

(34) 非線形動的コンクリート構成則 CAPROUS の開発と高速衝突解析への応用

Development of a dynamic nonlinear constitutive model CAPROUS for concrete
and its applications to impact analyses

伊東雅晴*, 別府万寿博**, 片山雅英*

Masaharu Itoh, Masuhiro Beppu, Masahide Katayama

*博(工), 伊藤忠テクノソリューションズ(株)(〒100-6080 東京都千代田区霞が関3丁目)

**博(工), 防衛大学校准教授, システム工学群建設環境工学科(〒239-8686 神奈川県横須賀市速水1丁目)

Key Words: (concrete, constitutive model, strain rate, impact, numerical simulation)

キーワード: コンクリート, 構成則, ひずみ速度, 衝突, 数値解析

1. はじめに

飛翔体が 100 m/s を越える高速でコンクリート板に衝突すると衝突部分において局所的な損傷や破壊が生じる。飛翔体先端と接するコンクリートの圧力は静的な圧縮強度を十分に越える大きさとなり、コンクリートは破壊する。また、衝突部分のひずみ速度は局所的には 10^2 1/s 以上の大きさとなることが考えられるが、この程度のひずみ速度になるとコンクリートの強度は静的な負荷の場合の数倍の大きさに達することが実験的に確認されている^{1), 2)}。それに加え、衝突部分で発生した圧縮波はコンクリート板の裏面で反射され膨張波となって再び衝突部分に戻ってくるが、膨張波がコンクリートの引張強度を越えるほど大きい場合、裏面近傍にスキヤビングあるいはスポーリングとよばれる特徴的な破壊が発生し、コンクリートは破砕する。

このように高度に材料非線形的な挙動を数値解析で模擬するには、コンクリートの構成則モデルにひずみ速度依存性や破壊則が考慮されていなければならない。汎用の非線形構造解析コード ANSYS®AUTODYN®には、例えば RHT モデル³⁾が用意されているが、実験結果と解析結果に乖離が生じた場合、15 個以上ある材料定数の中から関係するパラメータを選択し、適切な値を見いだすことは困難な課題である。この状況は他の汎用コードでも同様ではないかと考えられる。

本論文では、ある程度の解析精度を確保しながらも、入力に必要な材料定数の個数を 4 個—密度、ヤング率、ポアソン比、静的圧縮強度—to 抑えた簡便性のあるコンクリート構成則モデルを提案する。残りのパラメータは静的圧縮強度により正規化されていて、モデル内で計算

されるので、入力する必要はない。本構成則を ANSYS®AUTODYN®のユーザサブルーチンに組み込み、飛翔体の形状や衝突速度、圧縮強度やコンクリート板の寸法の異なる約 20 種類の衝突試験について検証解析を実施した。

2. CAPROUS 構成則モデル

提案する構成則モデルは、圧力を計算する Porous 状態方程式、偏差応力テンソルを評価するために必要な二直線降伏モデル、そして引張りによる破壊を模擬するためのスポール破壊基準から構成されている。新たに提案するこの構成則を CAPROUS と名付ける。

2.1 Porous 状態方程式

本解析では、まず計算要素ごとに体積変化率に応じた圧力成分の評価を行い、次に圧力に応じた降伏基準値で降伏判定を行う。通常、固体の解析では、それほど大きな体積変化を生じない場合には、次に示す線形の状態方程式が用いられることが多い。

$$p = K\mu \quad (1)$$

ここで p は圧力、 K は体積弾性係数、 $\mu (= \rho/\rho_0 - 1)$ は体積変化率を表す。 ρ_0 は初期密度、 ρ は現在時刻の密度である。

しかし本研究の高速衝突のような場合は、コンクリート内部に大きな圧力が発生し、それは式 (1) のように線形関係では表すことができない。森下ら⁴⁾は衝撃静水圧実験を行い、コンクリートの静水圧特性に関して、圧力を体積ひずみの 3 次式で表すモデルを提案している。本

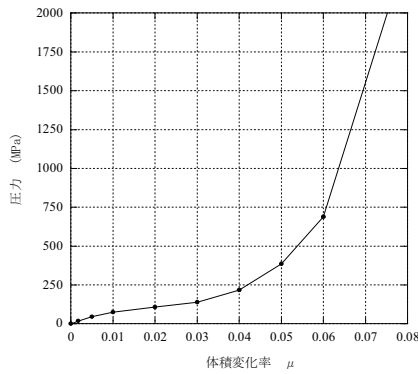


図 2.1 CAPROUS の圧力～体積変化率関係 ($f'_c=30\text{MPa}$)

