

# 落石の斜面衝突運動に関する研究

## A STUDY ON THE MOTION OF ROCKFALLS ON SLOPES

右城猛\*, 篠原昌二\*\*, 谷田幸治\*\*\*, 八木則男\*\*\*\*

Takeshi USHIRO, Shoji SHINOHARA, Koji TANIDA, Norio YAGI

\*工博 (株第一コンサルタンツ 常務取締役 (〒780-8122 高知市高須新町 3-1-5))

\*\* (株第一コンサルタンツ技術部設計二課 (〒780-8122 高知市高須新町 3-1-5))

\*\*\*工修 (株ウエスコ大阪支社技術部設地盤調査課 (〒540-0021 大阪市中央区大手通 2-2-13))

\*\*\*\*工博 愛媛大学教授 工学部環境建設工学科 (〒790-8577 松山市文京町 3)

キーワード：落石，衝突，運動エネルギー，シミュレーション  
(rockfall, collision, kinetic energy, simulation)

### 1. まえがき

落石防護工を計画・設計する上で，落石の軌跡と速度を適切に予測することは極めて重要であり，近年シミュレーション解析による予測が増えている。

斜面を落下する落石の運動には，滑り，転がり，跳躍，衝突があるが，中でも衝突運動が落石の軌跡や速度に大きな影響を及ぼす。

そこで，本研究では，地盤の塑性変形を考慮した反発係数の算定法を提案し，模型実験および既往の現場落石実験結果との対比によって妥当性を確認した。

### 2. 衝突時の運動方程式

#### (1) 衝撃運動方程式とその解

落石を半径  $r$ ，質量  $M$  の球体とすれば，斜面衝突時の衝撃運動方程式は式(1)で求められる。ただし，衝突前の速度  $V_1$  と衝突後の速度  $V_2$  の斜面接線方向成分と法線方向成分をそれぞれ  $(u_1, v_1)$ ， $(u_2, v_2)$  とする。

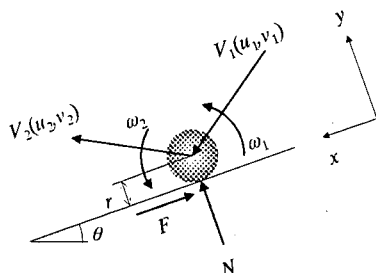


図1 斜面への衝突運動

$$\left. \begin{aligned} M(u_2 - u_1) &= -\int F dt \\ M(v_2 - v_1) &= \int N dt \\ I(\omega_2 - \omega_1) &= r \int F dt \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

運動方程式の解は，式(2)となる。

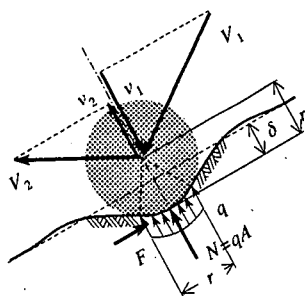
$$\left. \begin{aligned} \mu &\geq \frac{2(u_1 + r\omega_1)}{7v_1(1+e)} \text{ のとき (滑らない)} \\ v_2 &= -ev_1, u_2 = \frac{5u_1 + 2r\omega_1}{7} \\ \omega_2 &= \frac{2r\omega_1 + 5u_1}{7r} \\ \mu &< \frac{2(u_1 + r\omega_1)}{7v_1(1+e)} \text{ のとき (滑るとき)} \\ v_2 &= -ev_1, u_2 = u_1 + \mu(1+e)v_1 \\ \omega_2 &= \omega_1 - \frac{5\mu(1+e)v_1}{2r} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

#### (2) 反発係数

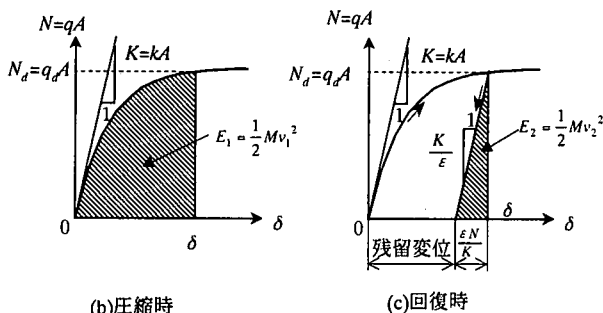
地盤の荷重-変位関係を式(3)の指数関数で表されるものと仮定する。ここに， $q_d$  は地盤の極限支持力度， $k$  はバネ定数である。

$$N = q_d A \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{k}{q_d} \delta\right) \right\} \dots\dots\dots (3)$$

