

(55) 跳び石現象の数理モデル —1 次元多層解析の場合—

Mathematical modeling of boulder thrown up by earthquake – Case of one-dimensional elastic tier –

世戸 憲治*, 野中 泰二郎**

Kenji Seto, Taijiro Nonaka

* 理博, 北海学園大学名誉教授 (〒 005-0824 札幌市南区南沢 4 条 3 丁目 8-7)

** Ph.D., 京大工博, 京都大学名誉教授 (〒 601-1316 京都市伏見区醍醐古道町 8-4)

Key Words: thrown-up boulder, theory of elasticity, eigenvalue, eigenfunction, simulator

キーワード: 跳び石, 弾性体理論, 固有値, 固有関数, シミュレータ

0. はじめに

跳び石現象が初めて注目されるようになったのは, 1984 年の長野県西部地震 (M6.8) のときからである^{1),2)}. それ以降, 大地震が発生したときには, 震源地付近で跳び石が観測された例は, いくつか報告されている. 日本に限って言うと, 1995 年の兵庫県南部地震 (M7.2) でも発生している. 跳び石現象が発生するには, 地震による地表面の加速度が重力加速度の大きさ g を超えることが必要であるが, それまでは, 地震による加速度はせいぜい大きくて重力加速度の 6 割程度と考えられてきた. これは, 昔は地震の規模が小さかったことを意味するのではなく, 近年になってから, 観測体制が整ってきたことを意味している.

この跳び石現象について, 現象論的な面から, あるいは, 理論的な面から書かれたいくつかの論文がある. まず, 梅田³⁾ は跳び石現象が起こる地点は, 彼がブライトスポットと呼んだ震源近くの余震がほとんど発生していない地点に集中していることを指摘した. このことは, 跳び石現象が非常に強い 1 個のパルス波によって起こることを示唆している. 松尾, 伊藤, 梅田⁴⁾ は, 石を投げ飛ばす実験をし, その跳んだ距離と地面の速度, 加速度の関係を表す実験式を得ている. 理論的なものとしては, 吉田⁵⁾, および, 林, 金子, 渡辺⁶⁾ による表層部をばねと仮定したモデルで解析したものがある. また, 野中, 梅田, 高島⁷⁾ は, 表層部を多層から成る 1 次元の弾性体として扱い, その下の基盤層からパルス波を入力させたときの地表の動きを有限要素法を用いて解析

した. 同じく, Takabatake, Nonaka, Umeda⁸⁾ は, 同じ状況設定の問題について, Galerkin 法による近似解法を試みている.

この論文では, 跳び石のモデルとして, 野中, 梅田, 高島の論文と同じ状況設定, すなわち, 基盤層からのパルス波が, 多層からなる表層部に与えられたとき石がどのような挙動をするかということを 1 次元線形の弾性体を用いた純理論的立場で解析する. 結果として, コンパクトな形の厳密解が求められる.

1. 方程式の導入

波動方程式

ここでは, 一次元モデルを考え, 質量 M の石が占める面積 S に沿って, 地表から基盤層に達するまでの縦方向に一次的に切断した柱を考える. この基盤層はほとんど剛体と考えるが, 表層部は線形の弾性体として扱う. さらにこの表層部は, 組成が異なるいくつかの層が積み重なっているものとし, 基盤層に近い方から, 1 層目, 2 層目, と数え, 一般に第 N 層まであるものとする (次ページ図-1).

ここで, 表層部の第 n 番目の層の厚さ, Young 率, 質量密度を, それぞれ, $l_n, E_n, \rho_n, (n = 1, 2, \dots, N)$ とする. ここで扱う表層部は, 石の重力および表層それ自体の重力を受け, 初めから圧縮された状態にあるが, ここで理論の構成上, いったん, 重力がないものとして, 座標系を設定し, その後, 重力の導入によってどれくらい圧縮されるかを考えることにする.