研究では、森下らの八面体垂直応力-垂直ひずみ関係を圧力-体積変化率関係に書き直した次式を用いて圧力を評価する。

$$p = f'_c(a\mu + b\mu^2 + c\mu^3) \quad (2)$$

ここで f'_c は一軸圧縮強度、 a 、 b 、 c は定数で、 $a = 3.72 \times 10^2$ 、 $b = -1.47 \times 10^4$ 、 $c = 2.48 \times 10^5$ である。ただし、体積変化が小さい範囲 $p/f'_c \leq 0.6$ では式 (1) を用いる。図 2.1 に本研究で用いた多直線型の圧力-体積変化率関係を示す。

2.2 ひずみ速度を考慮した二直線降伏モデル

提案する二直線モデルは、図 2.2 に実線で示した 3 種類の降伏面、すなわち初期降伏面 (緑色)・破壊面 (赤色)・残留降伏面 (青色) で構成される。初期降伏面は弾性限界を表し、その内部にあるとき応力状態は弾性である。また破壊面は最大降伏面であり、その外側に応力が存在することができない上限を表す。残留降伏面は、変形が進み最終的にコンクリートが圧壊したあとに保持される強度の下限を表している。

さて、圧縮荷重を受けて塑性ひずみが成長すると、降伏面は外側に向かって硬化して破壊面に漸近する。一旦破壊強度に達すると、コンクリートはその後の荷重に対して著しく強度が低下する軟化傾向を示す。以下では、それぞれの降伏曲面を硬化降伏面、軟化降伏面と呼ぶこととする。一方、引張荷重を受けて体積が膨張すると負圧が発生し、負圧が限界値を超えると ($p < p_{spall}$)、コンクリートは破断する。以下に、これらの力学過程を記述する硬化則と軟化則について説明する。

(1) 降伏関数

Han と Chen は、初期降伏面・硬化降伏面・破壊面を次の降伏関数 f を用いて統一的に表し、これを非一様性硬化モデルと呼んでいる³⁾。

$$f = \sigma_y - s(h, p)\sigma_f \quad (3)$$

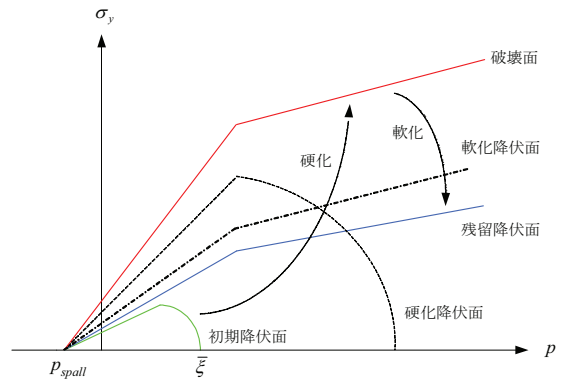


図 2.2 二直線降伏モデルの概念図

ここで s は形状因子と呼ばれ 0 から 1 の値をとる。 σ_f は破壊面の降伏応力である。

形状因子はその名前が示すように降伏面の形状を制御する変数であり、その値に応じて式 (3) は初期降伏面・硬化降伏面・破壊面を表し、 $s = 1$ のとき破壊面の降伏関数を表す。

ここで、降伏関数は次のようにして決定する。コンクリートの一軸引張荷重経路と降伏関数の交点は図 2.3 に示すように $\sigma_y - p$ 上の①で表される。また一軸圧縮荷重と二軸圧縮荷重についても同様に破壊面との交点が②、③のように表される。したがって、二直線降伏モデルの降伏面は①と②、②と③をそれぞれ結ぶ 2 本の直線により表される。ここで、降伏応力 σ_f は圧力 p の関数であり、コンクリートの基本的な材料定数である圧縮強度 f'_c 、引張強度 f'_t 、二軸圧縮強度 f'_{bc} を用いて次式のように表すことができる (図 2.4)。

$$\sigma_f = \begin{cases} a \left[\frac{f'_c - f'_t}{f'_c + f'_t} (3p + f'_t) + f'_t \right], & \left(p \leq \frac{f'_c}{3} \right) \\ a \left[\frac{f'_{bc} - f'_c}{2f'_{bc} - f'_c} (3p - f'_c) + f'_c \right], & \left(p > \frac{f'_c}{3} \right) \end{cases} \quad (4)$$

