側岸に障害物が存在する開水路高速流における 自由水面の空間変動に関する二、三の考察

Some Considerations on Spatial Variations of Free Surface in Steep Open Channels with an Obstacle at One Side Wall

細田 尚¹·A. SAIF²·H.T. PUAY³·河内 友一⁴ Takashi HOSODA, Al-Hinai SAIF, How Tion PUAY and Yuichi KOUCHI

¹フェロー 工博 京都大学大学院教授 工学研究科都市社会工学専攻(〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 C1-3) ²学生員 工修 京都大学大学院博士後期課程 工学研究科都市社会工学専攻(〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 C1-3) ³正会員 博士(工学) 京都大学グローバル 30 特定講師 地球工学科国際コース (同 上) ⁴正会員 博士(工学) 中国電力エネルギア総合研究所(〒739-0046 東広島市鏡山 3-9-1)

This paper deals with the spatial variations of steady open channel flows in the downstream of an obstacle attached on one side wall of a flume. It is shown theoretically that using the linearized equations of 2-D shallow flows, periodic wavy patterns exist in supercritical flows (Froude number >1), but the amplitude of periodic wavy patterns always attenuate in the downstream direction. Standing waves can exist only in the case that the friction coefficient is zero. It is also pointed out that the attenuation rate decreases with the increase of Froude number. These results are verified by means of the hydraulic experiments carried out in this study. Using shallow flow equations, the numerical analysis is also carried out under the hydraulic conditions of experiments to consider the theoretical and experimental results.

Key Words : open channel flows, high velocity flows, stability analysis

1. はじめに

本研究は、開水路の側岸に設置された突起状障害物 の下流での水面の空間変動特性について検討したもの である.

側壁が空間的に変化する水路の水面変動については, 蛇行流路の河床変動に関する一連の理論解析の流れ解 析の部分として取り扱われることが多い. 蛇行流路の 河床変動を取り扱った従来の研究は非常に数が多いた め、本研究で用いる平面2次元浅水流方程式を適用し た代表的研究として,長谷川¹⁾, Struiksma 等²⁾, Blondeaux · Seminara³⁾の論文を参考文献として挙げる にとどめる. その中で, 長谷川, Blondeaux · Seminara は連続蛇行と河床変動の応答を研究し、応答関係式の 中に共鳴関係が存在することを明らかにしている. 一 方, Struiksma 等は, 流路湾曲部下流での河床の空間変 動の増幅・減衰を理論的に検討し、空間変動が不安定 になり下流方向に増幅する限界条件を導いている.こ の空間変動の増幅は'Over Deepening'と呼ばれている. さらに共鳴関係と空間変動が増幅する限界条件が一致 することが知られている⁴⁾.

水面変動特性のみを取り扱ったものとして細田等 5,6)の研究を挙げることができる.細田等は固定床連 続蛇行水路の勾配を変化させたときの水面応答の変化 について系統的に考察している.蛇行流路の河床変動 では流れのフルード数が小さい場合を取り扱うことが 多いが、細田等はフルード数を増加させていくと、連 続蛇行と水面の応答関係の中に共鳴関係が存在するこ と、共鳴関係近傍では跳水を伴う特徴的な流れが発生 することを指摘している.

これらのことを踏まえ、本研究では水路勾配を変化 させたときの障害物の下流側における水面の空間変動 応答特性について考察する. Struiksma 等が河床変動の 増幅を考察した方法を適用するが、Struiksma 等はフル ード数が小さい領域で生じる河床変動の増幅を取り扱 ったため、水面の応答に関して、高フルード数域で河 床の'Over Deepening 現象'と同様の不安定現象が生じ るのかどうか等、これまでに十分な知見が得られてい るとはいえない. そこで本研究では、水路勾配を大き く変化させたときの障害物下流での流れの応答特性に ついて線形理論の結果を整理するとともに、実験結果 と理論、及び数値解析結果を合わせて比較・検討し基 本特性を明らかにする.

