

## (6) ひずみ速度効果を考慮した RPC 梁の非線形曲げ解析

## NONLINEAR FLEXURAL ANALYSIS FOR RPC BEAM WITH STRAIN-RATE EFFECTS

藤掛一典\*, 大野友則\*\*, 上田宣人\*\*\*, 片桐 誠\*\*\*\*  
Kazunori Fujikake, Tomonori Ohno, Nobuhito Ueda, Makoto Katagiri

\*博 (工) 防衛大学校 助教授 建設環境工学科 (〒239-8686 神奈川県横須賀市走水 1-10-20)

\*\*工博 防衛大学校 教授 建設環境工学科 (〒239-8686 神奈川県横須賀市走水 1-10-20)

\*\*\*太平洋セメント(株) 中央研究所 研究員 (〒285-8655 千葉県佐倉市大作 2-4-2)

\*\*\*\*博 (工) 太平洋セメント(株) 中央研究所 マネジャー (〒285-8655 千葉県佐倉市大作 2-4-2)

キーワード: RPC 梁, ひずみ速度効果, 非線形曲げ解析, 荷重-たわみ関係  
(RPC beam, Strain-rate effect, Nonlinear flexural analysis, Load-midspan deflection relation)

## 1. はじめに

1990年代にフランスで開発された短鋼繊維を混入したRPC(Reactive Powder Concrete, 反応性粉体コンクリート)は, 200 MPaを越える超高圧縮強度ならびに高じん性という優れた力学的特性を有していることから, 車両, 船舶, 航空機などの衝突, 落石, 爆破などの衝撃荷重を受ける構造物への適用が有効であると考えられる。

設計において衝撃荷重を受けるRPC部材の安全性を検討するためには, 構成材料であるRPCや鉄筋の力学的特性に対するひずみ速度効果を適切に考慮してRPC部材の耐力や変形能力を解析的に評価することが必須である。既に著者らはRPC梁部材の急速曲げ載荷試験を行い載荷速度, 引張鉄筋量が荷重-たわみ関係に及ぼす影響を調べた<sup>1)</sup>。

そこで本研究では, 急速曲げ載荷を受けるRPC梁の荷重-たわみ関係を解析的に評価する手法を確立することを目的とする。解析方法は, ①速度効果を考慮した構成材料の応力-ひずみ関係を用いたファイバーモデルによるモーメント-曲率関係の算定, ②その結果に基づくRPC梁の荷重-たわみ関係の算定から構成される。

## 2. RPC梁の載荷速度の影響を考慮した非線形解析

ここでは, Fig.1に示すようにRPC梁はスパン $L$ で単純支持され, 中央2点載荷により梁中央のたわみ速度 $\dot{\delta}$ で変形するものとする。

## 2.1 断面解析上の仮定

ファイバーモデルに基づく断面解析では, Fig.2に示す

ようにRPC梁部材断面を微小なファイバー要素に分割し, 曲げモーメント-曲率関係を計算するために次の仮定を設ける。a)変形前に平面であった部材断面は, 変形後も平面を保つ。b)分割した各微小要素内における応力およびひずみは一定とする。c)せん断変形は考慮しない。d)鉄筋とコンクリートの付着は完全とする。e)構成材料のひずみ速度効果を考慮した応力-ひずみ関係は既知とする。f)曲率は一定曲率速度 $\dot{\phi}$ で変化するものとする。

## 2.2 構成材料のひずみ速度効果を考慮した応力-ひずみ関係

Fig.3(a)にRPCの応力-ひずみ関係を示す。急速圧縮載荷を受けるRPCの応力-ひずみ関係は顕著な非線形性を示さないことから<sup>2)</sup>, 圧縮側は線形弾性体として考える。本解析法では, ひずみ速度の影響を考慮した動的圧縮強度 $f'_{cf,d}$ に達した点を終局状態と定義し, 動的圧縮強度は次式で与える。

$$f'_{cf,d} = f'_{cf,s} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{sc}} \right)^{0.0055 \left[ \text{Log} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{sc}} \right) \right]^{0.951}} \quad (1)$$

ここで,  $f'_{cf,s}$ =静的圧縮強度,  $\dot{\epsilon}_{sc}=1.2 \times 10^{-5}$  (1/sec)である。

