第３回落石等による衝撃問題に関するシンポジウム講演論文集（１９９６年５月）　　土木学会

(9) 軸方向衝撃荷重を受けるラップ接着された円筒体の応力特性

STRESS CHARACTERISTICS OF ADHESIVE-BONDED CYLINDRICAL LAP JOINTS SUBJECTED TO AXIAL IMPACT LOADS

李　海濱*，三上　隆**
LI Haibin　and　Takashi MIKAMI
*工修　北海道大学大学院　工学研究科博士後期課程　（〒０６０　札幌市北区北１３条西８丁目）
**工博　北海道大学教授　工学部土木工学科　（〒０６０　札幌市北区北１３条西８丁目）

キーワード：ラップ接着構造，衝撃荷重，応力特性，有限要素法
(adhesive-bonded lap joints, impact loading, stress characteristics, FEM)

１．はじめに

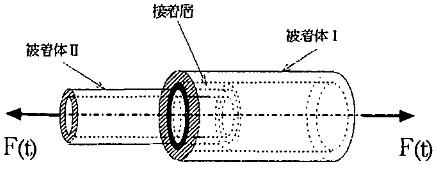
円筒体はその優れた力学特性から工学の様々な分野で用いられているが，接着継手としての設計法が確立されれば，より軽量化が望まれる分野の主要構造要素としての使用，および構造物の修理修繕にも利用できるなど，その用途は接着剤のめざましい進歩および接着技術の向上とともに，飛躍的に拡大するものと考えられる。そのためには，厳しい条件下での接着接合の応力・変形挙動を検討する必要性があり，それに関する基本的な研究はますます重要な課題となってきた。そこで，本論文では，図－1に示すようなラップ接着された円筒体を取り上げ，この円筒継手に衝撃引張荷重を加えた場合の接着層の応答問題を検討する。

２．定式化

動的問題において，考察している構造全体の運動方程式は減衰の影響を無視すれば次式で与えられる。

$$[M]\left\{\frac{\partial^2 U(t)}{\partial t^2}\right\}+[K]\{U(t)\}=\{F(t)\} \quad —(1)$$

ここで，$\{U(t)\}$は変位ベクトル，$[M]$は質量マトリックス，$[K]$は剛性マトリックス，$\{F(t)\}$は荷重ベクトル，tは時刻である。



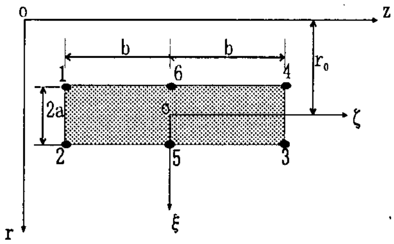
図－1　ラップ接着された円筒体

運動方程式(1)の時間変数に関する積分には，高周波数の振動成分の減衰特性がよいHHT(Hilber-Hughes-Tailor)法[1]を用いる。すなわち，数値的減衰の程度を示すαというパラメータを加え，方程式(1)が次のように変形される。

$$[M]\left\{\frac{\partial^2 U(t+\Delta t)}{\partial t^2}\right\}+(1+\alpha)[K]\{U(t+\Delta t)\}-\alpha[K]\{U(t)\}=\{F(t+\Delta t)\} -(2)$$

ここで，Δtは時間刻みである。

本論文で，係数$\alpha=0.1$，$\beta=0.3025$，$\gamma=0.6$を採用する。



図－2　６節点接着要素

空間の離散化については，被着体Ｉと被着体IIには，一般的な８節点アイソパラメトリック要素[2]を採用して離散化し，質量マトリックスには集中質量マトリックス[3]を用いる。薄い接着剤層の離散化にあたっては，既に著者ら[4]が提案した，厚さ方向には分割をし

ないが、軸対称体のひずみ－変形関係式に合理的な近似を導入して、接着層の厚さを考慮した6節点軸対称接着要素（図－2）を採用する。この6節点接着要素の質量マトリックスは以下のように導かれる。

並進運動状態を考え、要素内の軸方向変位をW、半径方向変位をUとして、次の平均値を採用する。

$$U=\frac{u_{164}+u_{253}}{2} \quad ; \quad W=\frac{w_{164}+w_{253}}{2} \qquad (3)$$

