

LESによる湾曲水路流れの2次流と水面変動の再現

Reproduction of the secondary flow and the free surface fluctuation in a channel bend

猪熊裕司*・三村豪**・中山昭彦***

Hiroshi INOKUMA, Go Mimura and Akihiko NAKAYAMA

*学生会員 神戸大学 工学部 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

*学生会員 奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科 (〒630-0192 奈良県生駒市高山町 8916-5)

**正会員 Ph.D. 神戸大学大学院教授 工学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

Large eddy simulation (LES) of open-channel flows in a channel bend has been conducted. The motion of the free surface has been calculated together with the fluctuating turbulent flow field in the curvilinear coordinates that move with the moving free surface. The basic calculation method is validated in the calculation of the flow in a straight rectangular channel. The calculation results for a 90-degree channel bend has been obtained for a subcritical and super-critical Froude number cases. The three-dimensional flow characteristics including the secondary flow of the first kind and the outer-bank cells have been reproduced well. The detailed results of the instantaneous velocity field and the free surface fluctuations have also been reproduced well. The results can further be examined to study other aspects of the turbulent open channel flow in a channel bend.

Key Words: channel bend, LES, free surface flow, secondary flow

キーワード: 湾曲水路流れ, LES, 自由水面流, 2次流

1. はじめに

数値流体計算は発展し、特に Large-eddy Simulation (LES) 法はいろいろな分野で応用が進んでいる(参考文献¹⁾). 3次元構造や瞬時流れ特性の再現が可能で複雑な開水路乱流の解析にも適しているが、まだ検証や適用例は十分でない。本研究では湾曲開水路内流れの3次元構造と水面変動特性の計算に LES 法を適用し、その有効性を調べ、実際の水路や河川の流れのシミュレーションへの応用の可能性を探ることを目的とする。

湾曲開水路内乱流の解明は、蛇行する実河川の河岸浸食や河床変動現象の理解に重要で、種々な解析が行われている。Jia et al.²⁾、杉山ら³⁾、木村ら⁴⁾、Christensen et al.⁵⁾、Zeng et al.⁶⁾、滝本ら⁷⁾ は Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) を用いた3次元流計算により、2次流などの再現性を調べている。RANS モデルでは非線形高次モデルなどを用いることで、精度良い計算も報告されているが(木村ら⁴⁾) モデルが煩雑になりまた瞬時構造の再現は難しいなどの欠点もある。

LES 法は汎用性があるが適用例は少なく、Booij⁸⁾がU字型チャンネル内乱流のLES計算を行っている程度である。しかしこの計算では、水面の変化は考慮されておらず、水面変動のみならず湾曲部外岸での水面上昇の影響なども再現できていない。

本研究では境界適合移動曲線座標を用い、水面変動を考

慮した LES 計算法を適用し、90度曲がり開水路内乱流のシミュレーションを行い、2次流と水面変動の再現性を検討する。特に湾曲部外岸でレイノルズ応力と水面の干渉で生じる外岸セルの再現を図る。

既往の実験あるいは計算と比較できる水路形状と水理条件に合わせた計算を行う。また常流および射流についての計算を行い水面変動の違いの影響なども検討する。

サブグリッド (SGS) モデルの検討は今後の検討課題とし、本計算では解像度を十分取り、標準 Smagorinsky を用いている。

2. 基礎方程式および数値計算法

以下に本研究で用いた基礎式と計算法をまとめる。

2.1 基礎方程式

用いる基礎式は非圧縮流についての運動方程式と連続の式である。 x_i を物理空間でのデカルト座標、 t を時間、 u_i をフィルタ平均された x_i 方向の速度成分、 p をフィルタ平均された圧力に SGS 垂直応力を加えたものを密度で除した値、 ν を動粘性係数、 τ_{ij} を SGS 応力を密度で除した量、 g_i を重力の加速度とし、渦粘性係数 ν_G の渦粘性仮定を用い、基礎式を境界適合一般座標 ξ_m で書き直すと、運動方程式、連続の式はそれぞれ

$$\begin{aligned}
J^{-1} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (J^{-1} U_m u_i)}{\partial \xi_m} &= \\
- \frac{\partial}{\partial \xi_m} J^{-1} A_i^m p & \\
+ (v + v_G) \frac{\partial}{\partial \xi_m} J^{-1} G^{mn} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_n} & \\
+ J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} \frac{\partial v_G}{\partial \xi_m} \left(\frac{\partial \xi_n}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_n} + \frac{\partial \xi_n}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial \xi_n} \right) & \\
+ J^{-1} g_i & \\
\frac{\partial J^{-1} U_m}{\partial \xi_m} = 0 & \quad (2)
\end{aligned}$$

である。ここで

$$U_m = A_j^m u_j \quad (3)$$

$$A_i^m = \frac{\partial \xi_m}{\partial x_i} \quad (4)$$

$$G^{mn} = \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} \frac{\partial \xi_n}{\partial x_j} \quad (5)$$

