

(4) 塑性波頭の伝播からみた土の衝撃締固め機構について

京都大学工学部 ○ 建山和由
(株) 神戸製鋼所 森川 勝

1. はじめに

地盤上にランマーを落とすとランマーは土中に貫入するが、このとき土中にはランマーとの衝突に起因する波頭が伝播し、それにともない土は締固められる。この現象では波頭の伝播とともに土の中に塑性変形を生じており、塑性波頭の伝播問題と考えることができる¹⁾。本研究では、土の衝撃締固め現象をランマーが地表面に衝突したときに地中に生じる塑性波頭の伝播とそれにともない土の圧縮現象と考え、主に数値計算により考察を行った。ただし、土の衝撃締固め現象を考える場合、波動の伝播ならびに土の変形は三次元的な現象としてとらえるべきであるが、今回は研究の第一歩として一次元の場合に限定して議論を行う。

2. 数値計算における条件の設定

質量 m (kg)、底面積 A (m²) の円柱形のランマーを h (m) の高さから土の上に自由落下させる場合を考える。このとき土中における塑性波頭の伝播とそれにともない土の締固めに関し、以下の仮定のもとに議論を進める。

- ランマーが地表面に衝突すると土中には塑性波頭が伝播するが、波頭は地中で一次元的に伝播し、また土は側方へは変位しないものと仮定する。ここでは図-1に示すように地中の深さ方向に①, ②, ③, …… という要素を考え、深さ方向の塑性波頭の伝播とそれにともない各要素の締固めを時間間隔 Δt で順次計算していく。
- 土は下方に半無限連続で存在するものとする。すなわち、反射波等は考えず、初期の波頭の伝播による締固めのみを考える。
- 均質な不飽和土を対象とし、過剰間隙水圧は生じないものとする。
- 土中における波の伝播と圧縮を考える上で何らかの形で土の応力～ひずみ関係を導入する必要がある。ここでは図-2に示すように円筒形の容器の中で土を一次元圧縮（側方拘束状態での圧縮）した際に得られる土の間隙比 e と圧力 p との関係（ $e \sim \log p$ 関係）を用いることにする。土の間隙比 e は土粒子の体積に対する間隙の体積の比で定義されるもので、土の詰まり具合を表す指標である。間隙比の値が小さいほど密に詰まった土を表す。

図-3に不飽和状態の砂質ローム（比重 $G_s=2.83$, 含水比=8.15%）を一次元圧縮して得られた $e \sim \log p$ 関係を示す。実験では標準圧密リング内にゆるく詰めた試料土に対し6段階の上載圧（0.784, 1.57, 3.14, 6.27, 12.5, 25.0×10^5 N/m²）で圧縮試験を行い、 $p=12.5 \times 10^5$ N/m² ならびに 25.0×10^5 N/m² の2点においては除荷・再載荷時の挙動をも測定した。

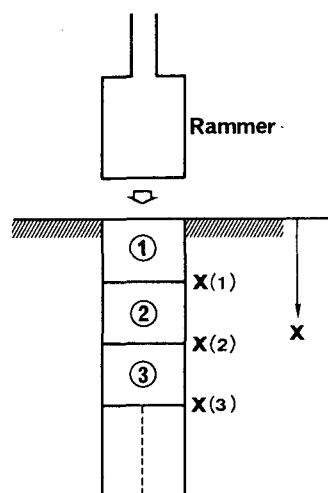


図-1 地盤とランマーのモデル化

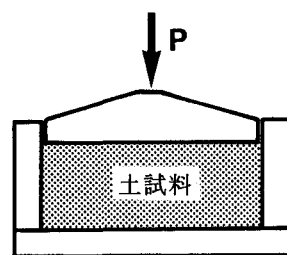


図-2 土の一次元圧縮試験

図-3から不飽和土においても飽和土と同様に載荷領域（飽和粘土の圧密試験における正規圧密にあたる領域、以下、正規載荷領域と呼ぶ）においては $e \sim \log p$ 関係は直線で近似できること、ならびに不飽和土の場合、除荷・再載荷過程での間隙比変化は非常に小さく、正規載荷領域に比べると $e \sim \log p$ 関係の傾きにして約1/50しかないとわかる。不飽和土に関する同様の実験結果は他の報告にもみられ²⁾、この結果をもとにここでは、次の仮定を設けることとする。