重力がないものとしたとき、基盤層のところを原点 O とし、表層に沿って上向きに x 軸をとる。特に、この表層部内の各層の境目となる x 座標を

$$x_n = \sum_{n'=1}^n \ell_{n'}, \quad (n = 0, 1, 2, \dots, N) \quad (1.1)$$

と定義する。 x_0 はゼロ、すなわち、原点であり、 x_N は表層部全体の厚さを表すもので、これを特に、

$$L = x_N \quad (1.2)$$

と定義しておく。

いま、表層部の第 n 番目の層に属する点 x 、時刻 t における縦方向の変位を $U(x, t)$ とする。この変位の x 導関数である $\partial U / \partial x$ はその点での歪みを与える。仮にいまこの弾性体としての表層が、引っ張りの状態にあるとき、点 x においてその上下で引っ張り合う力を $F(x)$ とすると、この力はその点での歪みの大きさに比例し、

$$F(x) = E_n S \frac{\partial U}{\partial x}, \quad x_{n-1} < x < x_n, \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (1.3)$$

と表される。この比例定数 $E_n S$ は、弾性体をばねと考えたときのばね定数に相当するものである。

いま、この弾性体の第 n 番目に属する点 x と、そこから微小に離れた点 $x + dx$ で挟まれる部分を考える。この部分での質量密度は ρ_n なので、この部分に上から作用する力 $F(x + dx)$ 、および下から作用する力 $-F(x)$ 、さらに重力加速度を g として、この部分に作用する重力を考慮すると、運動方程式は、

$$\rho_n \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\rho_n g + \frac{1}{S} \frac{\partial F}{\partial x}, \quad x_{n-1} < x < x_n \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (1.4)$$

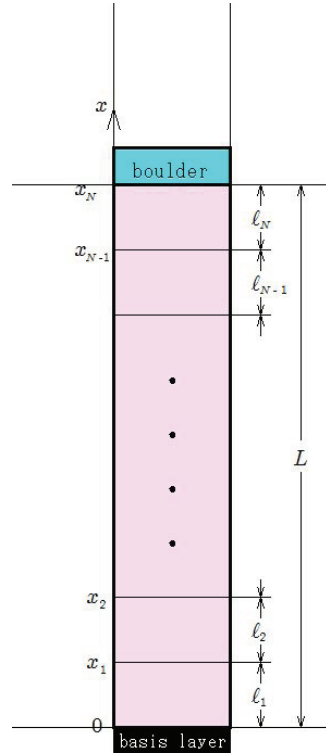


図-1 座標系

となる。これに (1.3) 式の F を代入して、非斉次型の波動方程式

$$\rho_n \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\rho_n g + E_n \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \quad x_{n-1} < x < x_n \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (1.5)$$

を得る。

接続条件

これら表層部内の各層に分かれた変位 $U(x, t)$ の解を求めようとするとき、これらの変位を層ごとに接続する必要がある。いま、 $n-1$ 番目と n 番目の接続点を考えるとき、第 1 に、これらの変位は連続でなければならないので、

$$U(x_{n-1}-0, t) = U(x_{n-1}+0, t), \quad (n = 2, 3, \dots, N) \quad (1.6)$$

という条件が必要になる。ここに、 $+0$ 、 -0 は、それぞれ、正、負の極限微小量である。また、この点で上から作用する力と下から作用する力は釣り合っていないので、

$$E_{n-1} \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x_{n-1}-0} = E_n \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x_{n-1}+0}, \quad (n = 2, 3, \dots, N) \quad (1.7)$$

という条件も必要となる。この式から、 $n-1$ 番目と n 番目で Young 率が違っていると、そこでの歪みは不連続になることに注意する。

境界条件

ここで問題にしている表層部の一番下にあたる部分は、ほとんど剛体と考えられる基盤層に接していて、地震時にそこから一定の変位を受けるものとする。この変位を時間 t の関数として、 $D(t)$ とすると

$$U(0, t) = D(t) \quad (1.8)$$

という条件がつく。もう 1 つは表層部の一番上で石に接している点での条件が必要になる。この条件は石の運動方程式にほかならず、

$$M \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \Big|_{x=L} = -Mg - E_N S \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=L} \quad (1.9)$$