である。 J^{-1} は物理空間から計算空間への変換のためのマトリックスであるヤコビアン逆数の逆、 U_m は速度の反変成分で、体積フラックスをヤコビアンで除したものである。

水面は水平位置 (x, z) での鉛直位置 $h(x, z, t)$ を速度と圧力の計算と共に決定していく。 h は水面での運動学的条件の

$$\frac{\partial h}{\partial t} = v - u \frac{\partial h}{\partial x} - w \frac{\partial h}{\partial z} \quad (6)$$

を解くことになる。ここで u, v, w は流れ方向、鉛直上向き方向、横断方向速度成分である。 h は座標の移動の計算と 2.2 に述べる水面での境界条件の設定に用いられる。

2.2 数値解法

数値解法は固定境界流れに開発、検証されている Fractional-step 法に基づき、水面変動計算と水面の厳密な境界条件を組み込む方法をとる。ただし、計算格子の更新については時間積分を行った後に後述する方法によって行う為、これを除けば固定境界流れの Fractional-step 法に変わりない。時間進行法は粘性項と渦粘性項の対角項に Crank-Nicolson 法、非対角項、移流項、渦粘性勾配項に 2 次精度 Adams-bashforth 法を用い、移流項の差分には QUICK 法を用いた。

境界条件に底面ですべりなし、水面では応力と表面張力が釣合うという条件を与える。圧力についてのポアソン方程式の解法には BiCGSTAB 法を用い、圧力の境界条件には後述する水面法線方向応力の式から求める。

これ以降、主流方向を x_1 または x 、鉛直方向を x_2 または y 、横断方向を x_3 または z と記述し $u=u_1, v=u_2, w=u_3$ と

する。水面における外向き単位法線ベクトルを \mathbf{n} 、直交する単位接線ベクトルを \mathbf{s}, \mathbf{t} とすると

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{\left(-\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + 1 + \left(-\frac{\partial h}{\partial z}\right)^2}} \left(-\frac{\partial h}{\partial x}, 1, -\frac{\partial h}{\partial z} \right) \quad (7)$$

$$\mathbf{s} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2}} \left(1, \frac{\partial h}{\partial x}, 0 \right) \quad (8)$$

$$\mathbf{t} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)^2}} \left(0, \frac{\partial h}{\partial z}, 1 \right) \quad (9)$$

であるので、デカルト座標系における圧力も合わせた応力テンソルを \mathbf{T} とすると、水面での垂直応力 τ_n 、接線応力 τ_s, τ_t は

$$\tau_n = \mathbf{n} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}^T \quad (10)$$

$$\tau_s = \mathbf{s} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}^T \quad (11)$$

$$\tau_t = \mathbf{t} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}^T \quad (12)$$

である。ここで、上付き添え字 T は転置行列を表す。ただし応力テンソル \mathbf{T} は次式に示す通りである。

$$T_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \delta_{ij} p \quad (13)$$

気相側では運動量なしとして、水面でのせん断応力をゼロ、気相側の圧力を一定値ゼロ、表面張力係数を σ 、自由水面の曲率半径を K とすると次式のようなになる。

$$\tau_n + \sigma K = 0 \quad (14)$$

$$\tau_s = 0 \quad (15)$$

$$\tau_t = 0 \quad (16)$$

これらの境界条件は Fractional-step 法で予測子を解く段階に適用される。予測段階で圧力は運動方程式からは除かれており必要ないが、水面位置 h は必要である。本計算法では前のタイムステップの水面位置を用い、修正子 u_i^{n+1} の計算の段階で水面位置 h を計算し更新する。水面位置の更新は(6)式を Hodges and Street⁹⁾による方法と同様に以下

の4次のルンゲクッタ法を用いて解く。水面を

$$H^n = \xi_2 \quad (17)$$

とすると、次のタイムステップの水面は、次式に示すようになる。

$$H^{n+1} = H^n + \frac{1}{6}(k + 2\bar{k} + 2\tilde{k} + \hat{k}) \quad (18)$$

$$k = \Delta t U_2 \quad (19)$$

$$\bar{k} = \Delta t \left\{ U_2 - \frac{U_1}{2} \frac{\delta k}{\delta \xi_1} - \frac{U_3}{2} \frac{\delta k}{\delta \xi_3} \right\} \quad (20)$$

$$\tilde{k} = \Delta t \left\{ U_2 - \frac{U_1}{2} \frac{\delta \bar{k}}{\delta \xi_1} - \frac{U_3}{2} \frac{\delta \bar{k}}{\delta \xi_3} \right\} \quad (21)$$

$$\hat{k} = \Delta t \left\{ U_2 - \frac{U_1}{2} \frac{\delta \tilde{k}}{\delta \xi_1} - \frac{U_3}{2} \frac{\delta \tilde{k}}{\delta \xi_3} \right\} \quad (22)$$