「土が $e \sim \log p$ 面上の正規載荷領域にあるときには、土はランマーの作用により締固められ、除荷・再載荷過程の領域にあるときには締固めは生じず、その部分の土は剛体として働く。」

図-3の正規載荷領域における間隙比 e と圧力 p との関係は(1)式で近似することができる。

$$e_A - e = K \log \frac{p}{p_A} \dots\dots\dots(1)$$

K : $e \sim \log p$ 関係の正規載荷領域の傾き

図-3の場合は $K = 0.4$

e_A, p_A : $e \sim \log p$ 面上(正規載荷領域上)の任意の基準点における間隙比と載荷圧 (N/m^2)

(e) 波頭の伝播速度は、前述の $e \sim \log p$ 関係から以下のようにして求めた。

材料の応力～ひずみ関係($p \sim \epsilon$ 関係)が与えられた場合、その材料内における波頭の伝播速度 c (m/sec)は(2)式のように表わされる³⁾。

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\epsilon}} \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 ρ は媒質となる材料の密度(kg/m^3)を、また $dp/d\epsilon$ は材料の応力～ひずみ関係の接線勾配を表わす(弾性波の伝播の場合には $dp/d\epsilon = E$ =一定であるので、 $c = \sqrt{E/\rho}$ となる)。前述の砂質ロームに対し波頭の伝播速度を求めるため、図-3の $e \sim \log p$ 関係を(3)式を用いて応力～ひずみ関係に描き直すと図-4が得られた。

$$\epsilon = \frac{e_B - e}{1 + e_B} \dots\dots\dots(3)$$

ただし、 e_B は $\epsilon = 0, p = 0$ のときの間隙比であり、ここでは圧密リングの中に土をゆるく詰めて得られた状態を便宜的に $\epsilon = 0, p = 0$ の状態とした。この図から正規載荷領域では締固めの進行とともに $dp/d\epsilon$ 、すなわち波頭の伝播速度が増加すること、また、除荷・再載荷時の $dp/d\epsilon$ は正規載荷領域のそれ比べて非常に大きいので $dp/d\epsilon = \infty$ とみなせることがわかる。以上の考察のもとに次の仮定を設けた。

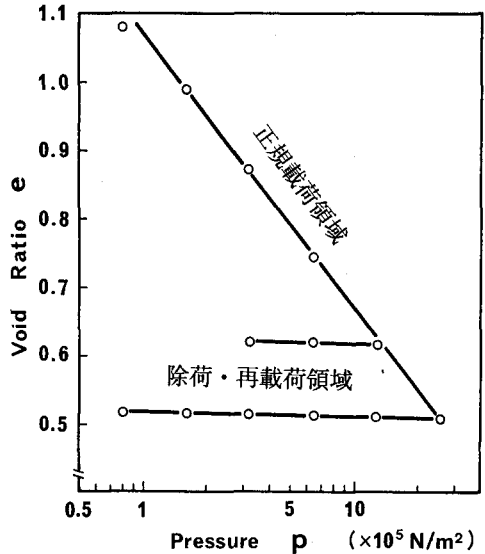


図-3 不飽和砂質ロームの一次元圧縮試験結果

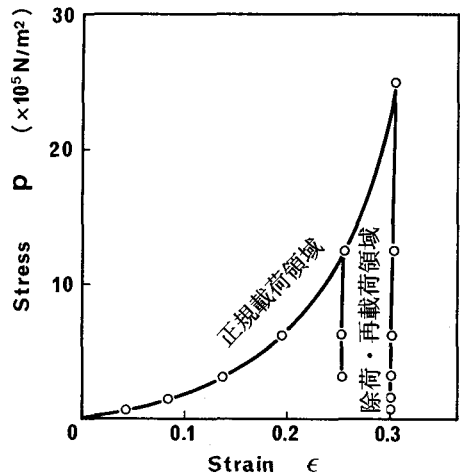


図-4 図-3より得られる応力～ひずみ関係

「土がランマーの衝撃を受ける場合、 $e \sim \log p$ 面上の状態が正規載荷領域にあるときには波頭の伝播速度は応力～ひずみ関係の接線勾配と密度から決まり、また除荷・再載荷過程にあるときには波頭は無有限大の速度で土要素内を伝播する」。