が必要となる。この式右辺の 2 項目は石が弾性体から受ける垂直抗力である。石が地面に載っている限り、この垂直抗力は、上向きでなければならない。したがって、その部分で歪み $\partial U / \partial x$ は負の値をとり、圧縮になって

いる。この値がゼロになったときに石は地面から離れることになる。いったん離れた後は、その部分の歪みはなくなり自由端として振る舞う。

初期条件

初期条件として、初め $t = 0$ のときはこの弾性体のすべての部分がまったく振動を起こしていない状態、すなわち、初速度がゼロという状態

$$\left. \frac{\partial U}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad 0 \leq x \leq L \quad (1.10)$$

を仮定する。初期変位に関しては、地震が始まる前の状態でも重力による変位分が存在するので、ゼロではない。これについては次節で議論する。

この論文の主目的は、波動方程式 (1.5) を、これまで述べた接続条件 (1.6) (1.7)、境界条件 (1.8) (1.9)、初期条件 (1.10) の基に解くことである。

2. 方程式の解法

前節で、解くべき方程式とそのときに課せられる条件式について述べたが、ここではその詳しい解法を記述するだけのスペースがない。以下では解法の要点だけを述べるに留める。

変位 $U(x, t)$ の分離

まず、変位 $U(x, t)$ を

$$U(x, t) = U_s(x) + U_d(x, t) \quad (2.1)$$

と2つの部分に分離する。ここに、 $U_s(x)$ は、地震とは関係なく、弾性体としての表層部およびその上に載っている石の重力のために、初めから存在する静的変位を表す。また、 $U_d(x, t)$ は、地震のために発生する動変位である。

この静的変位 $U_s(x)$ については、方程式、条件式において、すべての時間微分をゼロと置くことによって求められ、結果は、表層部の各区間毎に x の2次式で求められるが、この論文の目的のためにはあまり重要ではないので、その詳細を記述することは省略する。

分離された変位 (2.1) をこれまでで得られた方程式、条件式に代入し、静的変位 $U_s(x)$ が満たす式を利用すると、動変位 $U_d(x, t)$ が満たす方程式、条件式が得られる。まず、波動方程式 (1.5) は

$$\frac{\partial^2 U_d}{\partial t^2} = c_n^2 \frac{\partial^2 U_d}{\partial x^2}, \quad x_{n-1} < x < x_n \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (2.2)$$

と通常の斉次型波動方程式となる。ここに、波動伝搬速度 c_n は

$$c_n = \sqrt{\frac{E_n}{\rho_n}} \quad (2.3)$$

と定義した。

また、境界条件について、表層部最上端の条件 (1.9) は、

$$M \left. \frac{\partial^2 U_d}{\partial t^2} \right|_{x=L} = -E_N S \left. \frac{\partial U_d}{\partial x} \right|_{x=L} \quad (2.4)$$

と、これも斉次型の式となる。他の条件 (1.6) (1.7) (1.8) (1.10) については、 U を U_d として、他の変更はない。

もう1つの初期条件

(1.10) 式の下で説明したように、これまで初期変位については述べてこなかった。これは、地震が起きる前から重力による変位が存在するためであったが、ここで改めて初期変位を $U_d(x, t)$ の言葉で、

$$U_d(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq L \quad (2.5)$$

と定義する。

固有値と固有関数

ここで、いったん、地震振動はないものとして、この与えられた振動系の固有振動をもとめる。変位 $U_d(x, t)$ について、時間部分と空間部分とに変数分離した形を仮定し、さらに時間部分については、角振動数 ω の単振動型とし、

$$U_d(x, t) = X(x) \sin(\omega t) \quad (2.6)$$

と置く。時間部分について、余弦関数ではなく、正弦関数を採用したのは、初期変位の式 (2.5) を満たすためである。これを波動方程式 (2.2) に代入し、解くと、

$$X(x) = A_n \sin\left(\frac{\omega}{c_n} x\right) + B_n \cos\left(\frac{\omega}{c_n} x\right), \quad x_{n-1} < x < x_n \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (2.7)$$