本研究では、あらかじめ鉛直方向に格子刻み比を決めておき、前述した方法で定まった水面位置にこの比を乗算することで格子を更新している。

以上のように本計算法では水面変動に合わせた移動座標を用いているので、時間平均は瞬時計算結果を逐次同一空間点で内挿したものを時間平均している。水面近傍の間欠的に水面の外に出る点での平均は、総シミュレーション時間の大半である80%以上の間水面下になる点での平均値を示している。計算結果の平均水面位置は便宜的にこの80%水面下20%水面外になる位置としている。

3. 実験との比較

本計算手法の検証として、森山ら¹⁰⁾の行った実験結果との比較を図-1に示す。対象の水路幅は50cm, 勾配は1/80, 曲率半径は2m, 水深約4cmである。ただし森山ら¹⁰⁾はPIVを用い、画像上でのトレーサの輝度差を利用して水深平均流速を求めているので、計算結果を水深平均したものと比較している。これらの図から、湾曲部での流速分布に違いがみられるが、ピーク流速はほぼ等しく、湾曲部の下流での流速は似た分布になっている。

4. 低水深湾曲水路乱流の計算

次に実験及びRANS計算結果のある $H/B=0.1$ の低水深湾曲水路等流の計算結果を示し既存の実験及び計算結果と比較する。図-2に水路の概要と計算格子を示す。直線部と90度の曲がり部からなる。この場合、射流の実験結果やU字型湾曲水路流の計算結果との比較が可能である。

直線部は湾曲部との接続部より余裕を持たせた上流の部分の流れ方向に周期境界とし繰り返して計算させることで十分発達させた乱流を湾曲部に流入させる。計算は以下の2つのケースについて行われた。ケース1は勾配1/1000,

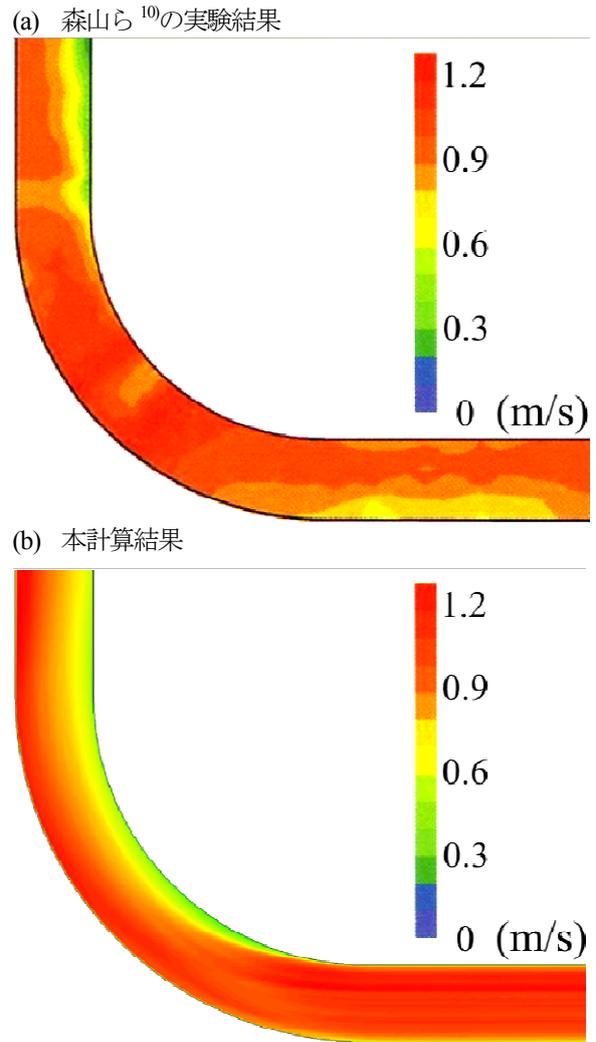


図-1 水深平均流速分布の比較

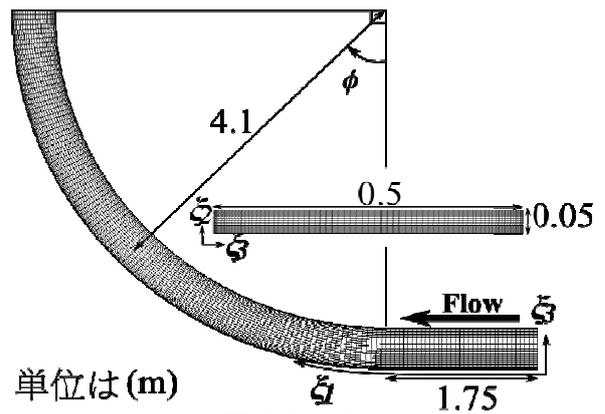


図-2 計算格子

$Re=110000$, $Fr=0.37$ の常流で、滝本ら⁷⁾のRANS計算とほぼ同じ条件である。ケース2は勾配1/100, $Re=44000$, $Fr=1.45$ の射流である。格子数はケース1, ケース2ともに(290,30,80)である。

