

拡張有限要素法 (X-FEM) を用いた 自発的な断層破壊の数値解析手法の開発

Extended finite element method (X-FEM) for spontaneous rupture propagation

和田一範*・後藤浩之**

Kazunori WADA and Hiroyuki GOTO

*学生会員 京都大学大学院 工学研究科都市社会工学専攻 (〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

**正会員 工博 京都大学助教 防災研究所 (〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

We apply an extended finite element method (X-FEM) for spontaneous rupture propagation on a planar fault. Mesh layout of X-FEM does not require to match the fault plane with the mesh edge because a discontinuity of the displacement can be analysed inside the element. In order to apply X-FEM for spontaneous rupture propagation, we control slip displacement by adopting geometrical boundary conditions and traction by adopting kinetic boundary conditions. For the cases of variable angles crossing the same mesh layout in a homogenous full 2-D space, simulated results agree well with simulated ones by boundary integral equation method (BIEM). We also discuss the results for the cases of variable dip angles in a homogeneous half space, which are simulated on the same mesh layout. Finally, we consider two soil layers, and fault tip is located at the boundary of each layer. Results for the cases of higher dip angles show that large strain occurs in the inclining direction of the fault rather than extended direction. It may be related to forming the flower structure near surface during strike-slip shallow earthquake.

Key Words : *Extended finite element method, spontaneous rupture propagation*

1. はじめに

断層の自発的な動的破壊問題を数値解析するための方法としては、領域型の解法や境界型の解法が用いられている。差分法 (Finite Difference Method: FDM) や有限要素法 (Finite Element Method: FEM) といった領域型の解法は、不均質な媒質や非線形な媒質を容易に設定できる反面、断層のように変位が不連続である境界を考えるためにはその境界位置で特別な処理を施す必要がある。また応力場が急変する断層近傍では値を精度良く表現することが難しい。それに対して、境界積分方程式法 (Boundary Integral Equation Method: BIEM) に代表される境界型の解法は、解析解を利用するために断層近傍の応力場を精度良く解析でき¹⁾²⁾、最近では Goto and Bielak³⁾ が境界積分方程式を Galerkin 近似した手法 (GaBIEM) で解析を行った。しかし、境界型の解法では Green 関数の解析解が存在するような場合、すなわち全無限均質媒質といった単純な問題しか扱うことができないため、対象とできる問題に限られる。

領域型の解法での不連続境界の扱い方としては、節点を重ねて自由度を倍にする方法 (Split Node: SN) や、断層を表現する非弾性領域を設ける方法 (Stress Glut: SG) が挙げられる。SN 法は、Day⁴⁾ や Virieux and Madariaga⁵⁾ が差分法で適用し、Aagaard *et al.*⁶⁾ や Oglesby and Archuleta⁷⁾ が有限要素法で適用した。

SG 法は Andrews⁸⁾ や Madariaga *et al.*⁹⁾ が差分法で適用した。SN 法は、断層形状が要素に沿った形でしか表現できない欠点を持ち、SG 法は SN 法に比べると断層形状を自由に設定できる反面、精度が劣る¹⁰⁾¹¹⁾。

一方、領域型の解法における不連続な境界の処理に関する制約を解決するため、近年 Belytschko and Black¹²⁾ や Moës *et al.*¹³⁾ によって提案されたのが拡張有限要素法 (eXtended Finite Element Method: X-FEM) である。X-FEM は、不連続関数を形状関数に導入することで、要素内に不連続な境界を導入できる。このため、不連続境界が進展していく問題で、要素の再配置を避けることができる上、不連続境界の形状が複雑な場合にも適用性が高いと考えられる。

X-FEM はコンクリートの亀裂進展問題のような準静的な問題への適用が多く、動的な問題への適用例は少ない。また、主に引張荷重下でのモード I の破壊進展問題が取り扱われており、不連続境界で表面力が残る場合も少ない。断層の問題に対しては、Liu and Borja¹⁴⁾ が準静的な問題に適用している。

本研究では、まず 2 次元 SH 波動場の自発的破壊進展問題への X-FEM の適用性を検証し、その後、自由表面を有する半無限媒質や、層境界が存在する二層構造媒質に対して、X-FEM を適用し、傾斜角の違いによる挙動を分析する。

2. 拡張有限要素法 (X-FEM)

2.1 支配方程式

図-1のように弾性体 V とその境界 S を考える. また, V 内に断層として変位が不連続な境界 $\Gamma(=\Gamma^+ + \Gamma^-)$ を設定する. 本研究では, 2次元SH波動場を考えるので, 変位は紙面に垂直な x_3 方向のみであることに注意して, 動弾性の境界値問題を以下のように設定する.