を得る。ただし、 $n = 1$ のときは、

$$A_1 = L, \quad B_1 = 0 \quad (2.8)$$

とする。 $B_1 = 0$ としたのは、ここでは地震はないものとしているので、 $x = 0$ で $X(0) = 0$ とするため、また、 $A_1 = L$ としたのは、関数 $X(x)$ の次元を、とりあえず長さの次元にするためである。この関数の規格化に関しては後で議論する。

ここまでで、変位 $U_d(x, t)$ は (2.6) から

$$U_d(x, t) = \left[A_n \sin\left(\frac{\omega}{c_n} x\right) + B_n \cos\left(\frac{\omega}{c_n} x\right) \right] \sin(\omega t),$$

$$x_{n-1} < x < x_n \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (2.9)$$

と表される。残る仕事は $n = 1$ 以外の A_n, B_n を決めることであるが、これは、接続条件の式 (1.6) (1.7) を用いて実行される。結果は大変長い式になるので、ここでは割愛するが、すべての A_n, B_n が A_1, B_1 の線形結合で表わすことができる。

もう一つの境界条件である表層部最上端の式 (2.4) に、(2.9) 式を代入すると、

$$\begin{aligned} & (\omega M c_N A_N + S E_N B_N) \sin\left(\frac{\omega L}{c_N}\right) \\ & + (\omega M c_N B_N - S E_N A_N) \cos\left(\frac{\omega L}{c_N}\right) = 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

という式がでてくる。このときは、 A_N, B_N もすでに決まっているので、この式は角振動数 ω を決めるための式となる。すなわち、これが固有値方程式となる。この式から無限個の ω の値が求められるので、それらを小さい方から、 $\omega_1, \omega_2, \dots$ とする。また、このときの固有関数を (2.7) から

$$X(x, \omega_i) = A_n \sin\left(\frac{\omega_i}{c_n} x\right) + B_n \cos\left(\frac{\omega_i}{c_n} x\right),$$

$$x_{n-1} < x < x_n, \quad (n = 1, 2, \dots, N), \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (2.11)$$

とおく。

固有関数の直交性

(2.11) の固有関数を用いてつぎの直交関係式

$$\int_0^{L+0} \rho(x) X(x, \omega_i) X(x, \omega_j) dx = N(\omega_i)^2 \delta_{i,j} \quad (2.12)$$

が証明される。この式の左辺にある $\rho(x)$ は拡張された密度関数で、

$$\rho(x) = \sum_{n=1}^N \rho_n \theta_n(x) + \frac{M}{S} \delta(L-x) \quad (2.13)$$

で定義され、ここに、 δ は Dirac のデルタ関数、また、 $\theta_n(x)$ は

$$\theta_n(x) = \begin{cases} 1, & x_{n-1} < x < x_n \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (2.14)$$

と定義された階段関数である。また、直交関係式 (2.12) の右辺に現れる $\delta_{i,j}$ は Kronecker のデルタであり、 $N(\omega_i)^2$ は、規格化定数で、

$$N(\omega_i)^2 = \frac{X(L, \omega_i)}{2S\omega_i} \left\{ \partial_\omega [M\omega^2 X(L, \omega) - E_N S \partial_x X(x, \omega)] \Big|_{x=L} \right\}_{\omega=\omega_i} \quad (2.15)$$