地盤が  $\delta$  だけ変形すれば，それによる歪みエネルギー  $E_1$  は式(4)となる。



(a)衝突時の変形と地盤反力



(b)圧縮時

(c)回復時

図 2 荷重-変位曲線

$$E_1 = q_d A \left[ \delta - \frac{q_d}{k} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{k}{q_d} \delta\right) \right\} \right] \dots\dots(4)$$

衝突直前の斜面垂直方向速度成分  $v_1$  による運動エネルギーが地盤の歪みエネルギーに等しいとすれば、式(5)が得られる。この方程式を解けば地盤の変位  $\delta$  が決定される。また、求められた  $\delta$  を式(3)に代入すれば、垂直抗力  $N$  が得られる。

$$\delta - \frac{q_d}{k} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{k}{q_d} \delta\right) \right\} - \frac{M v_1^2}{2 q_d A} = 0 \dots\dots(5)$$

衝突後に地盤は一部残留変位として残るが、その他の変位は回復する。回復時における荷重-変位関係を図 2(c)のように仮定すれば、衝突後の斜面垂直方向速度成分  $v_2$  は式(6)で、反発係数  $e$  は式(7)で求められる。ただし、 $\epsilon$  は除荷時の剛性硬化率、 $\theta$  は斜面傾斜角である。

$$v_2 = \sqrt{\frac{\epsilon \cdot N^2}{M \cdot k \cdot A} - 2g \cos \theta \cdot \delta} \dots\dots(6)$$

$$e = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{v_1} \sqrt{\frac{\epsilon \cdot N^2}{M \cdot k \cdot A} - 2g \cos \theta \cdot \delta} \dots\dots(7)$$

ただし、 $\frac{\epsilon \cdot N^2}{M \cdot k \cdot A} \leq 2g \cos \theta \cdot \delta$  の場合には、落石が斜面にめり込んだままの状態になるので  $e=0$  とする。

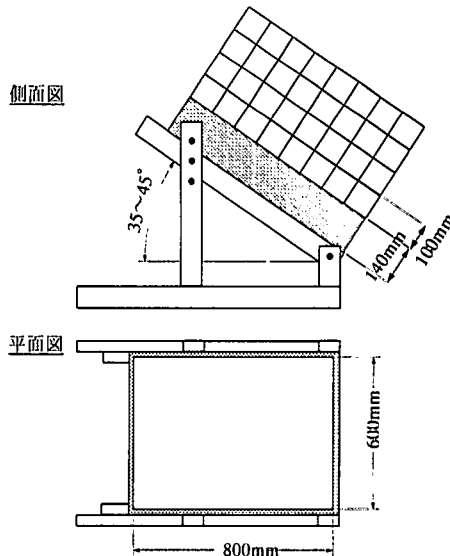


図 3 モデル斜面

### 3. 落石の衝突運動に関する模型実験

#### (1) 実験方法

図 3 に示すモデル斜面を製作し、落石実験を実施した。斜面は、まさ土を密詰め、緩詰めして作成した。斜面勾配は 0 度、35 度、40 度、45 度の 4 種類である。供試落石はコンクリートで製作した。球の半径は 32, 40, 50mm の 3 種類で、それぞれの質量は 0.276, 0.539, 1.054kg であった。

