

(5) コンクリートに直撃する場合の落石衝撃力算出式に関する一考察

A STUDY OF ROCK IMPACT FORCE IN CASE OF DIRECT HITTING AGAINST CONCRETE

松葉 美晴
Yoshiharu MATSUBA

正会員 日本サミコン株式会社（〒950 新潟市弁天橋通り1丁目）

キーワード：弾性論、コンクリート、直撃
(theory of elasticity, concrete, direct hitting)

1. はじめに

落石衝撃力については各種研究機関・大学・企業等で最近盛んに研究が行われており、落石の衝撃挙動の全容が次第に明らかにされつつある。しかし、これらの実験のほとんどは緩衝材を用いたもので、その衝撃挙動は緩衝材の物理特性に大きく左右され、落石衝撃力を評価するにあたって未だ議論が続いているのも事実である。このような中で、筆者は落石衝撃力の評価式として広く使用されているHertz式の基本に立ち返り、落石がコンクリートに直撃する場合の衝撃力評価式を誘導してみた。この式が落石の衝撃挙動を正しく反映しているものとするれば、緩衝材のないスノーシェッド・スラブ上への小石の落下問題や落石防護擁壁の局部破壊問題を取り扱うことが可能となる。今回、報告する評価式は実験等の裏付けはなされていない状態のものであるが、問題提起と言う意味あいで敢えて報告するものである。

2. 落石衝撃力算出に使用される基本式（Hertzによる弾性体の衝突問題）

接触する2つの球体間の圧力問題として解かれたHertz式から、衝突荷重Pは以下の式で与えられる。

$$P_{max} = n^{2/3} \cdot \left(\frac{5}{4} \cdot v_0^2 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \right)^{3/5} \tag{式-1}$$

ここに

$$\left\{ \begin{aligned} n &= \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{1}{K_1 + K_2} \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right)^{1/2} \\ K_1 &= \frac{1 - \nu_1^2}{\pi \cdot E_1} \\ K_2 &= \frac{1 - \nu_2^2}{\pi \cdot E_2} \end{aligned} \right.$$

$R_1 \cdot R_2$; 両球の半径
 $E_1 \cdot E_2$; 両球の縦弾性係数（ヤング係数）
 $\nu_1 \cdot \nu_2$; 両球のポアソン比
 $m_1 \cdot m_2$; 両球の質量
 v_0 ; 両球の衝突相対速度

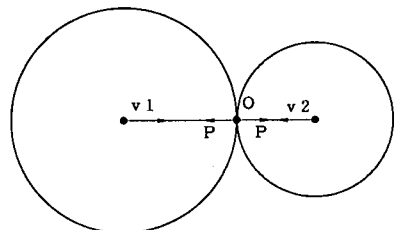


図-1 球の衝突

3. 砂を緩衝材に用いた場合の衝撃力式(落石対策便覧式)の確認

落石対策便覧において、砂を緩衝材とした場合の落石衝撃力式として下記の式が提示されている。

$$P = 2.455 \cdot \lambda^{2/5} \cdot W^{2/3} \cdot H^{3/5} \quad (\text{式-2})$$

式-2は式-1の変形で下記の条件を基に導かれている。

- ① 球1～落石とする。

$$E_1 = \infty$$

$$K_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{\pi \cdot E_1} = 0$$

- ② 球2～砂を含む覆工

$$R_2 = \infty$$

$$m_2 = \infty$$

$$\nu_2 = 0.25 = 1/4$$

この時、弾性論から、

注) ラーメの定数の本来の定義は下記の通り。

$$\nu_2 = \frac{\lambda}{2 \cdot (\lambda + G)} = \frac{1}{4} \quad \therefore \lambda = G \quad \left[\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} \right]$$

$$E_2 = \frac{G \cdot (3\lambda + 2G)}{\lambda + G} = \frac{5}{2} \lambda$$

ここに、
 $\left\{ \begin{array}{l} \lambda : \text{ラーメの定数} \\ G : \text{せん断弾性係数} \end{array} \right.$