で定義される。したがって、 $X(x, \omega_i)/N(\omega_i)$ が規格化された固有関数ということになる。

固有関数の完備性

この直交式を用いて、初期値問題を解くときに重要となる1つの公式を挙げておく。それは、定数1をここの固有関数で展開するとどうなるかということである。すなわち、

$$1 = \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i K(\omega_i) X(x, \omega_i) \quad (2.16)$$

と展開してみる。 ω_i を1個余計に入れたのは、後の便宜のためである。この式は固有関数の完備性を表す1つの例と捉えることもできる。係数 $K(\omega_i)$ を求めるには、両辺に $\rho(x) X(x, \omega_j)$ を掛け、 x について0から $L+0$ まで積分する。このときの積分は直交式 (2.12) を利用して実行され、係数 $K(\omega_i)$ が

$$K(\omega_i) = \frac{E_1 \partial_x X(x, \omega_i) \Big|_{x=0}}{\omega_i^3 N(\omega_i)^2} \quad (2.17)$$

と決まる。

初期値問題と最終的な解の構成

動的変位 $U_d(x, t)$ の最終的な解は、(2.11) 式の形をした固有関数の重ね合わせで表せるだろう。ただし、固有関数 $X(x, \omega_i)$ は $x=0$ でゼロなので、このままでは、どう重ね合わせても地震波の入力を表す (1.8) 式を満足させることはできない。そこで、解 $U_d(x, t)$ の候補として、固有関数の線形結合と時間 t を加えた、

$$H(x, t) = t - \sum_{i=1}^{\infty} K(\omega_i) X(x, \omega_i) \sin(\omega_i t) \quad (2.18)$$

という関数を考える。この式右辺1項目の t を加えても、波動方程式 (2.2)、弾性体上端の境界条件式 (1.9)、および、接続条件式 (1.6) (1.7) には、なんら抵触しない。

この (2.18) 式で与えられる関数 $H(x, t)$ は $t=0$ で $H=0$ となるが、これはさらに、時間で微分し、 $t=0$ とおくと、初速度もゼロという条件を満たしていることが、固有関数の完備性の式 (2.16) からわかる。

最後の条件, すなわち, 地震が起こって弾性体の下端における変位を (1.8) 式のように与えられた場合を満たすようにするには, まず, この関数 H に単位階段関数 $u(t)$, ($u(t) = 1, 0 < t, = 0, t \leq 0$) を掛けたものを,

$$R(x, t) = H(x, t)u(t) \quad (2.19)$$

と定義したとき, 最終的な解 $U_d(x, t)$ は関数 $R(x, t)$ において, 時間 t を $t - t'$ とずらし, 重み $\partial_{t'}^2 D(t')$ を掛けて, t' で積分したものを, すなわち,

$$U_d(x, t) = \int_0^\infty R(x, t - t') \partial_{t'}^2 D(t') dt' \quad (2.20)$$

と置くことができる. これは, 方程式が線形であるために重ね合わせができることと, 時間の平行移動に対し不変であることから許される. この表示に, (2.19) 式, さらに (2.18) 式を代入してより具体的に表すと, 解 U_d は

$$U_d(x, t) = D(t) - \sum_{i=1}^\infty K(\omega_i) X(x, \omega_i) T(t, \omega_i) \quad (2.21)$$

と求められる. ここに, 時間部分 $T(t, \omega_i)$ は, Duhamel 積分の形で,

$$T(t, \omega_i) = \int_0^t \sin[\omega_i(t - t')] \partial_{t'}^2 D(t') dt' \quad (2.22)$$

と定義されたものである. また, (2.21) 式の右辺 1 項目を求めるときに, 弾性体下端に与えられる変位 $D(t)$ に対し, 初期変位と初速度はゼロという条件

$$D(0) = 0, \quad \partial_t D(t)|_{t=0} = 0 \quad (2.23)$$

を課し, 部分積分を 2 度行った. この解 (2.21) がこれまでに述べてきた, 波動方程式, 接続条件, 境界条件, 初期条件, のすべてを満たしていることも容易に確かめることができる.

