

(2) 横衝撃を受けるはり内の波動挙動の動光弾性実験

広島大学 佐藤 誠

1. まえがき

落石防護構造物の多くは、落石による衝撃荷重をまず床版の曲げとせん断で受け持つ。次いでそれらの曲げとせん断は、柱または壁に伝えられ、最終的に地盤または岩盤に伝えられる。衝撃荷重を受けた構造物の安全性を検討する場合に、発生する最大応力を目標にすることが考えられるが、それが衝撃点近傍に発生するとは限らず、構造物全体についてそれを解析的に調べることは、時間とともに位置と大きさが変化する応力であるため簡単ではない。そのため、衝撃力が構造物内を伝播する過程を追跡し、最大応力を発生するメカニズムを把握しておくことが重要であると考えられる。

ここでは、上記の観点から、これら衝撃荷重が衝撃点から地盤へ伝播する過程を単純化して表現するため、はりの2次元模型が横衝撃を受けた場合について、はり内に衝撃力が波動として伝播される過程を、動光弾性実験¹⁾によって可視化し、波動の伝播メカニズムを追跡する。波動挙動の可視化は、動光弾性実験で得られる等色線縞模様を5~20 μ sec 間隔でカラー撮影することによって行われる。各駒の等色線縞模様は、視野内の主応力差(2 τ_{max})の等高線を表しているが、縞模様の形状と主応力差に比例する縞次数の分布状態から、波動挙動による応力波の伝播状態および応力状態を推定することができる。

一般に、弾性はりが衝撃的に曲げを受けると、はり断面の寸法より十分長い波長を持つ曲げ波は、はりの断面2次半径に対応した伝播速度で伝播する²⁾。したがって、一度形成された曲げ波は、振幅、波長、伝播速度が一定であり、境界に到達するまでは新たな波動を生じることも、消滅することもなく伝播することになる。一方、弾性波動論によれば、はりが横集中衝撃荷重を受けると、衝撃点からはり内に縦波、横波、表面波、さらに head wave が伝播し、それらがはりの上・下縁およびはり端で反射し、次第に曲げ変形を卓越させながらはり全体の動挙動を形成する。そのため、現実には、はり内に上記の曲げ波のみが存在すると考えた場合はかなり異なる波動挙動が発生する。

ここでは、前述したように、長方形断面はりに横集中衝撃荷重が作用し、それによる各種の応力波がはり内を伝播するにつれて重ね合わされ、いわゆる曲げ波として伝播する過程を、はり模型に対する動光弾性実験によって分かり易く表現するために、はり断面の寸法に比較して余り長くない波長の曲げ波を生ずる程度の衝撃を与えた場合を示す。

2. はり模型と動光弾性実験法

実験に用いた長方形断面の単純はりおよび片持ちはり模型と横衝撃位置を図-1に示す。ここでは、はりのスパンは $L=180, 260\text{mm}$ 、はり高は $h=15, 30\text{mm}$ 、また、衝撃点の左支点からの距離は $d=L/3, 2L/3$ の場合を示す。

表-1に、エポキシ樹脂(アラルダイトB)板(板厚10mm)から切り出して作成した模型の動的材料性質を示す。ただし、縦波速度は板内(平面応力場)での値である。

表-1 模型材料の動的材料性質

| 縦波速度 C_P (m/s) | 横波速度 C_T (m/s) | 密度 ρ (t/m^3) | ポアソン比 ν | 弾性係数 E (kgf/cm^2) | せん断弾性係数 G (kgf/cm^2) |
|---------------------|---------------------|---------------------------------|----------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| 1.950 | 1.110 | 1.22 | 0.42 | 3.90×10^4 | 1.37×10^4 |

本実験において、はり模型に対する横衝撃は、直径11.5mm、質量 5.5gの鋼球を、はり模型の上縁へ衝撃速度5.5m/secで自由落下させて与えた。この衝撃条件は、実験によって生じる主要な波動現象を適当な時間範囲（1 msec以下）にし、はりに発生する最大の等色線縞次数が適当な大きさ（10次以下）になるように選ばれた。

本実験では、繰返し入力法³⁾を採用しているため、動光弾性実験装置の動的主要機器は、光源系と撮影系であり、これらはそれぞれ1個のXe光源と1台のカメラで構成されている。また、繰返し入力に対する現象の再現性は十分な精度であることが確かめられている。