RPCの引張側の応力-ひずみ関係は, Fujikake et al.によるRPCの動的引張応力-ひび割れ幅関係に基づき<sup>3)</sup>, ひび割れ間隔 $L_c$ を考慮して与えている。Fig.3(a)中の各パラメータは,  $\epsilon_{f,d} = f_{f,d}/E_c$ ,  $\epsilon_{f1} = \epsilon_{f,d} + w_1/L_c$ ,  $\epsilon_{f2} = \sigma_2/E_c + w_2/L_c$ ,  $\epsilon_{f3} = w_3/L_c$ ,  $\sigma_2 = 4.8$  MPa,

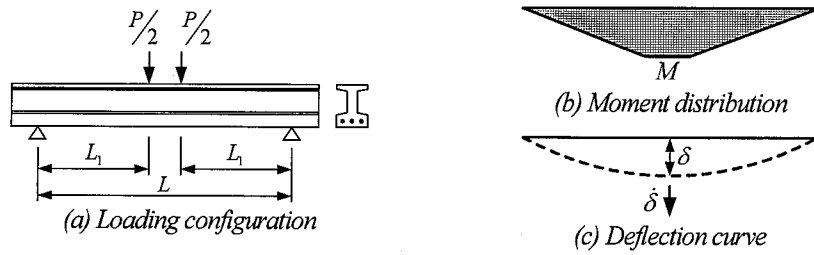


Fig.1 RPC beam subjected to rapid flexural loads.

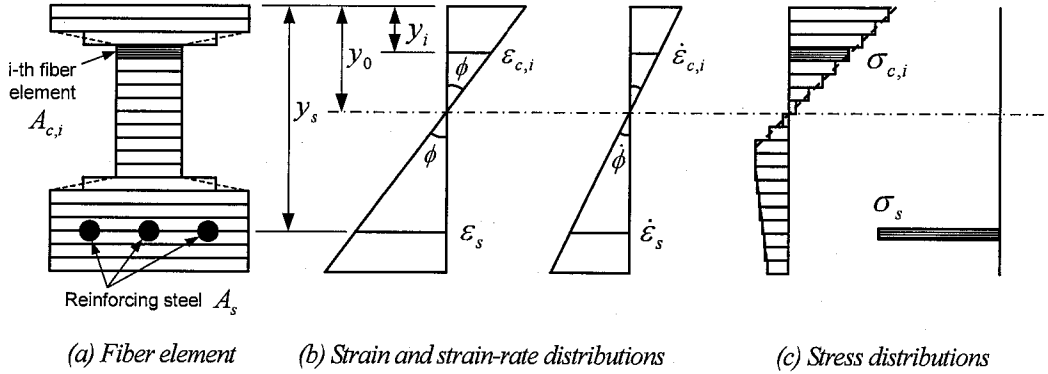


Fig.2 Sectional analysis based on fiber element method.

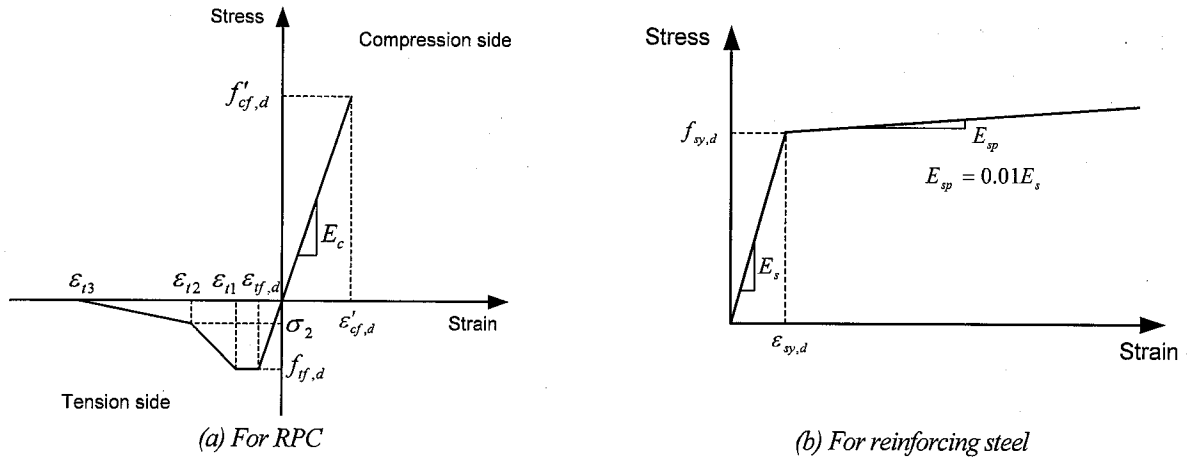


Fig.3 Stress-strain relationship.

