

(9) SPH法を用いたRCはりの弾塑性衝撃応答解析に関する基礎的考察

Fundamental study on elastic-plastic impact analysis using SPH method

徳丸祥一朗*, 園田佳巨**

Shoichiro Tokumaru, Yoshimi Sonoda

*九州大学大学院修士課程学生 工学府建設システム工学専攻(〒819-0395 福岡県福岡市西区元岡 774)

**工博 九州大学大学院教授 工学研究院建設デザイン部門(〒819-0395 福岡県福岡市西区元岡 774)

Key Words: (SPH method, RC beam, elastic-plastic impact analysis)

キーワード: SPH法, RCはり, 弾塑性衝撃応答解析

1. 緒言

SPH法は連続体を粒子の集合体として離散化し、各粒子の挙動はある一定範囲内に存在する他の粒子の物理量をkernel関数と呼ばれる重み関数を用いて距離に応じた重み付き平均を行い、近似することで解析を行う手法である¹⁾。したがって、通常の有限要素法とは異なり、粒子同士に結合・連続性の条件が課されていないため、有限要素法では取り扱いが困難であったひび割れや破壊といった現象が容易に再現できると考えられている。これまでにSPH法を固体材料の応力解析に用いた事例も数多く見られるが、鉄筋コンクリート構造物のような異なる力学特性の材料が混在した複合材料に関して、その定量的な衝撃応答解析に適用した事例は殆ど見られない。また、SPH法はFEMと異なり未だその定量的な精度が確認されていないため、その評価ができるためには十分な検討が必要である。

そこでSPH法を用いた複合材料の衝撃応答解析を行うために、本研究ではRCはりを対象とした弾性及び弾塑性衝撃応答解析を行い、その適用可能性について基礎的な考察を試みた。

2. SPH法の特徴

SPH法は、連続体を粒子の集合体とみなし、各粒子の物理量を、式(1)によるkernel関数を用いた重み付き平均を行うことによって求めていく手法である。

$$f(x) \approx \int f(x') W(x-x', h) dx' \quad (1)$$

ここで $f(x)$: 物理量, h : 影響半径, W : kernel関数である。SPH法では、評価点からある影響半径内の領域積分を、図-1のような影響半径内に存在する別の評価点の物理量を合算することで近似する。

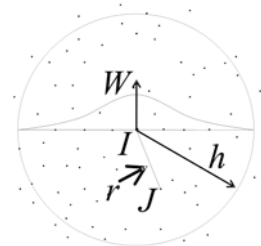


図-1 粒子iにおける影響領域の円

影響半径内に内挿されている評価点を I 、その周囲の粒子を J 、粒子の質量を m 、密度を ρ 、他粒子の総数を N とすると、式(1)は次のように表される。

$$f(x) \approx \sum_{J=1}^N \frac{m^J}{\rho^J} f(x^J) W(x-x^J, h) \quad (2)$$

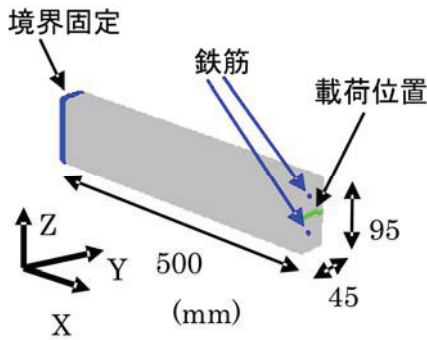
また、その微分は次のように表される。

$$\nabla \cdot f(x) \approx - \sum_{J=1}^N \frac{m^J}{\rho^J} f(x^J) \cdot \nabla W(x-x^J, h) \quad (3)$$

