

(6) F. L. Mによる衝撃荷重を受ける多層円筒殻の解析

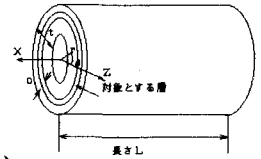
北海道大学 三上 隆
日本工営 ○上村大介
北海道大学 佐伯 昇

1. まえがき

動的荷重を受ける円筒殻の挙動の解明は、古くから研究課題に取り上げられてるが、それらのほとんどは単一材料からなる構造であり、厳しい環境条件下において有効と思われる異種材料の組み合わせによる複合または合成構造に対しては極めて少ないのが現状である。本研究では、鉄とコンクリートの異種材料からなる円筒殻の動的特性（自由振動問題と衝撃応答問題）の検討を行った。

2. 解析モデル

解析に用いる円筒殻を図-1に示す。座標を (x, θ, z) で表し、長さ L の両端単純支持の場合を取り上げる。



3. 解析方法

解析方法には、Finite Layer Method¹⁾を用いる。 x, θ, z 軸方向の変位を u, v, w と表し、変位関数には両端単純支持の条件を満たし、厚さ (Z 軸) 方向には一次関数で表される次式を使う。

図-1 解析モデル

$$\begin{aligned}
 u &= \sum_{m=1}^{\infty} [(1-\bar{z})u_{1m} + \bar{z}u_{2m}] X_m \cos(n\theta) \\
 v &= \sum_{m=1}^{\infty} [(1-\bar{z})v_{1m} + \bar{z}v_{2m}] X_m \sin(n\theta) \quad \dots \dots \dots (1) \\
 w &= \sum_{m=1}^{\infty} [(1-\bar{z})w_{1m} + \bar{z}w_{2m}] X_m \cos(n\theta)
 \end{aligned}$$

ただし、 $X_m = \sin(m\pi x/L)$ 、 $\bar{z} = (z/c)$ 、 m : 軸方向の半波長数
 n : 円周方向の波長数、ダッシュ: 微分、 (u_{1m}, v_{1m}, w_{1m}) 、および (u_{2m}, v_{2m}, w_{2m}) はそれぞれ、要素の両端 $\bar{z} = 0$ 、および $\bar{z} = 1$ における変位を表す

歪みと変位の関係は、三次元弾性理論により次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_\theta = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{w}{r} \right) \left/ \left(1 + \frac{z}{r} \right) \right., \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \\
 \gamma_{\theta z} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v}{r} \right) \left/ \left(1 + \frac{z}{r} \right) \right., \\
 \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \gamma_{z\theta} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \left/ \left(1 + \frac{z}{r} \right) \right. + \frac{\partial v}{\partial x} \quad \dots \dots \dots (2)
 \end{aligned}$$

考察している問題の運動方程式は減衰の影響を無視すれば次式で与えられる。

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{F\} \quad \dots \dots \dots (3)$$

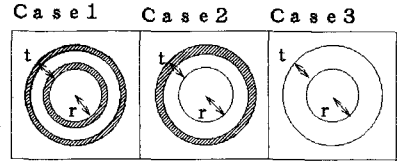
$[K]$: 剛性マトリックス、 $[M]$: 質量マトリックス、 $\{F\}$: 荷重ベクトル
式 (3) の解法には、Newmark- β 法 ($\beta = 1/4$) を用いた。

4. 解析結果

解析に用いた円筒殻は図-2に示す三通りであり、Case 1がコンクリートを鉄でサンドイッチの時、Case 2が外層が鉄、内層がコンクリートの時、Case 3がコンクリートのみからなる時である。

諸元には弾性係数比 $E_1/E_2=8.75$ 、密度比 $\rho_1/\rho_2=3.4$ 、ポアソン比 $\nu_1=0.3$ 、 $\nu_2=0.15$ を採用する(添字1、2のついた諸量はそれぞれ鉄、及びコンクリートを表す)。構造諸元を円筒殻の内半径 r で基準化し、表-1に示す。荷重は、図-3に示すように矩形領域($L/2-\epsilon < x < L/2+\epsilon$ 、 $-\epsilon_0 < r\theta < \epsilon_0$ 、ただし $\epsilon/\epsilon_0=1$ 、 $\epsilon/L=0.05$)に一樣な強度 q のものが、ステップ関数状に作用するものとした。なお、波数 m 、 n には、時間応答値の収束性の検討結果より、 $m=n=160$ を用い、また要素分割数は30とする。

図-4は、固有振動曲線(円周方向波数 n に対する固有振動数の変化)軸方向半波数 $m=1, 2, 3$ について示したものである。縦軸は鉄の弾性係数と密度で無次元化された固有円振動数、 $\Omega = \omega r (\rho_1/E_1)^{1/2}$ を表す。これによれば、各Caseとも Ω は、 $n \geq 10$ であれば m によらないこと、最小の振動数は $n=2$ で持つことがわかる。



