

## 橋梁の地震時応答解析における衝突バネ定数

Collision-spring constant for seismic response analysis of bridges

山口栄輝\*, 山田啓太\*\*, 竜円淳美\*\*  
Eiki Yamaguchi, Keita Yamada, Atsumi Ryuen

\* Ph.D. 九州工業大学大学院教授 工学研究院建設社会工学研究系  
(〒804-8550 福岡県北九州市戸畠区仙水町1-1)  
\*\* 九州工業大学大学院 工学府建設社会工学専攻(同上)

In the Mid Niigata Prefecture Earthquake in 2004, the damage of a bridge pier was found mitigated by the collision between a girder and an abutment. In the seismic response analysis, it is thus important to include the effect of the collisions. A practical method of simulating the collision in the analysis is the introduction of a spring where the collision occurs. However, the constant of such a collision spring is yet to be formulated well. In this study, using simple models, appropriate collision-spring constants are investigated for simulating the collisions between girders and between a girder and an abutment. Based on the numerical results, the formulas for the collision-spring constants are proposed. The response analysis of a cantilever-girder bridge under seismic loading is then conducted to see the validity of the proposed formulas.

**Key Words:** bridge, seismic response analysis, collision-spring constant, finite element method, axial stiffness

キーワード：橋梁，地震時応答解析，衝突バネ定数，有限要素法，伸び剛性

### 1. はじめに

地震時、橋梁では桁と桁、また桁と橋台が衝突することがある。例えば、新潟県中越地震では、3径間連続PC橋の桁と橋台が衝突し、それによって橋脚の変位が抑制され、損傷が軽減されたと推定されている<sup>1)</sup>。また衝突により、鋼桁橋の地震時応答が複雑になり、遊間によって桁や橋脚の損傷具合に大きな違いの出ることが報告されている<sup>2)</sup>。さらには、衝突を考慮した耐震補強法も検討されている<sup>3)</sup>。橋梁の地震時応答において、衝突が及ぼす影響には無視できないものがある。

橋梁の地震時応答解析では、衝突が生じる箇所にバネを配し、衝突現象をモデル化することが多い。このバネは衝突バネと呼ばれ、それが接続している2物体が離れている場合はバネ定数ゼロ、接触時には大きなバネ定数(以下では、衝突バネ定数と呼ぶ)を有する。

しかしながら、衝突バネ定数に関する研究は少なく、著者らの知る限り、橋梁の地震時応答解析で直ちに参照

できる実用性を有した研究は、川島によるもののみである<sup>4)</sup>。そこでは、棒材の衝突で用いる衝突バネ定数  $k$  として、次式が提案されている。

$$k = \frac{nEA}{L} \quad (1)$$

ここに、 $n$  は要素数、 $E$  はヤング係数、 $A$  は断面積、 $L$  は部材長である。有限要素解析での衝突バネ定数  $k$  は、要素の軸方向剛性(伸び剛性)と同じ値に設定できることを、式(1)は示している。

伸び剛性が同じ2本の桁を、同じ要素数で等分割して解析する場合、式(1)は直ちに適用可能である。しかしながら、実際の橋梁では、一般に、桁ごとに剛性は異なり、解析で用いる要素分割も桁ごとに異なることが多い。各桁内の要素分割も等分割とは限らない。橋台と桁という異なる構造物の衝突も起こる。そのような場合、式(1)は適用できず、採用すべき衝突バネ定数  $k$  の値は明ら

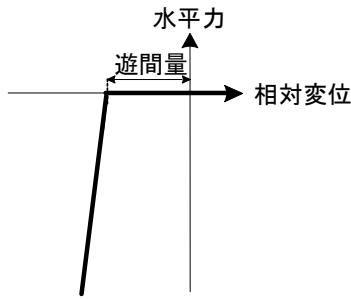


図-1 衝突バネの抵抗特性

かでない。

これらのことと鑑み、本研究では、剛性の異なる桁一桁間衝突、また橋台一桁間衝突を対象として、衝突バネ定数を検討する。そのために、簡単な桁一桁間衝突モデル、橋台一桁間衝突モデルを設定して解析を行い、その結果に基づき衝突バネ定数の算定式を提案する。算定式の妥当性を検証するために、次に実橋をもとに構築したゲルバー桁橋の解析を行う。なお、すべての解析において、Y-FIBER3D<sup>5)</sup>を用いる。

