho - \rho_0)/\rho_0$ で

表わされる。添え字 0 は初期状態を意味する。図-1 に静水圧-圧縮率の関係を示す。

2.2 二直線降伏モデル

伊東のモデルにおいて、偏差応力テンソルを評価するための降伏面は初期降伏面、最大降伏面(破壊面)、および残留降伏面の3つで構成される。初期降伏面とはすなわち弾性限界であり、応力状態がその内部にあるとき材料は弾性である。最大降伏面はその名の通り最大強度を規定する面であり、その外側の応力状態は許容されない。残留降伏面は最大強度到達後に保持される強度の下限を表すものである。コンクリートの基本的な応答と降伏面との対応を理解するため、一軸圧縮過程における応力-ひずみ関係と降伏面の挙動の対応を図-2 に示す。応力が初期降伏面に達して塑性ひずみが成長し始め、降伏面は最大降伏面へと成長する(図中(a))。これは一軸圧縮状態において、初期降伏点から最大強度に至る硬化過程に一致する(図中(b))。いったん最大降伏面に達すると、応力は残留降伏面に至るが(図中(a))、これは最大強度到達後の軟化過程と一致する(図中(b))。伊東は、この降伏面の挙動を以降に示す降伏モデルにより表現した。

$$F(p, \sigma_{eq}, \sigma_f, \dot{\epsilon}) = \sigma_{eq} - s(h, p)\sigma_f \quad (3)$$

$$\sigma_f = \begin{cases} a \left[\frac{f_c^d - f_t^d}{f_c^d + f_t^d} (3p + f_t^d) + f_t^d \right], & (p \leq f_t^d / 3) \\ a \left[\frac{f_{bc}^d - f_c^d}{2bf_{bc}^d - f_c^d} (3p - f_c^d) + f_c^d \right], & (p > f_c^d / 3) \end{cases} \quad (4)$$

ここで、式(3)中の σ_{eq} はミーゼス応力、 σ_f は降伏応力である。 s は形状因子と呼ばれ、0 から 1 の値をとる。降伏面は式(4)に示す通り、一軸圧縮強度 f_c^d 、一軸引張強度 f_t^d 、および二軸圧縮強度 f_{bc}^d と静水圧 p との関係により二直線で定義される。各強度の上付きの d はひずみ速度依存性を考慮した動的な強度であることを意味し、動的強度を考慮しない場合はこれらが静的強度に置き換えられる。なお、 a, b は定数値である。

形状因子 s は静水圧 p と硬化変数 h 、および損傷変数 D_1 の関数であるが、詳細は参照文献^{3),4)}に譲る。初期降伏から最大強度に至るまでの経過は次式に示す損傷変数 D_1 で表される。

$$D_1 = \sum \frac{\Delta \epsilon_p}{\epsilon_c}, \quad (0 \leq D_1 \leq 1) \quad (5)$$

ただし、 ϵ_c は圧縮ひずみの最大値、 $\Delta \epsilon_p$ は塑性ひずみ増分である。 ϵ_c は静水圧に依存し、次式で定義される。

$$\epsilon_c = \begin{cases} c \epsilon_{c0}, & (p < f_c^d) \\ c \epsilon_{c0} \left(\frac{p}{f_c^d} \right)^{n_1}, & (p \geq f_c^d) \end{cases} \quad (6)$$

ここで、式(6)中の c, ϵ_{c0}, n_1 は定数である。

最大強度到達後の軟化過程は、次式により表される。

$$\sigma_y = D_2 \sigma_r + (1 - D_2) \sigma_f \quad (7)$$

ただし、 σ_r は残留降伏面の降伏応力であり、式(8)で与えられる。

$$\sigma_r = \tau \sigma_f \quad (8)$$

ここで、 τ は残留強度係数と呼ばれる定数値であり、軟化後の応力を決定づける。式(7)中の損傷率 D_2 は、硬化過程における損傷変数 D_1 と同様に塑性ひずみ増分を使って次式により定義される。

$$D_2 = \sum \frac{\Delta \epsilon_p}{\epsilon_r}, \quad (0 \leq D_2 \leq 1) \quad (9)$$