2. 線形理論を用いた考察

上述した従来の蛇行流路の河床変動の理論解析や連 続蛇行水路の水面応答解析等で汎用の平面2次元浅水 流方程式の線形方程式を用いて、フルード数が大きい 領域も考慮した水面変動の応答特性を考察する.

2.1 周期的な空間変動応答としての解析



(b) Plan view Fig.1 Coordinate system and explanation of symbols

まず,Struiksma 等と同様に側岸の障害物により発生 した擾乱の下流への伝播過程を,擾乱に対する流れ方 向と横断方向に周期的な空間変動応答とみなした解析 結果を示す.その後,障害物により発生した擾乱が左 右岸で交互に反射する斜め衝撃波あるいは cross wave の伝播と考えた場合との関連について記述する.

Fig.1 に示した座標系と記号の説明を参照して,平面 2 次元浅水流方程式を記述すれば以下のようになる. *∂uh ∂vh*

$$\frac{\partial dx}{\partial x} + \frac{\partial dy}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + g\frac{\partial h}{\partial x} = g\sin\theta - \frac{\tau_{bx}}{\rho h}$$
(2)

$$u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + g\frac{\partial h}{\partial y} = -\frac{\tau_{by}}{\rho h}$$
(3)

ここに, (x, y): 直角座標, (u, v): 水深平均流速の(x, y)方向成分, h: 水深, θ : 水路床勾配, (τ_{bx}, τ_{by}) : せん 断応力ベクトルの(x, y)方向成分.

また,簡単のためせん断応力ベクトルの成分を摩擦 係数 c_f を用いた次式で評価する. x

$$\frac{\tau_{bx}}{\rho} = c_f \sqrt{u^2 + v^2} u, \frac{\tau_{by}}{\rho} = c_f \sqrt{u^2 + v^2} v$$
(4)

水深と流速を次式で定義される等流水深と等流流速 とそれからの偏差の和として表し,偏差に関する線形 化方程式を導く.

$$gh_0 \sin\theta = c_f U_0^2, \ h_0 U_0 = q$$
 (5)

ここに、h₀:等流水深、U₀:等流流速、q:単位幅流量.

次式で定義される無次元量を用いて式(1)-(3)の線形 化方程式を示せば式(6)-(8)のようになる.ただし,式中 の,は無次元量を表す.また,*L*は周期的な空間変動 が存在する場合の波長である.

 $x = Lx', \ y = (B/2)y'$

$$h=h_0(1+\delta h'),\ u=U_0(1+\delta u'),\ v=U_0\delta v'$$

$$\frac{\partial \delta u'}{\partial x'} + \frac{\partial \delta h'}{\partial x'} + \beta \frac{\partial \delta v'}{\partial y'} = 0$$
(6)

$$\frac{\partial \delta u'}{\partial x'} + \frac{1}{Fr_0^2} \frac{\partial \delta h'}{\partial x'} = -\frac{c_f}{\lambda} (2\delta u' - \delta h')$$
(7)

$$\frac{\partial \delta v'}{\partial x'} + \frac{\beta}{Fr_0^2} \frac{\partial \delta h'}{\partial y'} = -\frac{c_f}{\lambda} \delta v'$$
(8)

ここに, β,λ,Fr₀は次式で定義される無次元パラ メータである.

$$B = \frac{L}{B/2}, \ \lambda = \frac{h_0}{L}, Fr_0 = \frac{U_0}{\sqrt{gh_0}}$$

簡単のため、ここから無次元量を表す ' を省略する. まず、空間的に周期的な定在波を仮定して解を導く ため、δh,δu,δv を式(9)、(10)、(11)のように表現して 式(6)、(7)、(8)に代入すると式(12)、(13)、(14)が得られ る.

