

(51) 軽量充填材・プレートガーダー複合桁の弾性衝撃応答解析

ELASTIC ANALYSIS OF IMPULSIVE BEHAVIOR OF COMPOSITE BEAMS
OF PLATE GIRDER AND LIGHTWEIGHT FILLER

岡村美好*, 深澤泰晴**, 太田貞次***

Miyoshi OKAMURA, Yasuharu FUKASAWA and Teiji OHTA

*工修 山梨大学助手 工学部土木環境工学科 (〒400 山梨県甲府市武田四丁目3-11)

**工博 山梨大学教授 工学部土木環境工学科 (〒400 山梨県甲府市武田四丁目3-11)

***(株)宮地鐵工所 技術開発部 (〒103 東京都中央区日本橋小伝馬町15-18)

キーワード：軽量充填材，プレートガーダー，複合桁，弾性衝撃応答

(lightweight filler, plate girder, composite beam, elastic impulsive behavior)

1. はじめに

近年、土木構造物の軽量化や衝撃吸収性等の向上を目的として、発泡スチロールやウレタンフォームのような高分子材料と従来の土木材料を組み合わせた各種の複合構造物が開発されてきている。

プレートガーダー橋においても、騒音低減を目的として、制振性や吸音性に優れた硬質ウレタンのような発泡性材料との複合化が行われ、その効果は実験的に検証されている。しかしながら、このような複合桁に対する解析的な研究例は少なく、発泡性材料との複合化によってプレートガーダーの動的特性がどのように変化するのかについてはあまり検討されていない。また、発泡性材料はその生成法によって材料物性値が変化すること、および多様な複合方法があることから、最適な発泡性材料の選定ならびに合理的な複合桁の断面設計のための基礎資料を得るためにも、解析面からの検討は重要であると考えられる。

本論文では、I形プレートガーダーに硬質ウレタンのような発泡性材料を充填した複合桁を対象に、その基本的な動的特性と発泡性材料の影響について明らかにすることを目的として、有限帯板法と有限プリズム法¹⁾を併用した離散化モデルを用いた固有振動解析および弾性衝撃応答解析を試みる。また、発泡性材料のヤング率を変化させた解析を行い、発泡性材料の材料物性値の影響についても検討する。

2. 解析の概要

2.1 解析モデル

図-1に解析モデルを示す。本研究で対象とする複合桁は、I形プレートガーダーの上下フランジとウェブとの間の空間に硬質ウレタンのような発泡性材料を充填（以後、軽量充填材と呼ぶ）して一体化したものであり、軽量充填材はプレートガーダーに強く密着しているものとする。支持条件は両端単純支持とし、軽量充填材の表面は自由とする。また、軽量充填材の効果を明らかにするために、軽量充填材との複合化を行わないプレートガーダーだけのモデルについても同様の解析を行うこととする。

使用した材料物性値を、表-1に示す。軽量充填材は等方性材料であると仮定し、ポアソン比および単位質量は一定として、弾性定数が2.5, 5.0, 7.5, 10.0 (GPa)のA, B, C, Dの4種類を用いる。

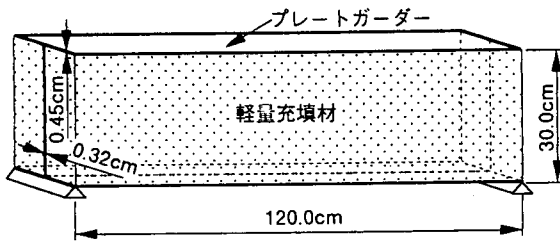


図-1 解析モデル

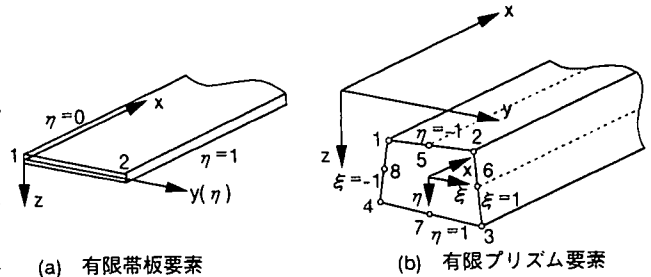
表-1 材料物性値

	弾性定数 E (GPa)	ポアソン比 ν	単位質量 ρ (kg/m ³)
プレートガーダー	206	0.3	7.85 × 10 ³
軽量充填材	A	2.5	30.0
	B	5.0	
	C	7.5	
	D	10.0	