■ 鉄 □ コンクリート

図-2 各Caseの断面構造

表-1 解析に用いた構造諸元

Case	1	2	3
半径	1.0		
長さ	4.0		
厚さ	鉄	0.005	-
	コンクリート	0.100	0.100
	鉄	0.005	0.010
	全厚	0.110	

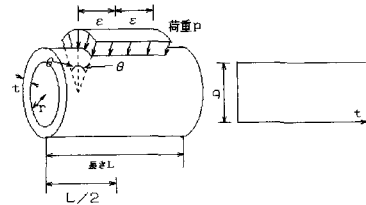


図-3 荷重モデル

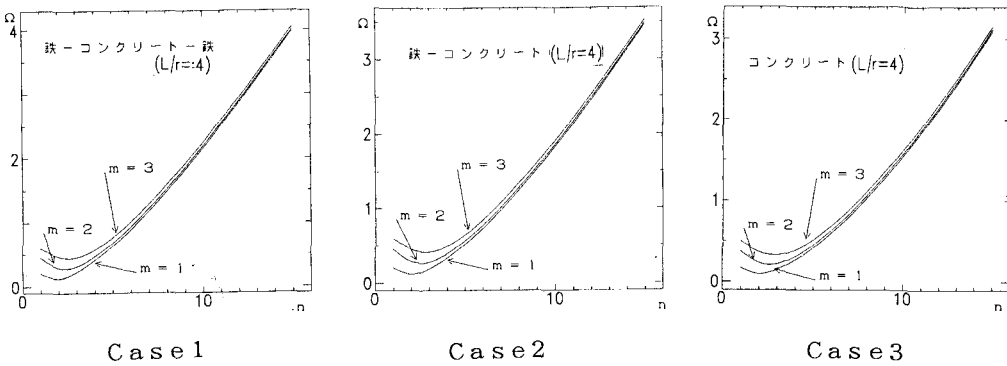


図-4 固有振動数曲線

図-5は、スパン中央、 $\theta=0$ 、 $z=t/2$ における半径方向変位 ($E_1 w / r p$) の時間応答変位を示したもので、横軸は無次元化時間 $\tau (= (E_1 / w)^{1/2} t / r)$ である。応答初期では、各Caseともほぼ類似した挙動を示している。最大応答値は、Case3 (コンクリート断面) で得られ、鉄-コンクリート-鉄、の断面のCase1のほぼ2倍である。

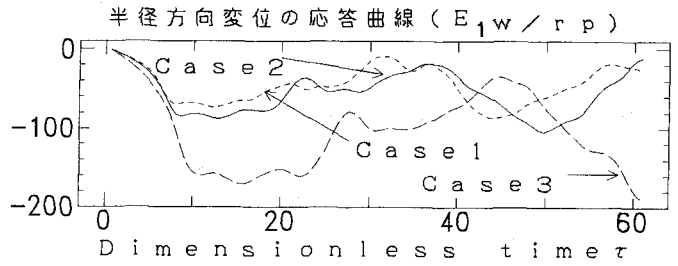


図-5 半径方向変位の応答曲線

図-6、図-7、及び図-8はそれぞれ、Case1、Case2およびCase3のスパン中央、 $\theta=0$ におけるコンクリート層の内側、外側、中央での軸方向応力 σ_x / p と円周方向応力 σ_θ / p の時間応答を示したものである。これらの図より各Caseとも内側と外側の応答は、中央部のそれを基準に対称な応答性状を示し、内側では円周方向応力に大きな引張り応力が発生していること、また応答初期では軸方向応力に引張り応力が生じていることが理解できる。

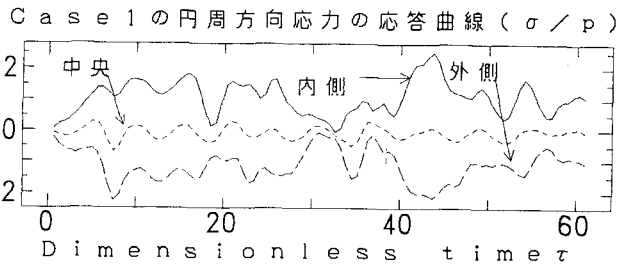
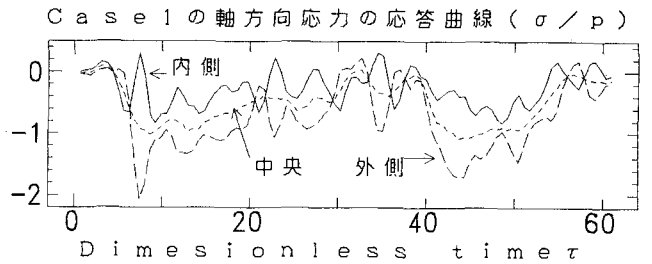