$w_1=0.4 \text{ mm}$ ,  $w_2=2.0 \text{ mm}$ ,  $w_3=4.4 \text{ mm}$  のように与えられる。動的最大引張応力  $f_{yf,d}$  はひずみ速度  $\dot{\epsilon}$  の関数として次式で与える。

$$f_{t,d} = f_{t,s} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{st}} \right)^{0.0013 \left[ \text{Log} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{st}} \right) \right]^{1.95}} \quad (2)$$

ここで、 $f_{t,s}=10.8 \text{ MPa}$ ,  $\dot{\epsilon}_{st}=1.0 \times 10^{-6} \text{ 1/sec}$  である。

鉄筋の応力-ひずみ関係には Fig.3 (b) に示すバイリンア型の関係を用いる。弾性係数 ( $E_s=200 \text{ GPa}$ ) および降伏後の塑性硬化係数 ( $E_{sp}=0.01 E_s$ ) は荷重速度によらず一定とする。ただし、降伏強度 ( $f_{sy,d}$ ) はひずみ速度の影響を受けるものとし、高橋によって提案された次式で与え

る<sup>4)</sup>。

$$f_{sy,d} = f_{sy,s} (1.202 + 0.040 \times \log_{10} \dot{\epsilon}) \quad (3)$$

ここで、 $f_{sy,s}$  = 静的荷重における降伏強度である。

### 2.3 部材のたわみ速度と断面の曲率速度の関係

Fig.1 (c) に模式的に示すように、単純支持された梁の中央に対称2点集中荷重が作用して、たわみ速度  $\dot{\delta}$  で変形する梁の断面解析を行う場合、梁のたわみ速度 ( $\dot{\delta}$ ) と断面の曲率速度 ( $\dot{\phi}$ ) の関係が必要になる。Fig.1 に示す単純支持された梁の中央部のたわみと曲率の間には次の関係がある<sup>5)</sup>。

$$\phi = M/EI = 24\delta/(3L^2 - 4L_1^2) \quad (4)$$

本研究では、曲率速度( $\dot{\phi}$ )と梁のたわみ速度( $\dot{\delta}$ )の間にも、同様に次の関係が成り立つものと仮定する。

$$\dot{\phi} = 24\dot{\delta}/(3L^2 - 4L_1^2) \quad (5)$$

このような仮定は、一般的にコンクリートの力学的特性に載荷速度が及ぼす影響が載荷速度の対数の関数として表されることから妥当であると考えられる。

## 2.4 ファイバーモデルによる断面解析

**Fig.2** に示すように RPC 断面を  $n$  個のファイバー要素に分割すると、断面に作用する軸力と曲げモーメントは次式により得られる。

$$N = \int_A \sigma dA = \sum_{i=1}^n \sigma_{c,i} A_{c,i} + \sigma_s A_s \quad (6)$$

$$M = \int_A \sigma y dA = \sum_{i=1}^n \sigma_{c,i} y_i A_{c,i} + \sigma_s y_s A_s \quad (7)$$

ここで、 $\sigma_{c,i}$  :  $i$  番目の RPC 要素に働く応力、 $A_{c,i}$  :  $i$  番目の RPC 要素の面積、 $\sigma_s$  : 引張鉄筋の応力、 $A_s$  : 引張鉄筋の断面積、 $y_i$  : 圧縮縁から  $i$  番目 RPC 要素までの距離、 $y_s$  : 圧縮縁から鉄筋までの距離である。なお、本研究で対象としているはり部材の場合、断面に軸力は作用していないので常に  $N = 0$  を満足する必要がある。

平面保持の仮定に従うと  $i$  番目の RPC 要素のひずみ( $\varepsilon_{c,i}$ )ならびに鉄筋要素のひずみ( $\varepsilon_s$ )は次式で与えられる。

$$\text{RPC 要素} : \varepsilon_{c,i} = (y_0 - y_i)\phi \quad (8)$$

$$\text{鉄筋要素} : \varepsilon_s = (y_0 - y_s)\phi \quad (9)$$

ここで、 $y_0$  : 圧縮縁から中立軸までの距離、 $\phi$  : 断面の曲率である。断面の曲率速度を  $\dot{\phi}$  とすると各要素のひずみ速度は次式で与えられる。