(f) 計算過程において各要素の土が正規載荷領域と、除荷・再載荷領域のいずれにあるのか、すなわち、その土要素において締固めが生じるか否かは次のように判定する。

ランマーの作用を受けた土要素はランマーの速度 V_R で下方に押される。この速度 V_R が、考えている土要素が過去においてランマーから受けた最大の速度 V_h (以下、最大履歴速度と呼ぶ) より大きければ正規載荷領域にあり、逆に小さければこの要素は除荷・再載荷領域にあると判定を行うことにする。後者の場合、(d), (e) の仮定にしたがいその要素は剛体で圧縮されず、またランマーの効果は無有限大の速度でその要素内を伝播してランマーの効果はその下の要素に伝えると考える。最大履歴速度 V_h の大きさは、現在の間隙比 e_1 とランマーの質量 m から下記の(4')式により求めることができる⁴⁾。ただし、計算仮定においてその記録があれば直接その値を用いばよい。これらの判定を式で表すと次式のようになる。

$V_R > V_h$: 土要素は正規載荷領域にある。(4) e_s : 質量 m (kg)のランマーを静的に地盤上に載せることより得られる土の間隙比

$V_R < V_h$: 土要素は除荷・再載荷領域にある。

$$V_h = \sqrt{2.30 \frac{(e_s - e_1)^2 m g}{G_s \rho_w A K (1+w)}} \quad \dots\dots (4') \quad G_s: \text{土の真比重}, \quad \rho_w: \text{水の密度(kg/m}^3\text{)}$$

w : 土の含水比, g : 重力加速度(m/s²)

3. 計算過程の定式化

以上の仮定のもとにランマーの衝撃による土の締固め現象を数値計算によりシミュレートするときの定式化を行う。いまランマーが $V_{R0} (= \sqrt{2gh})$ (m/sec) という初速度で地表面に衝突する場合を考える。地盤条件としては、土の初期間隙比 e_0 、初期密度 ρ_0 で一様とする (諸量に付した添字の 0 はそれが初期状態に関する量であることを表わす)。また、地表面を原点として鉛直下向きに x 座標をとる (図-1 参照)。

まず、初期状態の土の最大履歴速度 V_{h0} と波頭の伝播速度 c_0 を求める。 V_{h0} は、初期間隙比 e_0 から(4')式を用いて計算する ($e_1 = e_0$ とおく)。また波頭の伝播速度 c_0 は(1)式に $e = e_0$ を代入し、この結果と初期密度 $\rho_0 (= G_s \rho_w (1+w)/(1+e_0))$ を(2)式に適用することにより次式のように求められる⁴⁾。ただし、ここでは $\varepsilon = 0$ を与える e_B としてランマーを静的に土の上に置いたときに得られる間隙比 e_s を用いた。

$$c_0 = \sqrt{2.30 \frac{(1+e_s)(1+e_0)}{G_s \rho_w A K (1+w)} p_A \exp\left(2.30 \frac{(e_A - e_0)}{K}\right)} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$t = 0$ で $V = V_{R0}$ という速度でランマーが地表面に衝突するとき、微小時間 Δt の間は V_{R0} という速度を保つものとする。このとき $V_{R0} < V_{h0}$ であれば一様な地盤全体にわたって締固めは生じない。よって、以下の議論では $V_{R0} > V_{h0}$ の場合について考える。シミュレーションでは、上記の初期状態から波動の伝播、土要素の変形、ならびにランマーの運動を時間間隔 Δt ごとの変化として計算する。以下、計算の手順を説明する。

- ・ランマーの地表面への衝突によって発生する波頭は(5)式で表わされる伝播速度で地中を伝播し、微小時間 Δt の間には $x(1) = c_0 \cdot \Delta t$ という距離まで到達する。この $0 \rightarrow x(1)$ までの部分を要素 ① とすると、この要素内の粒子は V_{R0} という初速度で運動する。このとき要素 ① 内に生じるひずみ $\varepsilon(1)$ は(6)式で表わされる。ただし、(6)式ではランマーのもっている速度 V_{R0} のうち要素 ① の最大履歴速度 V_{h0} の分は締固めに寄与せず、これを差し引いた速度で土が締固められると考えている。