図-6 Case1の場合の応力の応答曲線

図-9および図-10は、それぞれの無次元化時間 $0 < \tau < 60$ の時間帯におけるCase1の軸、円周方向の殻厚に沿った応力分布を示す。鉄とコンクリートの境界の境界面での応力値の不連続性は、弾性係数の値の違いによるものである。コンクリート層に引張り応力が発生しており、特に内側近傍の円周方向応力に顕著なことがわかる。

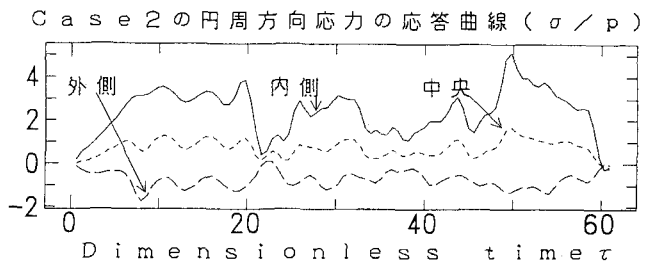
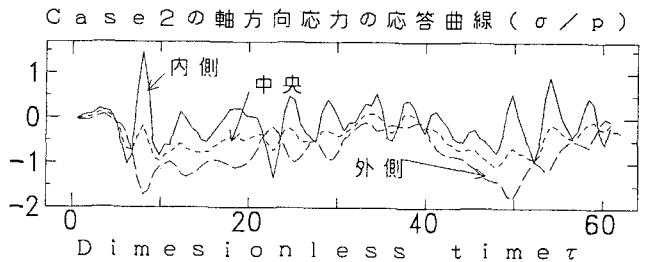


図-7 Case2の場合の応力の応答曲線

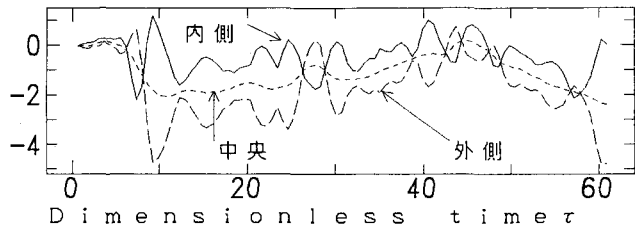
5. おわりに

本研究では、Finite Layer Method (F. L. M) に基づき多層円筒殻の衝撃問題を記述し、衝撃応答特性の把握のための第1ステップとして弾性解析を試みたものである。今後は接合面の条件等を考慮した解析を行う予定である。

参考文献

- 1) Y. K. Cheung: Finite strip method in structural analysis

Case 3の軸方向応力の応答曲線 (σ / p)



Case 3の円周方向応力の応答曲線 (σ / p)

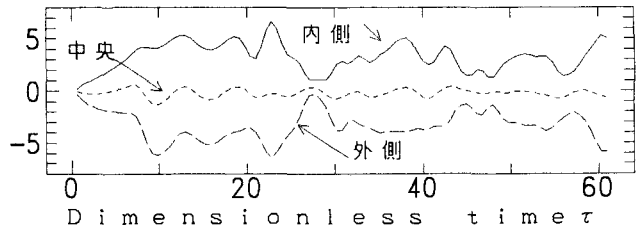


図-8 Case 3の場合の応力の応答曲線

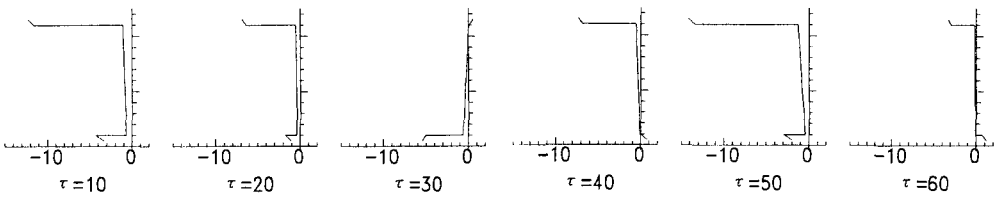


図-9 軸方向応力の厚さ方向の分布 (Case 1)

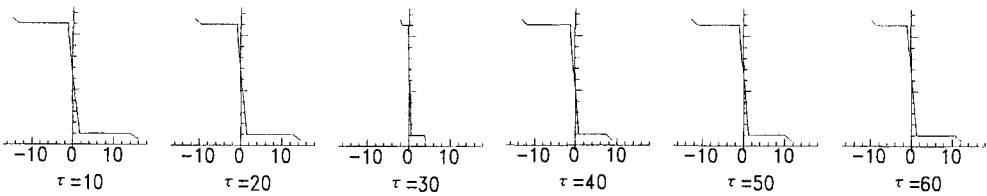


図-10 円周方向応力の厚さ方向の分布 (Case 1)