$$\rho \ddot{u}_3 = \sigma_{3i,i} \quad \text{in } V \quad (1)$$

$$u_3 = \bar{u}_3^+ \quad \text{on } \Gamma_u^+ \quad (2)$$

$$u_3 = \bar{u}_3^- \quad \text{on } \Gamma_u^- \quad (3)$$

$$\sigma_{3i} n_i = \bar{T}_3^+ \quad \text{on } \Gamma_t^+ \quad (4)$$

$$\sigma_{3i} n_i = \bar{T}_3^- \quad \text{on } \Gamma_t^- \quad (5)$$

Γ_u^+ , Γ_u^- は幾何学的境界条件が設定される境界であり, \bar{u}_3^+ , \bar{u}_3^- の変位量がそれぞれ規程されている. Γ_t^+ , Γ_t^- は力学的境界条件が設定される境界であり, 表面力 \bar{T}_3^+ , \bar{T}_3^- がそれぞれ規程されている. 添字+, -は断層両面を表し, それぞれ V の部分領域である領域 Ω^+ , Ω^- の境界の一部をなすとす. なお, 対象とする自発的な断層破壊現象では, Γ_u で滑りは発生せず, Γ_t でのみ発生する.

式(1)–(5)は強形式と呼ばれ, それと等価な仮想仕事の原理式は以下のように表せる.

$$\begin{aligned} & \int_V \rho \ddot{u}_3 \delta u \, dV + \int_V \sigma_{3i} \delta u_{,i} \, dV \\ &= \int_{\Gamma_t^+} \bar{T}_3^+ \delta u \, dS + \int_{\Gamma_t^-} \bar{T}_3^- \delta u \, dS \end{aligned} \quad (6)$$

ここで, δu は幾何学的境界条件で $\delta u = 0$ となる任意の関数である.

断層の両境界面の間に空隙が存在しないと仮定し, かつ表面力 \bar{T}_3^+ , \bar{T}_3^- が釣り合っているとす. このとき, 断層に発生する滑りによって表面力が作用するモデル, すなわち摩擦則を導入すれば, 表面力を摩擦力と読み替えることができる. 断層上で発現する摩擦力を初期の表面力との差として以下のように ΔT で定義する.

$$\Delta T \equiv -\bar{T}_3^- = \bar{T}_3^+ \quad (7)$$

よって, 式(6)の右辺は以下ようになる.

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma_t^+} \bar{T}_3^+ \delta u^+ \, dS + \int_{\Gamma_t^-} \bar{T}_3^- \delta u^- \, dS \\ &= \int_{\Gamma_t} \Delta T (-\delta u^+ + \delta u^-) \, dS \end{aligned} \quad (8)$$

2.2 X-FEMでの定式化

まず, 領域 V を有限要素 V^e に分割する. 式(6)を離散化した形式は以下ようになる.

$$\sum_e \int_{V^e} \rho \ddot{u}_3 \delta u \, dV + \sum_e \int_{V^e} \sigma_{3i} \delta u_{,i} \, dV$$

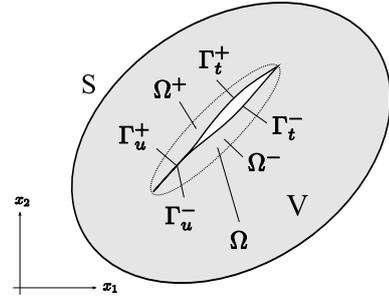


図-1 断層 Γ を含む2次元弾性体 V

$$= \sum_e \int_{\Gamma_t^e} \Delta T (-\delta u^+ + \delta u^-) \, dS \quad (9)$$

X-FEMでは, 節点に新たな自由度と, 不連続性を有する内挿関数を付加することで, 亀裂などによる変位の不連続場を表現する. このため, 従来のFEMのような亀裂に沿った要素配置や亀裂進展に伴う要素の再構成を行う必要がなく, 要素配置と独立して不連続場を定義できるという特徴がある.

X-FEMでは, PU条件を満足する形状関数 $N^i(\mathbf{x})$ を用いて u_3 , δu を次式のように近似する.

$$u_3 = \sum_{i=1}^m N^i(\mathbf{x}) u_3^i + \sum_{i \in J} N^i(\mathbf{x}) g(\mathbf{x}) a^i \quad (10)$$

$$\delta u = \sum_{i=1}^m N^i(\mathbf{x}) \delta u^i + \sum_{i \in J} N^i(\mathbf{x}) g(\mathbf{x}) b^i \quad (11)$$

m は要素を構成する節点数. $g(\mathbf{x})$ は局所的に導入される関数でありエンリッチ関数と呼ばれる. エンリッチ関数に係る節点をエンリッチノードと呼び, J はエンリッチノードを集めた集合, a^i , b^i はエンリッチノード値である. u_3^i はエンリッチされていない節点では節点変位そのものを表すが, エンリッチされている節点ではそれ単体では意味がなく, エンリッチノードとともに形状関数で内挿されて初めて節点変位になることに注意する.