2.2 解析方法

解析には、有限帯板法と有限プリズム法を併用し、プレートガーダーを帯板要素で、軽量充填材をアイソパラメトリック要素を適用した8節線プリズム要素で離散化する。

それぞれの要素について、図-2のように座標系を設定する。x, y, z 軸方向の変位を u, v, w, x 軸回りの回転角を θ で表し、両端が単純支持される場合の変位関数として、それぞれ次式を用いる。



(a) 有限帯板要素

(b) 有限プリズム要素

図-2 離散化要素

帯板要素に対して

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^r \begin{Bmatrix} \langle N_p \rangle & 0 & 0 \\ 0 & \langle N_p \rangle & 0 \\ 0 & 0 & \langle N_b \rangle \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_{i,m}\} \\ \{V_{i,m}\} \\ \{W_{i,m}\} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 $\langle \rangle$ は列ベクトル、 $||$ は行ベクトルを表し、

$$\langle N_p \rangle = (1-\eta \quad \eta), \quad \langle N_b \rangle = (1-3\eta^2+2\eta^3 \quad \eta(1-2\eta+2\eta^2) \quad 3\eta^2-2\eta^3 \quad \eta(\eta^2-\eta)) \quad (2) \text{ a,b}$$

$$\{U_{i,m}\} = \begin{Bmatrix} u_{1,m} \\ u_{2,m} \end{Bmatrix} \cos k_m x, \quad \{V_{i,m}\} = \begin{Bmatrix} v_{1,m} \\ v_{2,m} \end{Bmatrix} \sin k_m x, \quad \{W_{i,m}\} = \begin{Bmatrix} w_{1,m} \\ \theta_{1,m} \\ w_{2,m} \\ \theta_{2,m} \end{Bmatrix} \sin k_m x \quad (3) \text{ a-c}$$

ただし、 $k_m = m\pi/L$ であり、m は部材軸方向の半波長波数、L は部材長を表す。

8節線プリズム要素に対して

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^r \begin{Bmatrix} \langle N \rangle & 0 & 0 \\ 0 & \langle N \rangle & 0 \\ 0 & 0 & \langle N \rangle \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_{i,m}\} \\ \{V_{i,m}\} \\ \{W_{i,m}\} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

ここに

$$\langle N \rangle = \langle N_1 \quad N_2 \quad \dots \quad N_8 \rangle \quad (5)$$

$$\{U\} = \langle u_{1,m} \quad u_{2,m} \quad \dots \quad u_{8,m} \rangle^T \cos k_m x, \quad \{V\} = \langle v_{1,m} \quad v_{2,m} \quad \dots \quad v_{8,m} \rangle^T \sin k_m x \quad (6) \text{ a,b}$$

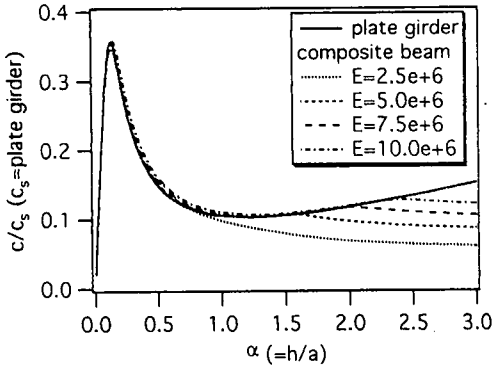


図-3 曲げ波動の位相速度分散曲線

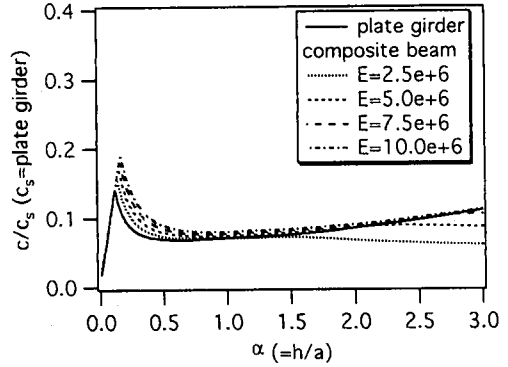


図-4 曲げねじり波動の位相速度分散曲線

$$\{W\} = \langle w_{1,m} \quad w_{2,m} \quad \dots \quad w_{8,m} \rangle^T \sin k_m x \quad (6) \text{ c}$$