4.1 平均水深

図-3に時間平均された水深 \bar{h} を示す。水深は直線部から

湾曲部に入ると外岸から増加し $\phi=90^\circ$ 断面ではほぼ直線的に外岸方向に増加する形になる。水面の横断方向勾配は射流のケース2が大きくなっている。更に全体の傾向と比較すると微小ではあるが、湾曲部に入った直後に内岸で局部的に水深の低下が生じている。また 90° 湾曲部では水深が全体的に下流に行くにつれ増加し、流速は減少していく。

4.2 水深平均流速分布

図4は水深平均された流速 \bar{U}_h を断面平均流速 U_{av} で除した値の分布を表わす。これは浅水流方程式を用いた計算量であるが、これらの計算結果との比較ができるよう水深平均流速をプロットしている。ケース1の常流の結果でははっきり出ていないものの、両ケースとも高速域は、湾曲入口で内岸寄りの位置から下流に行くとともに外岸に移動している様子が分かる。同様な傾向はZeng et al.⁶⁾の常流の実験や森山ら¹⁰⁾の斜流の実験結果にも見られる。

4.3 瞬時水面と流速分布

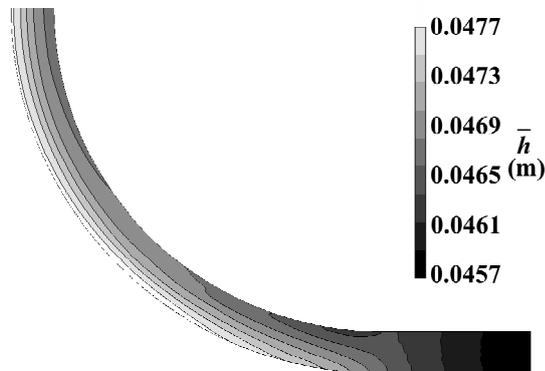
次に瞬時水面形と瞬時水面での流速分布をそれぞれ図-5に図-6に示す。これは $\phi=40^\circ$ 近傍の分布を拡大したものである。瞬時水面を見ると $\phi=30^\circ$ 付近から外岸で波状の一定周期の水面変動が生じ、それに伴い水面での流速も変動している。ケース1とケース2を比較するとケース1の

方が空間変動の周期が短く、相対的な速度変化も大きくなっており、分布形状はケース2の方が外岸側に押しつぶされたような扁平な形状をしている。

4.4 2次流と水面形

次に水面変動特性の大きく変わる、常流のケース1と射流のケース2の比較を行う。図-7はこの2ケースの断面 $\phi=30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ での2次流速分布を示す。ケース2はケース1に比べ外岸で水面が大きく盛り上がっているのが分かる。2次流について見ると、全体的にケース2はケース1に対して2次流ベクトルの向きは同様の傾向を示しているが、平均流速に対する2次流の相対的な大きさが小さく、また2次流のうち特に外岸セルについて見るとケース2は辛うじて確認できる程度となっている。これは水面上昇によって外岸セルの発生が抑制されたためと考えられる。

(a) ケース1



(b) ケース2

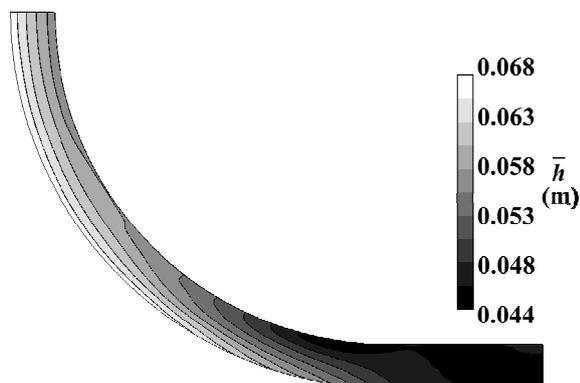
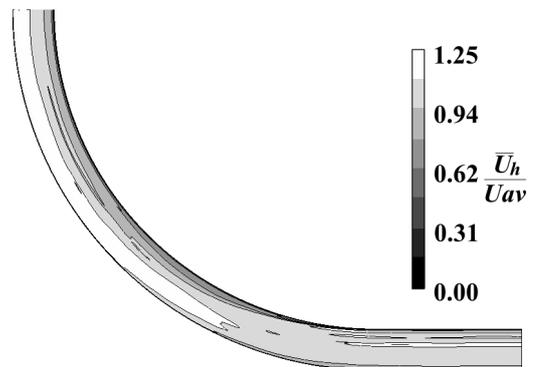