本研究では, エンリッチ関数として次式に示すヘビサイド関数 $H(\mathbf{x})$ を用いる.

$$g(\mathbf{x}) = H(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{in } \Omega^+ \\ -1 & \text{in } \Omega^- \end{cases} \quad (12)$$

式(10), (11)を式(9)に代入すると, 以下のようなマトリクス形式での運動方程式が得られる.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{f\} \quad (13)$$

ここで, $[M]$ は質量マトリクスで式(9)の左辺第一項に対応する. $[C]$ は減衰マトリクスで無限領域を模擬するために設ける吸収境界条件から導入される. $[K]$ は剛性マトリクスで式(9)の左辺第二項に対応する. $\{f\}$ は等価節点力ベクトルで式(9)の右辺に対応し, 具体

的には次式のようになる。

$$\{f\} = \int_{\Gamma_t} (-[N^+]^T + [N^-]^T) \{\Delta T\} dS \quad (14)$$

$[N^+]^T$, $[N^-]^T$ は, Γ_t^+ 側すなわち Ω^+ 内で定義される形状関数マトリクス, および Γ_t^- 側すなわち Ω^- 内で定義される形状関数マトリクスである. また, $\{\Delta T\}$ は断層を内包する要素毎に定義した摩擦力ベクトルである. これは長嶋ら¹⁵⁾が定式化した亀裂面への分布荷重の負荷方法と同値である.

2.3 質量の集中化

動的な問題を解く手段としては, 陰解法と陽解法が挙げられるが, 本研究では1ステップあたりの計算量を少なくして, 高速化と省メモリ化を図るために, 陽解法の一つである中央差分法を用いる. そのためには質量マトリクスを集中化し対角行列にする必要がある. Menouillard *et al.*¹⁶⁾ や Elguedj *et al.*¹⁷⁾ はエンリッチノードに対する集中化質量の計算方法を運動エネルギー保存の観点から導出している.

要素 V_e 内で $\dot{u}_i = 0$, $\dot{a}_i = 1$ とすると, 速度は $\dot{u} = g(\mathbf{x})$ となる. このとき正確な運動エネルギー T と離散化によって近似された運動エネルギー T^h はそれぞれ以下のように表せる.

$$T = \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho g^2 dV_e, \quad T^h = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m m_{Li} g^2(\mathbf{x}_i) \quad (15)$$

ここで, ρ は要素内の密度であり, m は要素を構成する節点数, m_{Li} は各エンリッチノードの集中質量である. 全てのエンリッチノードが等しい集中質量 m_L を持つとして, 両者の運動エネルギーが等しいとすると,

$$\int_{V_e} \rho g^2 dV_e = m_L \sum_{i=1}^m g^2(\mathbf{x}_i) \quad (16)$$

以上より任意のエンリッチ関数 g について, 集中質量 m_L の算出式は次式のようになる.

$$m_L = \frac{1}{\sum_{i=1}^m g^2(\mathbf{x}_i)} \int_{V_e} \rho g^2 dV_e \quad (17)$$

本研究の場合は, エンリッチ関数としてヘビサイド関数を用いるので, $g^2 = 1$ となることから式 (17) は以下のようになる.

$$m_L = \frac{1}{\sum_{i=1}^m 1^2} \int_{V_e} \rho dV_e = \frac{m_e}{m} \quad (18)$$

m_e は要素 V_e の質量である. 以上からヘビサイド関数の場合は, エンリッチノードの集中質量は通常節点の集中質量と同じ値を与えればよいことが分かる.

2.4 数値積分

X-FEM は FEM と同様, 要素毎に積分を行うことが不可欠であり, FEM では通常は Gauss 積分などの数値積分が用いられる. しかし, この方法は連続な被積分関数に対して良い精度で計算できるが, 不連続なエン