3. 等色線縞模様と波動挙動

以下に示す等色線縞模様写真は、衝撃点の下縁に設置したトリガーゲージが一定レベルのひずみになった時刻を基準（0 μ sec）として整理した。

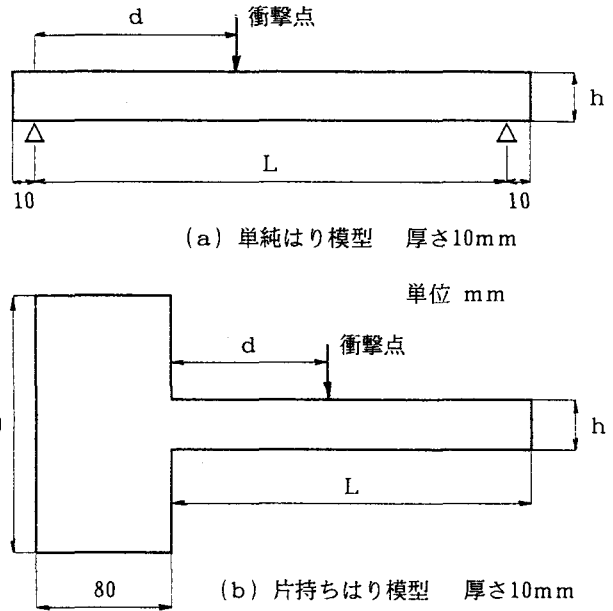


図-1 はり模型と衝撃位置

3. 1 曲げ波の発生と伝播

写真-1に、 $L=260\text{mm}$ 、 $h=15\text{mm}$ 、 $d=L/3$ の場合の単純はり模型について、10~340 μ sの等色線縞模様写真を示す。以下に、この写真を代表例とし、等色線縞模様の形で可視化された写真から、横集中衝撃を受けた単純はりにの波動挙動を考察する。

まず、衝撃継続時間は、衝撃点上縁の縞模様の状態から約100 μ sと推定される。

衝撃初期の10 μ sでは、衝撃点から下縁に向かって縦波と横波が伝播し、衝撃点に接する球根状の縞模様を形成する。縦波波面の先端は既に下縁に達し、上縁に向かう反射波が球根形を乱し、衝撃点の下縁に引張縁応力を生じ、下に凸の曲げを生じ始めている。衝撃点近傍両側の上縁付近には表面波を示す縞模様がある。また、衝撃点から左右約20mmの断面は、上縁が引張り、下縁が圧縮の縁応力となり、中立軸付近に暗点（縞次数 $N=0$ ）が現れている。このことは、この断面近傍が上に凸の曲げ変形を生じ始めていることを示す。また、縞模様から衝撃点の左右約35mmの断面まで縦波の先端が到達していることが分かる。

40 μ sにおいて、衝撃点下縁が引張縁応力状態すなわち下に凸の曲げであることが明瞭になり、また、衝撃断面から35mmの断面を中心に上に凸の曲げも明瞭になっている。以下では、前者を1次の曲げ区間、後者を2次の曲げ区間と呼び、2次の曲げ区間の中立軸に現れている暗点を以下では中立点と呼ぶ。この中立点のはり軸方向への移動速度は、2次の曲げ区間の移動速度すなわち曲げ波の伝播速度の目安とすることができる。1次と2次の互いに逆方向の曲げ区間の間で、衝撃断面から20mm離れた断面は、上・下縁で0次、はり高中央に向かって高次になる縞次数分布の断面があり、互いに逆方向の曲げの間に現れるいわゆるせん断断面であることが示されている。以下では、このせん断断面を1次のせん断断面と呼ぶ。この1次のせん断断面の移動速度は、1次の曲げ区間を構成する曲げ波のはり端方向への伝播速度の目安になると考えられる。

80 μ sでは、1次の曲げ区間が左右に広がると同時にこの区間の中立点もはり軸方向に広がる。2次の曲げ区間も両はり端に向かって進行し、衝撃断面の右側へ伝播する2次の曲げ区間のはり右端側には、せん断