ここで、u_{164}、u_{253}およびw_{164}、w_{253}は接着要素の辺（1,6,4）と辺（2,5,3）に沿った半径方向の変位および軸方向の変位であり、以下のように表される。

$$u_{164}(\zeta)=N_1u_1+N_2u_4+N_3u_6 \quad ; \quad u_{253}(\zeta)=N_1u_2+N_2u_3+N_3u_5$$
$$w_{164}(\zeta)=N_1w_1+N_2w_4+N_3w_6 \quad\quad\; w_{253}(\zeta)=N_1w_2+N_2w_3+N_3w_5 \qquad (4)$$

ここで、$u_i\ (i=1\sim6)$と$w_i\ (i=1\sim6)$は各節点におけるUとWの変位を表し、形状関数N_1、N_2、N_3は次式で表される。

$$N_1(\zeta)=-\frac{1}{2}\zeta(1-\zeta) \quad ; \quad N_2(\zeta)=\frac{1}{2}\zeta(1+\zeta) \quad ; \quad N_3(\zeta)=1-\zeta^2 \qquad (5)$$

式(4)と(5)を式(3)に代入すると、補間関数マトリックス$[N]$によって、式(3)は以下となる。

$$\begin{Bmatrix} U \\ W \end{Bmatrix}=\frac{1}{2}[N]\{\delta\} \qquad (6)$$

ここで、$\{\delta\}=\{u_1\ \ w_1\ \ u_2\ \ w_2\ \ u_3\ \ w_3\ \ u_4\ \ w_4\ \ u_5\ \ w_5\ \ u_6\ \ w_6\}^T$

従って、質量マトリックスは剛性マトリックスと同様な考えで誘導され、次式で表される。

$$[M]=4\pi abr_0\rho_a\int_{-1}^{1}[N(\zeta)]^T[N(\zeta)]d\zeta \qquad (7)$$

ここで、ρ_aは接着要素の密度、a、b、r_0は接着要素の寸法を表す。

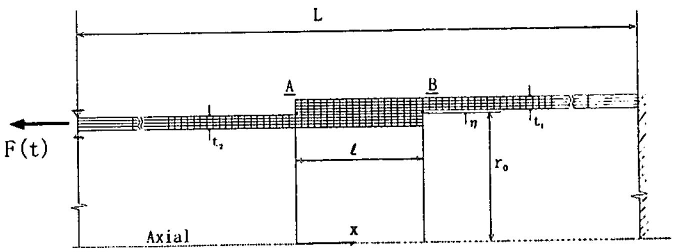
接着要素の集中質量マトリックスは、式(7)を積分することにより得られる整合質量マトリックスの非対角成分を対角成分に加え合わせ、非対角成分を零とすることにより求められ、以下のようになる。

$$[M]=8\pi abr_0\rho_a\left(diag\left[\frac{1}{12}\ \ \frac{1}{12}\ \ \frac{1}{12}\ \ \frac{1}{12}\ \ \frac{1}{12}\ \ \frac{1}{12}\ \ \frac{1}{3}\ \ \frac{1}{3}\ \ \frac{1}{3}\ \ \frac{1}{3}\right]\right) \qquad (8)$$