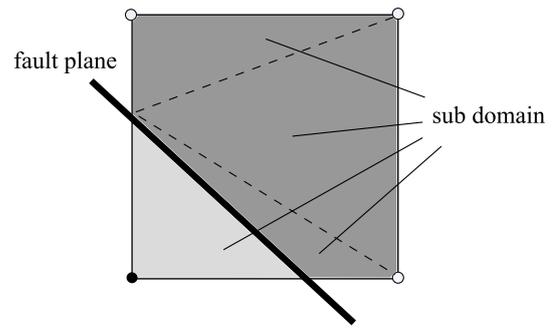


図-2 断層を含む要素の三角形要素への分割

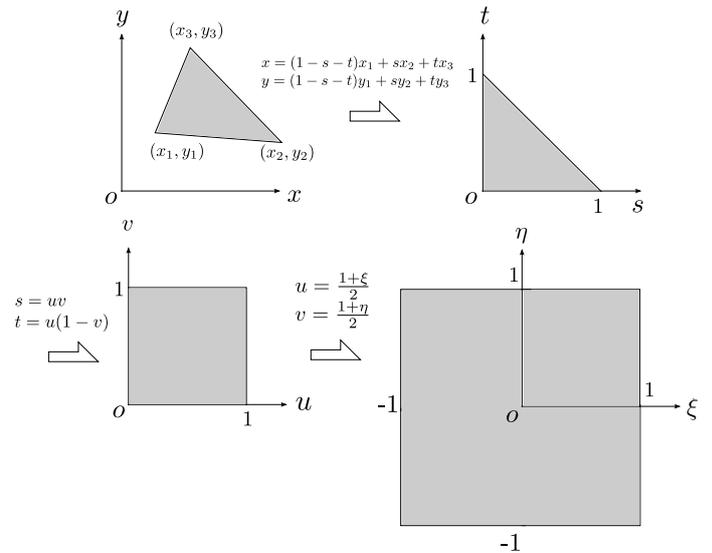


図-3 三角形領域から四角形領域への変換

リッチ関数を含む場合には良い近似値とならない. そこで, 断層を含む要素は, 断層に沿った小要素に分けて積分の評価を行うことで, それぞれの小要素内の被積分関数を連続にして, 精度を保証する. 本研究では図-2のように亀裂と要素辺との交点を各節点と結ぶことによって, 領域を三角形要素に分割する. そして, それぞれの三角形要素について, Gauss 積分を行う.

三角形要素に対する Gauss 積分は Rathod *et al.*¹⁸⁾の方法を用いる. 図-3のように物理座標系 (x, y) 上の任意の三角形領域を一般座標系 (ξ, η) 上の四角形領域に変換することで, 断層を含まない要素と同様に Gauss 積分を行うことができる.

3. 自発的な断層破壊

3.1 断層の境界条件

自発的な断層破壊現象を扱うには, 断層 Γ に境界条件を導入しなければならない. 断層上で破壊フロントがまだ到達していない領域は, 滑りがまだ発生してい

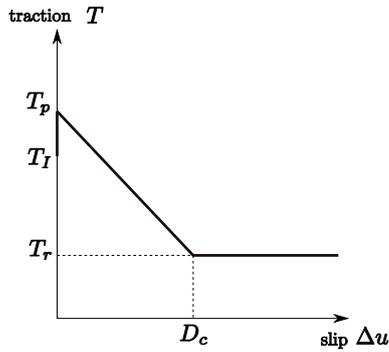


図-4 滑り弱化型摩擦則

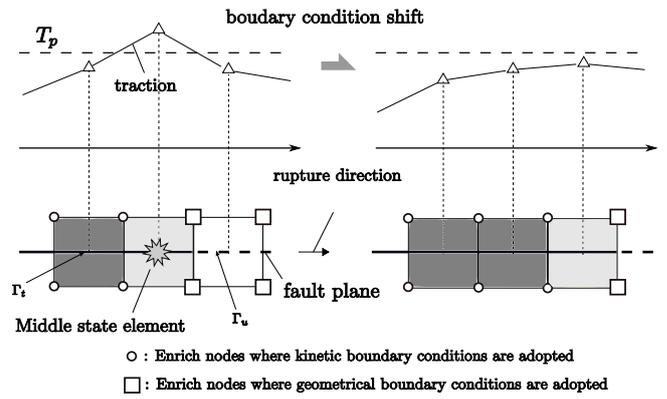


図-5 境界条件の遷移方法の概念図

ないので次式で示す幾何学的境界条件を適用する。

$$\Delta u_3 = \bar{u}_3^+ - \bar{u}_3^- = 0 \quad \text{on } \Gamma_u \quad (19)$$

これは、 Γ_u 上で変位が連続していることを表すので、X-FEM でこの条件を表すには次式のように対応するエンリッチノード値を 0 に制御すればよい。

$$a^i = 0 \quad \text{in } \Omega_u \quad (20)$$

Ω_u は境界 Γ_u を含む Ω の部分領域である。

一方、破壊フロントが通過して滑りが発生した領域には力学的境界条件を適用する。そのためには、断層破壊を規程する摩擦則を導入しなければならない。本研究では摩擦則として、線形の滑り弱化型摩擦則を用いる¹⁹⁾。

$$T_c - T_3 \geq 0, \quad [T_c - T_3] \Delta \dot{u}_3 = 0$$

$$T_c(t) = \begin{cases} -\frac{T_p - T_r}{D_c} \Delta u_3(t) + T_p & (\Delta u_3 < D_c) \\ T_r & (D_c \leq \Delta u_3) \end{cases} \quad (21)$$

ここで、 T_p は降伏表面力、 T_r は残留表面力、 D_c は滑り弱化変位と呼ばれる。式 (21) を図示すると、図-4 のようになる。 T_l は初期表面力であり、 $T_3 = T_l + \Delta T$ の関係がある。このモデルは単純ではあるが断層の高速破壊に関する基本的な振舞いを説明できる。