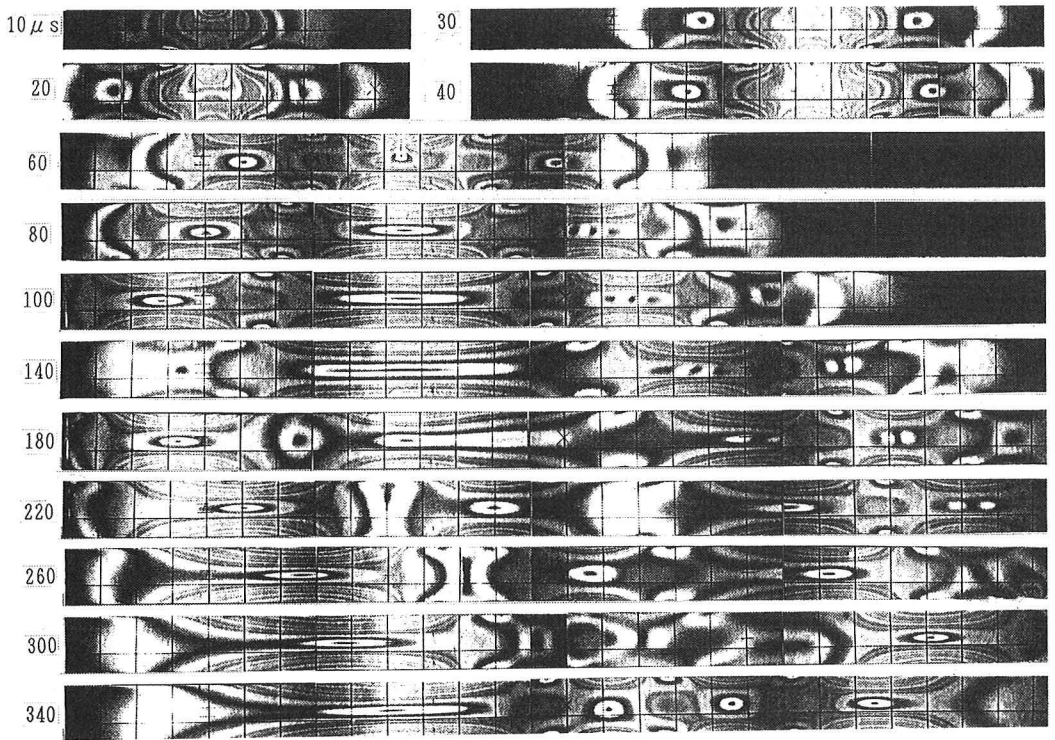


写真-1 単純はり模型の等色線縞模様写真 $L=260\text{mm}$, $h=15\text{mm}$, $d=L/3$

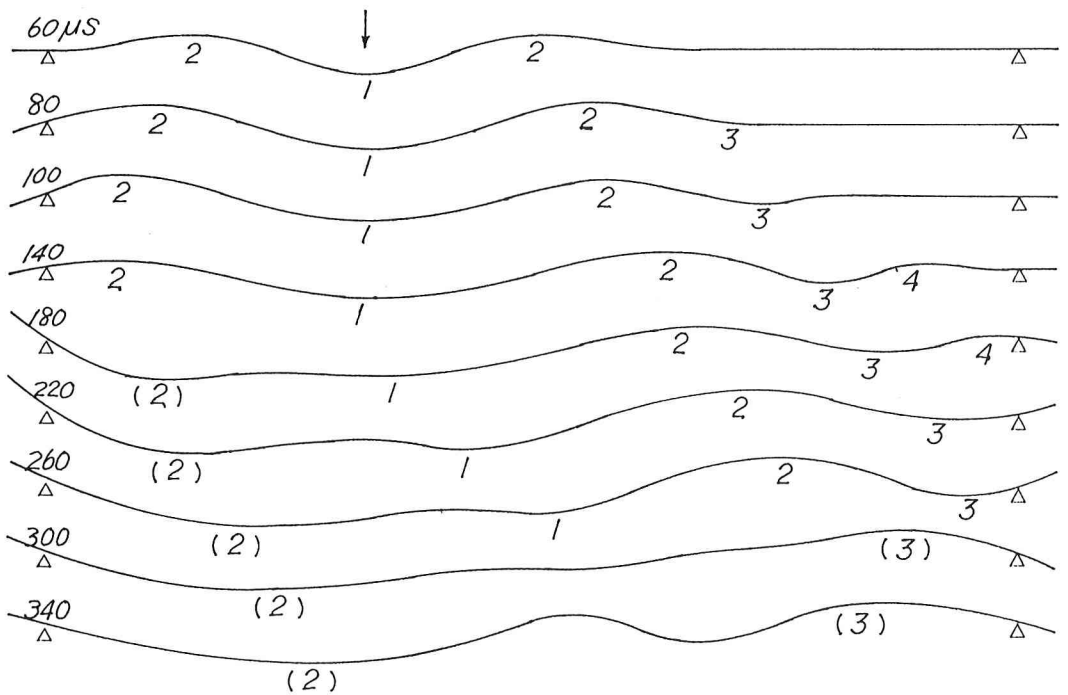


図-2 単純はり模型のたわみ曲線の模式図 数字は曲げ区間の次数, () は逆曲げ.

