

ひずみ速度効果を考慮した三軸応力下におけるコンクリートの構成モデル

CONSTITUTIVE MODEL FOR CONCRETE MATERIALS
UNDER TRIAXIAL STRESS STATES WITH STRAIN-RATE EFFECTS

藤掛一典*, 上林勝敏**, 大野友則***

Kazunori FUJIKAKE, Katsutoshi UEBAYASHI and Tomonori OHNO

*博(工) 防衛大学校講師 システム工学群建設環境工学科 (〒239-8686 横須賀市走水 1-10-20)

**防衛大学校研究員 システム工学群建設環境工学科 (〒239-8686 横須賀市走水 1-10-20)

***工博 防衛大学校教授 システム工学群建設環境工学科 (〒239-8686 横須賀市走水 1-10-20)

キーワード: 急速三軸圧縮載荷, ひずみ速度効果, 直交異方性構成モデル

(triaxial rapid compressive loading, strain-rate effect, orthotropic constitutive model)

1. はじめに

衝撃荷重を受ける鉄筋コンクリート構造物が終局状態に至るまでの破壊挙動を解析によって検討するためには, 高ひずみ速度・三軸高応力下におけるコンクリート材料の挙動を把握し, その挙動をより高精度でモデル化した構成則を使用することが必要であると考えられる。高ひずみ速度・三軸応力下におけるコンクリートの挙動を調べた研究は, 特殊な実験装置を必要とし実験自体も困難であることから非常に少ない¹⁾。そのため, 三軸応力下におけるコンクリートの力学的特性にひずみ速度が及ぼす影響は不明な点が多く残されている。

そこで本研究では, コンクリートの圧縮強度, 側圧ならびに載荷速度をパラメータとする急速三軸圧縮載荷実験を行い, 三軸応力下におけるコンクリートの力学的特性にひずみ速度が及ぼす影響について検討する。さらに, 有限要素解析法に組み込んで使用できる構成モデルを構築するために, 等価一軸ひずみの概念に基づいた上でひずみ速度の影響を考慮した増分型の直交異方性構成モデルの定式化を行う。

なお, 本研究では, 圧縮応力および圧縮ひずみを正として扱っている。また, 主応力ならびに主ひずみの座標系を, 円柱供試体に対して図-1に示すように設定している。

2. 実験概要

2.1 実験パラメータ

本実験におけるパラメータは, コンクリートの圧縮強度, 側圧および載荷速度の3つである。実験に用いたコンクリート供試体の圧縮強度は3種類で, それぞれ $f_c' = 37.4, 46.2, 85.6$ (N/mm²)である。ここでは, これらのコンクリートをそれぞれ普通強度, 中強度, 高強度と呼ぶことにする。側圧は, 各強度のコンクリートに対して表-1に示すようにレベル0~レベル5までの6種類を設定している。載荷速度は, 静的, 低速, 中速および高速の4種類である。載荷速度は, ひずみ速度を指標としている。また, ひずみ速度は, 載荷軸方向のひずみ ϵ_1 を用いて載荷開始点から最大圧縮応力点までの平均ひずみ速度で与えている。各載荷速度はひずみ速度で定義し, 静的載荷では 1.2×10^{-5} (1/sec), 低速載荷が 3.0×10^{-2} (1/sec), 中速載荷が 3.0×10^{-1} (1/sec), 高速載荷が 2.0×10^0 (1/sec)である。実験ケース数は, (実験に用いるコンクリートの種類) × (設定側圧の数) × (載荷速度の数) = $3 \times 6 \times 4 = 72$ ケースである。実験は, それぞれのケースに対して3回(全実験数: $3 \times 72 = 216$ 回)行っている。

2.2 供試体の製作

実験に用いる円柱供試体の寸法は, 直径 50(mm),

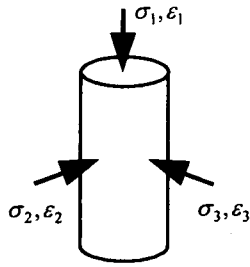


図-1 主応力・主ひずみの座標系

表-1 側圧の設定値

実験シリーズ	設定側圧 (N/mm ²)					
	レベル0	レベル1	レベル2	レベル3	レベル4	レベル5
普通強度	0	5.9	11.8	23.5	47.1	94.1
中強度	0	5.9	11.8	23.5	47.1	94.1
高強度	0	4.9	9.8	19.6	39.2	78.5