であり、式 (5) の形状関数はそれぞれ次のように表される。

$$\text{隅角節線: } N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(\xi\xi_i + \eta\eta_i - 1) \quad (7) \text{ a}$$

$$\text{節線 } \xi_i = 0: N_i = \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta\eta_i), \quad \text{節線 } \eta_i = 0: N_i = \frac{1}{2}(1 + \xi\xi_i)(1 - \eta^2) \quad (7) \text{ b,c}$$

式 (1), (4) の変位場を仮想仕事式に適用することにより、各要素に対する運動方程式を求めることができる。これをすべての要素について重ね合わせるにより、系全体に対する運動方程式が次のように求められる。

$$[M]\{\ddot{d}\} + [C]\{\dot{d}\} + [K]\{d\} = \{f\} \quad (8)$$

ここに、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ は質量マトリクス、減衰マトリクス、剛性マトリクスであり、 $\{d\}$ 、 $\{f\}$ は節線変位ベクトル、節線外力ベクトルを表す。また、減衰マトリクスは次式を仮定する。

$$[C] = \alpha_0[M] + \alpha_1[K] \quad (9)$$

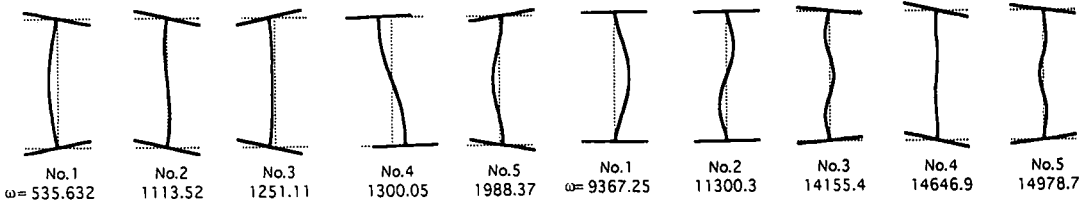
要素分割はI形プレートガーダーを32要素（フランジ8要素、ウェブ16要素）、軽量充填材を32要素（4要素×8要素）とする。式 (8) による応答計算にはNewmarkの β 法（ $\beta = 1/4$ ）を用いる。

3. 波動伝播特性

複合桁およびI形プレートガーダーの曲げ波動、曲げねじり波動について最小モードの位相速度分散曲線を図-3、4に示す。横軸は波長 a に対する桁高 h の比 α ($=h/a$)、縦軸は位相速度 c をI形プレートガーダーのせん断波速度 c_s で無次元化して示している。実線がプレートガーダーの位相速度分散曲線であり、その他の点線等が表-1に示した4種類の軽量充填材を使用した複合桁の位相速度分散曲線を表す。

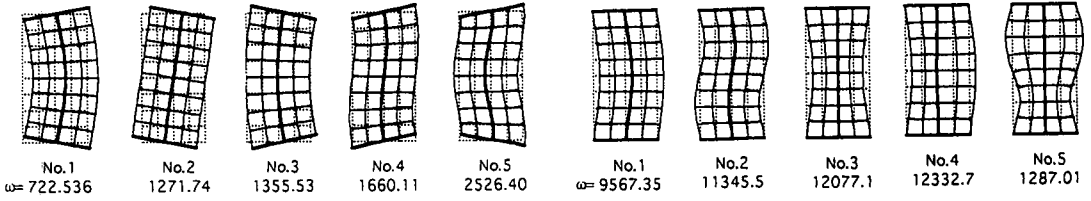
曲げ波動（図-3）では、 $\alpha < 0.2$ の波長では複合桁とプレートガーダーの位相速度分散曲線はほぼ一致し、ほとんど軽量充填材の影響は生じてない。この範囲は梁理論による近似が可能であり、プレートガーダーの断面変形はあまり生じないことから軽量充填材による断面変形の拘束の影響は小さいものと考えられる。 $0.2 < \alpha < 1.0$ と波長が短くなると、複合桁の位相速度はプレートガーダーよりも大きくなるが軽量充填材の弾性定数による違いはあまり現れていない。さらに波長が短くなると複合桁の位相速度はそれぞれほぼ一定値を示すようになり、軽量充填材の弾性定数が小さいほど一定値を示す波長は長く、その値は小さくなっている。