- ・(6)式で表わされるひずみにより、要素①の土は Δt の間に(7)式で表わされる間隙比 $e(1)$ にまで圧縮され、その密度は(8)式で表わされる $\rho(1)$ となる。
- ・ Δt の間に要素①に発生する応力 $p(1)$ は(9)式で表わされ(1)式より)、このときランマーが土から受ける抵抗 $F(1)$ は(10)式ようになる。
- ・ Δt 間のランマーの加速度 $a(1)$ は(11)式で表わされ、 $t=\Delta t$ におけるランマーの速度は、(12)式で表わされる $V_R(1)$ になる。これで第1段目のステップが終了したことになる。

$$\varepsilon(1) = \frac{V_{R0} - V_{h0}}{c_0} \dots\dots\dots(6)$$

$$e(1) = e_0 - (1+e_0)\varepsilon(1) \dots\dots\dots(7)$$

$$\rho(1) = \frac{G_s(1+w)}{1+e(1)} \dots\dots\dots(8)$$

$$p(1) = p_A \exp\left(2.30 \frac{e_A - e(1)}{K}\right) \dots\dots(9)$$

$$F(1) = p(1)A \dots\dots\dots(10)$$

圧縮が生じた要素では波頭の伝播速度も変化するので、これを圧縮後の間隙比に対して計算しておく必要がある。たとえば、第1段目終了時の要素①の伝播速度は(5)式に $e_0 = e(1)$ を代入すれば求められる。また、この場合、要素①の最大履歴速度は V_{R0} に変わる。

$$a(1) = g - \frac{F(1)}{m} \dots\dots\dots(11)$$

$$V_R(1) = V_{R0} + a(1)\Delta t \dots\dots\dots(12)$$

第2段目、すなわち $t=\Delta t \sim 2 \cdot \Delta t$ の間には、ランマーは(12)式で表わされる $V_R(1)$ という速度で地中に貫入することになる。以下、上記と同じプロセスを繰り返し、 Δt 毎の変化を計算してゆけばよいのであるが、第2段目以降は計算の進行にともない波頭の到達距離(計算の対象となる要素数)も増加していくため、波頭の伝播により各要素で土が締まるか否かを判定する必要がある。たとえば、ある計算過程で $t=t(i)$ にランマーが $V_R(i)$ という速度で鉛直下向きに運動しているとすると、このとき1番目の要素から(4)式により順次締固めが生じるか否かを判定したところ $j-1$ 番目の要素までは $V_R(i) < V_h(k)$ 、($k=1,2,\dots,j-1$)となり、 j 番目の要素 j で初めて $V_R(i) > V_h(j)$ になったとする。この場合、前述の議論によれば、 $1 \sim j-1$ 番目の要素では締固めは生じず、ランマーの効果は無限大の速度でこれらの要素内を伝播し、 j 番目の要素に達する($1 \sim j-1$ 番目の要素は剛体として動き、変形しないと考える)。要素 j の締固め量等の計算は第1段目の計算と同様であり、この要素で発生した応力は無限大の速度で上の $1 \sim j-1$ の要素を伝わりランマーの底面に地盤からの抵抗として作用し、ランマーの速度を変化させる。

4. 数値計算による地中の締固め状況の検討

前節で述べた定式化にもとづき、実際にランマーの落下による地中の締固め現象を計算により求めてみる。計算の条件としては、「ランマー重量×落下高さ=一定」とし、ランマー重量と落下高さとの組合せを種々に変化させてランマーを落下させ、地中の締固め状況の違いを調べる。ランマー重量ならびに落下高さはJIS A 1210の突固め試験第1法で用いられる2.5 kgf (24.5N)×0.3mを基準として、これより個々の要素を増減させて計算を行った。その他のパラメータとしては、以下のように設定した。

- | | |
|--|------------------------------------|
| ランマーの底面積 $A=0.002\text{m}^2$ | 計算時間間隔 $\Delta t=0.0005\text{sec}$ |
| 土の真比重 $G_s=2.83$, | 含水比 $w=8.15\%$, |
| 土の初期密度 $\rho_{d0}=1.12\text{g/cm}^3$ (一様に分布) | 水の密度 $\rho_w=1.00\text{g/cm}^3$ |
| $e \sim \log p$ 関係の正規部分の直線の傾き $K=0.4$ | |

計算結果は、地中の密度分布(乾燥密度で表示)の形で出力させ、特に地表面より5, 10, 30 cmの深さまでの乾燥密度の平均値(ρ_{d5} , ρ_{d10} , ρ_{d30})をも求めた。

図-5は、地中土の締固め後の密度分布をランマーの落下条件により比較したものである。図中の実線が重量1.5kgf (14.7N)のランマーを0.5mの高さから、また破線と点線はそれぞれ2.5kgf (24.5N)のランマーを0.3mの高さからと、5kgf (49.0N)のランマーを0.15mの高さから落下させた場合の結果である。