3. 入力地震波の具体的変位を用いた解析

ここでは, 前節で求めた解に, 具体的な入力変位を仮定した解析を試みる. 弾性体下端に地震により加えられるパルス波の変位とし

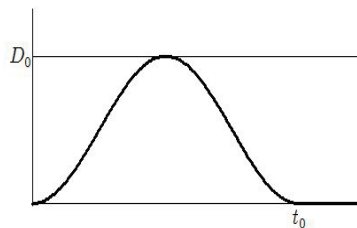


図-2 入力波形

て, 条件 (2.23) を満たし, かつ, 最も積分しやすい形として,

$$D(t) = \begin{cases} \frac{D_0}{2} [1 - \cos(\omega_e t)], & 0 \leq t \leq 2\pi/\omega_e \\ 0, & 2\pi/\omega_e < t \end{cases} \quad (3.1)$$

を仮定しよう. これは波高が D_0 で, 角振動数 ω_e の余弦関数で表される波がちょうど 1 個分入力されることを意味する. この入力波形を図-2 に示す.

この地震によって与えられる変位 (3.1) を, (2.22) 式で定義された解 $U_d(x, t)$ の時間依存部分 $T(t, \omega_i)$ に代入すると

$$T(t, \omega_i) = \frac{D_0 \omega_e^2 \omega_i}{\omega_i^2 - \omega_e^2} \begin{cases} \sin\left(\frac{\omega_i + \omega_e}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_i - \omega_e}{2} t\right), & 0 \leq t \leq 2\pi/\omega_e \\ \sin\left[\omega_i\left(t - \frac{\pi}{\omega_e}\right)\right] \sin\left(\frac{\omega_i}{\omega_e} \pi\right), & 2\pi/\omega_e < t \end{cases} \quad (3.2)$$

となる. ここで三角関数の和積公式を使った.

共振現象について

ここで得られた (3.2) 式を見ると, t が $2\pi/\omega_e$ より大きい場合も小さい場合も, 特定の i 番号に対し, $\omega_i = \omega_e$ となるとき, この時間依存部分 $T(t, \omega_i)$ は $0/0$ の不定形になってしまう. そこで, $\omega_i \rightarrow \omega_e$ の極限をとると,

$$\lim_{\omega_i \rightarrow \omega_e} T(t, \omega_i) = \frac{D_0 \omega_e^2}{4} \begin{cases} t \sin(\omega_e t), & 0 \leq t \leq 2\pi/\omega_e \\ \frac{2\pi}{\omega_e} \sin(\omega_e t), & 2\pi/\omega_e < t \end{cases} \quad (3.3)$$

となって, t が $2\pi/\omega_e$ になるまでは時間に比例して振幅は増えるが, その後は一定振幅となる. このような現象をここでは, 1 波長共振現象と呼ぼう. この共振が起こる場所で, 石が置かれている地表面の振動が大きくなることが期待される.

4. コンピュータ・シミュレーション

これまでの数式展開のより深い理解のため, コンピュータによるシミュレータを作成した. このシミュレータでは, $M, S, \ell_n, E_n, \rho_n, D_0, \omega_e$ の各パラメータおよび表層内の層の数は, 実行時に自由に設定できるように作られている.

一例として, 表層内の層の数が 3 個のときの変位と歪みについて, 時間発展をさせたときの履歴グラフを,

図-3と図-4にそれぞれ示す。横軸は時間、縦軸は変位あるいは歪みの大きさであり、斜め上方向の軸は高さを表す。図-3から、変位は下から上に伝搬するにつれ大きくなることわかる。これは、上に行くにつれ伝搬速度が小さくなるために、波の渋滞が起こるためである。いわば、高速道路と同じで、速度が遅い部分に到達するとそこで車が渋滞するのと同じ現象である。また、図-4からは、層の境目のところで、歪みが不連続に変化していることに注意する。