となる。これらの値を式-1に代入すると次式のようになる。

$$P_{\max} = n^{2/5} \cdot \left(\frac{5}{4} \cdot v_0^2 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \right)^{3/5} \quad (\therefore \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} = m_1 \cdot \frac{\infty}{\infty} = m_1)$$

$$= n^{2/5} \cdot \left(\frac{5}{4} \cdot v_0^2 \cdot m_1 \right)^{3/5} \quad (\text{式-3})$$

$$n = \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{1}{K_1 + K_2} \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right)^{1/2} \quad (\therefore \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = R_1 \cdot \frac{\infty}{\infty} = R_1)$$

$$= \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{1}{K_2} \cdot R_1^{1/2} \quad (\text{式-4})$$

$$K_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{\pi \cdot E_2} = \frac{1 - (1/4)^2}{\pi \cdot \frac{5}{2} \lambda} = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \lambda} \quad (\text{式-5})$$

$$\therefore n = \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{\pi \cdot \lambda}{1} \cdot R_1^{1/2}$$

$$= \frac{32}{9} \cdot \lambda \cdot R_1^{1/2} \quad (\text{式-6})$$

ここで、落石重量をW、単位体積重量を γ とし、衝突速度を自然鉛直落下速度とすると、

$$v_0^2 = 2 \cdot g \cdot H \quad (\therefore g : \text{重力加速度} = 9.8 \text{ m/sec}^2) \quad (\text{式-7})$$

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_1^3 \cdot \gamma = m \cdot g = W$$

$$\therefore R_1 = \left(\frac{3}{4 \cdot \pi \cdot \gamma} \cdot W \right)^{1/3} \quad (\text{式-8})$$

式-3に、式-6、式-7、式-8を代入し、 $\gamma = 2.6 \text{ tf/m}^3$ と置き整理すると、式-2となり、落石対策便覧式となる。

従って、落石対策便覧式を使用する場合は、下記の点に留意する必要がある。

① 落石の半径は、 $\gamma = 2.6 \text{ tf/m}^3$ とした場合の完全球形の半径である。

② 砂厚は、半無限長地盤を反映するような厚さが必要である。

上記②に関しては、筆者らの実験研究の範囲によれば落石直径以上の厚さが必要であり、それより薄い場合は、式-2より得られた値に、割り増し係数を乗じる必要がある。

砂を緩衝材として使用する場合は、また次のような問題もある。基本式から、砂の縦弾性係数Eが重要な意味を持っているが、筆者らはこの値を直接得るため、図-2に示すような各種の静的な重錘押し込み実験を行った。その時の荷重-変位（押し込み量）関係の模式図を図-3に示す。

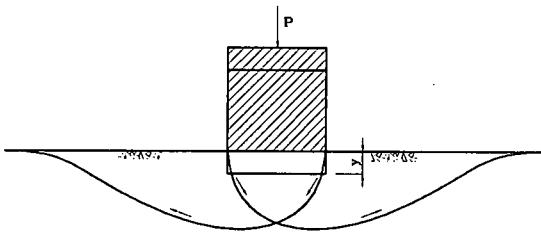


図-2 砂の縦弾性（押し込み）実験

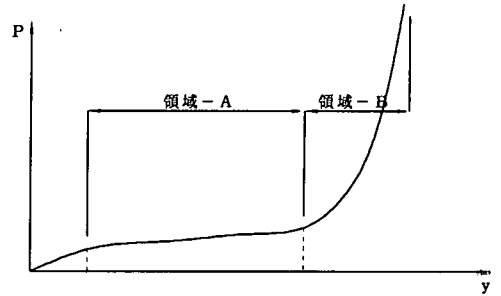


図-3 砂の荷重-変位関係模式図

この図からも解るように、砂は円弧面上の摩擦抵抗等で荷重を支えている。これは土質学で言われる砂地盤の地耐力を考える上での挙動である。円弧面上の滑りがある場合は図-3に示す領域-Aのような荷重-変位であるが、円弧面上の滑りが終わり、重錘直下のクサビ状の砂塊が砂層の下のコンクリートに邪魔されて、砂層にめり込めない状態になると領域-Bのような荷重-変位となるようである。