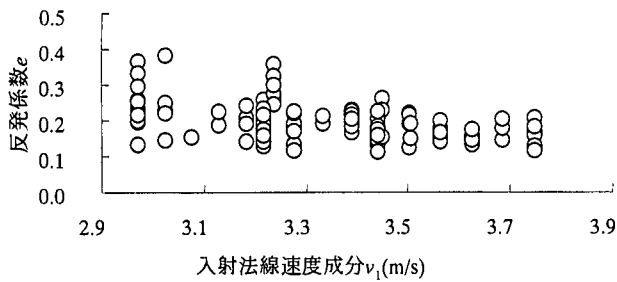
斜面上 1.0m の位置から供試落石を自由落下させ CCD カメラのデジタルビデオ(シャッター速度:1/1000 秒)で側面から撮影した。

#### (2) 実験結果

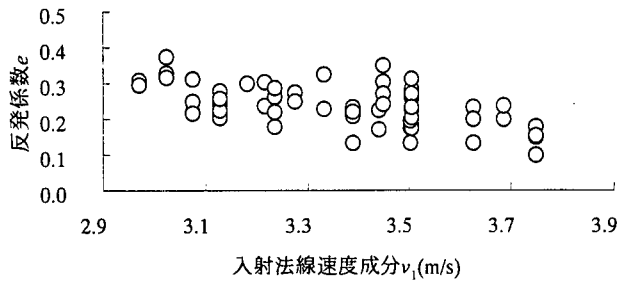
**反発係数**：反発係数は、緩詰め地盤が平均値 0.196, 標準偏差 0.052, 密詰め地盤が平均値 0.234, 標準偏差 0.057 であった。密詰め地盤の平均値が若干大きい。

入射速度の法線方向成分と反発係数の関係を図 4 に示す。緩詰め、密詰めとも入射速度の法線方向成分が増加するに伴って反発係数は減少する。これは、衝突時の斜面法線方向速度成分が大きいほど地盤の塑性変形によるエネルギー損失が大きくなることを意味している。

**減衰係数**：減衰係数とは、反射速度の斜面接線方向成分と入射速度の斜面接線方向成分の比である。入射接線速度と減衰係数の関係は図 5 となる。緩詰め地盤では、入射接線速度の増加に伴い減衰係数も増加する。しかしながら、密詰め地盤では、 $\rho=5/7$  の線上に分布する。これは、斜面衝突時に緩詰め地盤は落石がすべりを伴うのに対して、密詰めではすべりが途中で停止



(a) 緩詰め



(b) 密詰め

図 4 反発係数

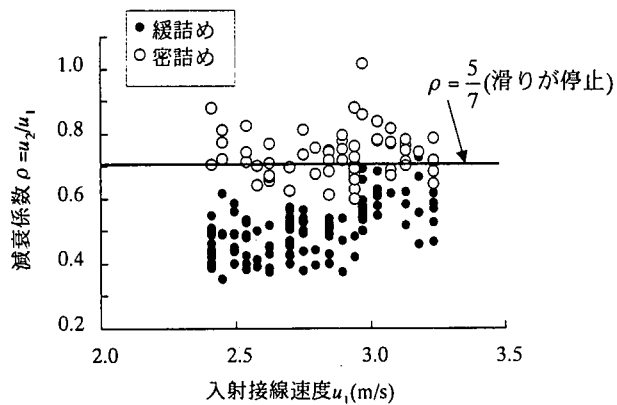


図 5 減衰係数

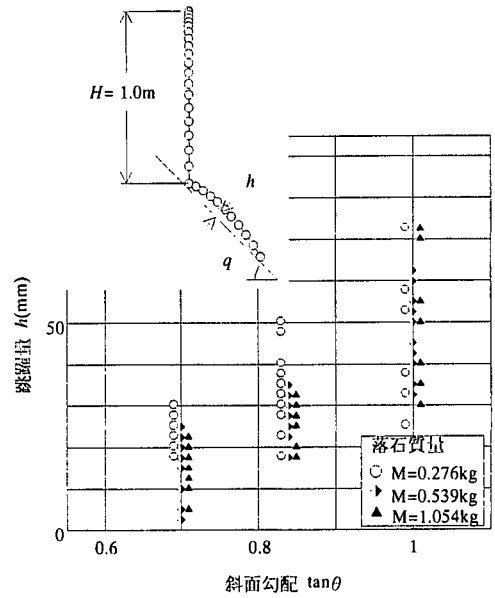
することを意味する。  $\rho=5/7$  の値は、衝撃運動方程式から得られる剛球の衝突運動の理論値である。