表-2 静的一軸圧縮試験結果

実験シリーズ	圧縮強度 f'_c (N/mm ²)	圧縮強度時のひずみ $\epsilon_c \times 10^{-3}$	弾性係数 $E_0 \times 10^3$ (N/mm ²)	ポアソン比 ν_0
普通強度	37.4	2.32	26.7	0.2
中強度	46.2	2.79	29.0	0.2
高強度	85.6	3.17	34.2	0.2

高さ 100(mm)である。供試体は水セメント比(W/C) 40,55 および 65(%)の 3 種類の配合を用いて製作した。静的一軸圧縮荷重試験で得られたそれぞれのコンクリートの圧縮特性値を、表-2 に示す。

2.3 実験方法

実験は、図-2 に示す三軸圧縮荷重装置をサーボ制御式急速荷重装置(最大荷重力 980kN, 最大荷重速度 4m/sec)に組み込んで急速三軸圧縮荷重を行っている。荷重は、三軸圧縮荷重装置によって所定の側圧まで静水圧荷重し、所定の側圧に達した後は、側圧を一定に保持した状態で速やかに急速荷重装置によって各設定速度で軸方向荷重を行っている。

供試体に作用する軸方向力は、図-2 に示すように三軸圧縮セル下部に設置してあるロードセルによって計測している。また、側圧はオイルチャンバー内に取り付けられている高圧用圧力変換器により計測している。供試体のひずみは、供試体に貼付したひずみゲージによって軸方向および円周方向のそれぞれ 2 カ所で測定している。

3. 実験結果および考察

3.1 高ひずみ速度・三軸応力下における破壊基準

(1) 静的三軸圧縮荷重における破壊基準

静的三軸圧縮荷重実験で得られた最大圧縮強度 (σ_1)とそのときの側圧($\sigma_2 = \sigma_3$)の関係を、図-3 に示す。本実験結果に対して図からわかるように、圧