図-3 平均水位分布

(a) ケース1



(b) ケース2

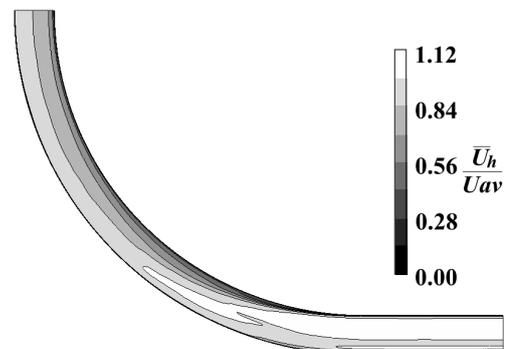


図-4 水深平均流速分布

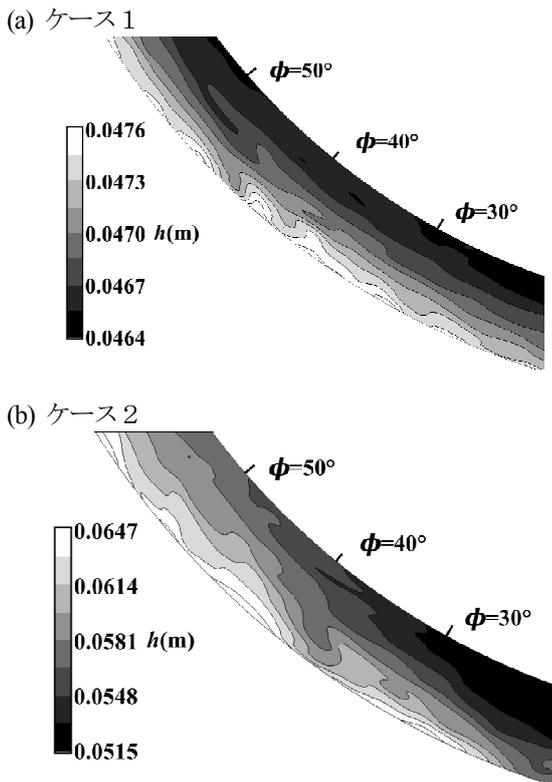


図-5 瞬時水面形

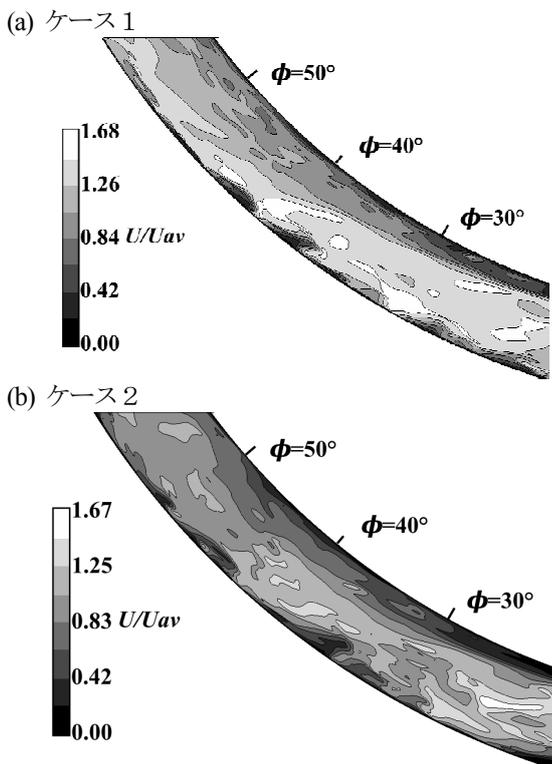


図-6 瞬時水面流速分布

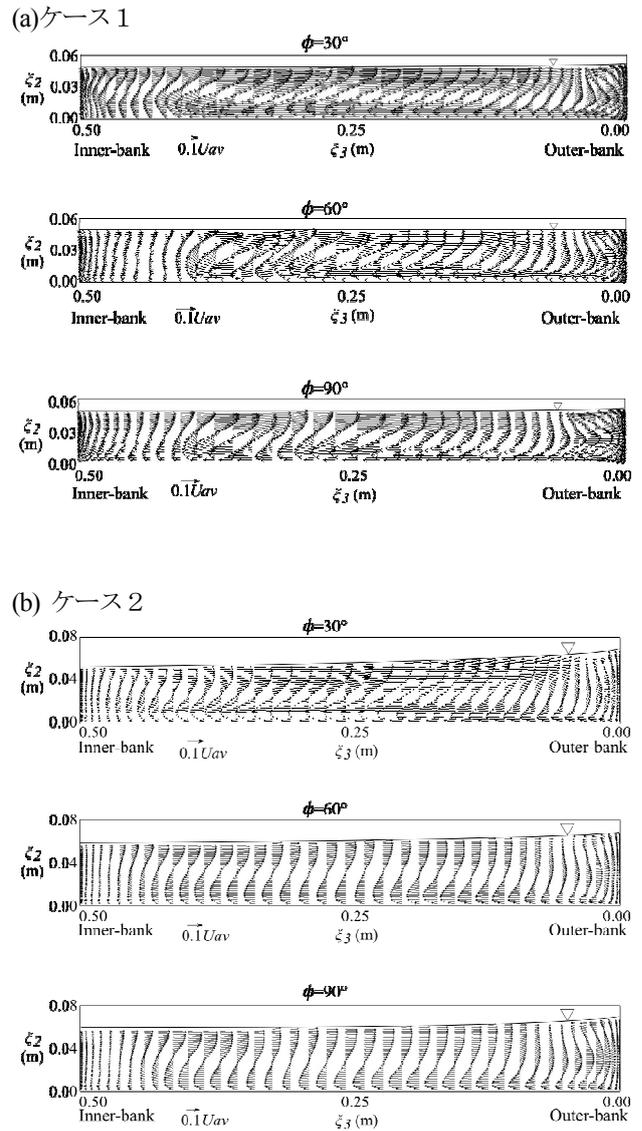


図-7 時間平均2次流ベクトルと水面

4.5 既往実験との比較

次に外岸近傍の2次流について Blankaert¹¹⁾による実験結果と比較する。図-8は本計算結果で、図-9はBlankaert¹¹⁾の実験結果であるが、両方とも外岸近傍の分布のみプロットしている。実験での水路断面アスペクト比およびフルード数は本計算とほぼ同じであるが、曲率が急である。