$$\delta h = a_h \sin\left(\frac{\pi}{2}y\right) \cos(2\pi x) \tag{9}$$

$$\delta u = a_u \sin\left(\frac{\pi}{2}y\right) \cos(2\pi x + \phi_u) \tag{10}$$

$$\delta v = a_v \cos\left(\frac{\pi}{2}y\right) \cos\left(2\pi x + \phi_v\right) \tag{11}$$

ここに, a_h, a_u, a_v は周期的な空間変動の振幅である.

$$2\pi a_u \sin \phi_u + \beta(\pi/2)a_v \cos \phi_v = 0 \tag{12a}$$

$$-2\pi a_u \cos \phi_u - 2\pi a_h + \beta(\pi/2)a_v \sin \phi_v = 0$$
(12b)

$$-2\pi a_u \sin \phi_u = -2(c_f / \lambda) a_u \cos \phi_u$$

$$+ (c_f / \lambda) a_u$$
(13a)

$$-2\pi a_u \cos \phi_u - (1/Fr_0^2) 2\pi a_h$$

= 2(c_f / λ)a_u sin ϕ_u (13b)

$$-2\pi a_v \sin\phi_v + (\beta/Fr_0^2)(\pi/2)a_h$$

= $-(c_f/\lambda)a_v \cos\phi_v$ (14a)

$$-2\pi a_v \cos \phi_v = (c_f / \lambda) a_v \sin \phi_v \tag{14b}$$

式(12)-(14)を解くと、 $c_f = 0$ の場合にだけ物理的に意味のある解が存在することが分かり、その解は式(15)、(16)、(17)で与えられる.

$$a_u \sin \phi_u = 0, \ a_u \cos \phi_u = -\frac{a_h}{Fr_0^2}$$
(15)

$$a_{\nu}\sin\phi_{\nu} = \frac{\beta a_{h}}{4Fr_{0}^{2}}, a_{\nu}\cos\phi_{\nu} = 0$$
(16)

$$Fr_0^2 = 1 + \frac{\beta^2}{16}$$
(17)

を与える式であり,式(17)左辺は必ず1以上になること から,定在波は射流の場合にのみ存在する.次に,振 幅が一定の周期的な定在波は $c_f = 0$ の場合にだけ存在 するが,振幅が空間的に変化する場合には, $c_f \neq 0$ に おいても解が存在することを示す.これは,Struiksma 等²⁾が河床変動の空間的増幅を考察する際に用いた手 法と同等である.

式(9), (10), (11)の振幅を式(18), (19), (20)のように 空間座標の関数とする.

$$\delta h = a_h(x) \sin\left(\frac{\pi}{2}y\right) \cos(2\pi x) \tag{18}$$

$$\delta u = a_u(x) \sin\left(\frac{\pi}{2}y\right) \cos\left(2\pi x + \phi_u\right) \tag{19}$$

$$\delta v = a_v(x) \cos\left(\frac{\pi}{2}y\right) \cos(2\pi x + \phi_v)$$
(20)

式(18)-(20)を基礎式に代入すれば,空間変動 に関する関係式(21)-(23)が導かれる.

$$\frac{da_u}{dx}\cos\phi_u - 2\pi a_u\sin\phi_u + \frac{da_h}{dx} -\beta\frac{\pi}{2}a_v\cos\phi_v = 0$$
(21a)

$$-\frac{da_u}{dx}\sin\phi_u - 2\pi a_u\cos\phi_u - 2\pi a_h + \beta \frac{\pi}{2} a_v\sin\phi_v = 0$$
(21b)

$$-2\frac{J}{\lambda}a_u\cos\phi_u + \frac{J}{\lambda}a_h$$
$$-\frac{da_u}{dx}\sin\phi_u - 2\pi a_u\cos\phi_u + \frac{1}{Fr_0^2}2\pi a_h =$$
(22b)

$$-2\frac{\partial f}{\partial \lambda}a_u\sin\phi_u$$

$$\frac{da_v}{dx}\cos\phi_v - 2\pi a_v\sin\phi_v + \frac{\beta}{Fr_0^2}a_h\frac{\pi}{2}$$
(23a)

$$= -\frac{c_f}{\lambda} a_v \cos \phi_v$$

$$-\frac{da_{v}}{dx}\sin\phi_{v} - 2\pi a_{v}\cos\phi_{v} = \frac{c_{f}}{\lambda}a_{v}\sin\phi_{v}$$
(23b)