この図から「重量×落下高さ」で表わされるランマーの落下エネルギーが一定でも、ランマーの落下により得られる地中土の密度分布は異なり、軽いランマーを高いところから落とした場合には表層部の土がよく締固まるが下層部まではその効果が及ばず、逆に、重いランマーを低いところから落とした場合には、上層での締固め量は小さいが下層までその効果が伝わり、比較的一様な密度分布となっていることがわかる。

図-6は、ランマーの落下エネルギー＝一定（ランマー重量×落下高さ=7.35N・m）の条件のもとで、ランマーの重量と落下高さの組合せを変えた場合、地中の締固め土の深さ方向の平均密度がどの程度異なるかを調べたものである。図の横軸にはランマーの重量と落下高さを併記しているが、「ランマー重量×落下高さ＝一定」という条件を満たすように座標軸を取っている。計算結果を示す3本の線の違いは平均密度を求める際の対象とする地表からの深さを表わしており、実線が地表から5cm深さまで、破線と点線はそれぞれ地表から10cm、30cm深さまでの平均密度を表わしている。

この図では、地表から5cm深さままでの浅いところではランマー重量が小さく落下高さが大きい方がよく締固まり、逆に重量が大きく落下高さが小さい場合の密度はかなり低いという傾向が現れている。

これに対し、地表面から30cm深さままでの平均密度を考えると、ランマー重量5kgf(49.0N)付近で密度はピークを示し、「軽ランマー×高落下高さ」の組合せではあまり締固まらないことが推測される。

5. 実験による検証

次にこの数値計算手法の妥当性を検討するため、室内実験と同じ落下条件に対する数値計算の比較を行った。

実験は内径100mm、外径110mm、長さ1000mmの亚克力パイプに土試料を700mmの高さまで入れ、その上にパイプの内径とほぼ等しい円柱形のランマーを落下させ、得られる土の密度分布を測定した。

実験に用いたランマーの重量は10.6kgfで、これを土の表面より0.7mの高さまから自由落下させた。

土試料は土表面から10mmの厚さまで5層、その下に20mm厚さまで5層、30mm厚さまで5層、50mm厚さまで2層、最下層は100mm厚さま3層の計20層に分けパイプ内にセットした。このとき、各層ごとに実験に用いた物と同じ10.6kgfのランマーを静的に

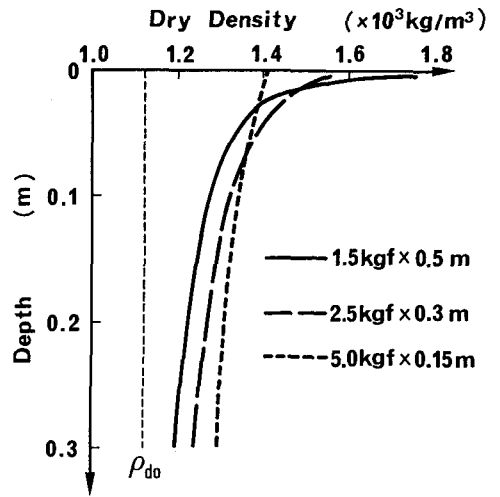


図-5 ランマーの落下により得られる密度分布に関する計算結果（落下条件の影響）

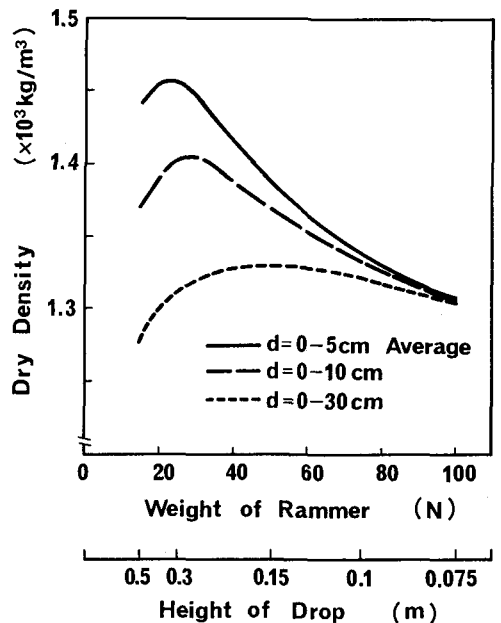


図-6 地中の平均密度と落下条件との関係に関する計算結果

載せ初期状態とした。なお、各層の境界にはリング状の薄紙（リング幅2mm）を挟み、マーカーとした。また、密度分布は各層境界のマーカーの間隔の値と、予め測っておいた各層の土重量から算出した。ただし、ここでは密度分布をアクリル筒内で締固められた土試料の単位体積重量の深さ方向の分布で表わすこととする。