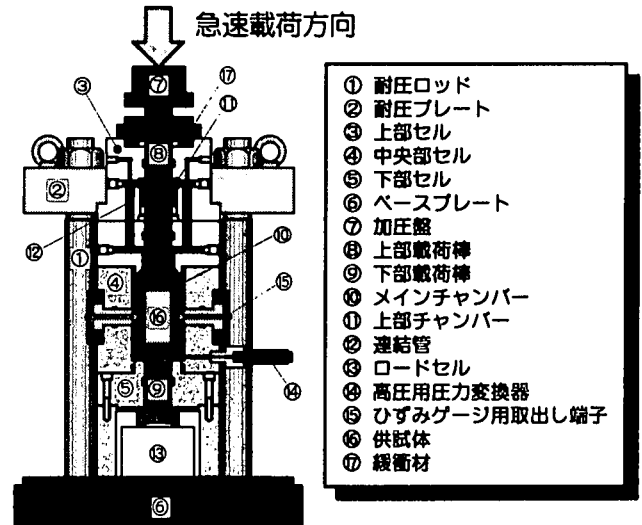


図-2 三軸圧縮荷重装置

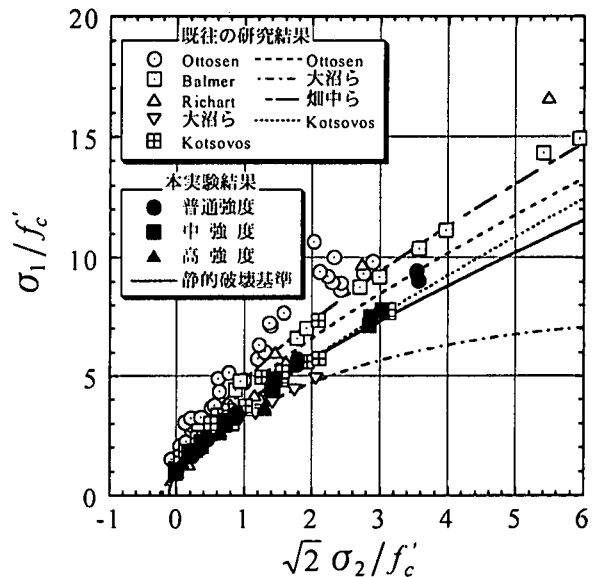


図-3 静的三軸圧縮荷重における破壊基準

縮強度が異なるコンクリートの場合でも一軸圧縮強度 f'_c で割って無次元化することでほぼ一本の破壊曲線で評価することができるとみなせる。

次に、本実験結果に対する破壊基準を定式化することを試みる。本研究では、比較的単純な破壊基準の一つである Leon モデルを用いる。Leon モデルは、

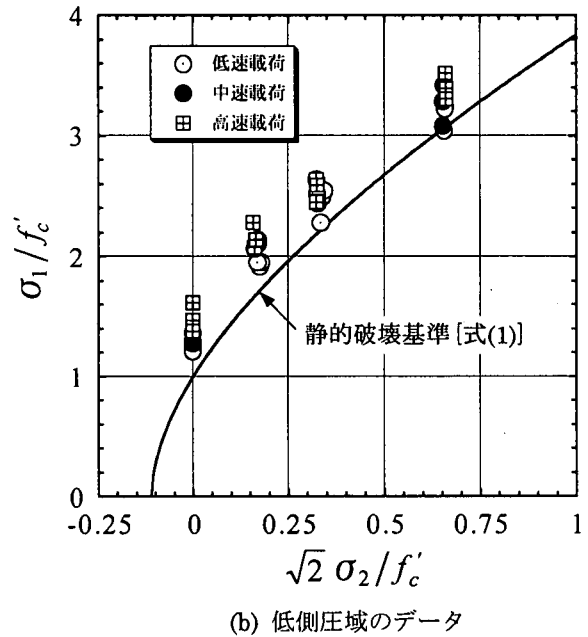
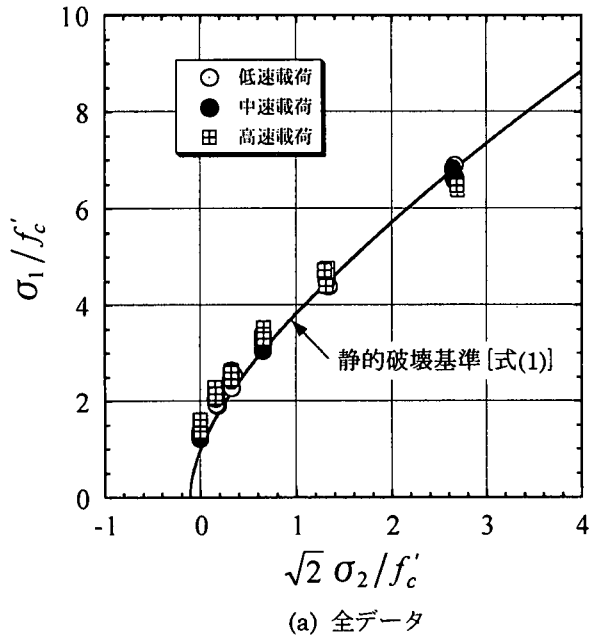


図-4 三軸圧縮応力下の最大応力にひずみ速度が及ぼす影響 (中強度シリーズ)

主応力表示で次式のように与えられる²⁾。

$$f(\sigma_1, \sigma_3) = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{f'_c} \right)^2 - \left(\frac{1-h^2}{h} \right) \left(\frac{\sigma_3}{f'_c} \right) - 1 = 0 \quad (1)$$

ここで、 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ の関係にあるものとし、 σ_1 は最大主応力 (軸方向応力)、 σ_3 は最小主応力 (側圧)、 h はパラメータで静的載荷における一軸引張強度強度と一軸圧縮強度の比 ($h = f_t/f'_c$) である。

静的三軸圧縮載荷で得られた実験結果に式(1)を適用したところ、 $h = f_t/f'_c = 0.08$ の場合に実験値に良く適合した。この関係を、図-3 に太い実線で示す。

(2) 急速三軸圧縮載荷における最大応力にひずみ速度が及ぼす影響

中強度シリーズの急速三軸圧縮載荷において、低速、中速および高速の各載荷速度で得られた最大圧縮強度とその時の側圧の関係を、図-4 に示す。図中には、式(1)で与えられる静的載荷における破壊基準を太い実線で表示している。