断面を隔てて、上縁が圧縮で下縁が引張の曲げ区間が現れ始めている。この曲げ区間を3次の曲げ区間、2次と3次の曲げ区間の間にあるせん断断面を2次のせん断断面と呼ぶことにする。

上述したような、曲げ区間の前方に次々にせん断断面と、直前の曲げとは逆の方向の曲げ区間が新たに現れる現象は、この種の横衝撃を受けるはりに常に存在すると考えられる。180 μ sの写真の右支点付近には、上記の意味で4次の曲げ区間が現れている。各次数の曲げ区間（中立点）およびせん断断面の伝播速度（ C_B ）をそれらの移動速度から測定すると、それぞれ表-2のようであった。

表-2 各次数の曲げ区間およびせん断断面の伝播速度

| 曲げ, せん断区間 | 1次せん断 | 2次曲げ | 2次せん断 | 3次曲げ |
|--------------------|-------|------|-------|------|
| 伝播速度 C_B (m/sec) | 320 | 480 | 510 | 510 |

それぞれの曲げ区間毎の伝播速度はほぼ一定であるが、高次の曲げ区間ほど伝播速度が速い。

ここで用いた模型材料に対する波動の伝播速度は、表-1に示したように、縦波は $C_P=1,950$ m/sec, 横波は $C_T=1,110$ m/secである。新たに現れる曲げ区間を形成する波動（曲げ波）は、すでに発生している曲げ波とは独立で、伝播速度が C_B より速い波動に起因するはずであり、衝撃点から伝播した縦波および横波によって形成されたと考えられる。

2次以下の曲げ区間の縁応力は、発生直後は小さく次第に増加しほぼ一定値に達する。1~4次の曲げ区間の下縁について、一定値に達した下縁応力の比を繰回数から読み取ると、

$$1 (1次) : 0.67 (2次) : 0.45 (3次) : 0.25 (4次)$$

である。高次の曲げ区間になるにつれて曲げ応力は減少しており、衝撃点に与えられた衝撃力が各種波動として伝播し、それぞれの曲げ区間を形成する過程でエネルギーを減少することを示している。

3. 2 曲げ波の反射

60 μ sの等色線縞模様は、衝撃断面に関して左右対称であるが、左端に向かって伝播する波動の先端はほぼはりの左端に達している。これ以後の時間では、この対称性が崩れる。

100 μ sで、3次の曲げ区間が現れる以前に、はり左端に2次の曲げ区間が到達し、左端からの反射を開始している。このとき、はり左端から10mmの位置に置かれた下縁を支える支点からの反力を受けていない。このことは、はりの左支点位置が下方へ変位することなく反射が行われていることを意味し、左端は自由端と同様に挙動していることになる。

140 μ sによると、1次の曲げ区間が衝撃断面に関して対称でなくなり、これ以後の時間では、この曲げ区間の中立点は右方向に移動する。左端側の2次の曲げ区間は、上・下縁の縁応力が急激に減少し、中立点も右方向に移動する。これらの挙動は、左方向に伝播した曲げ波動がはり左端で反射した結果であり、等色線縞模様写真には、左端への入射波と左端からの反射波が重ね合わされた応力状態が現れている。したがって、反射波の曲げの方向は、2次の曲げ区間の曲げの方向とは逆でほぼ同じ振幅であったと考えられる。

180 μ sの写真は、左端から右に向かって下に凸の曲げ区間、1次の曲げ区間（下に凸）の順であることが明瞭であり、前者を逆2次の曲げ区間（下に凸）と呼ぶことにする。はり左端では、曲げ波が曲げの方向を逆転して反射していること、支点反力が現れていないことから、自由端として波動が入・反射していることが分かる。また、右方向に伝播する逆2次の曲げ区間と、区間長を減少させた1次の曲げ区間の間に、中立点を持つ区間が存在する。このように、同方向の曲げ区間に挟まれ、両者より小さい曲げ応力の区間を緩和区間と呼ぶことにする。