3.2 境界条件の切り替え

自発的な断層破壊を表現するためにはこの両境界条件を時間毎に遷移させる必要がある。本研究では Γ_u から Γ_t への遷移をスムーズに行うために、各条件が適用される境界に位置する要素に Middle state 要素³⁾を導入する。図-5 は破壊進展時の要素の遷移を表す概念図である。 Γ_t を含む要素は、式 (21) で規程される表面力を式 (14) のように等価節点力に置き換えて与える。一方、 Γ_u を含む要素は、式 (20) のようにエンリッチノードの値を 0 とする。Middle state 要素ではその重心で表面力 T_3 による破壊の判定を行い、表面力値が降伏表面力 T_p を越えた場合は Middle state 要素を Γ_t を含む要素へと遷移させ、Middle state 要素を更に先の要素へと遷移させる。

4. 本手法の妥当性の検証

まず、X-FEM による解析結果の妥当性を検証するため、全無限均質媒質を模した領域を対象として同じ要素配置の下で図-6 に示すように、要素境界を断層が切る角度 θ を変化させて解析した結果と、BIEM による結果とを比較する。ここで、BIEM による結果は 2 次元 SH 波動場全無限均質媒質を対象とした Cochard and Madariaga¹⁾ の手法による結果とする。要素としては、X-FEM は正方形アイソパラメトリック要素を用い、BIEM は線要素を用いる。要素幅は X-FEM, BIEM ともに 15.625m とする。対象とする均質媒質の物理定数は、S 波速度 3464m/s、密度 2670kg/m³ とする。また、断層面に与える滑り弱化型摩擦則のパラメータは断層面全領域で一様とし、 $T_p = 81.24\text{MPa}$ 、 $T_r = 63.0\text{MPa}$ 、 $D_c = 0.4\text{m}$ とする。なお、この設定は動的破壊コードの検証のために SCEC で行われたベンチマークテスト²⁰⁾ と同じ値である。断層幅は 4000m とし、その中央部に設けた 1000m 幅の破壊核形成領域から破壊の進展が始まる。破壊核形成領域は初期表面力 T_{Ia} を降伏表面力より高い 81.6MPa と設定するが、破壊核形成領域以外では $T_{Ib} = 70.0\text{MPa}$ とする (図-7)。また、減衰項としては解析領域の境界に吸収境界を設定することで、反射波を減衰させ、無限領域を模擬させる。なお、内部減衰は考慮していない。

滑り分布の時間発展の様子を図-8 に示す。時刻は下から 0.5, 1.0, 1.5 秒の時点である。全ての角度の結果が BIEM の結果と良く一致していることがわかる。図-9, 10 に滑り速度、表面力の時刻歴を示す。なお、X-FEM により計算された滑り速度については 20Hz のローパスフィルターをかけて振動を抑えてある。おおむね X-FEM と BIEM で一致しているが、破壊核形成領域近傍の 600m の地点における表面力で若干の違いが現れている。これは、破壊核形成領域を要素単位で設定しているために厳密に同じサイズの破壊核形成領域とはならず、誤差を含むからであると考えられる。

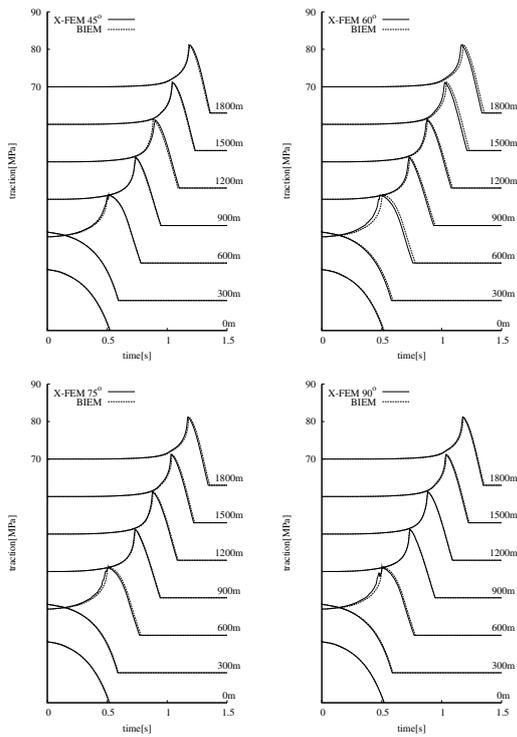


図-10 表面力の時刻歴 (全無限)