この図から、比較的低側圧の範囲では載荷速度の増大に応じて最大圧縮応力は増加するが、ひずみ速度効果による最大応力の増加率は側圧の増加に伴い次第に低減されることがわかる。しかも側圧が $\sqrt{2}\sigma_1/f'_c \geq 1$ の範囲では、載荷速度の大きさに応じて最大圧縮応力が静的破壊基準を下回ることもわかる。

従来、ひずみ速度が大きくなるに従い一軸圧縮強度や一軸引張強度が増加するという結果から、多軸

応力下においても、ひずみ速度が大きくなるに従い最大応力は増加する、つまり破壊曲面は拡大すると考えられてきた¹⁾。しかしながら、本実験結果から、ひずみ速度が三軸応力下における最大応力に及ぼす影響は応力状態によって大きく異なり、必ずしも最大応力を増加させるとは限らないことがわかった。

(3) 動的破壊基準の定式化

静的載荷における一軸圧縮強度を f'_c 、一軸引張強度を f_t とする。任意のひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ で載荷した場合の動的な一軸圧縮強度を f'_{cd} 、動的な一軸引張強度を f_{td} とし、このときの一軸圧縮強度の増加率を $\xi(\dot{\epsilon}) = f'_{cd}/f'_c$ 、一軸引張強度の増加率を $\eta(\dot{\epsilon}) = f_{td}/f_t$ とする。任意のひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ に対する動的破壊基準は、式(3)で与えられる静的破壊基準を準用し、必ずそのひずみ速度における動的な一軸圧縮強度点 f'_{cd} および動的な一軸引張強度点 f_{td} を通るという条件を与えることにより、次式を得る。

$$F(\sigma_1, \sigma_3, \dot{\epsilon}) = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{f'_c} \right)^2 - \left[\frac{1-h^2 \left(\frac{\eta}{\xi} \right)^2}{h \left(\frac{\eta}{\xi} \right)} \right] \xi \left(\frac{\sigma_3}{f'_c} \right) - \xi^2 = 0 \quad (2)$$

ここで、 ξ および η にはそれぞれ著者ら³⁾、Ross ら⁴⁾ によって提案された評価式を用いることにする。

$$\xi(\dot{\epsilon}) = \frac{f'_{cd}}{f'_c} = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{sc}} \right)^{0.006} \left[\text{Log} \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{sc}} \right) \right]^{1.05} \quad (3)$$

$$\eta(\dot{\epsilon}) = \frac{f_{td}}{f_t} = \exp \left[0.00126 \left(\text{Log}_{10} \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{st}} \right)^{3.373} \right] \quad (4)$$

ここに、 $\dot{\epsilon}_{sc} = 1.2 \times 10^{-5}$ (1/sec), $\dot{\epsilon}_{st} = 1.0 \times 10^{-7}$ (1/sec) である。

図-5に、式(2)で与えられる動的破壊基準と実験結果を合わせて示す。これらの図から、本研究で定式化した動的破壊基準は、いずれの載荷速度に対しても実験結果とよく適合しているとみなせる。

(4) 最大圧縮応力とその点に対応する軸方向ひずみの関係

ここでは、急速三軸圧縮載荷試験で得られた最大圧縮応力 σ_p と最大圧縮応力点における載荷軸方向のひずみ ϵ_p を、それぞれ動的一軸圧縮強度 f'_{cd} ならびに動的-一軸圧縮強度時のひずみ ϵ_{cd} で除したものを無次元化最大圧縮応力 (σ_p/f'_{cd}) 、無次元化軸ひずみ $(\epsilon_p/\epsilon_{cd})$ と定義する。

本実験で得られた無次元化最大圧縮応力と無次元化軸ひずみの関係には相関関係が認められた。そこで、回帰分析を行った結果、次に示す式を得た。

$$\frac{\epsilon_p}{\epsilon_{cd}} = \left(\frac{\sigma_p}{f'_{cd}} \right)^{1.74 \exp(-0.05\dot{\epsilon})} \quad (5)$$