ただし、 ϵ_r は、最大強度に達した後に残留強度に至るまでのひずみであり、硬化過程における ϵ_c と同じく圧力に依存する形で次式により定義される。

$$\epsilon_r = \begin{cases} \epsilon_{r0}, & (p < f_c^d) \\ \epsilon_{r0} \left(\frac{p}{f_c^d} \right)^{n_2}, & (p \geq f_c^d) \end{cases} \quad (10)$$

ここで、 c, ϵ_{r0}, n_2 は定数である。

式(4)中にも示した3つの動的強度は、ひずみ速度増大係数 γ により式(11)のとおり静的強度から動的強度へ変換される。圧縮、引張それぞれのひずみ速度増大係数 γ_c, γ_t は式(12a), (12b)に示す山口らの式^{8),9)}による。

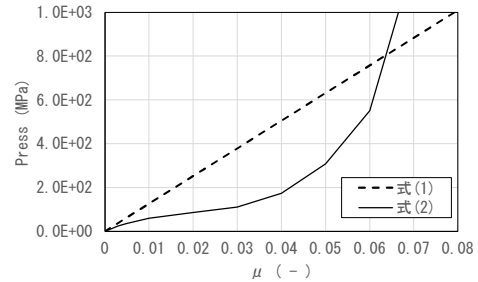
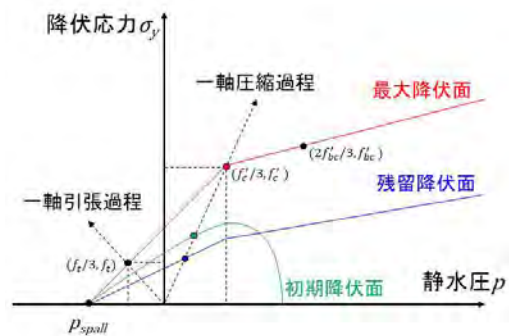
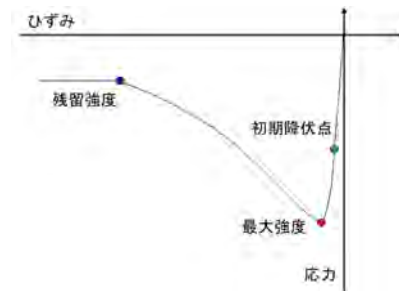


図-1 静水圧-圧縮率関係(圧縮強度 24MPa)



(a) 降伏モデル



(b) 一軸圧縮荷重における応力-ひずみ関係
図-2 降伏モデルの概念図と一軸荷重の関係

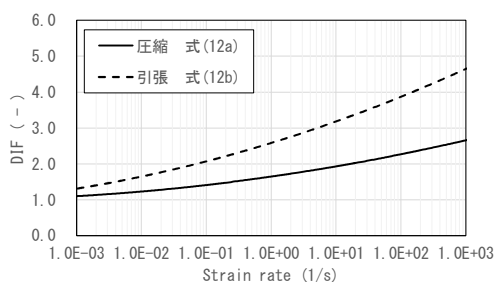


図-3 動的強度倍率の比較(圧縮強度 24MPa)

$$f^d = \gamma f \quad (11)$$

$$\gamma_c = 1.021 - 0.05076 \log_{10} \dot{\epsilon} + 0.02583 (\log_{10} \dot{\epsilon})^2 \quad (12a)$$

$$\gamma_t = 0.8267 + 0.02987 \log_{10} \dot{\epsilon} + 0.04379 (\log_{10} \dot{\epsilon})^2 \quad (12b)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}$ は八面体せん断ひずみ速度である。式(11)中の γ は静水圧の値により圧縮/引張状態が判定され、 $\gamma = \gamma_t (p < -f_t/3)$ または $\gamma = \gamma_c (p > f_c'/3)$ となり、遷移区間はこれら2つが圧力に応じて内挿される。図-3に動的強度倍率とひずみ速度の関係を示す。