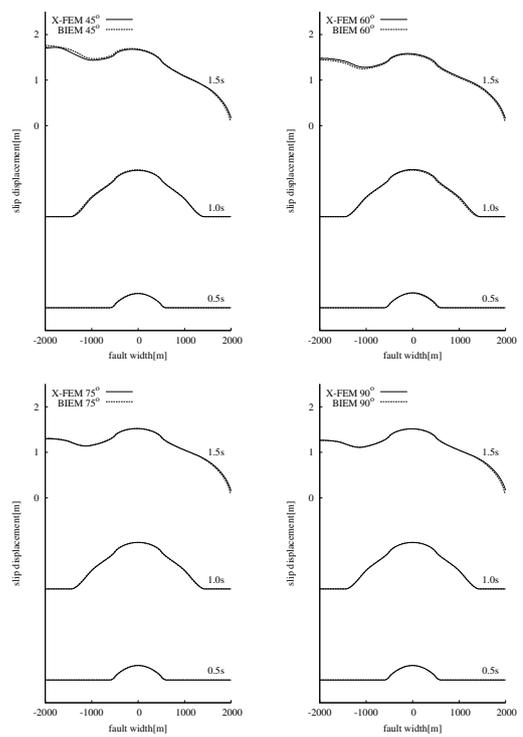


図-12 滑り分布の時間発展 (半無限)

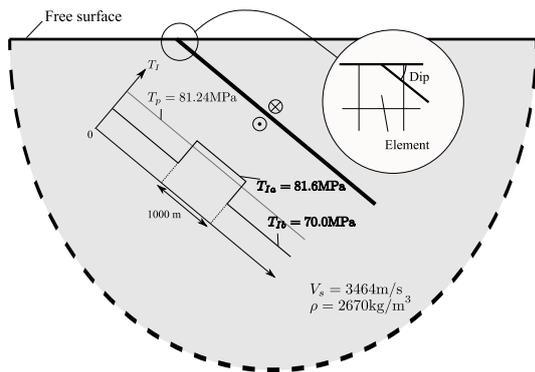


図-11 半無限均質媒質の解析モデル

が大きいこと、断層が低角なほどピーク値が大きいことが認められる。また図-15に、破壊開始時刻を傾斜角45°, 90°, 全無限媒質の場合について示す。これより破壊開始時刻は自由表面を有し、傾斜角が低角なほど早い、すなわち破壊伝播速度が速いことが認められる。この特徴は、断層が自由表面を切らない場合について自由表面の影響を調べた結果²¹⁾と同様の特徴であり、自由表面からの反射波の影響を受けやすい低角断層ほど、破壊の進展が励起されやすいと考えられる。

5.2 二層構造地盤

図-16に示す二層構造地盤における断層を対象とした数値解析について示す。地盤モデルの下層は、先ほどと同じ均質媒質でS波速度3464m/s、密度2670kg/m³と

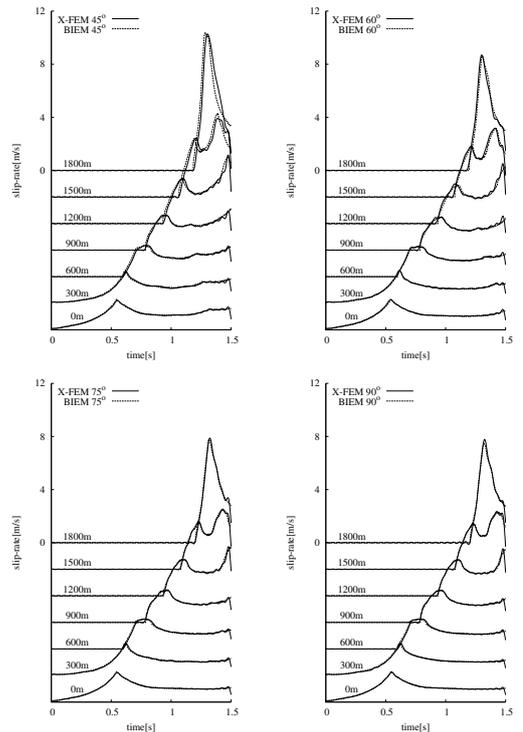


図-13 滑り速度の時刻歴 (半無限)

する。一方、上層はS波速度2000m/s、密度2300kg/m³の均質媒質とし、幅4000mの断層を上端が媒質境界に接するように配置する。要素幅を10mとし、傾斜角45°, 60°, 75°, 90°の場合に地盤内の各要素の最大せ

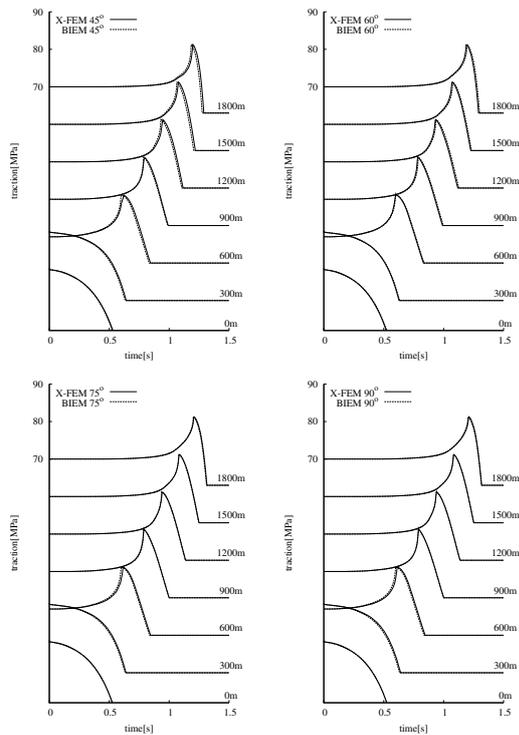


図-14 表面力の時刻歴 (半無限)