代表的な実験結果および式(5)で与えられる関係を図-6に示す。

4. ひずみ速度効果を考慮した直交異方性構成モデルの定式化

静的載荷を受けるコンクリートの直交異方性構成モデルについては、等価一軸ひずみの概念を用いたモデルがElwiら⁵⁾によって提案されている。本研究では、Elwiらによる提案モデルを基本とした上で、次に示す3点を独自に導入することによってひずみ速度効果を考慮する。① 動的載荷に対する初期弾性係数の適用、② 三軸応力下における動的破壊基準の適用、③ 等価一軸ひずみ空間における動的破壊基準の適用である。

4.1 増分型の直交異方性構成モデル

三軸応力下における増分型の直交異方性構成モデルは、異方性の主軸をそれぞれ1, 2, 3で表示すると、次式で与えられる。

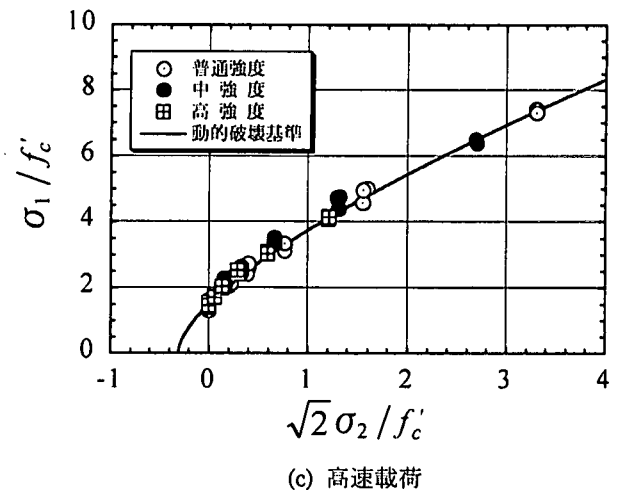
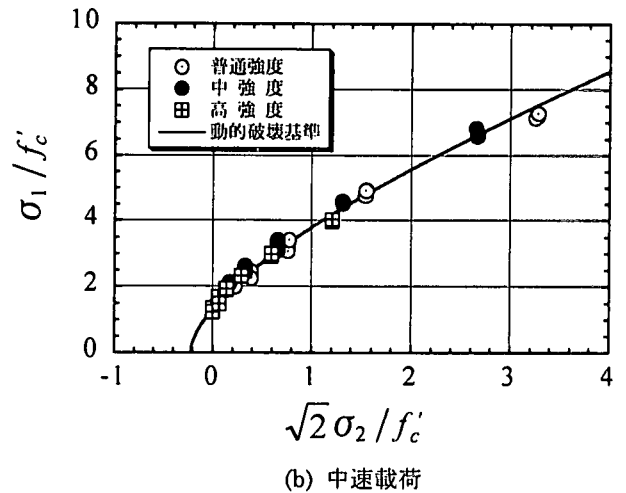
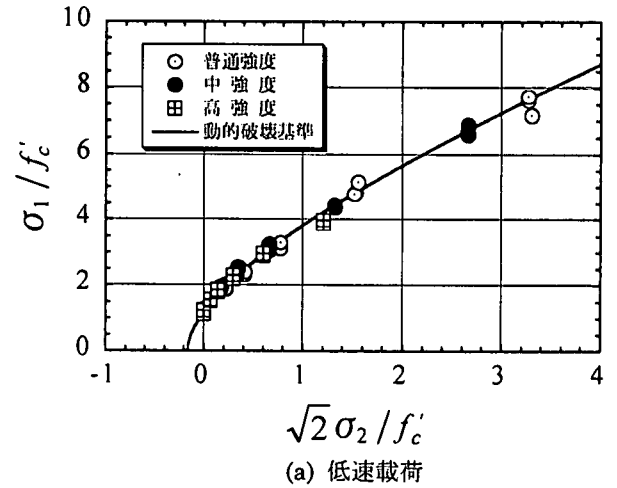
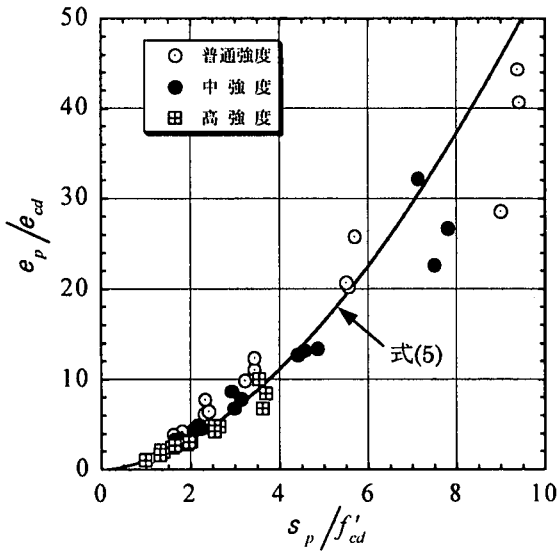
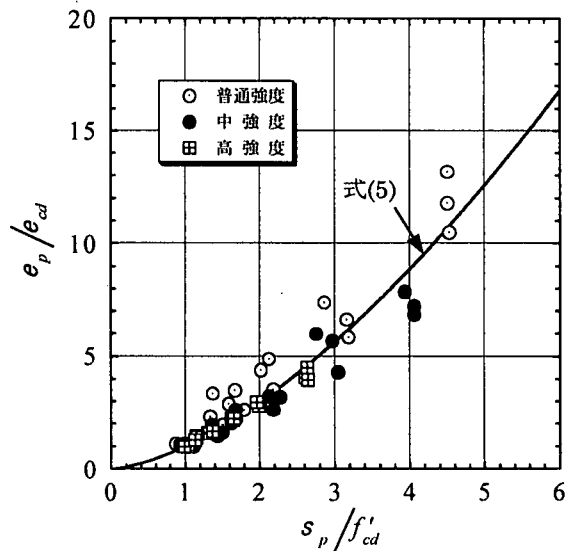