外壁極近傍での計測データが無いので注意を要するが、 $\phi = 30^\circ, 60^\circ$ 断面で特に外岸セル周辺の流速分布をみると、計算結果と良く似た分布になっている。ただし、第1種2次流に相当する流速ベクトルは特に水面近くで本計算の方がやや小さくなっているが、これは曲率の違いから、生じるものと考えられる。

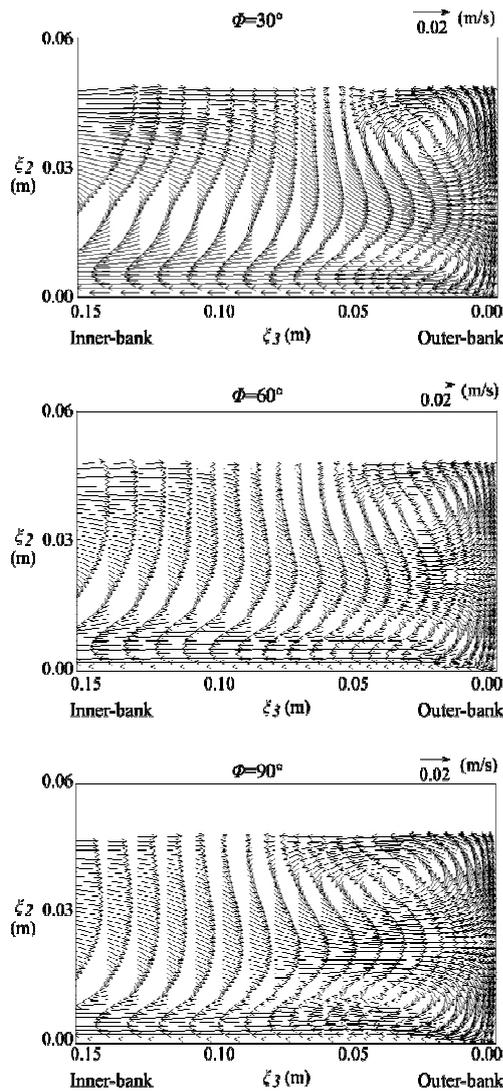


図-8 本計算手法による平均2次流ベクトル

4.6 RANS 計算との比較

次に滝本ら⁷⁾の非線形RANSモデルを用いた計算結果と比較する。図-10に湾曲部外岸近傍の2次流ベクトルの分布を示し、対応する滝本ら⁷⁾の結果を図-11に示す。また本計算は底面近傍壁面層を解像し粘着条件を用いているが、滝本ら⁷⁾の計算は高レイノルズ数を仮定した壁面則を適用しているので底面極近傍速度分布に差がある。しかし水路中央部での第1種2次流およびこれの逆方向の外岸セルの形状と主流方向変化などはほぼ一致している。ただし水面での2次流速度勾配が異なり、渦の形状などにも差が見られる。