## 2. 衝突解析モデル

本研究では、川島の研究<sup>4)</sup>を基本とし、衝突点を有する要素の伸び剛性をもとに、衝突バネ定数の算定法を検討する。本章に記すモデルは、この観点から設定している。

衝突バネの抵抗特性は図-1に示す通りである。相対変位は衝突する2物体間の距離である。この図では、初期状態での2物体間の距離を基準（原点）とし、初期状態より2物体が離れた場合を正、縮んだ場合を負としている。桁一桁間、橋台一桁間ともに遊間を有するため、遊間よりも2物体間の距離が縮まってから2物体は接触し、衝突バネが機能し始めることを図-1は示している。接触時の衝突バネの剛性が、本研究で対象とする衝突バネ定数である。

まず本章に記すモデルを用い、衝突バネ定数をパラメータとして地震時応答解析を行う。衝突バネ定数が小さいと、衝突時の2物体間のオーバーラップが大きくなる。逆に、衝突バネ定数が大きいと、真の衝突時間内に、計算上、接触と離反を何回も繰り返す。そうした現象が顕著にならない範囲の衝突バネ定数が適切とされる<sup>4)</sup>。

なお、この地震時応答解析では、図-2に示す単純波形を入力加速度として桁軸方向に作用させる。積分時間間隔は1/50000 sとする。

### 2.1 桁一桁間衝突

解析モデルを図-3に示す。桁は2節点梁要素でモデル化し、桁一桁間に衝突バネを導入する。衝突しない桁

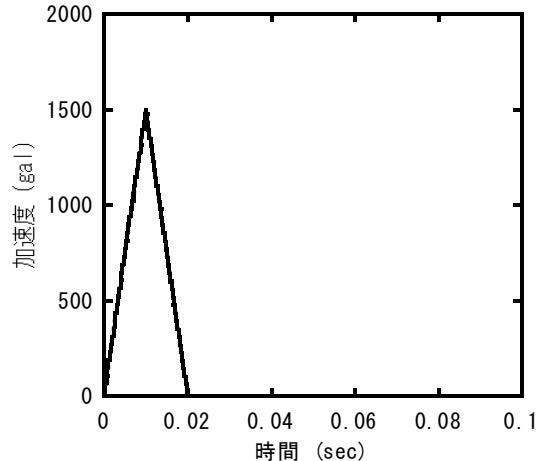


図-2 入力加速度

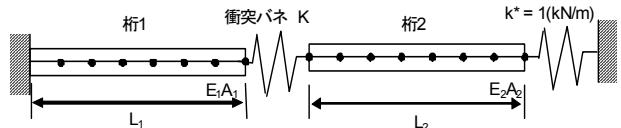


図-3 衝突解析モデル（桁一桁間衝突）

端部（桁2の右端）にも小さな剛性(1 kN/m)のバネを導入している。これは桁の自由運動を拘束するためのものであり、動的解析において解析不能とならないための処置である。この桁モデルでは、 $E=E_1=E_2=2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ 、 $L=L_1=L_2=50 \text{ m}$ 、遊間 0.15 m、粘性減衰は減衰定数 0.02 のレーリー型とする。

桁の伸び剛性  $EA/L$  は、 $5.0 \times 10^5 \sim 5.0 \times 10^6 \text{ kN/m}$  に収まることが多い<sup>6)~8)</sup>。このことに鑑み、 $EA/L$  には  $5.0 \times 10^5$ 、 $1.0 \times 10^6$ 、 $5.0 \times 10^6 \text{ kN/m}$  の3つの値を採用する。さらに、衝突点に隣接する要素の長さ  $L^\circ$  にも 3 つの値(0.25, 0.5, 0.75 m) を用いることとし、表-1に示す9モデルを構築する。なお、 $L^\circ$  は、モデル GG1～GG3 では衝突点から 5 m、他のモデルでは衝突点から 6 m 離れた点までの区間に適用する。残りの桁区間の要素長はすべて 1 m としている。モデル GG1～GG3 は、桁1と桁2の伸び剛性、衝突点を挟んで隣り合う要素の伸び剛性とともに等しい。モデル GG4～GG 6 では、桁1と桁2の伸び剛性は等しいものの、衝突点を挟んで隣り合う要素の伸び剛性は異なる。モデル GG7 はその逆、すなわち桁1と桁2の伸び剛性は異なるが、衝突点を挟んで隣り合う要素の伸び剛性は同じである。モデル GG8, GG9 は、桁の伸び剛性、衝突点を挟む2要素の伸び剛性の両方が異なるモデルとなっている。