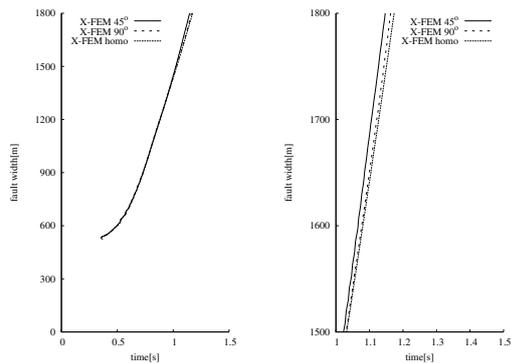


図-15 破壊開始時刻 (右図は左図の拡大)

ん断ひずみ値を求める。

破壊フロントがちょうど媒質境界に達した時刻での地盤内の最大せん断ひずみ場を各傾斜角について図-17に示す。z = 0 で表される点線が媒質境界で、黒線が断層である。傾斜角 90° の場合は、上層で断層面の延長方向に大きなせん断ひずみ場が発生するのではなく、断層面の延長方向に対して傾いて大きなせん断ひずみ場が発生する。これはフラワーストラクチャのような地表付近の断層面形成²²⁾と関連している可能性がある。傾斜角 45° の場合においても、同様で、上層で断層面の延長方向に大きなひずみ場は発生しない。傾斜角 90° の場合と異なる点は、断層の上盤側に大きなひずみの領域が存在するために断層面に対して非対称なモードとなることである。また、この非対称性の程度

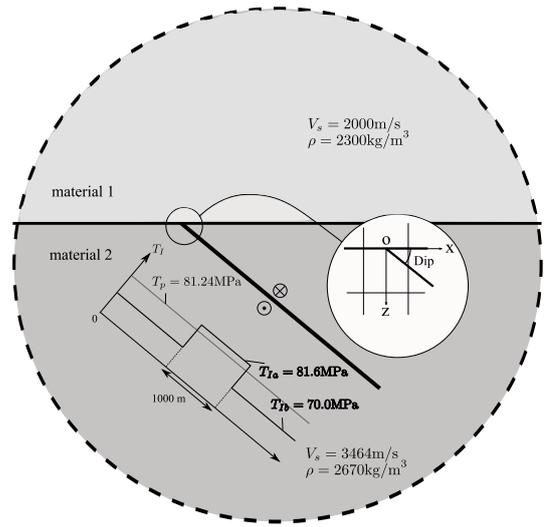


図-16 二層構造地盤の解析図

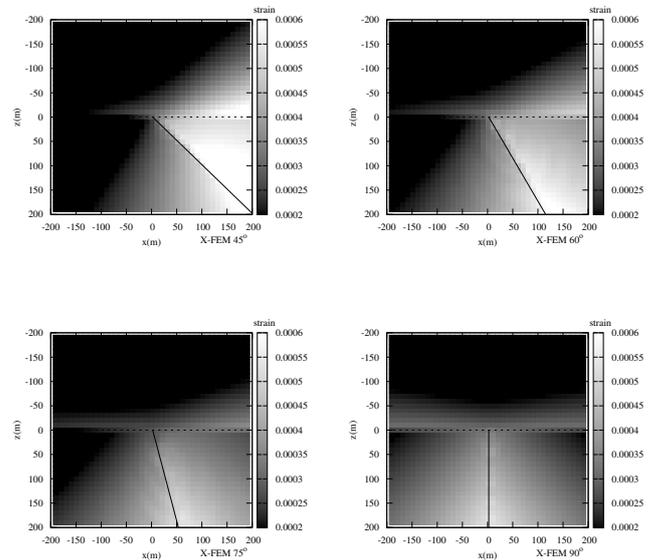


図-17 最大せん断ひずみ場

は、傾斜角が 45°, 60° と高角になるにつれ減少していくこともわかる。

6. まとめ

本研究では、拡張有限要素法 (X-FEM) を用いて 2次元 SH 波動場の断層の自発的破壊を解析した。自発的破壊問題に特有である力学的境界条件と幾何学的境界条件の遷移を考える際、Middle state 要素を導入することで、従来の BIEM による解とおおむね一致する計算結果を得ることができた。次に、自由表面を含む半無限均質媒質中で傾斜角を変えて解析を行ったところ、低角の方が破壊伝播速度が速く、滑り速度のピーク値