実験では、上記の方法にしたがいアクリルパイプの中にセットした試料土の上にランマーを落とし、締固め後のマーカーの間隔をメジャーで0.5mmまで読むことにより密度分布を求めた。ランマーの落下時には、衝撃载荷によりアクリルパイプが側方に変形することも考えられるので、アクリルパイプを隙間なく包む鋼製のガイドを使用し、一次元変形条件が保たれるようにした。

実験で用いた試料は砂質シルト（SF）で比重2.68、含水比15.5%である。この試料に関して側方拘束の一次元圧縮を行ったところ、前述の図-3と同じく除荷・再載荷領域における $e \sim \log p$ 関係の傾きが、正規載荷領域のそれに比べて非常に小さいこと、また図-4と同じく除荷・再載荷過程における応力～ひずみ曲線の傾きが正規載荷領域に比べ非常に大きいことが確認された。圧縮試験から得られた正規載荷領域の $e \sim \log p$ 関係を(1)式の形で表わすと次式が得られた。なお、式の右の()内は、実験と比較するための計算に用いるパラメーターをこの式から取り出して記述したものである。

$$1.33 - e = 0.605 \log \frac{p}{10^5} \dots \dots \dots (13) \quad (K=0.605, \quad e_A=1.33, \quad p_A = 1.0 \times 10^5 \text{ N/m}^2)$$

図-7に実験ならびに計算結果を示す。プロット点は締固め後の実験結果を、実線はその計算結果を、また、点線は初期密度分布を表わす。初期密度については深さ方向に比較的一様な分布が得られた。この図より、計算により得られた密度分布は実測結果とよく一致しているという結果が得られた。

おわりに 土の衝撃締固め機構を解明することを目的として若干の考察を行ったが、波頭の伝播ならびに変形を一次元でのみしか考えておらず、実際の現象を十分にシミュレートできるまでには至っていない。今回の考察の3次元への拡張が当面の課題と考えている。

参考文献 1) 竹山 壽夫 著：初等塑性力学，丸善株式会社発行， pp.300-328, 1969年
 2) 西原晃，平山修治，大野勲：動的締固め土の圧縮・強度特性，不飽和土の工学的性質研究現状シンポジウム発表論文集，土質工学会， pp.155-160, 1987年
 3) Л.М. カチャノフ 著，大橋義夫 訳：塑性理論の基礎，養賢堂発行， pp.373-398, 1969年
 4) 建山和由，畠昭治郎，森川勝：塑性波頭の伝播よりみた土の衝撃締固め機構について，土木学会論文集， No.454, III-20, pp.37-46, 1992年

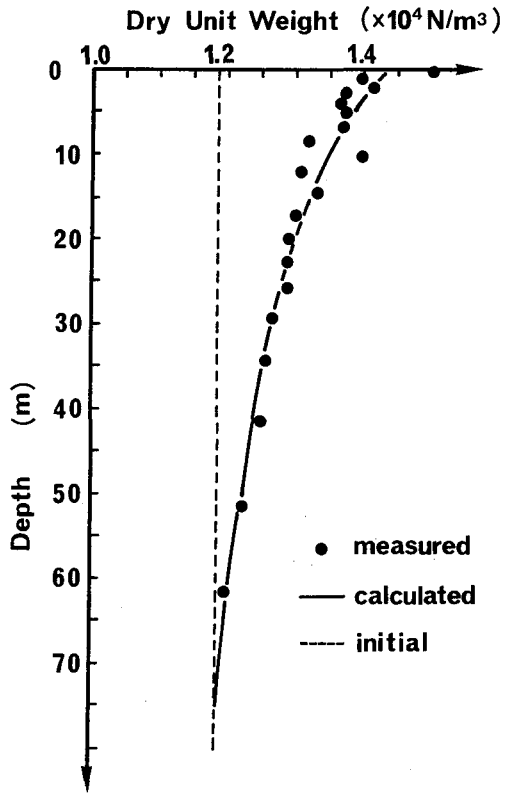


図-7 地中の密度分布に関する実験結果と計算結果の比較