曲げねじり波動（図-4）では、梁理論で近似できるような $\alpha < 0.2$ の波長では曲げ波動と同様にプレートガーダーの位相速度分散曲線はほぼ一致し、ほとんど軽量充填材の影響は生じていない。 $0.2 < \alpha < 1.5$ の範囲では、複合桁



(a) プレートガーダー

(a) プレートガーダー



(b) 複合桁

(b) 複合桁

図-5 波動モード ($\alpha = 0.125$)

図-6 波動モード ($\alpha = 2.0$)

の位相速度はプレートガーダーよりも大きくなり、軽量充填材の弾性定数が大きいほどその傾向は顕著である。さらに波長が短くなると、曲げ波動と同様に複合桁の位相速度はそれぞれほぼ一定値を示すようになる。

図-5, 6は、 $\alpha = 0.125, 2.0$ のときの複合桁とプレートガーダーの波動モードについて第5次モードまでの断面変形モードを比較したものである。また、図中にはそれぞれの固有円振動数も示している。

$\alpha = 0.125$ (図-5) では、第1次、第5次モードは複合桁とプレートガーダーの変形モードはほぼ一致しているが、第2～4次モードでは複合桁の変形モードはプレートガーダーとは異なり、複合桁としたことにより断面変形が拘束されたものと考えられる。また、固有円振動も複合化したことにより大きな値となり、第1次モードで約30%の増大を示している。

$\alpha = 2.0$ (図-6) では、第1次、第2次モードは複合桁とプレートガーダーの変形モードはほぼ一致し、固有円振動数も大きな差は生じていない。しかし、第3次モード以上の複合桁ではプレートガーダー部分よりも軽量充填材部分の変形が大きく、プレートガーダー部分とは独立したようなモードとなっている。これらのモードでは固有円振動数も小さな値となり、図-3, 4において位相速度が低下する波長が短い範囲では、このような軽量充填材の変形が卓越したモードが生じていることがわかる。

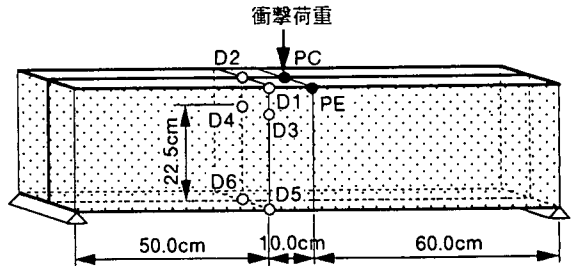


図-7 载荷位置および応答着目点

4. 弾性衝撃応答解析

図-7に载荷位置および応答の着目点を示す。荷重は、継続時間 t_0 、振幅 10 N の半周期正弦波パルスの集中荷重として、スパン中央断面上にフランジ中央PC、上フランジ自由縁に载荷する。応答は、载荷断面より 10 cm 離れた断面の変位応答に着目し、载荷側の上・下フランジ自由縁D1・D5、上・下フランジ中央D2・D6の鉛直方向変位、ウェブの桁高の4等分点D3および同じ高さの軽量充填材表面D4の水平方向変位を求める。

軽量充填材の弾性定数は $E=5.0$ (GPa) とし、式(3)、(6)における部材軸方向の半波長波数 m は変位応答の収束性を検討して15までとした。式(9)における減衰マトリクスの作成にあたっては、過去に行ったI形プレートガーダー