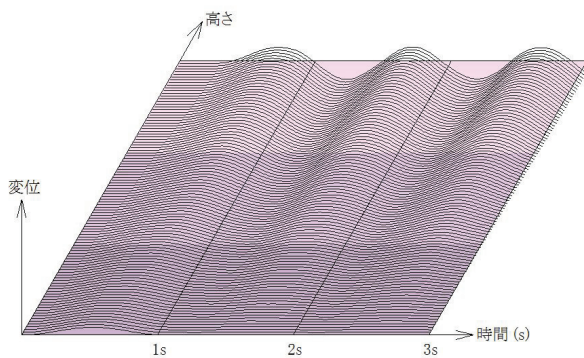


図-3 変位履歴

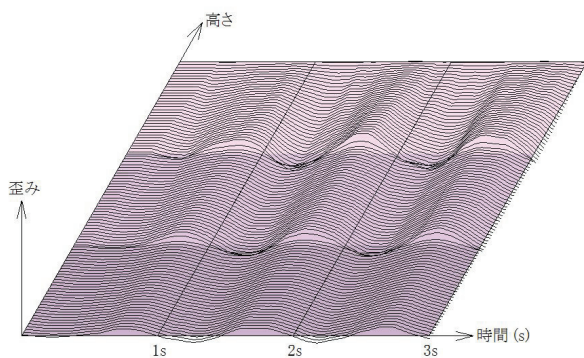


図-4 歪み履歴

実際に、石がどのように跳ぶかを動画で示すプログラムも作成したが、ここでは、紙面の制約上割愛せざるを得ない。つぎのことを述べるに留める。すなわち、石は地面の下向き加速度が重力加速度 g の大きさを超えたとき、地面から離れるが、そのときの速度によって、必ずしも石は跳び上がるわけではなく、場合によっては、下降するときもあり得る。この意味で力学的見地からは、「跳び石」というのは、必ずしも適切な命名ではないことを喚起しておく。

5. おわりに

1次元モデルの最大の弱点は、弾性体の断面積 S をいかにとるかという判断基準がないことである。ここでは、石の底面積そのものを弾性体の断面積とする方法を選んだ。これは、1次元モデルの範囲内で最も有意義と考えられるが、明確な理由があるわけではない。やはり正しくは、3次元モデルで解析すべきであるが、3次元で、ここで得られたような厳密解を求めることは非常に困難であろう。

参考文献

- 1) 村松郁栄, 大自然の力, 岐阜大学村松郁栄教授退官記念誌, 271pp, (1988)
- 2) T. Ohmachi, S. Midorikawa, Ground-motion intensity inferred from upthrow of boulders during the 1984 Western Nagano prefecture, Japan, earthquake, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 82, No.1, 44-60, (1992)
- 3) 梅田康弘, 震源を観る, 京都大学防災研究所年報 第50号A 平成19年4月
- 4) 松尾成光, 伊藤勝祥, 梅田康弘, 石の投げ飛ばし実験, 京都大学防災研究所年報, 第36号, B-1, 373-379, (1993)
- 5) 吉田文夫, 地震動による跳び石の力学—1次元応答解析—, 北海学園大学工学部研究報告, 第28号, (2001)
- 6) 林康裕, 金子美香, 渡辺孝英, 飛び石現象に基づく地震動強さの簡略的評価, 日本建築学会構造系論文集 第539号, 43-50, (2001)
- 7) 野中泰二郎, 梅田康弘, 高島秀雄, 跳び石現象の衝撃理論的検討, 日本機械学会 材料・構造物の衝撃破壊現象とその防止に関するシンポジウム講演論文集 (1998年3月21日, 大阪府立大学)
- 8) Hideo Takabatake, Taijiro Nonaka, and Yasuhiro Umeda, Implication of Thrown-Out Boulders of Earthquake Shaking, Journal of Earthquake Engineering, 12, 1325-1343, (2008)