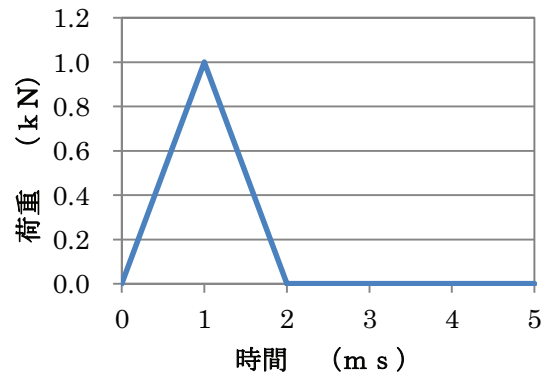
式(3)を用いることで、物理量の一次導関数を計算する場合に、物理量そのものを偏微分することなく、既知であるkernel関数の一次導関数を用いて近似される。この考え方がSPH法の大きな特徴であり、粒子配置に依存せずに解析できる理由となっている。kernel関数はUnity条件や極限がデルタ関数であることなどの条件を満足しなければならない。本研究では、kernel関数として精度よく解析できる、式(4)で表される3次spline関数を使用することにした²⁾。

$$W = \frac{3}{2\pi h^3} \times \begin{cases} \frac{2}{3} - \left(\frac{r}{h}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{r}{h}\right)^3 & 0 \leq \frac{r}{h} \leq 1 \\ \frac{1}{6}\left(2 - \frac{r}{h}\right)^3 & 1 < \frac{r}{h} \leq 2 \\ 0 & 2 < \frac{r}{h} \end{cases} \quad (4)$$

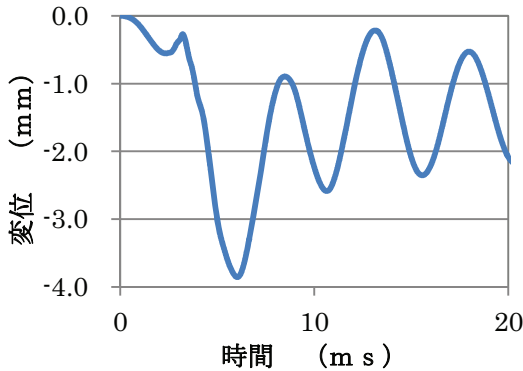
ここで r は粒子 I と粒子 J の距離である。



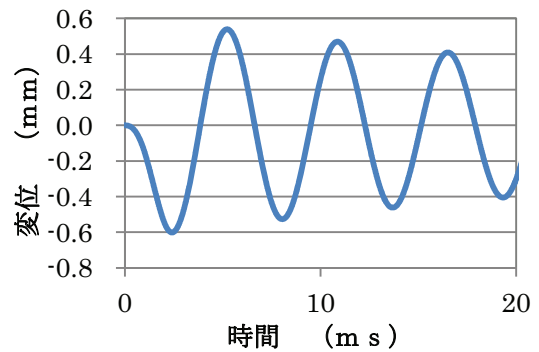
図一2 解析モデル



図一3 衝撃荷重-時間波形



図一4 (5)式を用いた変位-時間関係



図一5 (6)式を用いた変位-時間関係

3. RC はりの衝撃応答解析

3.1 解析理論

SPH 法を用いて RC はりの応力解析を行う際には、対象モデル中にヤング率で約 10 倍の差がある鋼材粒子とコンクリート粒子が混在しているため、SPH 本来の重み付き平均を両者が混在した場で行うには一定の配慮が必要である。具体的には、鋼材粒子とコンクリート粒子の両者の境界上で不連続な値を有する物理量に kernel 関数を用いた重み付き平均の計算を行うと極端な精度の低下を招くことになる。今回適用した SPH 法は、ひずみと加速度の計算に kernel 関数の一次導関数を用いた近似を行うが、両者で変位の連続性が保証される状態においては、ひずみ応答の計算にも問題は生じないと考えられる。そこで、kernel 関数を用いて各粒子のひずみ速度を重み付き平均で計算し、それを時間積分することでひずみ、変位、速度および加速度を更新する手順を繰り返す方法を適用した。