**摩擦係数**：緩詰め地盤の摩擦係数を落石が斜面に衝突した際に滑るとして計算すると、平均値 0.339、標準偏差 0.047 となる。なお、密詰め地盤は衝突時にすべりが停止するため摩擦係数を求めることができない。

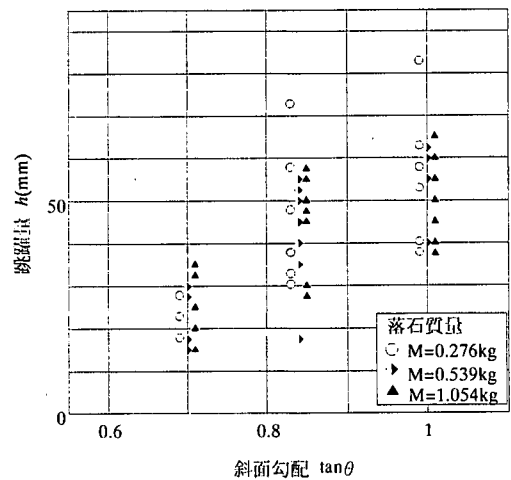
**跳躍量**：落石を斜面上に自由落下させたときの跳躍量は図 6 となった。斜面傾斜角が大きいほど跳躍量も大きくなる。緩詰め地盤と密詰め地盤を比較すると、密詰めの方が若干大きくなっている。

### (3) 実験結果と計算値の比較

実験値と理論計算値を比較した結果を図 7 に示す。なお、解析に用いる摩擦係数には実験値を採用した。除荷時の剛性硬化率  $\varepsilon$  は経験的に 0.9 とした。地盤支持力度は、コーン貫入試験の結果を参考にして決定

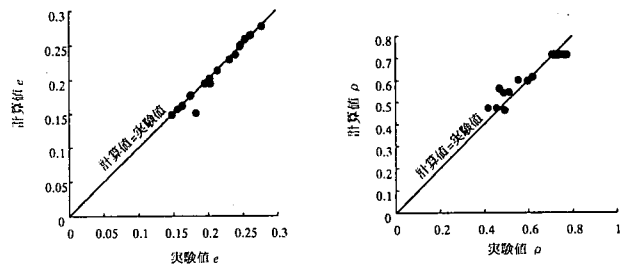


(a) 緩詰め(落下高1.0m)

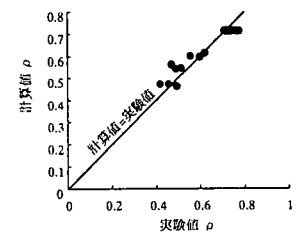


(b) 密詰め(落下高1.0m)

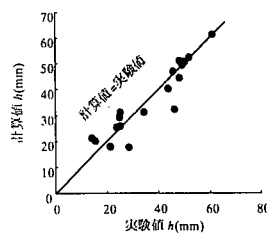
図 6 跳躍量



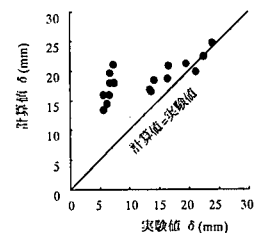
(a) 反発係数



(b) 減衰係数



(c) 跳躍量



(d) 塑性沈下量

図 7 実験結果と計算値の比較

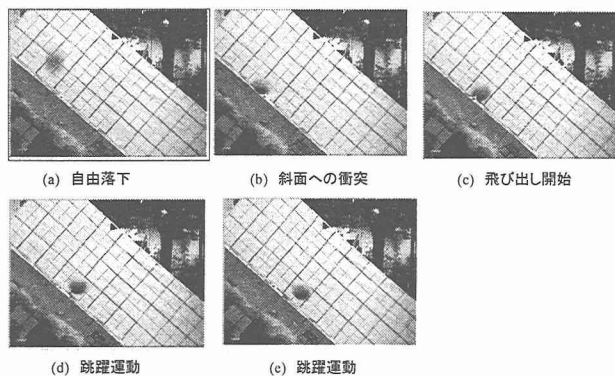


写真 1 落石の衝突運動  
( $\theta=40$  度の緩詰め地盤, 落石質量 0.54kg)