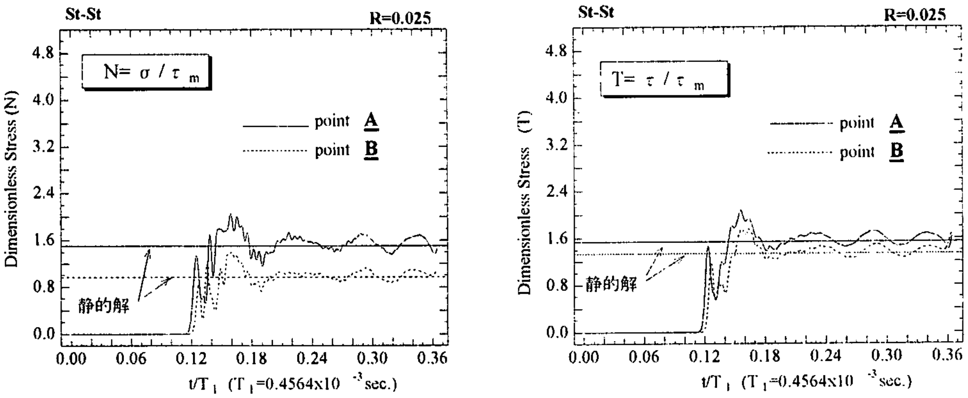
3．数値計算例

図－1のような被着体Ⅰと被着体Ⅱから成る単純重ね合わせ接着円筒体を解析するために、図－3に示すような境界条件でモデル化した。衝撃荷重は強度Pのステップ状衝撃引張り負荷F(t)を内側の被着体Ⅱの軸方向に加わるものとし、後の説明のために接着層の両端を‘A’端および‘B’端と名付ける。図で、xは接着層部分の座標系，ηは接着層の厚さ，ℓは接着層の長さ，r_0は接着層の中心半径，t_1、t_2は被着体Ⅰと被着体Ⅱの厚さ，Lは解析対象領域を表す。円筒体の相対厚さを$R=t_1/2r_0$で表す。また被着体Ⅰの弾性係数，ポアソン比および単位体積重量をそれぞれE_1、ν_1、ρ_1とし，被着体ⅡのそれらをE_2、ν_2、ρ_2とし，接着層のそれらをE_a、ν_a、ρ_aとする。この計算例には，$\ell/t_1=10$；$\eta/t_1=0.2$；$t_2/t_1=1$；　$R=0.025$；　$t_1=1.0$mmを用いた。本計算では，被着体Ⅰの固定端で発生する反射波の影響を受けない時間範囲で解析を行うため，比較的長い両被着体を対象とし，解析領域 $L=59\ell$ を用いた。

本計算では，接着層部分および接着層端部付近の両被着体を非常に細かい要素分割を行い，軸方向に被着体と接着層とも 0.5mm に分割し，半径方向に両被着体を 0.25mm に分割した。接着層から離れる両被着体に対して，軸方向に4mmに，半径方向に4分割をした。したがって，接着層に対しては20要素，被着体に対しては880要素の合計900要素（図－3はこの分割数に対応する）を本計算に用いた。有限要素法を用いて衝撃問題を解析する場合，要素寸法



図－3　解析モデルと要素分割



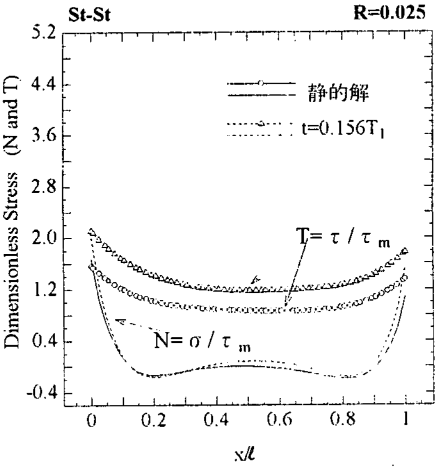
図－4　同種材料から成る場合の接着層端部の垂直応力とせん断応力の時間応答曲線

と時間刻みの兼ね合いが問題になる。結果の精度を保証するためには，最小要素長内を応力波が通過する時間（$t=l_{min}/c$；l_{min}：最小要素の寸法；c：縦波の伝播速度）よりも，計算の時間刻みを小さくする必要があり，本計算では時間刻みを0.2375×10^{-7}sec. にした。

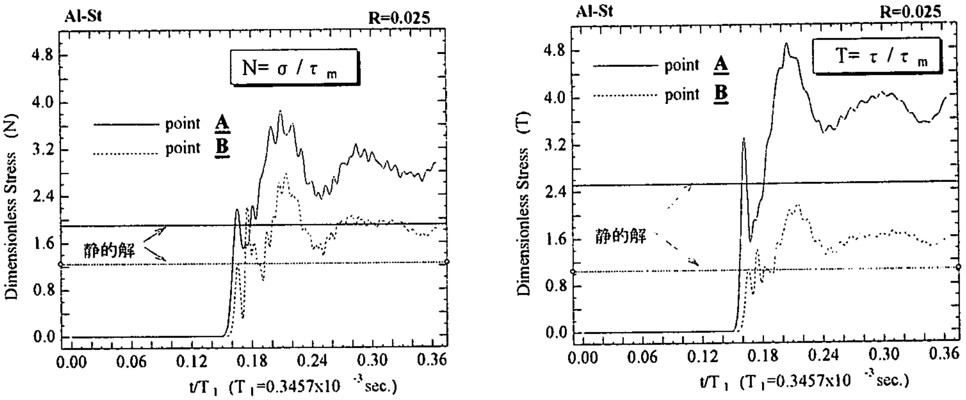
なお，以下に示す結果のすべては，接着層内の応力のうち，垂直応力σ_rおよびせん断応力τ_{rz}を平均せん断応力$\tau_m=P/(2\pi r_0 l)$で無次元化して、それぞれN（$=\sigma_r/\tau_m$）及びT（$=\tau_{rz}/\tau_m$）で表示する。