4.7 瞬時乱流構造

本LES計算では瞬時流れ場が得られているので、乱流構造がどの程度再現されているか検証する。図-11にケース1常流での瞬時の主流方向流速 U の分布を示す。上流

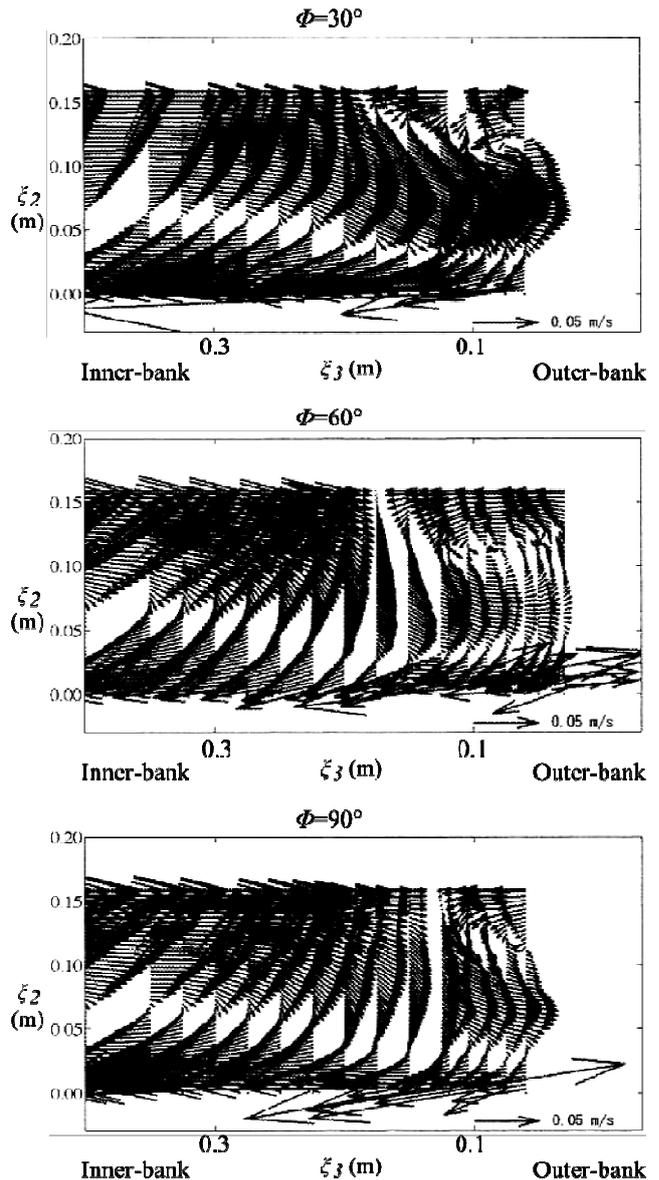


図-9 Blanckaert¹¹⁾の計測による二次流ベクトル

直線部ではチャンネル流で見られる底面ストリーク構造が再現されている。このストリーク構造は、湾曲部に入った後一旦崩れ、内岸で再び強くなっている。また水面近傍ではストリーク構造はほとんど形成されない。中心部では大規模縦渦に対応するような構造も見られる。

5. 結論

本研究で、水面近傍と水面境界条件を精度良く扱える水面追隨座標系で効率よく解ける方法として境界適合曲線座標を用いることにより、湾曲開水路内乱流の数値解析を行った結果、以下の知見を得た。

- 1) 湾曲開水路で計算を行い、実験結果と比較することで本計算プログラムの検証を行い、特に問題が無いことを確認した。

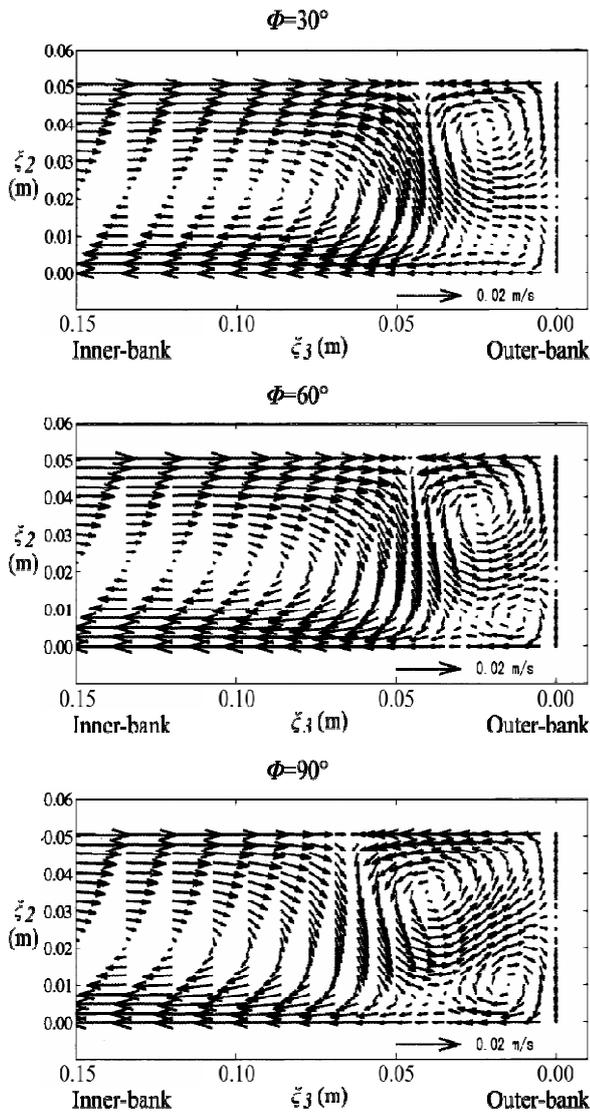


図-10 滝本ら⁷⁾による平均2次流ベクトル

- 2) 湾曲開水路で水面変動を考慮に入れた計算を行い、2次流などの乱流構造を解明した。また常流、射流の2ケースの計算を行い、それぞれの傾向を得た。
- 3) 既往の RANS 計算と比較することにより、第1種2次流および外岸セルが再現できていることを確認し、本手法が湾曲開水路内乱流の計算に対して有効であることを確認した。
- 4) 特にケース2の射流では初期水面以上で外岸セルが発生しており、従来の計算手法では捉えられない地点での乱流構造の捕捉が本手法で可能となった。