2.3 スポール破壊基準

伊東のモデルでは、コンクリートが膨張して静水圧が下限値に達した状態を引張の破壊状態とみなす。この下限値はスポール圧と呼ばれ、次式で定義される。

$$p_{spall} = - \left(\frac{2}{3} \right) \frac{f_c'^d f_t^d}{f_c'^d - f_t^d} \quad (13)$$

式(13)は式(4)中の1つ目の式において σ_f を0とすることで得られ、図-2(a)においては降伏面が静水圧軸と交わる点の圧力である。このモデルでは、静水圧が p_{spall} に達した際に引張破壊したものとみなすため、引張における挙動は図-4のように静水圧と体積ひずみの関係をもって説明できる。著者らはこの引張特性において、新たに二直線軟化モデル¹⁰⁾を導入した。 p_{spall} に到達した後のエネルギーは、粗骨材の最大寸法 d_{max} (mm)から次式で算出される破壊エネルギー G_f に基づいて決定される¹⁰⁾。

$$G_f = 10(d_{max})^{1/3} \cdot f_c'^{1/3} \quad (14)$$

3. パラメータの検討

コンクリートモデルにおける各パラメータを決定するため、円柱供試体の動的な一軸/三軸圧縮試験、また円柱棒の動的引張破壊試験を対象とした再現解析を実施した。

パラメータの決定にあたっては各試験について相当数の検討を繰り返したが、紙面の都合上、暫定的に決定したパラメータによる解析結果のみを示す。表-1にパラメータの一覧を示す。

3.1 圧縮試験の再現解析

藤掛らは、コンクリートの円柱供試体を対象として、

数十にもものぼる載荷試験を実施し一軸または三軸状態下におけるコンクリートの動的な材料特性について議論している^{11), 12)}。ここでは、藤掛らの行った試験の中から代表的なものを選定して実施した再現解析について述べる。

図-5に圧縮試験解析の解析モデルを示す。一軸圧縮試験の供試体の直径は100mm、長さは200mmである。供試体形状の対称性を考慮して3次元1/4体系とし、ソリッド要素によりモデル化した。事前検討を踏まえ、平均的な要素サイズは2.5mmとした。試験における載荷速度は4水準あり、ひずみ速度表記で低いものから順に 1.2×10^{-5} (1/s)、 1.5×10^{-2} (1/s)、 4.4×10^{-1} (1/s)、 1.4×10^0 (1/s)である。解析では、試験におけるひずみ速度が達成されるよう留意し供試体端部を強制変位により圧縮した。三軸圧縮試験用の解析モデルについても一軸圧縮試験と同様であるが、供試体の直径は50mm、高さは100mmであり、平均的な要素サイズは2.5mmとした。また、三軸圧縮試験であるため、圧力境界条件により側圧の効果を考慮した。側圧は5水準あり、低いものから順に5.9MPa、11.8MPa、23.5MPa、47.1MPa、94.1MPaである。載荷速度は一軸試験と同オーダの4水準であるが、最も大きい「高速載荷」：ひずみ速度 2.0×10^0 (1/s)の条件を採用した。

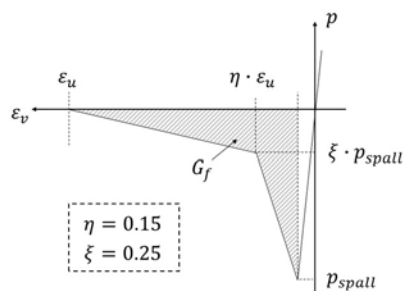


図-4 引張軟化特性

表-1 パラメータの一覧

パラメータ	値	備考
a	0.97	式(4)
b	1.2	式(4)
c	0.3	式(6)
ϵ_{r0}	0.01	式(10)
n_1	1.8	式(6)
n_2	2.4	式(10)
τ	0.5	式(8)