振幅の空間変化を式(24)で与えられる関数で 表し式(21)-(23)に代入すれば,振幅の増幅また は減衰率を表わすαと位相差に関する関係式 (25)-(28)が得られる.

$$a_h(x) = A_h \exp(\alpha x), a_u(x) = A_u \exp(\alpha x),$$

$$a_v(x) = A_v \exp(\alpha x)$$
(24)

ここに, A_h, A_u, A_v は空間変動の上流側第一波目の振幅を表わす定数.

$$\cos\phi_u = \frac{P_{\cos\phi_u}}{Q_{\cos\phi_u}}, \sin\phi_u = \frac{P_{\sin\phi_u}}{Q_{\sin\phi_u}},$$
(25)

$$\cos \phi_{v} = \frac{P_{\cos\phi v}}{Q_{\cos\phi v}}, \sin \phi_{v} = \frac{P_{\sin\phi v}}{Q_{\sin\phi v}}$$

$$(26)$$

$$P_{\cos\phi u} = \left(\alpha A_{u} + 2\frac{c_{f}}{\lambda} A_{u}\right) \left(-\frac{1}{Fr_{0}^{2}} \alpha A_{h} + \frac{c_{f}}{\lambda} A_{h}\right)$$

$$-\frac{4\pi^{2}}{Fr_{0}^{2}} A_{u} A_{h}$$

$$Q_{\cos\phi u} = \left(\alpha A_{u} + 2\frac{c_{f}}{\lambda} A_{u}\right)^{2} + 4\pi^{2} A_{u}^{2}$$

$$P_{\sin\phi u} = -2\pi A_{u} \left(-\frac{1}{Fr_{0}^{2}} \alpha A_{h} + \frac{c_{f}}{\lambda} A_{h}\right)$$

$$-\frac{2\pi}{Fr_{0}^{2}} A_{h} \left(\alpha A_{u} + 2\frac{c_{f}}{\lambda} A_{u}\right)$$

$$Q_{\cos\phi u} = Q_{\sin\phi u}$$

$$P_{\cos\phi v} = -\frac{\beta}{Fr_{0}^{2}} \frac{\pi}{2} A_{h} \left(\alpha A_{v} + \frac{c_{f}}{\lambda} A_{v}\right)$$

$$Q_{\cos\phi v} = Q_{\sin\phi u}$$

$$P_{\cos\phi v} = Q_{\sin\phi v} = \left(\alpha A_{v} + \frac{c_{f}}{\lambda} A_{v}\right)^{2} + 4\pi^{2} A_{v}^{2}$$

$$\alpha \frac{\left(\alpha + 2\frac{c_{f}}{\lambda}\right) \left(-\frac{\alpha}{Fr_{0}^{2}} + \frac{c_{f}}{\lambda}\right) - \frac{4\pi^{2}}{Fr_{0}^{2}}}{\left(\alpha + 2\frac{c_{f}}{\lambda}\right)^{2} + 4\pi^{2}} + \alpha$$

$$+2\pi \frac{2\pi \frac{c_{f}}{\lambda} + 2\pi \frac{2}{Fr_{0}^{2}} \frac{c_{f}}{\lambda}}{\left(\alpha + 2\frac{c_{f}}{\lambda}\right)^{2} + 4\pi^{2}} = 0$$