3．1　被着体が同種材料から成る場合の接着層の応力応答

両被着体には鋼(St)（弾性係数$E_1=E_2=206,000MNm^{-2}$；$\nu_1=\nu_2=0.3$；$\rho_1=\rho_2=0.00786MNsec^2m^{-4}$），接着層にはエポキシ系の接着剤（$E_a=3500MNm^{-2}$；　$\nu_a=0.3333$；$\rho_a=0.001MNsec^2m^{-4}$）を想定した場合の結果を図－4，図－5に示す。図－4は接着層の‘A’端（衝撃荷重を受ける側）および‘B’端（固定端側）に現れた垂直応力とせん断応力の時間に対する変化を示したものであり，ここでは端部に最も近い積分点の応力値を示した。また，両方とも基本固有周期（T_1）の0.364倍の時間帯について結果を示した。応答は，縦波が着目点（‘A’端，‘B’端）に到着と同時に生じており，ほぼ応力波の伝播現象を現れ，両端での応答曲線はほぼ類似なものである。応力値は‘B’端より‘A’端の方が大きい、その差はせん断応力より垂直応力の方が大きい。応答は，応力波が両端に到着する瞬間は静的な解析解との差が大きく，その後大体静的な値の周辺に変動する。図－5は応答がピーク値になったとき（$t=0.156T_1$）の接着層の応力分布を静的なそれとともに示したものである。動的・静的問題ともほぼ類似な応力分布の様子を示し，垂直応力分布については，両端では静的応力値より動的応力値が大きく，接着層内部ではほぼ同様であり，せん断応力は接着層の全域で動的な結果の方が大きい値になった。



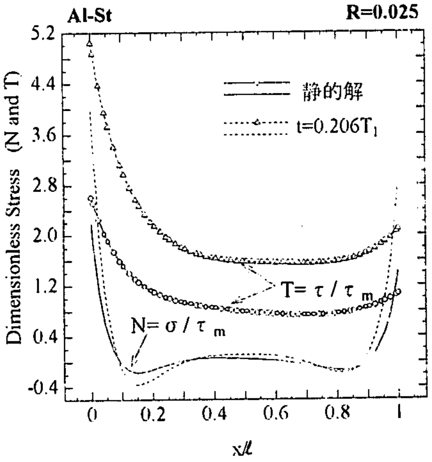
図－5　同種材料から成る場合の接着層の垂直応力とせん断応力分布（$t=0.156T_1$）



図－6　異種材料から成る場合の接着層端部の垂直応力とせん断応力の時間応答曲線

3.2　被着体が異種材料から成る場合の接着層の応力応答

被着体IIにはアルミニウム(Al)（E_2=70,600MNm^{-2}；ν_2=0.3；ρ_2=0.00269MNsec^{2}m^{-4}）．被着体Iと接着層には同種材料の場合と同様の材質を想定し，解析結果を同種材料の場合と同様に図－6と図－7に示す。図－6によれば，両端での応答曲線はほぼ類似なものであり，応答は‘B’端より‘A’端の方が大きく，特にせん断応力の方は顕著である。図－7によると，垂直応力は両端を除けば，大体同じ分布を示し，せん断応力は両端と同様に接着層内部も静的解析解より動的解の方が大きい応力分布を示した。



図－7　異種材料から成る場合の接着層の垂直応力とせん断応力分布（T_1=0.3457sec）

4．まとめ

本論文では，空間座標には有限要素法を，時間座標にはHHT法を用いて，被着体が同種材料から成る場合および異種材料から成る場合のラップ接着された円筒体に引張ステップ衝撃荷重が作用した場合の弾性応力解析を行った。接着層にはエポキシ系の接着剤材料を一例として，接着層の応力応答を明らかにした。今後は接着層の粘弾性的性質を考慮した衝撃応答解析を実施する予定です。

参考文献

1) Hilber, H. M., Hughes, T. J. R. and Taylor, R. L. :Improved Numerical Dissipation for Time Integration Algorithm in Structural Dynamics, Earthquake Eng. and Strct. Dyn., Vol. 5, (1977), pp. 283-292
2) 鷲津久一郎他共編，有限要素法ハンドブック，基礎編，培風館，1981.
3) O. C. Zienkiewicz :The Finite Element Method, McGRAW-HILL, pp. 533-540
4) 三上隆，李海濱，佐伯昇，芳村仁：有限要素法による接着円筒体の接着層の応力解析，構造工学論文集，Vol. 41A, pp. 73-78, 1993.