従って、砂層厚が少ない場合は、重錘の落下エネルギーを吸収する範囲が図-3の領域-Bに達し、重錘の減加速度の値が急激に大きくなる。（落石衝撃力が大きいと言う結果になる。）

また、図-3の曲線形状は、砂の粒径加積曲線（粒径分布または均等係数）及び締め固め度（乾燥密度）の状態によっても変わり、さらに衝撃的な荷重においては、ひずみ速度効果の影響で内部摩擦角が大きくなることから変化するようであるので、重錘落下実験に用いる砂の種類にも注意を払う必要がある。

以上より、緩衝材に適していると予想される砂は、締め固まらない粒径分布を持った砂（円弧滑り抵抗の少ない砂）で、落石エネルギーが砂層の円弧滑りで吸収出来るような厚さを有するものようである。また、実験の土槽の大きさも円弧滑りを妨げないような大きさにする必要がある。

このように、落石対策便覧式を用いる場合は、砂の縦弾性係数Eすなわちラーメの定数入を議論する必要があり、定量的な確定方法は今後の研究課題になると考えられる。

4. コンクリートに直撃する場合の落石衝撃力

コンクリートに直撃する場合の落石衝撃力を導くにあたり、ここではHertzの基本式を用いることとした。その理由として、前項で述べた砂の場合と違い、コンクリートの縦弾性係数Eが比較的明確に確認できるからである。砂の場合と同様に、誘導にあたって下記の設定を行う。

- ① 球1～落石とする。

$$E_1 = \infty$$

$$K_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{\pi \cdot E_1} = 0$$

- ② 球2～コンクリート

$$R_2 = \infty$$

$$m_2 = \infty$$

$$\nu_2 = 0.3 \quad (\text{構造工学公式集P331・等方性版より採用})$$

$$E_2 = E_c$$

表-1 コンクリートの縦弾性係数

σ_{ck} (kg/cm ²)	E_c (kg/cm ²)	E_c (tf/m ²)
210	2.35×10^5	2.35×10^6
240	2.50×10^5	2.50×10^6
270	2.65×10^5	2.65×10^6
300	2.80×10^5	2.80×10^6
400	3.10×10^5	3.10×10^6
500	3.30×10^5	3.30×10^6

上記の条件で式を展開する。

$$P_{max} = n^{2/5} \cdot \left(\frac{5}{4} \cdot v_o^2 \cdot m_1 \right)^{3/5}$$

$$= n^{2/5} \cdot \left(\frac{5}{4} \cdot v_o^2 \cdot \frac{W}{g} \right)^{3/5} \quad (\text{式-9})$$

$$n = \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{1}{K_2} \cdot R_1^{1/2} \quad (\text{式-10})$$

$$K_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{\pi \cdot E_2} = \frac{1 - (0.3)^2}{\pi \cdot E_c} = \frac{0.290}{E_c} \quad (\text{式-11})$$

$$\therefore n = \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{E_c}{0.290} \cdot R_1^{1/2}$$

$$= 1.4635 \cdot E_c \cdot R_1^{1/2} \quad (\text{式-12})$$

ここで、式-9に、式-8, 式-12を代入し整理すると、

$$P = 0.289 \cdot E_c^{2/5} \cdot v_o^{6/5} \cdot W^{2/3} \quad (\text{式-13})$$

となる。

式-13に於いて、相対衝突速度 v_o を敢えて残したのは、落石防護擁壁などを考える場合には、自然鉛直落下でない場合の方が多く考えられるので、鉛直落下高さHの項目をいれないことにした為である。