$$\alpha \frac{\left(-\frac{\alpha}{Fr_{0}^{2}} + \frac{c_{f}}{\lambda}\right) + \frac{1}{Fr_{0}^{2}} \left(\alpha + 2\frac{c_{f}}{\lambda}\right)}{\left(\alpha + 2\frac{c_{f}}{\lambda}\right)^{2} + 4\pi^{2}} - \alpha \frac{\left(\alpha + 2\frac{c_{f}}{\lambda}\right) \left(-\frac{\alpha}{Fr_{0}^{2}} + \frac{c_{f}}{\lambda}\right) + \frac{4\pi^{2}}{Fr_{0}^{2}} - 1$$

$$(28)$$

$$-\frac{\beta^{2}}{Fr_{0}^{2}} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2} \frac{1}{\left(\alpha + 2\frac{c_{f}}{\lambda}\right)^{2} + 4\pi^{2}} = 0$$

αとβの近似解を得るためにαとβを式(29), (30)のようにおいて式(27), (28)に代入すれば, 近似解として式(31), (32)が得られる.

$$\alpha = a_0 + a_1 \left(\frac{c_f}{\lambda}\right) \tag{29}$$

$$\beta^2 = 16\left(Fr_0^2 - 1\right) + b_1\left(\frac{c_f}{\lambda}\right)$$
(30)

$$a_0 = 0, \ a_1 = -\frac{1}{2} \frac{Fr_0^2 + 1}{Fr_0^2 - 1}$$
 (31)

(32)

$$b_1 = 0$$

摩擦係数を考慮した近似解である式(30)と(32)から, 周期解はフルード数が1より大きい射流の場合にのみ 存在すること,式(29)と(31)からは周期解の振幅は下流 方向に必ず減衰すること,その減衰率はフルード数が 大きいほど小さいことが分かる.

2. 2 周期的空間変動解析と cross wave 伝播の関連

本研究で対象としている射流域での空間変動の伝播 は、上流側で発生する水深等の変動の横断分布形状に よって、左右岸で交互に発生する斜め衝撃波あるいは cross wave の伝播とみなすこともできる.水理量の不連 続を伴う斜め衝撃波は水理量の不連続の程度によって 下流への伝播角度が異なるため、ここでは簡単に線形 方程式の特性曲線の伝播を考える.

特性曲線はその曲線に対する横断方向の微係数が一 意的に定まらない線として定義され,特性曲線に沿っ て水理量の微係数の不連続が伝播する. (定常状態の 浅水流方程式に対する特性曲線の導出については参考 文献 7)を参照.)すなわち,Fig.2に示したような等 流の左岸側に図の形状の擾乱を与えると,水深の空間 微係数の不連続点は特性曲線に沿って図のように伝播 し右岸側で反射する.ただし,Fig.2では図をわかりや すくするために, x軸を右岸側壁に置いている.

この特性曲線の伝播角度 ¢ は 次式で与えられることから⁷⁾,式(9),(10),(11)で与えられる周期的空間変動の流れ方向の波長と cross wave の波長は等しいことが分かる.

$$\tan\phi = \frac{1}{\sqrt{Fr_0^2 - 1}} \tag{33}$$

これは、式(9)、(10)、(11)を用いた周期的空間変動解 析は、cross wave 形状をフーリエ展開したときの主要項 のみを考慮した解析であることと関係があり、2.1 に記述した解析法によって cross wave の基本特性もあ る程度説明することができると考えられる.さらに、 波動の下流方向への増幅・減衰特性のように cross wave として考察することが困難な現象に対して、本研究で 適用した周期的空間変動解析法は簡便かつ有効と考え られる.



Fig.2 Propagation of cross waves along a characteristic line



Fig.3 Schematic illustration of flume



Fig.4 Shape function of an obstacle

3. 水理実験と線形理論との比較

急勾配に設定した開水路の側壁に突起状障害物を設 置して水理実験を行い,上述の線形理論の結果と実験 結果を比較することにより理論の適合性を検討した.