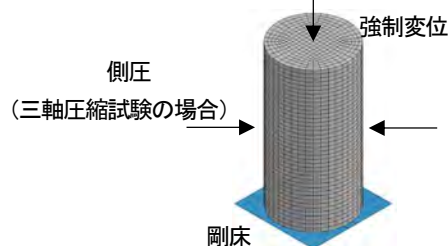
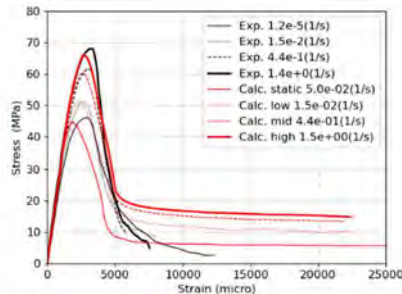


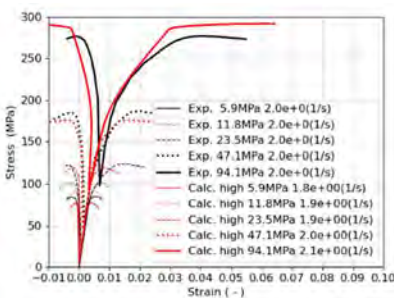
図-5 解析モデル(圧縮試験)

表-2 コンクリートの物性(藤掛らの試験)

試験	密度 (kg/m ³)	ヤング率 (MPa)	ポアソン比 (-)	f'_c (MPa)	f'_t (MPa)
一軸圧縮	2300	32120	0.2	45.6	2.94
三軸圧縮	2400	26700	0.2	37.4	2.57



(a) 一軸圧縮



(b) 三軸圧縮

図-6 圧縮試験の解析結果(応力-ひずみ関係)

表-2 にコンクリートの基本的な物性を示す。

図-6 に解析結果を示す。ここで、一軸圧縮試験解析のうちひずみ速度 $1.2 \times 10^{-5}(1/s)$ の条件を実現するためには、荷重速度を極端に小さくする必要があり、現実的な時間内で解析を完了させることができない。したがって、ここではひずみ速度効果を考慮せず ($\gamma = 1.0$)、かつ、表-1 における a の値を 1.0 とした上で解析した結果を参考として載せている。概ね試験における軸応力-軸ひずみ関係を再現できているが、最終的な残留強度については試験に対して大きい。残留強度を支配する主なパラメータは τ であり、この値をさらに低下させればより試験に近い応答が得られることは明らかであるが、経験的にこのパラメータは高速衝突における飛翔体の貫入量に大きく影響を及ぼすため、現状は暫定的に 0.5 とした。

三軸圧縮試験解析についても、いずれの側圧も試験と同様の応力-ひずみ関係が得られたが、側圧 47.1MPa 以下の条件では試験に対して最大強度が低めに評価されるのに対して、側圧 94.1MPa では試験より強度が大きくなる傾向が認められた。この要因として、伊東のモデルでは降伏面を直線により表現しており、ある静水圧を境にした傾向の変化が起きやすいためと考えられる。

3.2 動的引張破壊試験の再現解析

山倉らは、コンクリート棒部材を対象に、動的な引張

破壊が発生するメカニズムについて検討を行っている¹³⁾。ここでは、山倉らの試験を対象とした解析を行い、動的な引張破壊問題への適用性を確認した。

図-7 に解析モデルを示す。試験は質量 3.2kg の鋼製衝突体を速度 2.8m/s でコンクリート棒(直径 60mm, 長さ 1000mm)に水平衝突させ、応力波の伝播により衝突と反対側において引張破壊を生じさせるものである。試験結果としては、コンクリート棒の破壊性状とひずみゲージにおける軸ひずみの時刻歴が得られている。再現解析では、衝突体、コンクリート棒ともにソリッド要素でモデル化した。試験体の形状を考慮して 3 次元 1/4 体系とした。事前検討を踏まえ、平均的な要素サイズは 2mm とした。表-3 に解析で用いた材料の物性を示す。

図-8 のうち、(a)はコンクリートの破壊性状を比較したものである。試験では二か所で引張破壊が生じたが、解析でもこれと同様の破壊状態となった。(b)はひずみ時刻歴の比較である。解析の応答はやや大きい、概ね試験の傾向が再現できた。