図-5 急速三軸圧縮載荷における実験結果と動的破壊基準

$$\begin{pmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \\ d\tau_{12} \\ d\tau_{23} \\ d\tau_{31} \end{pmatrix} = \frac{1}{\phi} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ sym. & & & G_{12}\phi & 0 & 0 \\ & & & & G_{23}\phi & 0 \\ & & & & & G_{13}\phi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\epsilon_3 \\ d\gamma_{12} \\ d\gamma_{23} \\ d\gamma_{31} \end{pmatrix} \quad (6)$$



(a) 静的載荷



(b) 高速載荷

図-6 代表的な無次元化最大圧縮応力と無次元化軸ひずみとの関係

ここに、 $\phi = 1 - \mu_{12}^2 - \mu_{23}^2 - \mu_{13}^2 - 2\mu_{12}\mu_{23}\mu_{13}$

$$C_{11} = E_1(1 - \mu_{23}^2)$$

$$C_{12} = \sqrt{E_1 E_2}(\mu_{13}\mu_{23} + \mu_{12})$$

$$C_{13} = \sqrt{E_1 E_3}(\mu_{12}\mu_{23} + \mu_{13})$$

$$C_{22} = E_2(1 - \mu_{13}^2)$$

$$C_{23} = \sqrt{E_2 E_3}(\mu_{12}\mu_{13} + \mu_{23})$$

$$C_{33} = E_3(1 - \mu_{12}^2)$$

$$G_{12} = \frac{1}{4\phi} \left[E_1 + E_2 - 2\mu_{12}\sqrt{E_1 E_2} - \left(\sqrt{E_1}\mu_{23} + \sqrt{E_2}\mu_{23} \right)^2 \right]$$

$$G_{23} = \frac{1}{4\phi} \left[E_2 + E_3 - 2\mu_{23}\sqrt{E_2 E_3} - \left(\sqrt{E_2}\mu_{23} + \sqrt{E_3}\mu_{12} \right)^2 \right]$$

$$G_{13} = \frac{1}{4\phi} \left[E_1 + E_3 - 2\mu_{13}\sqrt{E_1 E_3} - \left(\sqrt{E_1}\mu_{23} + \sqrt{E_3}\mu_{12} \right)^2 \right]$$