Fig.3 に実験水路の概略を示した.幅 30cm,長さ800cmの水路を用い,全実験ケースにおいて上流端から350cmの位置の左岸にFig.4 に示した形状を有する突起を設置した.実験では空間変動の定性的状況や空間変動の波長を計測するために水路直上から写真撮影

を行うと伴に, Run1 と Run4 では流れ方向と横断方向 ともに 1cm の間隔でポイントゲージを用いて詳細な水 深計測を実施した.実験の水理条件を Table 1 に示し た.

Fig.5(a),(b)は Run1 と Run4 の流れの様子を撮影した 写真である. どちらも障害物の下流側で周期的な空間 変動を観察することができる. Run4 の方は障害物の上 流側に波状跳水が発生しており,障害物の位置で流れ が常流から射流に遷移している.

Run1 と Run4 の水深のコンター・マップを Fig.6 に 示した. ただし, Fig.6 の横軸の数値は水深計測開始地 点あらの距離を示しており, 障害物の頂点は水路上流 端から 350cm の位置に固定されている.

Fig.6 をみると、障害物下流において水深の周期的な 変動パターンを確認することができるとともに、どち らも変動の振幅が減衰していることが分かる.次に、 左右岸に沿う水深の流れ方向の分布を Fig.7 に示した. 分布形状は理論解析で用いた左右対称の正弦波形状で はなく上流側の水面勾配が急な非対称形状であり、非 線形性の効果が無視できないことを示している.

Fig.8 には実験全ケースの無次元波長とフルード数の関係を示した.波長は、障害物下流左右岸の水深極大値発生点間の距離の算術平均として算出した.図中には線形理論式(17)も示した.実験結果は線形理論式にほぼ適合している.



Run number	Discharge (cm ³ /s)	Upstream water depth (cm)	Upstream average velocity (cm/s)	Froude number at upstream	Bed slope	Water Temperature (°C)	Flow type
1	6,400	1.74	122.6	2.97	1/34	19.0	Supercritical
2	10,900	2.73	133.1	2.57	1/34	13.5	Supercritical
3	5,950	1.45	136.8	3.63	1/13	19.2	Supercritical
4	7,230	3.15	76.5	1.38	1/156	18.6	Supercritical
5	11,410	3.88	98.0	1.59	1/156	13.2	Supercritical
6	6,620	2.08	106.1	2.35	1/49	13.6	Supercritical
7	11,110	2.96	125.1	2.32	1/49	13.6	Supercritical
8	6,200	2.33	88.7	1.89	1/67	13.2	Supercritical
9	11,200	3.28	113.8	2.01	1/67	13.2	Supercritical
10	7,200	4.46	53.8	0.814	1/326	12.9	Sub-critical

4. 数値解析結果と実験結果の比較

次に Run1 及び Run4 の実験条件の下で数値計算を実施し実験結果と比較した.数値計算法は著者らが蛇行 流路の河床変動解析に用いた方法⁸⁾と同様であり,一 般座標系での有限体積法を用いている.ただし,移流 項の離散化には TVD-MUSCL 法を適用した⁹.

用いた計算格子を Fig.9 に示す.格子間隔は流れ方向, 横断方向ともに 1cm であり,突起部を含む水路の 2~ 2.5m を計算領域とした.

Run1 および Run4 の水理条件を用いて計算した結果 を Fig.10 に示した.本数値解析法と類似の通常の氾濫 解析法を用いて,定常状態にある跳水近傍の不連続部 を数値振動無しで再現できることが知られており¹⁰⁾, 本計算結果の水深コンターマップをみても水深の急変 部において数値振動は生じていない.