した。バネ定数は、実験値からの逆解析で決定した。沈下量が若干異なるものの、反発係数、減衰係数、跳躍量は実験結果を良くシミュレートできている。

#### 4. 現場落石実験のシミュレーション

##### (1) 概説

建設省土木研究所は、昭和 55 年に、高松市近郊（香川県牟礼町）の土取り場跡地で落石実験を実施している。その中から落石の軌跡図が得られている 30 ケースをもとに、軌跡図から逆解析によって反射速度、反発係数、減衰係数などを求め、これらのデータからシミュレーションに用いるパラメータを決定し、シミュレーションを行い実験結果と比較検討した。

##### (2) 反発係数と斜面のラフネス

落石衝突時の斜面垂直速度成分と反発係数の関係をコンクリート斜面と岩盤（風化花崗岩）斜面に分類して示すと図 9 となる。図 9(a)の凡例の数値は衝突地点の斜面傾斜角を示す。(b)の図中の○印は比較的信頼できるデータ、×印は信頼度が薄いとされるデータである。

コンクリート、岩盤斜面のいずれも、反発係数と衝突速度の斜面垂直速度成分は比較的相関性が良く、その関係は次の指数関数で近似される。

##### コンクリート斜面

$$e = 0.8478 \exp\{-0.0842(-v_1)\} \dots\dots\dots (8)$$

##### 岩盤斜面

$$e = 2.506 \exp\{-0.1053(-v_1)\} \dots\dots\dots (9)$$

岩盤斜面の地質は風化花崗岩であり、コンクリート斜面に比べて明らかに硬度が小さい。それにも関わらず大きな反発係数が求められている。この原因は、反発係数を算定する際の入射角と反射角の誤差によるものと考えられ。

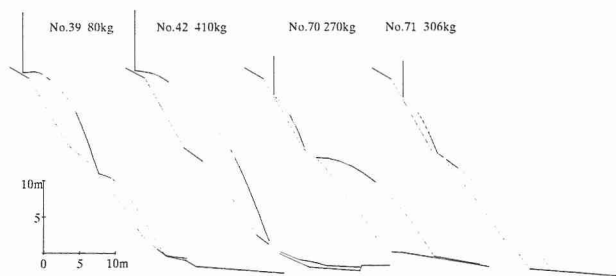
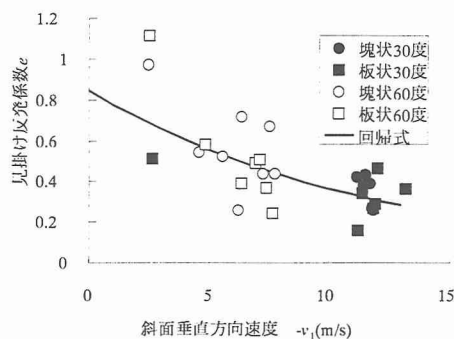
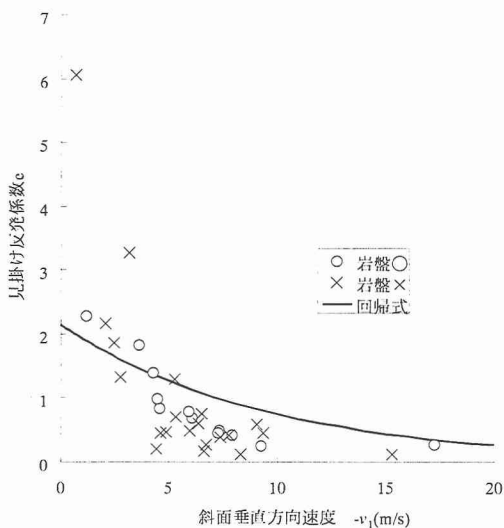