4. 低速度衝突試験の再現解析

表-1 に示したパラメータにより、RC 版を対象とした衝突試験の解析を実施した。

三輪らは、RC 版を対象として、低速衝突において飛翔体の先端形状が破壊性状に及ぼす影響を実験と理論により検討している¹⁴⁾。ここでは、一連の試験のうち先端形状を半球型とした条件について再現解析を実施した。飛翔体は鋼製で、直径が 100mm, 質量が 100kg である。RC 版は 1100mm×1100mm×厚さ 70mm であり、表面及び裏面に $\phi 3.2$ mm の鉄線(SWM-B)が、表面/裏面かぶり 15mm, ピッチ 50mm で配されたものである。飛翔体はゴム棒の弾性エネルギーを利用して射出され、3m/s, 5m/s, 7m/s の 3 水準の衝突速度について試験が実施された。試験結果としては、コンクリートの破壊性状、飛翔体の変位時刻歴等が得られている。

図-9 に解析モデルを示す。飛翔体、コンクリート版および鋼製支持部材にはソリッド要素、鉄線には梁要素を適用した。すべての部材について、平均的な要素サイズは 5mm である。試験体の対称性を考慮し、3 次元 1/4 体系によるモデルとした。支持部材底面に対して拘束条件を設定し、飛翔体と RC 版、および RC 版と支持部材の間には接触条件を設定した。したがって、RC 版は支持部材との接触を介して拘束を受ける。

表-3 材料の物性(山倉らの試験)

部材	密度 (kg/m ³)	ヤング率 (MPa)	ポアソン比 (-)	f'_c (MPa)	f'_t (MPa)
衝突体	7850	200000	0.3		線形弾性体
棒	2220	23000	0.2	27.0	2.0

衝突体(鋼製) コンクリート棒
 3.2kg, 2.8m/s 直径 60mm, 長さ 1000mm



図-7 解析モデル(動的引張破壊試験)

試験

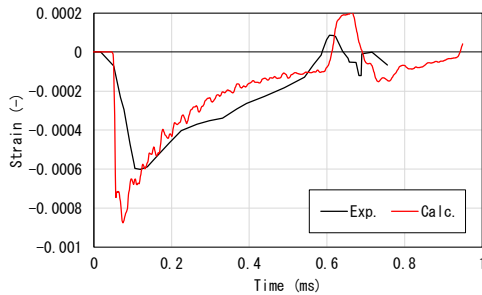


解析



■ : 引張破壊した要素

(a) 破壊性状



(b) ひずみ時刻歴

図-8 動的引張破壊試験解析の結果

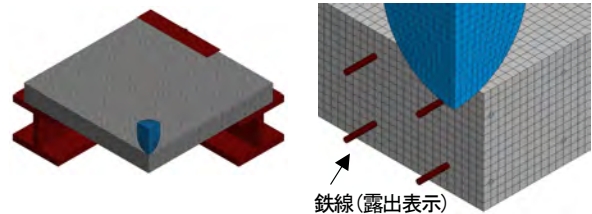
解析で使用する材料の物性を表-4, 表-5 に示す. 事前検討を踏まえ, 飛翔体は剛体, 支持部材は線形弾性体とした. また, 鉄線については, $10^4(1/s)$ 程度のひずみ速度が生じていたため, Cowper-Symonds モデルによりひずみ速度効果を考慮した. 既往の研究¹⁵⁾を参照して, ひずみ速度効果のためのパラメータは $C=53.908(1/s)$, $P=5.043(-)$ とした.

コンクリートの破壊モードについて, 表-6 に試験と解析結果の比較を示す. 表中, 「表面破壊」はコンクリートがくぼむ等して版の表面側のみが損傷する状態, 「押し抜きせん断破壊」は版の裏面側に円形状のひび割れや剥離が発生した状態である. 衝突速度 $3m/s$ では試験と同じ破壊モードが得られたが, $5m/s$, $7m/s$ では試験に対して損傷をやや小さく評価した. 図-10 に, 衝突速度 $7m/s$ におけるコンクリートの破壊性状を示す. 解析では, 貫入孔先端付近からひび割れが斜めに成長するせん断破壊モードとなり, 裏面付近にまでひび割れが及んでいるものの, 裏面剥離には至らなかった.