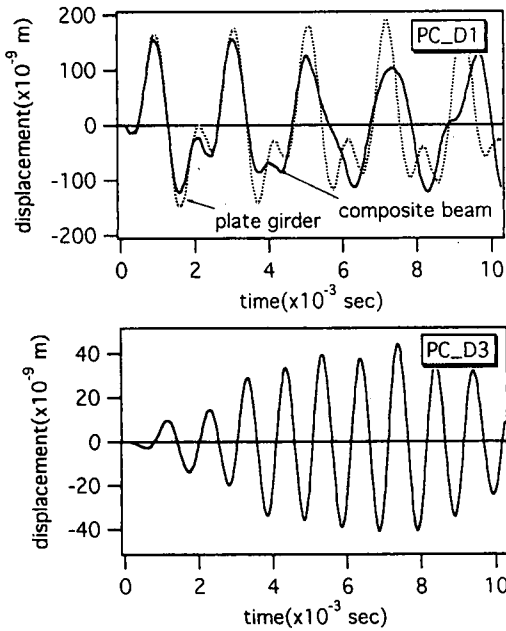


図-8 中心荷荷の場合の変位応答曲線

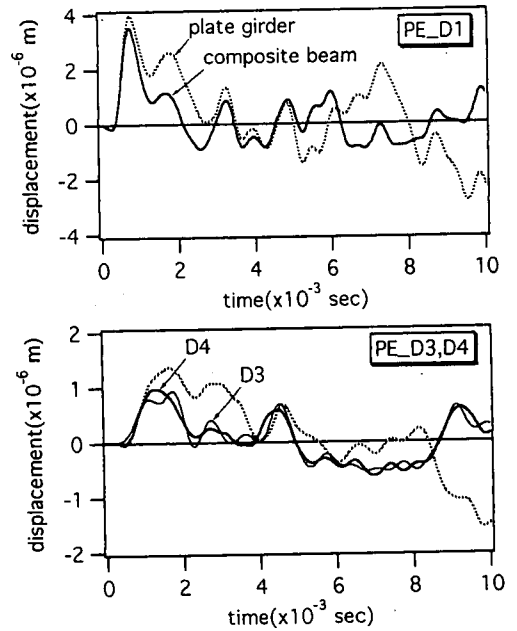


図-9 偏心荷荷の場合の変位応答曲線

および硬質ウレタンの振動実験より得られた値を参考にして、次の値を仮定した。

プレートガーダー： $\alpha_0 = 62$, $\alpha_1 = 5.6 \times 10^{-7}$

軽量充填材： $\alpha_0 = 0.65$, $\alpha_1 = 0.82 \times 10^{-3}$

荷重継続時間 $t_0 = 0.5 \text{ msec}$ 、中心荷荷 PC のときの変位応答を図-8に示す。縦軸は変位、横軸は時間であり、実線が複合桁、点線がプレートガーダーの応答を表す。上フランジ自由縁の鉛直変位応答 D1 は、波動の立ち上がりは複合桁とプレートガーダーではほぼ一致しているが、時間の経過とともに複合桁の振幅が小さく、周期が長くなっており、複合化による制振効果が現れたものと考えられる。一方、複合桁のウェブの水平方向の変位応答 D3 と軽量充填材表面の水平方向の変位応答 D4 に着目すると、中心荷荷のためウェブの水平方向変位 D4 は生じていないが、軽量充填材の表面 D3 には上フランジ自由縁の鉛直変位応答 D1 より短い周期の水平方向変位が生じていることがわかる。これは、図-6 の第 5 次モードのような軽量充填材の変形が卓越したモードによるものと考えられる。

荷重継続時間 $t_0 = 0.5 \text{ msec}$ 、偏心荷荷 PE のときの変位応答を図-9に示す。上フランジ自由縁の鉛直変位応答 D1 は、複合桁とプレートガーダーの応答は波動の立ち上がり以外は一貫せず、複合桁の応答振幅はプレートガーダーよりも小さくなっている。また、ウェブの水平方向変位 D4 も複合桁とプレートガーダーでは一致せず、軽量充填材との複合化によりウェブの面外変形に対しても制振効果が現れていることがわかる。一方、複合桁のウェブと軽量充填材表面の水平方向変位応答 D4、D3 は、波動の立ち上がりから違いが生じ、軽量充填材表面 D3 において高次の振動が現れている。

中心荷荷 PC のときの上フランジ自由縁 D1 の鉛直方向速度応答のフーリエスペクトルを図-10に示す。縦軸はベクトル振幅、横軸は周波数であり、片対数目盛りで表している。点線はプレートガーダー、実線は複合桁のスペクトルを表す。卓越周波数はほぼ一致しているが、高次の卓越周波数の方が複合化の影響が顕著に現れ、1000Hz 付近の卓越周波数では複合桁のスペクトル振幅はプレートガーダーの約 30% にまで小さくなっている。