また、通常の SPH の計算手順では、各粒子の加速度を求める際に式(5)のように隣接する他の粒子の質量 m_j を用いた計算を行うが、粒子密度が異なる材料が混在した場においては適切な方法とは考えられない。そこで、加速度を計算する際には、以下のように異なる材料種類の粒子間では質量の重み付き平均を用いるように改良した式(6)を使用することにした。

$$a_i = \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\sigma_j}{\rho_j^2} + \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i} \quad (5)$$

$$a_i = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} (m_j + m_i) \left(\frac{\sigma_j}{\rho_j^2} + \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i} \quad (6)$$

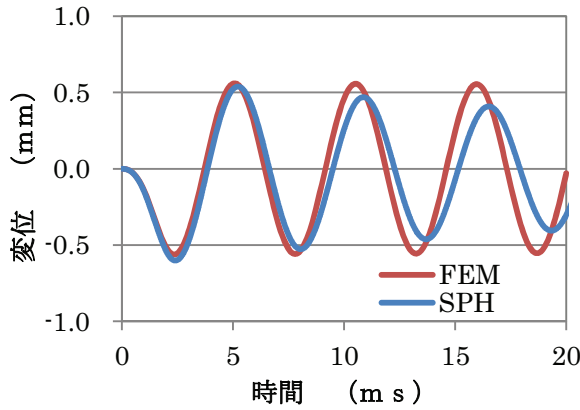
ここで、 a : 加速度, m : 質量, σ : 応力, ρ : 密度, N : 粒子 i に影響を及ぼす粒子 j の総数である。

3.2 解析モデル

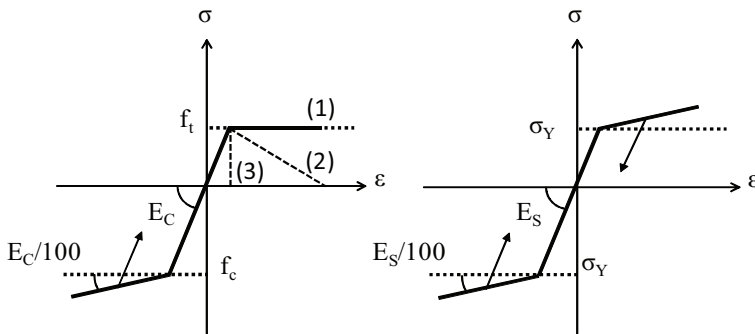
今回用いる式(6)の有用性を確認するために、図一2に示すような3次元RC複鉄筋片持ちはりモデルを作成し、自由端の中立軸位置高さの粒子に鉛直下向きに衝撃荷重を載荷し、弾性衝撃応答解析を行った。応答変位は、自由端中立軸高さのより幅方向中心点における鉛直変位を求めている。解析で用いた衝撃荷重-時間波形は、図一3に示すとおりである。

3.3 解析結果

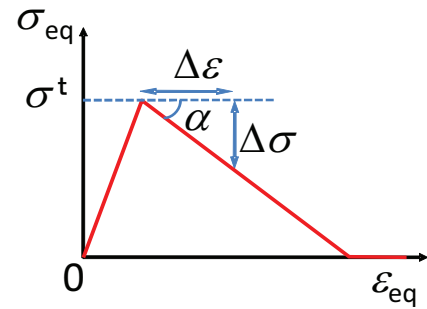
通常の SPH の加速度の計算で用いられる式(5)を適用した場合の変位-時間関係を図一4に、今回提案した式(6)を適用した場合の変位-時間関係を図一5に示す。これらの図を見てわかるように、粒子加速度の計算に式(5)を適用すると変位応答が不安定な値を示し、最終的には破綻することが認められる。一方、式(6)を用いた計算では、より変位は安定した振動状態を示しながら減衰していくことが確認でき、複合材料の応答解析における式(6)の