220~340 μ sを調べると、上記の緩和区間の挙動上の意味が明らかになる。240 μ s以後、次第に逆2次の曲げ区間の右端と緩和区間が右方へ移動し、1次の曲げ区間長がこれらに押されて縮小されているように見える。260 μ sの緩和区間を詳細に検討すると、この区間の中立点の両側にせん断断面が現れている。したが

って、緩和区間は、その両側にある同じ方向の曲げ区間の間で曲げ曲率が小さく、次第に両側の曲げ曲率とは逆方向の曲げ曲率となる区間であり、 $340\mu\text{s}$ でそのことが明瞭になっている。また、 $180\mu\text{s}$ 以後に見られる逆2次の曲げ区間長の増加と1次の曲げ区間長の減少は、右方に伝播する逆2次の曲げ区間が左方に伝播する1次の曲げ区間の左側部分と重なるためである。

$260\mu\text{s}$ において、右支点上に反力が現れている。右端で最初に反射する曲げ区間は4次であるが、この区間は $180\mu\text{s}$ で十分発達しない発生直後に反射する。したがって、その後方の下に凸の3次の曲げ区間の入・反射による応答が卓越すると考えられる。右端でも左端と同様に自由端的な反射挙動を行うと、3次の曲げ区間は上に凸の曲げとして反射することになり、その過程ではりの右端が下方に変位しようとし、支点上に反力が現れたと推定される。また、右端に現れている緑応力の小さい曲げ区間は、3次の曲げ区間と右端で反射した逆3次の曲げ区間が重ね合わされた結果である。結局、この時刻ではり全体は、隣合う曲げ区間が違いに逆方向の曲げとなる5区間に分かれる。

$300\mu\text{s}$ においては、右端側で右方に伝播する2次の曲げ区間と左方に伝播する逆3次の曲げ区間が、共に上に凸の曲げとして重ねられ、ここでも、はり全体としては5個の曲げ区間に分割されている。それらは、左端から順に、逆2次、緩和、1次、緩和+2次、逆3次の曲げ区間である。 $340\mu\text{s}$ では、1次の曲げ区間は見えない。

$340\mu\text{s}$ までにおける最大緑縞次数は、 $260\mu\text{s}$ での逆2次の曲げ区間の $N=6.5$ であり、この値は1次の曲げ区間の衝撃断面下縁の $N=6.0$ より大きい。したがって、この実験ケースのように、スパン中央に関して非対称な衝撃では、衝撃断面以外で最大緑応力を発生する場合があります⁴⁾。

3. 1および3. 2に述べた、曲げ区間の発生、曲げ波の伝播、はり端への入・反射による挙動を考慮して、図-2に、写真-1に示した時刻($60\sim 340\mu\text{s}$)に対応するはりの変形状態の模式図を示す。図中に、曲げ区間の次数を記入している。

3. 3 片持ちはりの波動挙動

写真-2に、 $L=180\text{mm}$ 、 $h=30\text{mm}$ 、 $d=2L/3$ の片持ちはりについて、 $0\sim 340\mu\text{s}$ の等色線縞模様写真を示す。この模型の左端であるいわゆる固定端は、はり部と同じ材料で音響インピーダンスが同じであり、その意味で上記の曲げ波動に対する応答を検討する代表例として選んだ。