図-11 は飛翔体の変位時刻歴について試験と解析を比較したものである. 衝突速度 $3m/s$ においては両者が良好に一致しているが, 衝突速度が大きくなるほど試験に対して解析の変位量が小さくなっており, 上述の破壊モードに関する傾向と一致する.

図-12 は衝突速度 $5m/s$ の条件について, 飛翔体が衝突した瞬間におけるコンクリート内部の八面体せん断ひ

ずみ速度を示したものである. 図中のひずみ速度の単位は $(1/ms)$ である. 図より, 衝突点直下の板厚全域に $10^0(1/s)$ オーダのひずみ速度が生じていることがわかる. なお, 衝突点ごく近傍の数要素は $10^2(1/s)$ オーダのひずみ速度が生じた. 著者らの過去の研究においてせん断ひび割れの発生に対して引張強度 f_t が影響するという結果が得られている¹⁶⁾ことを踏まえ, 図-3 より動的な引張強度を確認すると, この解析においては静的強度の 2.5 倍程度



(a) 全体

(b) 衝突位置近傍

鉄線(露出表示)

図-9 解析モデル

表-4 コンクリートの基本物性

密度 (kg/m^3)	ヤング率 (MPa)	ポアソン比 (-)	f'_c (MPa)	f_t (MPa)	破壊 エネルギー (N/mm)
2350	25300	0.2	33.5	2.40	0.088

表-5 鉄線の基本物性

密度 (kg/m^3)	ヤング率 (MPa)	ポアソン比 (-)	降伏強度 (MPa)	引張強度 (MPa)	破断 ひずみ(-)
7850	200000	0.3	441	583	0.077

表-6 版の破壊モード(低速度衝突試験)

衝突速度	試験	解析
3 (m/s)	表面破壊 裏面側で放射状ひび割れ	表面破壊 裏面側で放射状ひび割れ
5 (m/s)	表面破壊 押し抜きせん断破壊	表面破壊 裏面側で放射状ひび割れ
7 (m/s)	表面破壊 押し抜きせん断破壊 裏面剥離	表面破壊 押し抜きせん断破壊

衝突面



裏面



(a) 試験結果



■ : 引張破壊した要素

(b) 解析結果

図-10 コンクリートの破壊性状(7m/s)

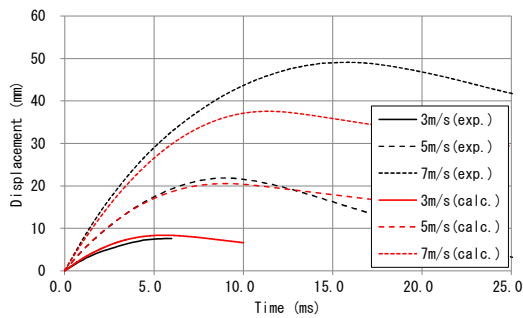


図-11 飛翔体の変位時刻歴

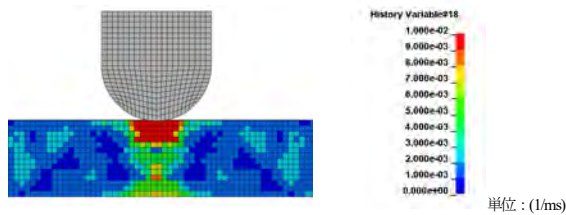


図-12 5m/sでの衝突の瞬間におけるひずみ速度

に達していることになる。引張側のひずみ速度効果を過大に評価している場合、試験で得られた押し抜きせん断破壊に至りづらくなっている傾向と符合する。引張特性に関する材料試験解析は1事例しか実施していないため、今後も、特にさらに高速な条件での衝突問題や爆発問題も含めて検討を続けていく必要がある。