なお、 $d\epsilon_i$ は i 方向の垂直ひずみ増分、 $d\sigma_i$ は i 方向の垂直応力増分、 $d\gamma_{ij}$ は ij 面内のせん断ひずみ増分、 $d\tau_{ij}$ は ij 面内のせん断応力増分、 E_i は i 方向の弾性係数、 μ_{ij} は ij 面内の等価ポアソン比である。式(6)中の弾性係数や等価ポアソン比は次式で定義される等価一軸ひずみの関数として与える。

$$\epsilon_{in} = \int d\sigma_i / E_i \quad (7)$$

4.2 応力-等価一軸ひずみ関係

式(6)中の接線弾性係数を評価するために応力-等価一軸ひずみ関係を次式で与える。

$$\sigma_i = \frac{E_{0d}\epsilon_{in}}{1 + \left(R + \frac{E_{0d}}{E_s} - 2 \right) \frac{\epsilon_{in}}{\epsilon_{ic}} - (2R-1) \left(\frac{\epsilon_{in}}{\epsilon_{ic}} \right)^2 + R \left(\frac{\epsilon_{in}}{\epsilon_{ic}} \right)^3} \quad (8)$$

ここに、

$$R = \frac{E_{0d}(\sigma_{ic}/\sigma_{if} - 1)}{E_s(\epsilon_{if}/\epsilon_{ic} - 1)^2} - \frac{\epsilon_{ic}}{\epsilon_{if}}, \quad \epsilon_{if} = 4\epsilon_{ic}, \quad \sigma_{if} = \sigma_{ic}/4$$

なお、 σ_i 、 ϵ_{in} は i 方向の応力および等価一軸ひずみ、 E_{0d} はひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ で荷重した場合の初期弾性係数、 σ_{ic} はひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ ならびに現在の特定の主応力比に対して求められる i 方向の破壊曲面上の最大応力、 ϵ_{ic} は σ_{ic} に対応する等価一軸ひずみ、 E_s は割線弾性係数 ($E_s = \sigma_{ic}/\epsilon_{ic}$) である。

式(8)中の σ_{ic} 、 ϵ_{ic} は式(2)および式(5)によって、また E_{0d} は次式³⁾で評価するものとする。

$$E_{0d} = E_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{sc}} \right)^{0.002 \left[\text{Log} \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{sc}} \right) \right]^{1.12}} \quad (9)$$

ここに、 $\dot{\epsilon}_{sc}$ は静的載荷のひずみ速度 [1.2×10^{-5} (1/sec)], E_0 は静的載荷における初期弾性係数 (N/mm²) である。

4.3 等価ポアソン比

等価ポアソン比 (μ_{ij}) はひずみ速度の影響を受けないものとみなせるので、静的載荷を対象として得られた Elwi ら⁵⁾の式を用いて与える。

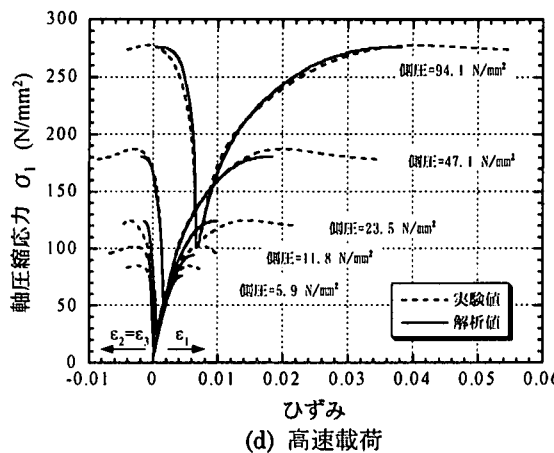
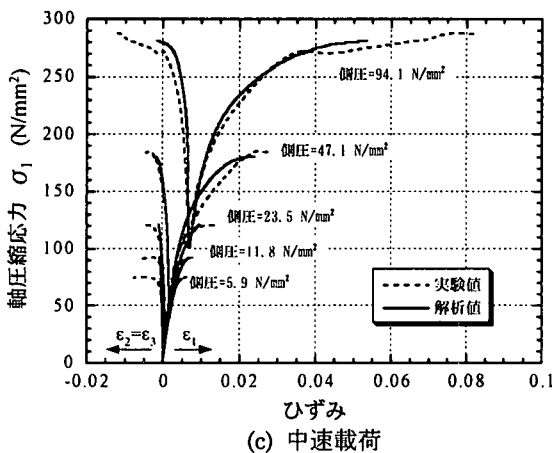
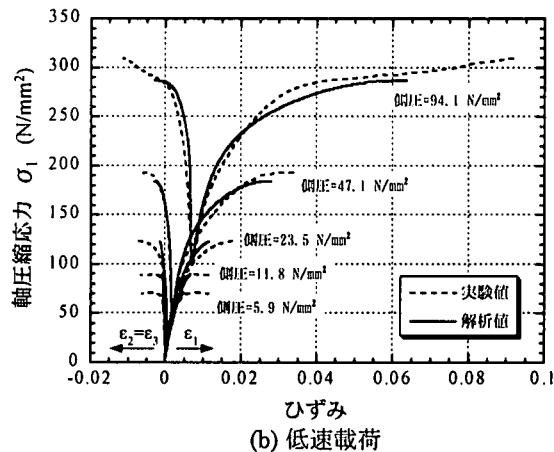
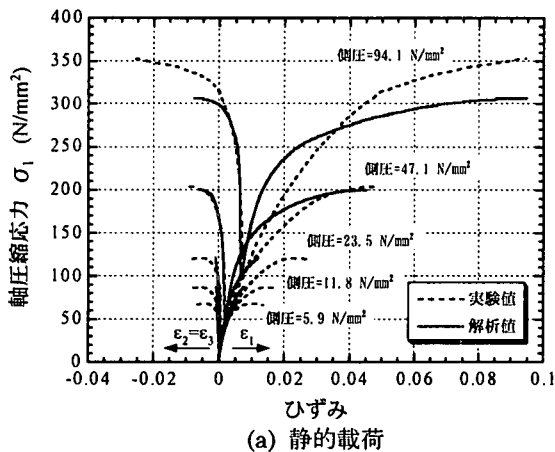