図 8 高松落石実験での軌跡の一例



(a)コンクリート斜面



(b)岩盤斜面

図 9 軌跡図から逆解析で得られた反発係数

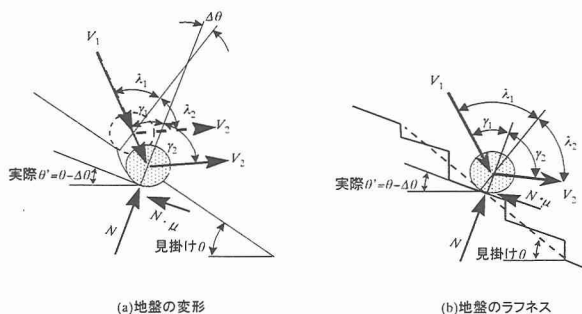


図 10 落石の入射角と反射角

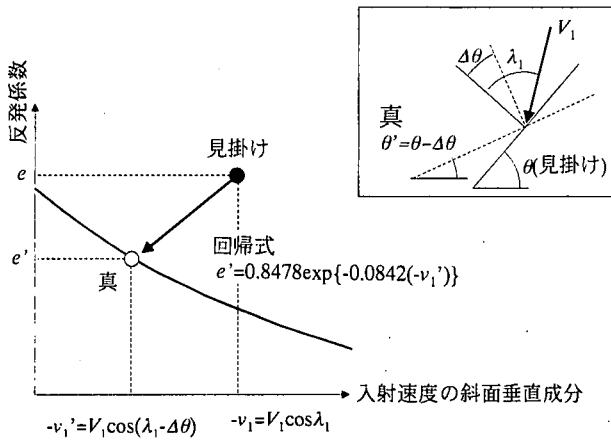


図 11 斜面補正角 $\Delta\theta$

真の斜面傾斜角は、図 10 に示すように落石の衝突による変形や地盤のラフネスを考慮した $\theta'$ であるが、測量で得られるのは見掛けの斜面傾斜角 $\theta$ である。このことにより岩盤斜面では、過大な見掛けの反発係数が逆算されたものと考えられる。

真でない反発係数が求められる原因の全てが、斜面傾斜角の誤差 $\Delta\theta$ にあると仮定すると、誤差角 $\Delta\theta$ は、式(10)となる。ただし、 $V_1$ は入射速度、 $V_2$ は反射速度、 $\lambda_1$ は見掛けの入射角、 $\lambda_2$ は見掛けの反射角、 $e'$ は真の反発係数である。

$$\Delta\theta = \tan^{-1} \frac{V_2 \cos \lambda_2 - e' V_1 \cos \lambda_1}{V_2 \sin \lambda_2 + e' V_1 \sin \lambda_1} \dots\dots (10)$$

コンクリート斜面から逆算された回帰式を真の反発係数と仮定し、式(10)で斜面の補正角度 $\Delta\theta$ を求めると表 1 となる。

表 1 斜面補正角の平均値と標準偏差

	平均値 $m(^{\circ})$	標準偏差 $\sigma(^{\circ})$
上部コンクリート斜面	0.12 $\theta$	0.374 $\theta$
下部コンクリート斜面	0	0.075 $\theta$
岩盤斜面	0.13 $\theta$	0.17 $\theta$

(3) 地盤の荷重-変位関係の逆解析

コンクリート斜面で得られた反発係数の回帰式から逆解析によって反発係数の提案式(式(3), 式(6))のパラメータを決定した。

除荷時の剛性硬化率 $\epsilon$ は、 $v_1=0$ のときの反発係数に相当する。地盤の極限支持力度 $q_d$ は、コンクリートの圧縮強度  $20\text{MN/m}^2$  に等しいと仮定し、回帰式に近似する  $k$  を試行錯誤的に決定した。その結果を図 12 に示す。