5. 結言

本研究では、伊東の開発した衝撃解析用非線形コンクリートモデルを汎用コードLS-DYNAに組み込み、材料試験解析で決定した各パラメータにより衝突試験解析を実施した。その結果、比較的低速度の衝突速度であっても、衝突速度の上昇とともに試験に対してコンクリートの損傷を小さく評価する傾向が確認された。引続き、さらに衝突速度の大きい問題や、爆発問題を含めて検討を続けていく予定である。

謝辞

本稿の作成にあたって、防衛大学校システム工学群建設環境工学科に在籍中、または過去に在籍した学生諸氏には試験結果について数々のご助言をいただいた。ここに記して感謝の意を示す。

参考文献

- 1) Kennedy, R. P.: A review of procedures for the analysis and design of concrete structures to resist missile impact effects, *Nuclear Engineering and Design*, **37**, pp.183-203, 1976.
- 2) 松澤ら：非線形コンクリートモデルによるRC板に対する高速衝突実験の再現解析，土木学会第12回

構造物の衝撃問題に関するシンポジウム論文集，2019.

- 3) 伊東雅晴，別府万寿博，片山雅英：非線形動的コンクリート構成則CAPROUSの開発と高速衝突解析への応用，土木学会第10 構造物の衝撃問題に関するシンポジウム論文集，2010
- 4) Itoh, M., Beppu, M., Matsuzawa, R.: Numerical simulations of RC slabs subjected to impact loadings by using the improved CAPROUS constitutive model, *Proceedings of 10th International Conference on Shock & Impact Loads on Structures*, pp. 367-376, 2013.
- 5) Ishikawa, N. et al.: The effect of low velocity impact on concrete dams, *3rd International Conference on Protective Structures*, 2015.
- 6) 防衛施設学会：爆発作用を受けるコンクリート構造物の安全性評価—評価手法と対策技術—，2018.
- 7) 森下政浩，阿曾沼剛：衝撃3軸負荷及び衝撃静水圧負荷を受けるコンクリートの変形・破壊挙動，コンクリート工学論文集，第16巻第2号，pp.13-21, 2005.
- 8) 山口弘，藤本一男，野村設郎：高压3軸応力化におけるコンクリートの応力-ひずみ関係 その2 高速載荷，日本建築学会構造系論文報告集，第396号，pp. 50-59，1989.
- 9) 山口弘，藤本一男：鉄筋コンクリート版の衝撃応答に及ぼすひずみ速度効果，日本建築学会構造系論文報告集，第406号，pp.25-35, 1989.
- 10) 土木学会：コンクリート標準示方書 設計編(2012年制定)，2012.
- 11) 藤掛ら：急速一軸圧縮荷を受けるコンクリートのポストピーク挙動に関する実験的研究，土木学会論文集，No.627/V-44，pp.37-54, 1999.
- 12) 藤掛ら：ひずみ速度効果を考慮した三軸応力下におけるコンクリートの直交異方性構成モデルの定式化，土木学会論文集，No.669/V-50，pp.109-123, 1999.
- 13) 山倉一高，別府万寿博，大野友則，片山雅英：衝突によって生じるコンクリート内部の応力伝播と破壊に関する数値シミュレーション，土木学会関東支部第32回技術研究発表会予稿集，2005.
- 14) 三輪幸治，別府万寿博，大野友則：先端形状が異なる衝突体の水平低速度衝突を受ける鉄筋コンクリート版の局部損傷メカニズムと評価法，土木学会構造工学論文集，Vol. 56A，pp. 1196-1205, 2010.
- 15) 白井孝治，伊藤千浩，大沼博志：有限要素法による鉄筋コンクリート構造物の衝撃解析手法—コンクリート破壊モデルの提案とその検証—，電力中央研究所報告書，U93053，1994.
- 16) 松澤ら：剛飛翔体の衝突を受けるプレーンコンクリート板に生じる裏面剝離の再現性に関する感度解析，コンクリート工学年次論文集，Vol. 42，No.2，pp.613-618, 2020.