ただし、 a は材料定数である。

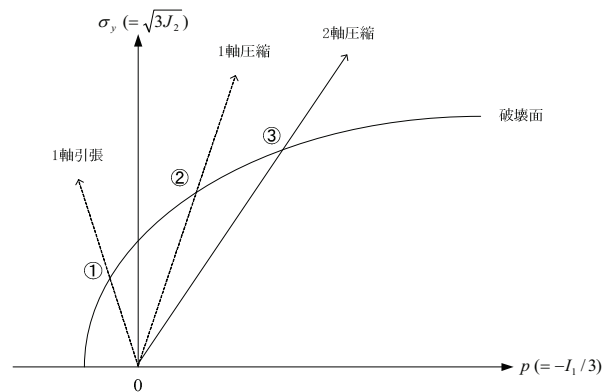


図 2.3 破壊面と荷重経路直線の交点

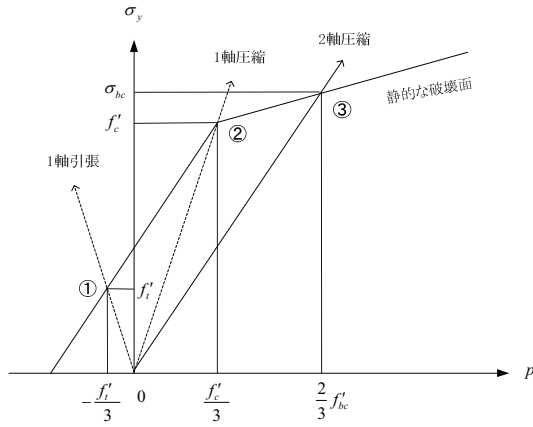


図2.4 二直線降伏モデルの概要

(2) 非一様性硬化則

次に形状因子 s を用いて降伏面を非一様的に硬化させる。このとき Han にならい、圧力 p が p_1 ($= -f'_t/3$) より小さい領域、 p_1 より大きく ξ_c ($= f'_c/3$, CAP 頂点の横座標) より小さい領域、 ξ_c より大きく $\bar{\xi}$ (CAP 下端の横座標) より小さい領域、 $\bar{\xi}$ より大きい領域の4つの領域に分けて別々に定義する。

$$s = \begin{cases} 1, & (p < p_1) \\ 1 + \frac{(1-h)(p-2\xi_c)p}{\xi_c^2}, & (p_1 \leq p \leq \xi_c) \\ \frac{h(\bar{\xi}-p)(\bar{\xi}+p-2\xi_c)}{(\bar{\xi}-\xi_c)^2}, & (\xi_c \leq p \leq \bar{\xi}) \\ 0, & (p > \bar{\xi}) \end{cases} \quad (5a, b, c, d)$$

ここで、 h ($h_0 \leq h \leq 1$) は硬化変数であり、損傷変数 D_1 の関数として次式により定義する。

$$h = h_0 + (1-h_0)\sqrt{D_1} \quad (6a)$$

$$D_1 = \sum \frac{\Delta \varepsilon_p}{\varepsilon_c}, \quad (0 \leq D_1 \leq 1) \quad (6b)$$

ただし、 h_0 は基本硬化変数、 ε_c は圧縮ひずみの最大値、 $\Delta \varepsilon_p$ は塑性ひずみの増分を表す。 ε_c は圧力に依存する形で以下のように定義する。

$$\varepsilon_c = \begin{cases} c\varepsilon_{c0}, & (p < f'_c) \\ c\varepsilon_{c0} \left(\frac{p}{f'_c} \right)^n, & (p \geq f'_c) \end{cases} \quad (7)$$

ただし、 c と n および ε_{c0} は材料定数である。

(3) CAP 面

式 (5c) に示した圧縮領域 $\xi_c \leq p \leq \bar{\xi}$ における形状因子 s は、 p に関して上の凸な二次関数として表されてお