偏心荷荷 PE のときのウェブ D4 と軽量充填材表面 D3 の水平方向速度応答のフーリエスペクトルを図-11に示す。点線はプレートガーダー、実線は複合桁のウェブ D4、鎖線は複合桁の軽量充填材表面 D3 のスペクトルを表す。800Hz 以下の低周波数領域においては複合桁とプレートガーダーの卓越周波数は異なっているもののスペクトル振

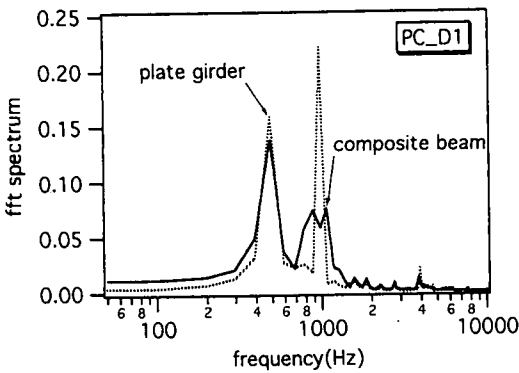


図-10 中心載荷の場合のフーリエスペクトル

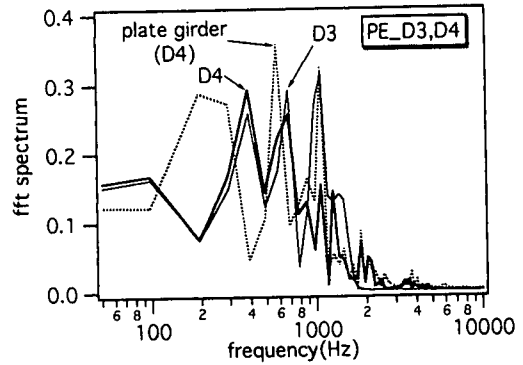


図-11 偏心載荷の場合のフーリエスペクトル

幅に大きな違いは生じていない。一方、800Hz以上の高周波数領域においては、複合桁とプレートガーダーの卓越周波数はほぼ一致するがスペクトル振幅は異なり、1000Hz付近において複合桁のスペクトル振幅はプレートガーダーの60%程度になっている。しかし、1500~2000Hzにおいて軽量充填材表面のスペクトル振幅が顕著なものとなっている。

5. まとめ

I形プレートガーダーと軽量充填材との複合桁について、有限帯板法と有限プリズム法を併用した離散化モデルを適用し、固有振動解析および弾性衝撃応答解析を行い、その基本的な動的特性とともに軽量充填材の影響について検討を行った。

その結果は以下のようにまとめられる。

(1) 曲げ振動および曲げねじり振動の最低次分散曲線における複合化の影響は波長によって異なり、つぎの3部分の領域に分けられる。

①波長が大きくはり理論による近似が可能な場合には、複合化による大きな影響は生じず、位相速度・変形モードともあまり変化しない。

②中間の波長領域では複合化によって断面変形が拘束され位相速度が大きくなる。その傾向は曲げ振動よりも曲げねじり振動で大きく、軽量充填材の弾性定数が大きいほど顕著である。

③波長の短い領域では、軽量充填材が片寄せた変形モードを示し、位相速度が低下する。この傾向は、軽量充填材の弾性定数が小さいほど顕著になる。

(2) 衝撃挙動に対する軽量充填材の影響は、低次振動よりも1000Hz付近の高次振動において顕著に生じ、中心載荷における上フランジ自由縁の速度応答のフーリエ振幅は約70%低減される。また、軽量充填材の応答はプレートガーダー部分と異なり、高次の振動モードが顕著に現れる。

参 考 文 献

- 1) Cheng, K. K.: Finite Strip Method in Structural Analysis, PERGAMON PRESS, 1976.
- 2) 岸徳光, 松岡健一, 能町純雄: 有限プリズム要素法を用いた単鉄筋RC梁の位相速度分散曲線とモード分布, 構造工学論文集, Vol.35A, pp.785~793, 1989.