5. コンクリートに直撃する場合の落石衝撃力評価式の検証

式-13が妥当かどうかを、下記の条件で検証してみる。

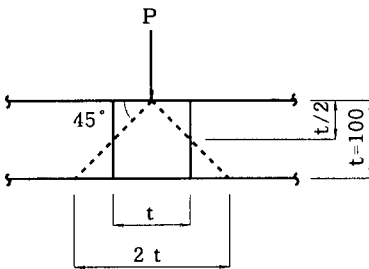
小石が防雪覆工（スノーシェッド）のスラブに落下した場合を想定する。

<計算条件>

- ①コンクリート設計基準強度： $\sigma_{ck} = 500 \text{ kg/cm}^2$
- ②コンクリートの縦弾性係数： $E_c = 3.30 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$
- ③落石重量： $W = 10 \text{ kg} = 0.010 \text{ tf}$ ($\phi = 0.194 \text{ m} \doteq 0.20 \text{ m}$)
- ④落下高さ： $H = 5 \text{ m}$
- ⑤衝突速度： $v_o = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$
 $= 9.899 \text{ msec} = 35.6 \text{ km/h}$

$$\begin{aligned}
 P &= 0.289 \cdot E_c^{2/5} \cdot v_o^{6/5} \cdot W^{2/3} \\
 &= 0.289 \cdot (3.30 \times 10^6)^{2/5} \cdot (9.899)^{6/5} \cdot (0.010)^{2/3} \\
 &= 0.289 \times 404.954 \times 15.657 \times 0.0464 \\
 &= 85.02 \text{ tf}
 \end{aligned}$$

ここで、スラブ厚さ $t = 10 \text{ cm}$ とすると、その押し抜きせん断力 τ_p は、下記の通りとなる。



$$\begin{aligned}
 A &= \pi \cdot t \cdot t \\
 &= \pi \cdot t^2 \\
 &= \pi \cdot 100 \\
 &= 314.2 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\tau_p = P/A = 85.02 \times 10^3 / 314.2 = 270.6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{ca} = \sigma_{ck} \times 1/4 \sim 1/6 = 500 \times 1/4 \sim 1/6 = 125 \sim 83.3 \doteq 100 \text{ kg/cm}^2$$

$\therefore \tau_p > \tau_{ca} \rightarrow$ スラブ貫通クラックの発生!

<参考>コンクリートの圧縮強度とその他の強度の関係

(鉄筋コンクリート工学・朝倉書店 P9~P15 より)

- ①純引っ張り強度： $\sigma_{ta} = \sigma_{ck} \times 1/10$
- ②曲げ引っ張り強度： $\sigma_{mta} = \sigma_{ck} \times 1/7$
- ③直接せん断強度： $\tau_{ca} = \sigma_{ck} \times 1/4 \sim 1/6$

或いは

$$\tau_{ca} = \frac{\sqrt{(\sigma_t \cdot \sigma_c')}}{2} = \sigma_{ck} \times 1/6.3 \quad (\because \sigma_t = \sigma_c' \times 1/10)$$

ここに σ_t : 引っ張り強度

σ_c' : 圧縮強度

実際に、スノーシェッドに小石が落下し、スラブ貫通クラックが発生した事故を、筆者らは経験しており、式-13は設計において安全性を確認する式として使用できるのではないかと考えている。

6. 最後に

今回提案した落石衝撃力評価式は、まだまだ稚拙なものであるが、一応の目安となることが確認できた。今後は実験等を行い、より実用性のある評価式に改善を加えたいと考えている。

参 考 文 献

- 1) 構造工学シリーズ6・構造物の衝撃挙動と設計法 P183～P184 土木学会 平成6年1月
- 2) ティモシェンコ・ゲーディア共著(金多潔・監約)：弾性論、P434～436、コロナ社、1976年
- 3) 第2回落石等による衝撃問題に関するシンポジウム講演論文集・落石覆工に作用する落石衝撃力に関する重錘落下実験、米田義弘他、1993年6月