り、この部分が CAP に対応する。CAP 面下端の座標 $\bar{\xi}$ を次式により定義する。

$$\bar{\xi} = \begin{cases} \frac{w}{1-h}, & (p < \xi_0) \\ \frac{w}{1-h} \left(\frac{p}{\xi_0} \right)^k, & (p \geq \xi_0) \end{cases} \quad (8)$$

ただし、

$$w = \frac{2}{3}(1-h_0)f'_c{}^{rd} \quad (9a)$$

$$\xi_0 = \frac{2}{3}f'_c \quad (9b)$$

ここに、 k と h_0 は材料定数である。

式 (8) より、硬化係数 h が 1 に近づくにしたがい、 $\bar{\xi}$ は無限大に漸近する。そして $\bar{\xi}$ が無限大になると式 (5) から形状因子は $s=1$ となり、降伏面は破壊面となる。

(4) 軟化則

軟化過程の降伏応力を次式により定義する。

$$\sigma_y = D_2 \sigma_r + (1-D_2) \sigma_f \quad (10)$$

ただし、 σ_r は残留強度面の降伏応力であり、次式で定義する。

$$\sigma_r = \mu \sigma_f \quad (11)$$

ここで μ は残留強度係数と呼ぶ材料定数である。

式 (10) で用いられている軟化過程の損傷率 D_2 を、硬化過程と同様に塑性ひずみ増分 $\Delta \varepsilon_p$ の関数として次式により定義する。

$$D_2 = \sum \frac{\Delta \varepsilon_p}{\varepsilon_r}, \quad (0 \leq D_2 \leq 1) \quad (12)$$

ただし、 ε_r は圧縮強度に達したのち残留強度に至るまでのひずみを表し、圧力に依存する形で以下のように定義する。

$$\varepsilon_r = \begin{cases} \varepsilon_{r0}, & (p \leq f'_c) \\ \varepsilon_{r0} \left(\frac{p}{f'_c} \right)^n, & (p > f'_c) \end{cases} \quad (13)$$

ここで n と ε_{r0} は材料定数である。

(5) ひずみ速度硬化の導入

ひずみ速度を考慮した動的降伏応力を、静的な場合の式 (4) と同様に次式で定義する。

$$\sigma_f = a \left[\frac{f'_c{}^{rd} - f'_t{}^{rd}}{f'_c{}^{rd} + f'_t{}^{rd}} (3p + f'_t{}^{rd}) + f'_t{}^{rd} \right], \quad \left(p \leq \frac{f'_c{}^{rd}}{3} \right)$$

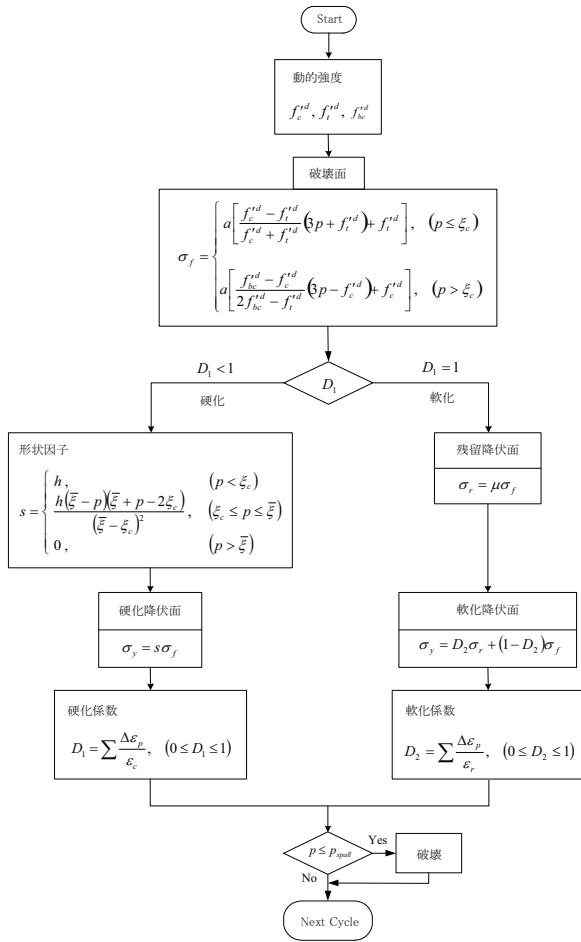


図 2.5 CAPROUS モデルの計算フロー

$$\sigma_f = a \left[\frac{f_c^{t,d} - f_c^{t,d}}{2f_{bc}^{t,d} - f_c^{t,d}} (3p - f_c^{t,d}) + f_c^{t,d} \right], \quad \left(p > \frac{f_c^{t,d}}{3} \right) \quad (14a, b)$$