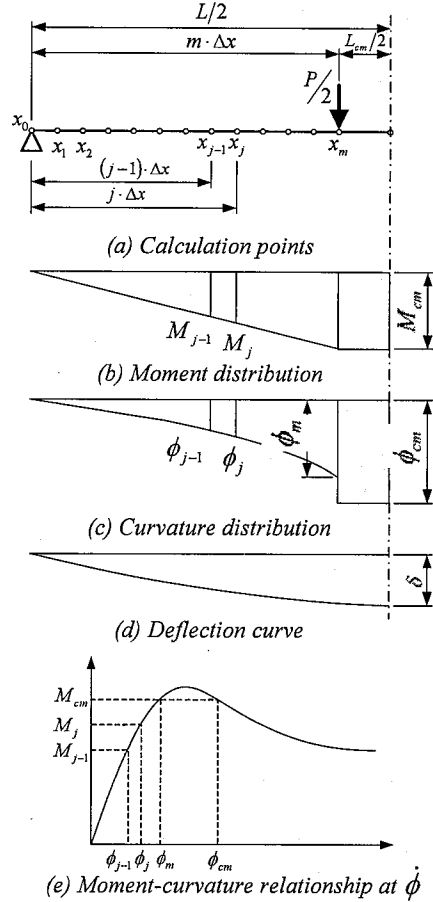
$$\text{RPC 要素} : \dot{\varepsilon}_{c,i} = (y_0 - y_i)\dot{\phi} \quad (10)$$

$$\text{鉄筋要素} : \dot{\varepsilon}_s = (y_0 - y_s)\dot{\phi} \quad (11)$$

したがって、RPC 要素ならびに鉄筋要素の応力( $\sigma_{c,i}$ 、 $\sigma_s$ )は、各要素のひずみ( $\varepsilon_{c,i}$ 、 $\varepsilon_s$ )とひずみ速度( $\dot{\varepsilon}_{c,i}$ 、 $\dot{\varepsilon}_s$ )を用いて計算される。

## 2.5 モーメント-曲率関係を用いた梁の荷重-中央部たわみ関係の解析方法

急速載荷を受ける RPC 梁の荷重-中央部たわみ関係は、載荷速度の影響を考慮したファイバーモデルによる



**Fig.4** Illustration for analytical procedure.

断面解析で得られた曲げモーメント-曲率関係に基づいて、次のように求めることができる。**Fig.4** に解析対象にしている梁の 1/2 部分を示す。ここでは、梁の曲率分布を求めるために、純曲げモーメント区間( $L_{cm}/2$ )を除いた長さ  $(L - L_{cm})/2$  の梁の部分をも分割する。分割された各点の座標は  $x_j = j \cdot \Delta x$  ( $j = 0, 1, \dots, m$ ) [ $\Delta x = (L - L_{cm})/2m$ ] で与えられる。純曲げモーメント区間の曲げモーメントを  $M_{cm}$  とすると、 $x_m$  のところに作用する荷重( $P/2$ )と曲げモーメント  $M_{cm}$  との関係から、梁に作用する全荷重は  $P = 4M_{cm}/(L - L_{cm})$  のように計算することができる。また、 $x_j$  ( $j=0-m$ )の各点の曲げモーメントは  $M_j = j \cdot \Delta x \cdot P/2$  で与えられる。

**Fig.4** に模式的に示すように、曲げモーメント  $M_j$  が計算されると、対応する曲率  $\phi_j$  はファイバーモデルで得られた曲げモーメント-曲率関係から求めることができる。したがって、曲げモーメント分布に対応する曲率分布が決定され、梁の中央部のたわみ量は次式から計算される。

$$\begin{aligned} \delta &= \int_0^{L/2} \phi x dx \\ &= \sum_{j=1}^m (\phi_j x_j + \phi_{j-1} x_{j-1}) \frac{\Delta x}{2} + \phi_{cm} (2L - L_{cm}) \frac{L_{cm}}{8} \end{aligned} \quad (12)$$

### 3. 解析方法の検証

本解析方法の妥当性を検討するために、Ueda et al.によって行われた鉄筋量の異なる2種類のRPC梁( $A_s=380\text{ mm}^2$ と $859\text{ mm}^2$ )の急速載荷試験結果<sup>1)</sup>との比較を行った。Fig.5に載荷試験に用いられたRPC梁断面を示す。載荷試験では $L=1200\text{ mm}$ 、 $L_1=525\text{ mm}$ とし、4種類の載荷速度 $\dot{\delta}=1.4\times 10^{-4}$ 、 $4.5\times 10^{-2}$ 、 $4.9\times 10^{-1}$ 、 $2.1\times 10^0\text{ m/s}$ で載荷している。Fig.6に鉄筋量 $A_s=380\text{ mm}^2$ のRPC梁における試験結果と解析結果をあわせて示す。なお、解析ではRPCの静的圧縮強度 $f'_{c,s}=214.7\text{ MPa}$ 、弾性係数 $E_c=55\text{ GPa}$ 、ひび割れ間隔 $L_c=75\text{ mm}$ 、鉄筋の静的降伏強度 $f_{sy,s}=295\text{ MPa}$ 、弾性係数 $E_s=200\text{ GPa}$ の各値を用いた。解析結果は試験結果と良い対応を示しており、本解析方法の妥当性が検証されたと考える。