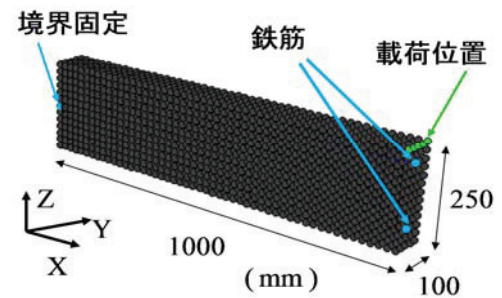
図一六 FEM及びSPHによる解析結果



図一七 コンクリート及び鉄筋の構成則



図一八 軟化率計算方法



図一九 解析モデル

有用性が認められた。次に、SPH法の解析精度を確かめるため、有限要素モデルによる解析の結果と比較を行った結果を図一六に示す。この図から、有限要素解析とSPH法でモデルの離散化に起因する誤差やSPH特有の人工粘性による変位の減衰状況などに相違が見られるが、SPH法を用いても定量的に精度が高い複合材料の解析が可能であることが認められた。

4. 弾塑性応答解析

4.1 コンクリートにおける引張軟化特性の表現

本研究では von Mises の降伏条件を仮定した相当応力により図一七に示す単軸換算した応力-ひずみ関係を用いている。ここで E_c : コンクリートのヤング率, f_c : 圧縮強度, f_t : 引張強度であり、圧縮側は塑性後に1/100硬化、引張側は図中(1)で表される弾完全塑性モデルとしている。鉄筋においては圧縮、引張ともに塑性後は1/100硬化としている。ここで E_s : 鉄筋のヤング率, σ_Y : 降伏強度である。一般的にコンクリートの引張強度以降の変形特性は軟化モデルで表すことが多いが、SPH法では直接的に応力-ひずみ関係に負の勾配を与えることができないため、引張変形時の軟化の再現には工夫が必要である。そこで本考察では軟化の表現方法として、相当応力 σ_{eq} と相当塑性ひずみ ϵ_{eq} を用いて軟化率という概念を取り入れることとした。その計算手順は、

図一八に示すように、まず任意の軟化勾配 α を設定し、弾完全塑性モデルにおいて構成則により得られた $\Delta\epsilon$ から $\Delta\sigma$ を求める。

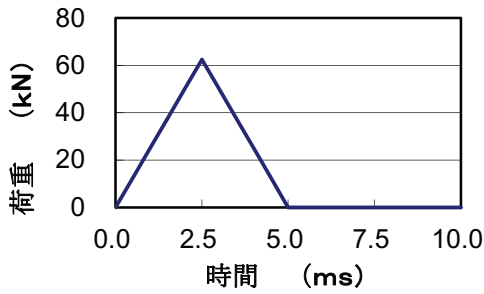
次に式(7)に示すように $\Delta\sigma$ を相当応力 σ^t で除し、1から引くことで弾完全塑性モデルを用いた場合からの引張応力の減少率を軟化率として求めた。

$$\text{soft (軟化率)} = 1.0 - \frac{\Delta\sigma}{\sigma^t} \quad (7)$$

このような手順で求めた軟化率を、1) kernel 関数及び kernel 関数の一次導関数に乗じることで軟化とともにSPH法で用いる粒子の影響領域を小さくする 2) 塑性判定に用いる引張強度閾値に軟化率を乗じ軟化が進むほど引張強度閾値を小さくする2点の修正を通常のSPH法による計算に施し、軟化という現象を再現することとした。

4.2 解析方法

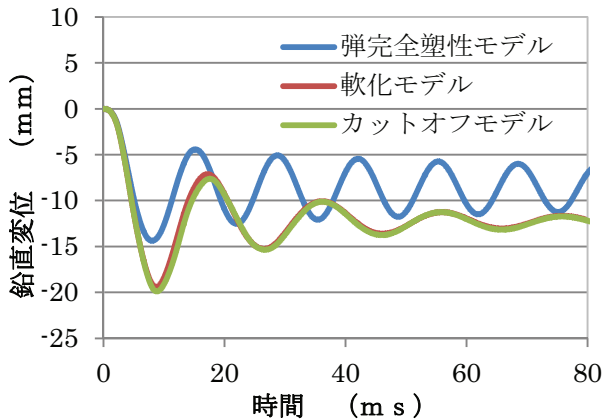
解析モデルは両端のより高中心がピン支持された3次元複鉄筋RCはりにおいて、図一九のようにx軸、y軸方向に対称性を考慮した1/4モデルとし、スパン中央部に鉛直下向きに図一十に示す二等辺三角形分布の衝撃荷重が作用している。また、スパン中央部におけるより高さ中心位置において鉛直方向変位を出力した。また、材料特性値は表一に示すとおりである。本考察では弾完