上式の中で用いられている圧縮強度や引張強度は動的な値であり、次式により静的値から動的値へ変換する。

$$f_c^{t,d} = \gamma f_c' \quad (15a)$$

$$f_t^{t,d} = \gamma f_t' \quad (15b)$$

$$f_{bc}^{t,d} = \gamma f_{bc}' \quad (15c)$$

ここに γ はひずみ速度増大係数である。 γ は現在の圧力 p にしたがって、以下のように内挿して求める。

$$\gamma = \begin{cases} \gamma_t, & \left(p < -\frac{f_t'}{3} \right) \\ \gamma_c + (\gamma_t - \gamma_c) \frac{f_c' - p}{f_c' + f_t'}, & \left(-\frac{f_t'}{3} \leq p \leq \frac{f_c'}{3} \right) \\ \gamma_c, & \left(p > \frac{f_c'}{3} \right) \end{cases} \quad (16)$$

引張のひずみ速度増大係数 γ_t と圧縮のひずみ速度増大係数 γ_c は山口ら²⁾の強度増加率を用いて次式により求めた。

$$\gamma_t = 0.8267 + 0.02987 \log_{10} \dot{\epsilon}_{oct} + 0.04379 (\log_{10} \dot{\epsilon}_{oct})^2 \quad (17a)$$

$$\gamma_c = 1.021 - 0.05076 \log_{10} \dot{\epsilon}_{oct} + 0.02583 (\log_{10} \dot{\epsilon}_{oct})^2 \quad (17b)$$

ただし、 $\dot{\epsilon}_{oct}$ は八面体せん断ひずみ速度である。

2.3 スポール破壊基準

CAPROUS モデルでは、コンクリートが膨張し、圧力が下限値より小さくなると破壊したとみなし、剛性をもたないとして扱う。この下限値をスポール圧力と呼び、ひずみ速度依存を考慮して、次式で定義する。

$$P_{spall} = - \left(\frac{2}{3} \right) \frac{f_c^{t,d} f_t^{t,d}}{f_c^{t,d} - f_t^{t,d}} \quad (18)$$

上式は静的な場合、図 2.4 において直線①-②と横軸の交点の座標を表す。

以上の計算手順を図 2.5 に示す。

3. 数値解析例

3.1 解析条件

飛翔体の形状や衝突速度、またコンクリート板の圧縮強度や寸法の異なる 4 種類、17 ケースの衝突試験^{6), 7), 8), 9)}に対して検証解析を実施した。飛翔体の変形がコンクリートの変形や破壊挙動に影響を及ぼすことがないように、飛翔体をほぼ剛体とみなすことができる衝突試験を選んだ。表 1 に試験の緒条件の概要を示す。表 2 には、解析で使用した CAPROUS モデルの材料定数を示す。密度や圧縮強度を除き、CAPROUS モデルで固有の入力パラメータは、すべての検証解析で同じ数値を用いた。

解析は、汎用衝撃解析コード ANSYS®AUTODYN®を用いて 2 次元軸対称系で行った。図 3.1 に飛翔体とコンクリート板の接触点近傍の計算メッシュを示す。

本解析では、相当ひずみが 200%を越えるコンクリート計算要素は、数値エロージョン機能により解析体系から自動的に削除した。

表 1 検証解析の対象とした衝突試験の諸条件

試験	飛翔体			コンクリート
	先端形状	速度 (m/s)	質量 (kg)	圧縮強度 (MPa)
Forrestal-1	Ogive	277-800	0.9	32-40
Forrestal-2	Ogive	405-651	1.6	51
EMI	平坦型	155-213	2.2	33-40
Koshika	平坦型	400	0.098	24.3

表2 CAPROUS モデルの材料定数
(検証解析すべてで共通)