(4) 落石質量と反発係数の関係

逆解析された地盤定数を用いて、提案式で落石の質量と反発係数の関係を求めると図 13 となる。図 13 に

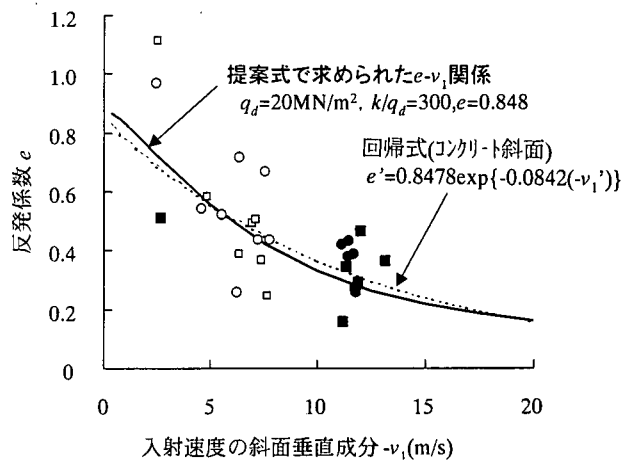


図 12 コンクリート斜面の反発係数

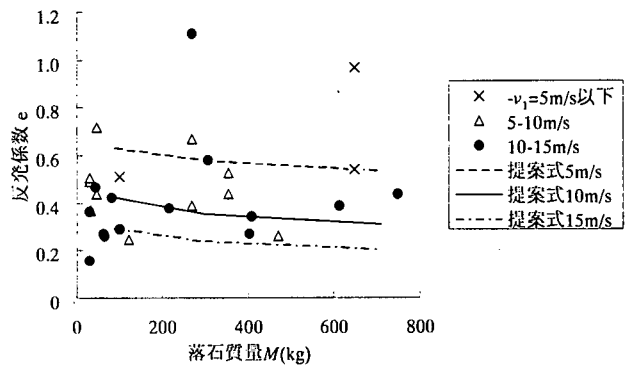


図 13 反発係数と落石質量の関係

は落石実験から求められたコンクリート斜面の修正反発係数も示している。両者は比較的よい整合を示す。反発係数は、落石質量に対して敏感には反応しないことがわかる。

(5) シミュレーションの方法

シミュレーションを行った斜面形状を図 14 に示す。上部には傾斜角 30 度と 60 度のコンクリート斜面があり、下部は岩盤斜面である。

落石は半径 0.25m、質量 0.17t の球体である。図 13 に示す位置から 60 度のコンクリート斜面へ自由落下させるものとした。

地盤定数には逆解析から得られた値を用いた。地盤反力係数  $k_d=6,000\text{MN/m}^3$ 、極限支持力度  $q_d=20\text{MN/m}^2$ 、除荷時の地盤剛性硬化率  $\epsilon=0.848$ 、摩擦係数はコンクリート斜面 $\mu=0.5$ 、岩盤斜面 $\mu=0.25$  である。

落石が斜面へ衝突する時には、斜面のラフネス等を考慮するため傾斜角を補正した。補正角度は、正規乱数を発生させて決定した。正規乱数のパラメータは、コンクリート斜面が平均値  $m=0$  度、標準偏差 $\sigma=4.56$  度、岩盤斜面が平均値  $m=0.33\theta$ 、標準偏差 $\sigma=0.25\theta$  とし