### 4. まとめ

本研究では、載荷速度の影響を考慮したRPC梁の荷重-たわみ関係を解析的に評価する手法を提案し、既往の試験結果と比較しその妥当性を提示した。

### 参考文献

- 1) Ueda, N., Fujikake, K., Ohno, T. and Katagiri, M.: Dynamic flexural behaviors of RPC beams under high-rate loadings, Proc. 3rd Int. Conf. on Construction Materials, Vancouver, The University of British Columbia, CD-ROM, 2005.
- 2) 藤掛一典, 津田和彦, 大野友則, 下山善秀, 片桐 誠: 高速度の三軸圧縮載荷を受ける鋼繊維補強高強度モルタルの動的挙動とその特性モデル, 土木学会論文集, No.704/V-55, pp.37-53, 2002.
- 3) Fujikake, K., Senga, T., Ueda, N., Ohno, T. and Katagiri, M.: Effects of Strain Rate on Tensile Behavior of Reactive Powder Concrete, Journal of Advanced Concrete Technology, 4(2), 79-84, 2006.
- 4) 高橋芳彦: 高速載荷試験による鉄筋コンクリートはりおよび鋼板・コンクリート合成はりの耐衝撃性評価に関する基礎的研究, 九州大学学位論文, 1990.10.
- 5) Gere, J. M.: *Mechanics of Materials*, 6th Edition, Brooks/Cole Publishing Company, 2003.

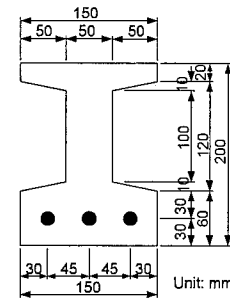


Fig.5 Cross-section detail by Ueda et al.<sup>1)</sup>

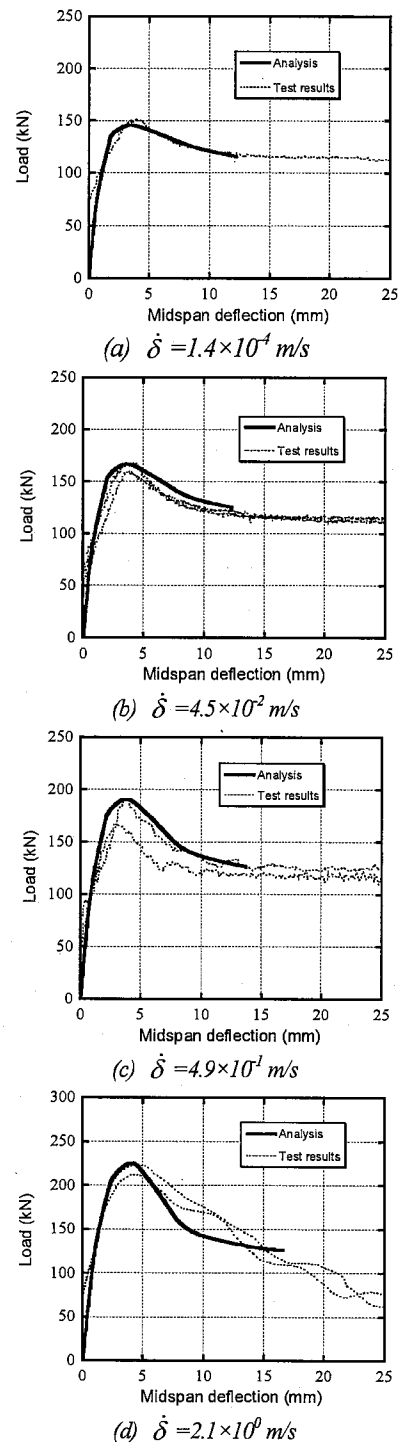


Fig.6 Comparison of proposed model with test results for  $A_s=380\text{ mm}^2$ .