静的引張強度 (f'_t)	(MPa)	$0.08 f'_c$
二軸圧縮強度 (f'_{bc})	(MPa)	$1.15 f'_c$
破壊面の定数 (a)	-	0.95
圧縮ひずみの初期値 (ε_{c0})	-	(注1)
圧縮ひずみの定数 (c)	-	0.3
圧力依存べき乗数 (n)	-	2.4
硬化係数の初期値 (h_0)	-	0.5
CAP 下端点のべき乗数 (k)	-	1.01
残留降伏面の定数 (μ)	-	0.7
軟化ひずみの初期値 (ε_{r0})	-	0.02

(注1) $\varepsilon_{c0} = 2.7 \times 10^{-4} (145.0377 f'_c)^{0.25}$

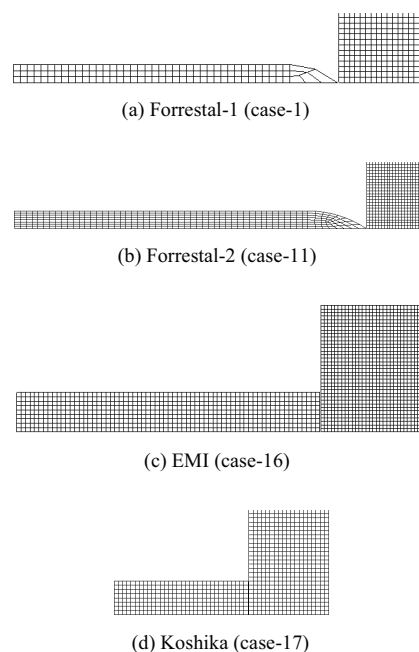


図3.1 検証解析の初期計算メッシュ

3.2 解析結果

検証解析の結果を、各試験の結果と併せて表3に示す。
貫入距離について比較すると、試験と解析の誤差は一部

の解析ケース (Case-13, Case14) を除き、概ね10%程度
に収まっている。CAPROUS モデルの簡便性を考慮すれば、
十分な精度であるといえる。また、Case-13 と Case-14

表3 CAPROUS モデルによる検証解析結果と衝突試験結果の比較

Case No.	衝突試験	飛翔体				コンクリート板		貫入深さ (mm)		誤差 (%)	
		質量 (kg)	直径 (mm)	速度 (m/s)	先端形状	板厚 (mm)	圧縮強度 (MPa)	試験結果	解析結果		
1	Forrestal-1	0.9	26.9	277	Ogive	760	35.2	173	188	+9	
2				410		910	37.8	310	333	+7	
3				499		760	33.5	480	455	-5	
4				591		1830	40.1	513	550	+7	
5				631			35.4	607	661	+9	
6				642			34.7	620	670	+8	
7				800			32.4	958	950	-1	
8	Forrestal-2	1.6	30.5	405	Ogive	1000	51	370	375	+1	
9				446				420	431	+3	
10				545				560	586	+5	
11				651				780	778	-0.3	
12	EMI	2.16	45	155	平坦型	231	33	68	66	+3	
13				155				78	64	-18	
14				157				40	71	55	-23
15				203				40	106	92	-13
16				213				34	130	116	-11
17	Koshika	0.098	20	400	平坦型	130	24.3	62	62	0	