Fig. 5(a) Water surface variation in the downstream of the obstacle (Run 1)



Fig. 5(b) Water surface variation in the downstream of the obstacle (Run 4)



Fig.11 には水路左右岸の水深分布について実験結果 と計算結果の比較を示した.フルード数の小さい Run4 の方が計算結果の適合性がよく,フルード数の大きい Run1 の方の適合性は十分とはいえない.この理由とし て,フルード数の大きい方が突起部のような境界急変 部で静水圧分布の仮定から大きくずれることが考えら れ,鉛直加速度を考慮する等,モデル改良の必要性を 示唆している.しかし,水深変動の波長や振幅につい ては計算結果は実験結果にほぼ適合し,また現象の非 線形性に起因する非対称な水深分布も再現されている ことから,本数値解析法により本研究で対象としてい る現象をある程度再現することが可能であると考えら れる.





Fig.11 Comparisons of depth distributions between numerical results and experiments

5. おわりに

本研究は、開水路の側岸に設置された突起状障害物の下流での水面の空間変動特性について検討したものであり、得られた成果を要約すると以下のようになる. (1)まず平面2次元浅水流方程式の線形化方程式を 用いて、空間変動の波長や振幅の変化について考察した.その結果、周期的な空間変動はフルード数が1より大きい射流にのみ存在するが、振幅は流下方向に減 衰すること、その減衰率はフルード数が大きいほど小 さいことを指摘した.すなわち、本研究で対象とした 側壁も路床も平坦な条件下では、'Over Deepening'現象 は発生しない.

(2) 側壁に突起を設置した水理実験を行い,変動の 波長は線形理論にほぼ適合すること,側壁に沿った水 深分布形は正弦波のような対称な分布形ではなく上流 側の水面勾配が急な非対称形であり,非線形性を無視 できないことを指摘した.

(3) 水理実験の条件下で数値計算を実施し,空間変動の波長,振幅に関しては数値計算結果は実験結果と ほぼ適合するが,フルード数が大きい場合には鉛直加 速度の効果などにより適合しない場合があることを示 した.

今後、本研究の成果を踏まえて、路床変動や側壁に 変動がある場合の水面変動の増幅(Over Deepening'現 象)・減衰過程について検討したい.さらに、非線形解 析を実施し線形理論を改良する、鉛直加速度を考慮し たモデルによる解析法を考案するなど解析法の改良も 行っていきたい.

参考文献

1) Hasegawa, K. and Yamaoka, I., The effects of plane and bed forms of channels upon the meander development, Proc. JSCE, No.296, pp.142-152, 1980.

- Struiksma, N., Olesen, K.W., Flokstra, C. and de Vriend, H.J.; Beddeformation in curved alluvial channels, *Journal of Hydraulic Research*, Vol.23, pp.57-79, 1985.
- Blondeaux, P. and Seminara, G.; A unified bar-bend theory of river meanders, *Journal. of Fluid Mech.*, Vol.157, pp.449-470, 1985.
- Parker, G. and Johannesson, H., Observations on several recent theories of resonance and over deepening in meandering channels, River Meandering, *Water Resources Monograph* 12, American Geophysical Union, pp.379-415, 1989.
- 細田 尚・西濱真佐男,共鳴点近傍における連続 蛇行水路の高速流の特性解析,水工学論文集,第 47巻,pp.481-486,2003.
- 細田 尚,連続蛇行水路の高速流に関する非線形 解析,土木学会論文集,No.656/II-52, pp.103-111, 2000.
- 7) 細田 尚・余越正一郎:高速湾曲流に関する二,
 三の検討,土木学会論文集 第387号/II-8, pp.171
 -178, 1987.
- Nagata, N., Hosoda, T. and Muramoto, Y., Numerical analysis of river channel processes with bank erosion. *Journal of Hydraulic Engineering. ASCE*, Vol.126 No.4, pp.243-252, 2000.
- (藤井孝蔵,流体力学の数値計算法,東京大学出版 会,1994.
- Iwasa, Y., Hosoda, T. and Yokosi, S., Flow behaviors in headrace tunnel of run-of-the river power stations, Proc. of International Symp. on Channel Flow and Catchment Runoff, Univ. of Virginia, pp.669-678, 1989.

(2010年3月9日受付)