た。ただし、 $\theta$ は衝突地点の斜面傾斜角である。乱数の発生区間は $m \pm 1.96\sigma$ とした。

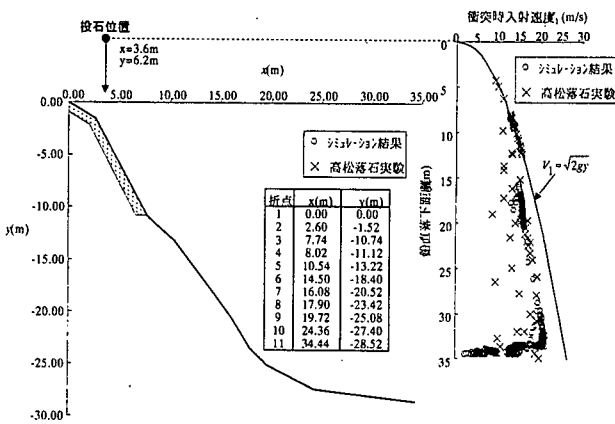


図 14 解析斜面と速度分布

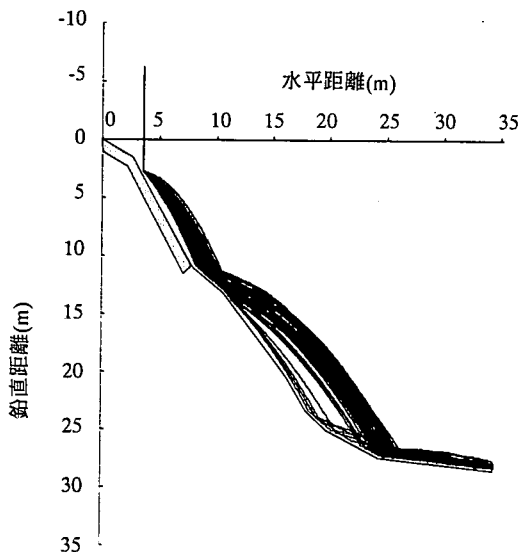


図 15 シミュレーションによる軌跡図(50 回分)

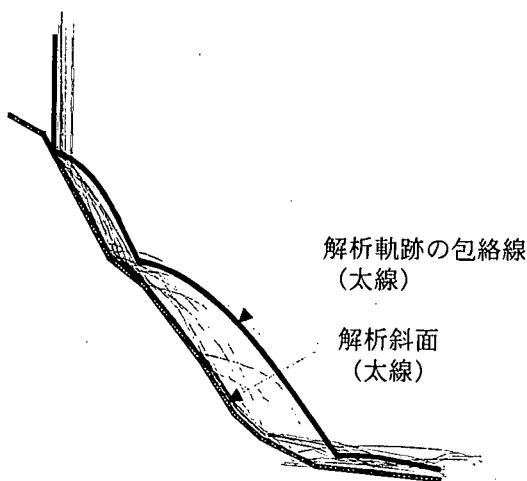


図 16 落石実験の軌跡図

## (6) 解析結果

図 14 に衝突時の入射速度分布を示す。シミュレーション結果は、限られた所にデータが集中している。これに対して、実験から得られたデータは広範囲に分散している。これは投石条件の違いにある。シミュレーションでは投石位置を固定しているが、実験は 30 ケース全てで投石位置が異なるためである。このことを考慮すれば実験結果を精度よくシミュレートできている。

200 回のシミュレーションより得られた軌跡図のうち、50 回分を図 15 に示す。また、シミュレーションで得られた軌跡の包絡線を落石実験の軌跡図と比較すれば図 16 となる。実験と解析では落石の投下高、投下位置が異なるにも関わらず、解析で得られた包絡線は、実験軌跡をほぼ包絡している。

## 5. 結論

斜面を落下する落石の運動には、滑り、転がり、衝突、跳躍があるが、衝突時の反発係数が軌跡や速度に対して最も大きな影響を与える。既往のシミュレーション解析では、反発係数を地盤の特性値として取り扱ってきた。しかし、反発係数は地盤の変形特性、落石の衝突速度、斜面ラフネスに依存する。こうしたことから、本研究において、エネルギー保存則に基づく新しい衝突理論モデルを提案した。

この衝突理論モデルを用いてシミュレーションを行えば、落石の速度、軌跡を高い精度でシミュレートできることが室内模型実験および既往の現場実験で確認された。

## 謝 辞

本研究は、社団法人四国建設弘済会の「平成 10 年度建設事業の技術開発支援制度」による助成を受けて平成 11 年 4 月 1 日から平成 12 年 3 月 31 日までの期間に実施したものである。

また、本論文で記載した現場落石実験のシミュレーションは、社団法人日本道路協会「落石シミュレーション手法検討 W.G.」(座長：松尾治建設省土木研究所動土質研究室長)の会議用資料として作成したものである。メンバーから有意義なご助言を賜った。

社団法人四国建設弘済会の小谷義忠氏をはじめ、本研究にご協力いただいた各位に衷心より深甚の感謝を申し上げます。