が大きいことがわかった。また、二層構造媒質中の解析を傾斜角を変えて行ったところ、傾斜角が低角の場合は、せん断ひずみ場が断層面に対して非対称なモードとなる可能性があり、この非対称性の程度は傾斜角が高角になるほど減少していくことがわかった。また、傾斜角が高角の場合、上層で断層面の延長方向に対して傾いた方向に大きなせん断ひずみ場が発生することがわかった。

参考文献

- 1) Cochard, A. and Madariaga, R.: Dynamic rupture faulting under rate dependent friction, *Pure. appl. Geophys.*, Vol.142, pp.419–445, 1994.
- 2) Fukuyama, E. and Madariaga, R.: Rupture Dynamics of a Planar Fault in a 3D Elastic Medium: Rate- and Slip-Weakening Friction, *Bull. seism. Soc. Am.* Vol.88, pp.1–17, 1998.
- 3) Goto, H. and Bielak, J.: Galerkin boundary integral equation method for spontaneous rupture propagation problems: SH-case, *Geophys. J. Int.* Vol.172, pp.1083–1103, 2008.
- 4) Day, S. M.: Three-dimensional simulation of spontaneous rupture: the effect of nonuniform prestress, *Bull. seism. Soc. Am.*, Vol.72, pp.1881–1902, 1982.
- 5) Virieux, J. and Madariaga, R.: Dynamic faulting studied by a finite difference method, *Bull. seism. Soc. Am.* Vol.72, pp.345–369, 1982.
- 6) Aagaard, B. T., Hall J. F., Heaton. T. H.: Characterization of near-source ground motions with earthquake simulations, *Earthquake Spectra*, Vol.17, pp.177–207, 2001.
- 7) Oglesby, D. D. and Archuleta, R. J.: Dynamics of dip-slip faulting: explorations in two dimensions, *J. geophys. Res.*, Vol.105, pp.13643–13653, 2000.
- 8) Andrews, D. J.: Rupture velocity of plane-strain shear cracks, *J. geophys. Res.*, Vol.81, pp.5679–5687, 1976.
- 9) Madariaga, R., Olsen, K. B., Archuleta, R. J.: Modeling dynamic rupture in a 3D earthquake fault model, *Bull. seism. Soc. Am.*, Vol.88, pp.1182–1197, 1998.
- 10) Andrews, D. J.: Test of two methods for faulting in finite-difference calculations, *Bull. seism. Soc. Am.*, Vol.89, pp.931–937, 1999.
- 11) Dalgner, L. A. and Day, S. M.: Comparison of fault representation methods in finite difference simulations of dynamic rupture, *Bull. seism. Soc. Am.*, Vol.96, pp.1764–1778, 2006.
- 12) Belytschko, T. and Black, T.: Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.45, pp.602–620, 1999.
- 13) Moës, N., Dolbow, J., Belytschko, T.: A finite element method for crack growth without remeshing, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.46, pp.133–150, 1999.
- 14) Liu, F. and Borja, R. I.: A contact algorithm for frictional crack propagation with the extended finite element method, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.76, pp.1489–1512, 2008.
- 15) 長嶋利夫, 三浦直樹: X-FEMによる残留応力場中のき裂解析, 日本機械学会論文集, 74巻 738号, pp.232–239, 2008.
- 16) Menouillard, T., Réthoré, J., Combescure, A., Bung, H.: Efficient explicit time stepping for the eXtended Finite Element Method (X-FEM), *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.68, pp.911–939, 2006.
- 17) Elguedj, T., Gravouil, A., Maigre, H.: An explicit dynamic extended finite element method. Part 1: Mass lumping for arbitrary enrichment functions *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.198, pp.2297–2317, 2009.
- 18) Rathod, H. T., Nagaraja, K. V., Venkatesudu, B.: Symmetric Gauss Legendre quadrature formulas for composite numerical integration over a triangular surface *Applied Mathematics and Computation*, Vol.188, pp.865–876, 2007.
- 19) Ida, Y.: Cohesive force across the tip of a longitudinal-shear crack and Griffith's specific surface energy, *J. geophys. Res.*, Vol.77, pp.3796–3805, 1972.
- 20) Harris, R., Archuleta, R., Aagaard, B., Ampuero, J.P., Andrews, D.J., Bielak, J., Day, S., Dunham, E., Lapusta, N., Oglesby, D., Olsen, K., Pitarka, A. and Rice, J., A collaborative project: 3D rupture dynamics, validation of the numerical simulation method, the 2005 SCEC progress report, 2005.
- 21) Goto, H., Ramirez-Guzman, L. and Bielak, J.: Simulation of spontaneous rupture based on a combined boundary integral equation method and finite element method approach: SH and P-SV cases, *Geophys. J. Int.*, submitted.
- 22) Dalgner, L. A. and Irikura, K.: Simulation of tensile crack generation by three-dimensional dynamic shear rupture propagation during an earthquake, *J. geophys. Res.*, Vol.108, 2144, 2001.

(2010年3月9日 受付)