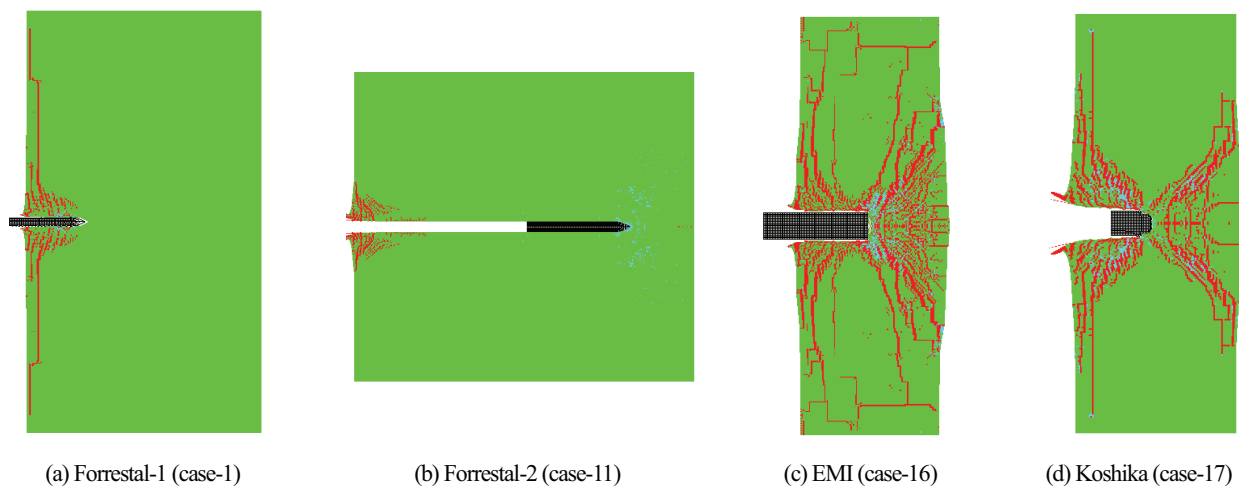


図 3.2 検証解析によるコンクリート板の損傷図 (緑：弾性, 水色：塑性, 赤色：破壊)

の試験の場合、衝突速度が Case-12 とほぼ同じで圧縮強度が大きいのに貫入距離が長いというのは疑問である。

図 3.2 に、代表的な解析ケースについて、飛翔体が静止した時点におけるコンクリート板の損傷図を示す。

4. 結論

本研究において、ひずみ速度効果を考慮したコンクリート構成則モデルを新たに開発し、CAPROUS と名付けた。CAPROUS モデルは、状態方程式と動的な降伏関数を、少ないパラメータ（密度・ヤング率・ポアソン比・静的圧縮強度）を入力するだけで模擬することができる点に特長がある。このモデルの適用可能性を確認することを目的として、計 17 ケースの衝突試験の数値シミュレーションを実施した。本研究の成果および検討課題を以下にまとめる。

- (1) 数値シミュレーションによるコンクリート板内部への飛翔体の貫入距離は、試験と比較して誤差が概ね 10%程度であり、試験を比較的良く再現できた。
- (2) 今後、貫入距離だけでなく、内部にひずみゲージを埋め込んだコンクリート板への衝突試験¹⁰⁾について解析を行い、局所的なひずみについても比較検討することが、本構成則の精度確認のために必要であると考えられる。

参考文献

- 1) Malvar, L.J. and Crawford, J.E. : Dynamic increase factors for concrete, 28th Department of Defence Explosives Safety Seminar (DDESB), Orlando FL, USA, 1998.
- 2) 山口弘, 藤本一男, 野村設郎 : 高圧 3 軸圧縮応力下におけるコンクリートの応力-ひずみ曲線 (その 2 高速載荷), 日本建築学会構造系論文報告集, 第 396 号, pp.50-58, 1989.

- 3) Riedel, W., Thoma, K., Hiermaier, S. and Schmolinske, E. : Penetration of reinforced concrete by BETA-B-500, Proc. 9. ISIEMS, Berlin, Strausberg, Mai, 1999.
- 4) 森下政浩, 阿曾沼剛 : 衝撃 3 軸負荷及び衝撃静水圧負荷を受けるコンクリートの変形・破壊挙動, コンクリート工学論文集, 第 16 巻第 2 号, pp.13-22, 2005.5.
- 5) Han, D.J. and Chen, W.F. : A nonuniform hardening plasticity model for concrete materials, Mechanics of Materials, 3-4, pp.283-302, 1985.
- 6) Forrestal, M.J. et al. : An empirical equation for penetration depth of ogive-nose projectiles into concrete targets, International Journal of Impact Engineering, 15, pp.395-405, 1994.
- 7) Forrestal, M.J. et al. : Penetration of grout and concrete targets with ogive-nose steel projectiles, International Journal of Impact Engineering,, pp.465-476, 1995.
- 8) Langheim, H. : Impactuntersuchungen an armierten betonplatten, Ernst Mach Institute Report, E14, Part3, 1977.
- 9) Koshika, N. et al. : A qualitative appraisal of local damage to concrete structure under impact loadings, Proceedings of the International Symposium on Impact engineering, Vol. I, Sendai, Japan, 1992.
- 10) 三輪幸二 : 剛飛翔体の高速衝突を受けるコンクリート板の裏面剥離の発生メカニズムと耐衝撃補強に関する研究, 防衛大学校, 学位論文, 2010.