参考文献

- 1) Sagaut, P. Large Eddy Simulation for Incompressible Flows, 3rd ed., Springer, Berlin, 2006.
- 2) Jia, Y. , Blanckaert, K. and Wang, S.Y. : Simulation of secondary flow in curved channels, Advances in Fluid Modeling & Turbulence Measurements, World Scientific,

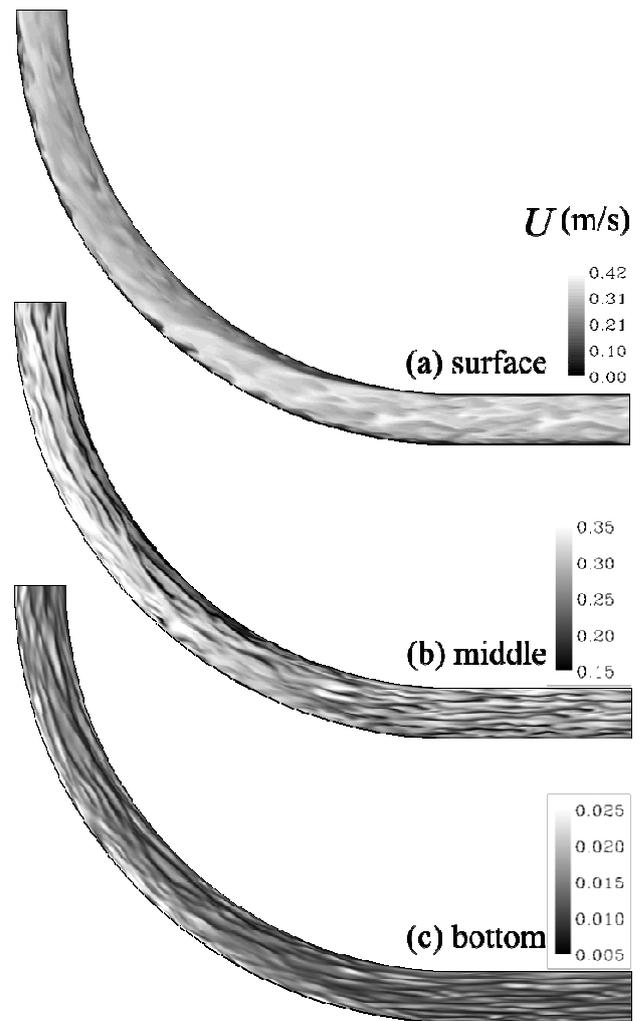


図-11 瞬時乱流構造

- pp.55-62, 2001.
- 3) 杉山均, 秋山光庸, 田中美恵子: 複断面曲がり開水路流れの水利特性に関する研究, 応用力学論文集 Vol.1, pp683-692, 1998.
- 4) 木村一郎, Uijtewaal, W.S.J. , 細田尚, van Balen, W. : RANS モデルによる開水路湾曲における外岸セルの再現性, 水工学論文集, 第52巻, pp.1009-1013, 2008.
- 5) Christensen, B. , Gislason, K. and Fredsoe, J. : Secondary turbulent flow in an infinite bend, 1st RCEM Symp., Genova, Italy, Vol.1, pp.543-553, 1999.
- 6) Zeng, J. , Constantinescu, G. , Blanchaert, K. and Weber, L. : Flow and bathymetry in sharp open-channel bends: experiments and predictions, Water Resources Research, Vol.44, W09401, 2008.
- 7) 滝本慎二, 木村一郎, 清水康行, 細田尚: 急な湾曲部を有する開水路三次元乱流構造に関する数値シミュレーション, 応用力学論文集, Vol.12, pp.749-758, 2009.
- 8) Booij, R. : Measurements and large eddy simulation of the flows in some curved flumes. Journal of Turbulence, Vol 4, Number 1, pp8-8(1), 2003.
- 9) Hodges, B. R. and Street, R. L. : On simulation of

- turbulent nonlinear free-surface flows. *Journal of Computational Physics*.151, pp.425-457,1997.
- 10) 森山陽一, 藤田一郎, 出口恭, 有光剛, 景山学: 染料注入法を用いた浅水流場の水深平均流速計測の試み, 水工学論文集, 第52巻, pp.751-756, 2008.
- 11) Blanckaert, K. :Secondary currents measured in sharp open-channel bends. *Proc. RiverFlow 2002*, Eds. Bonusmar & Zech, Vol I, pp.117-125, 2002.
(2010年3月9日 受付)