図-7 普通強度コンクリートシリーズの応力-ひずみ関係

$$\mu_{12}^2 = \nu_1 \nu_2, \quad \mu_{23}^2 = \nu_2 \nu_3, \quad \mu_{13}^2 = \nu_1 \nu_3 \quad (10)$$

ここに、

$$\nu_i = \nu_0 \left[1.0 + 1.3763 \frac{\epsilon_{in}}{\epsilon_{ic}} - 5.3600 \left(\frac{\epsilon_{in}}{\epsilon_{ic}} \right)^2 + 8.586 \left(\frac{\epsilon_{in}}{\epsilon_{ic}} \right)^3 \right]$$

なお、 ν_0 はポアソン比の初期値である。

4.4 構成モデルと実験結果の比較

図-7 に、急速三軸圧縮載荷実験で得られた代表的な応力-ひずみ関係と解析結果の比較を示す。これらの図から、解析結果は実験結果との整合性が良好であることが認められる。よって、本節で定式化した直交異方性構成モデルは急速三軸圧縮応力下におけるコンクリートの応力-ひずみ関係を精度良く評価できると考える。

5. まとめ

本研究において得られた結果をまとめて以下に示す。

(1) 三軸応力下で高速載荷を行った場合、最大圧縮応力は載荷速度およびそのときの応力状態に依存し、静的載荷時の最大圧縮応力と比較して大

小異なる状態が存在する。また、これらの関係を与える動的破壊基準を定式化した。

(2) 等価一軸ひずみの概念に基づいてひずみ速度効果を考慮した直交異方性構成モデルの定式化を行った。

参考文献

- 1) 山口 弘・藤本一男・野村設郎：高圧 3 軸圧縮応力下におけるコンクリートの応力-ひずみ関係 その 2 高速載荷，日本建築学会構造系論文報告集第 396 号，pp.50-59，1989.2.
- 2) Pramono, E. and Willam, K. : Fracture energy-based plasticity formulation of plain concrete, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.115, No.6, pp.1183-1204, June, 1989.
- 3) 藤掛一典，篠崎敬一，大野友則，水野淳，鈴木篤：急速一軸圧縮載荷を受けるコンクリートのポストピーク挙動に関する実験的研究，土木学会論文集 No.627, V-44, pp.37-54, 1999.8.
- 4) Ross, C. A., Thompson, P. Y. and Tedesco, J. W. : Split-hopkinson pressure-bar tests on concrete and mortar in tension and compression, *ACI Materials Journal*, V.86, No.5, pp.475-481, Sep.-Oct., 1989.
- 5) Elwi, A. A. and Murray, D. W. : A 3D hypoelastic concrete constitutive relationship, *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol.105, No.EM4, pp.623-640, August, 1979.