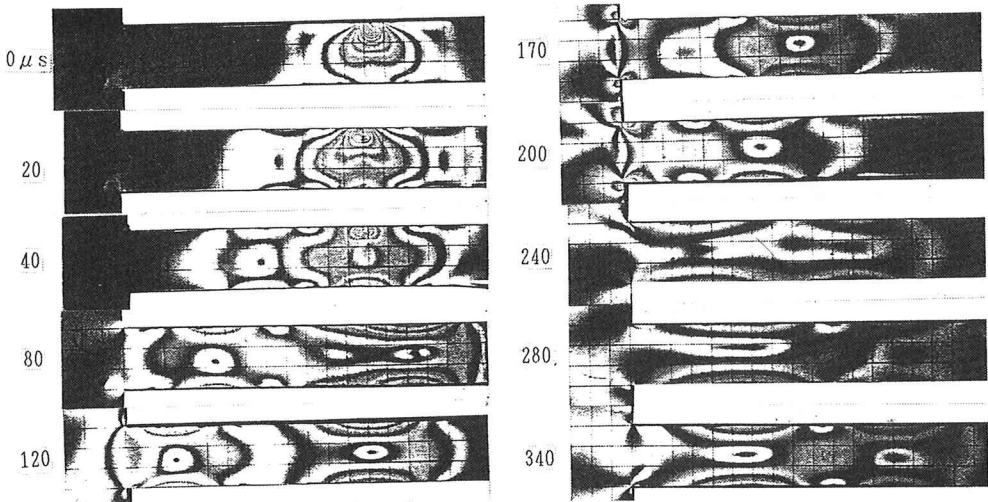


写真-2 片持ちはり模型の等色線縞模様写真 $L=180\text{mm}$ 、 $h=30\text{mm}$ 、 $d=2L/3$

この実験ケースの衝撃継続時間は約 $70\mu\text{s}$ で、写真-1の場合と同じ衝撃条件であるが、その場合より

短い。

0~20 μ sについては、単純はり模型の場合とは、はり高が大きい ($h=30\text{mm}$) ことによる違い以外に波動挙動に本質的な違いはない。20 μ sでは、2次の曲げ区間の先端が右端 (自由端) へ到達する。

40 μ sで、右端部で2次の曲げと反射による逆2次の曲げが重なり、曲げ応力を減少させている。

80 μ sで、1次の曲げと逆2次の曲げとが重なり、右端から35mm付近の下に凸の曲げ応力を増大させる。また、左端では、2次の曲げ区間の先端が固定部に到達し始めているが、3次の曲げ区間は明瞭に現れていない。他の実験ケースにおいても、 $h\geq 30\text{mm}$ のはりに3次以上の曲げ区間が明瞭に現れることはなかった。

はり高 $h=30\text{mm}$ のはりの場合、2次の曲げ区間の中立点の移動速度から測定した曲げ波の伝播速度 (C_B) は、 $C_B=580\text{m/sec}$ であった。

120~200 μ sにかけて、2次の曲げ区間 (上に凸) が固定部に入射するが、固定部と (1次+逆2次) の曲げの間に、反射曲げ波によると思われる曲げ区間があるが、その曲げ応力は極めて小さい。しかし、この時間範囲には、固定部の上・下縁の隅角に応力集中が現れ、2次の曲げ区間がほとんど反射することなく固定部の内部へ入射していると考えられる。

240 μ sでは、はり部がほぼ一様に上に凸の曲げを示すが、曲げ応力は小さい。

340 μ sまでの時間ではり内に最大縁応力が現れるのは、(1次+逆2次) の曲げ区間で、衝撃断面から約10mm自由端側の下縁である。

4. まとめ

繰り返し入力法を用いた動光弾性実験により、長方形断面の単純はりおよび片持ちはりが、横集中衝撃荷重を受ける場合について、はり内の波動挙動を等色線縞模様写真として可視化し、曲げ波の発生および伝播メカニズムを検討した。その結果は、本実験の範囲で以下のようにまとめられる。

(1) はり上縁に与えられた衝撃力は、各種弾性波動としてはり内を伝播するが、それらがはりの上・下縁で反射を繰り返すことにより、はり軸方向へ互いに逆方向の曲げ区間を次々に発生する。それぞれの曲げ区間の曲げ応力は、高次の曲げ区間になるほど低く、それぞれの区間毎に一定速度で移動する。

(2) はりの下方変位のみを拘束する支持部に入射した曲げ波は、ほぼ逆位相の曲げ波として反射する。また、はりと固定部が同一材料であるとき、固定部に入射した曲げ波は、ほとんど反射曲げ波を生じない。

(3) 横衝撃の位置、衝撃継続時間およびはり端で反射する支配的な曲げ区間の回数によっては、入射曲げ区間と反射した逆曲げ区間が重ね合わされ、はりに生じる最大曲げ応力 (縁応力) の発生断面は、衝撃断面でない場合がある。

参考文献

- 1) 佐藤 誠：動光弾性実験による平面SV波が入射した自由境界の表面波挙動，構造工学論文集，Vol.35A, 27-36, 1989.
- 2) たとえば，Kolsky, H. : Stress Waves in Solids, Dover, 68-75, 1963.
- 3) 前出1)。
- 4) 佐藤 誠，崎山郁夫：衝撃集中荷重を受けるはりおよび骨組み構造の動光弾性解析，日本光弾性学会第13回研究発表講演論文集，No.13, 95-98, 1991.