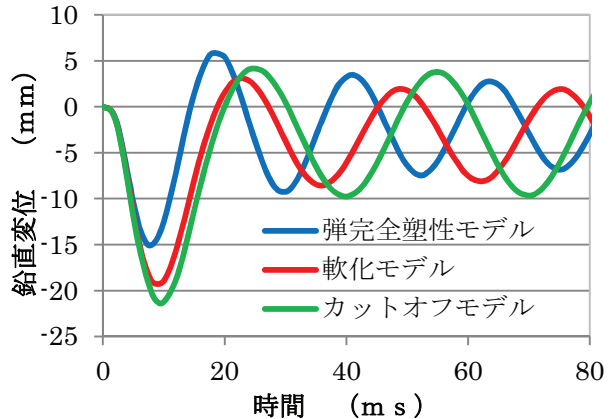
図一10 衝撃荷重—時間波形

表一1 材料特性値

	ヤング率 (kN/mm ²)	強度(N/mm ²)	
		圧縮	引張
鉄筋	210	300	300
コンクリート	21	30	3



図一11 SPH法による解析結果



図一12 FEMによる解析結果

全塑性モデル，図一7中(2)で示される，軟化勾配 α についてヤング率の1/10にした軟化モデル，そして同図中(3)で表される，引張強度以降に応力を0とするカットオフモデルの3通りの解析を行った．なお，軟化率には0になり粒子が発散するのを防ぐために，下限値を設けているが，カットオフモデルについては塑性後に軟化率を下限値にして用いることで再現している．

4.3 解析結果

弾完全塑性モデル，軟化勾配をヤング率の1/10にした場合，カットオフモデルでの解析を行った結果が図一11である．また，本研究で用いた方法の有用性を確認するために，FEMを用いて同様の解析を行った結果を図一12に示す．図一11及び図一12より，どちらにおいても弾完全塑性モデル，軟化勾配をヤング率の1/10とした軟化モデル，カットオフモデルの順で最大変位や周期が大きくなっており，本考察で用いた手法によりSPH法においても軟化の傾向を表現できることが確認された．しかしSPH法において軟化モデルとカットオフモデルではその応答にあまり差が見られない．今回の解析では前述のように粒子の発散を防ぐために軟化率に下限値を設けているため，完全なカットオフモデルが再現できていないと考えられることから，より適切な下限値の設定が必要であり，さらなる検討が必要であると考えられる．

5. 結論

本考察により得られた知見を以下に示す．

- (1)鉄筋コンクリートの様な異種材料が混在している場合，加速度計算において質量に粒子 i と粒子 j の平均を用いることで精度よく解析ができることが確認された．
- (2)軟化率という係数を導入し，kernel関数及び引張強度しきい値を変化させることで，SPH法を用いてもコンクリートにおける塑性変形時の軟化の傾向を再現することが可能であることが確認された．

今回は軟化率をkernel関数の一次導関数にかける際に x, y, z 軸全方向に一様に反映し，等方的にkernel関数を小さくしているため，今後は主ひずみ方向を計算することで異方性を考慮した軟化を再現する手法や，より定量的な精度を損なわない手法を検討していく予定である．

参考文献

1. G.R.Liu, M.B.Liu : Smoothed Particle Hydrodynamics, 2003.
2. 酒井謙, 山下彰彦 : SPH理論に基づく粒子法による構造解析の基礎的検討, 日本機械学会論文集(A編)Vol.67, No.659, 2001.7