### 2.2 橋台一桁間衝突

図-4の解析モデルを用いて橋台と桁の衝突解析を行ふ。桁一桁間衝突モデルの場合と同様に、桁の非衝突

表-1 衝突解析モデル（桁一桁間衝突）

	桁1			桁2		
	$EA/L$ (kN/m)	$EA/L^e$ (kN/m)	$L^e$ (m)	$EA/L$ (kN/m)	$EA/L^e$ (kN/m)	$L^e$ (m)
モデル GG1	$5.0 \times 10^5$	$5.0 \times 10^7$	0.5	$5.0 \times 10^5$	$5.0 \times 10^7$	0.5
モデル GG2	$1.0 \times 10^6$	$1.0 \times 10^8$	0.5	$1.0 \times 10^6$	$1.0 \times 10^8$	0.5
モデル GG3	$5.0 \times 10^6$	$5.0 \times 10^8$	0.5	$5.0 \times 10^6$	$5.0 \times 10^8$	0.5
モデル GG4	$1.0 \times 10^6$	$1.0 \times 10^8$	0.5	$1.0 \times 10^6$	$2.0 \times 10^8$	0.25
モデル GG5	$1.0 \times 10^6$	$1.0 \times 10^8$	0.5	$1.0 \times 10^6$	$6.67 \times 10^7$	0.75
モデル GG6	$1.0 \times 10^6$	$2.0 \times 10^8$	0.25	$1.0 \times 10^6$	$6.67 \times 10^7$	0.75
モデル GG7	$5.0 \times 10^5$	$1.0 \times 10^8$	0.25	$1.0 \times 10^6$	$1.0 \times 10^8$	0.5
モデル GG8	$5.0 \times 10^5$	$5.0 \times 10^7$	0.5	$5.0 \times 10^6$	$5.0 \times 10^8$	0.5
モデル GG9	$1.0 \times 10^6$	$1.0 \times 10^8$	0.5	$5.0 \times 10^6$	$1.0 \times 10^9$	0.25

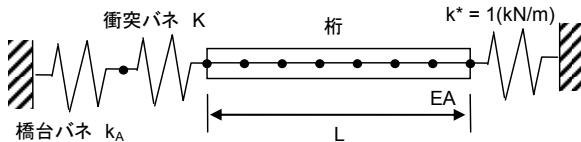


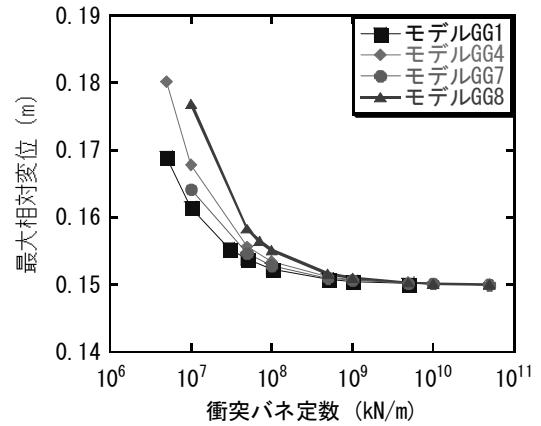
図-4 衝突解析モデル（橋台一桁間衝突）

表-2 衝突解析モデル（橋台一桁間衝突）

	橋台	桁	
	$k_A$ (kN/m)	$EA/L$ (kN/m)	$EA/L^e$ (kN/m)
モデル AG1	$1.0 \times 10^5$	$5.0 \times 10^5$	$5.0 \times 10^7$
モデル AG2	$1.0 \times 10^6$	$5.0 \times 10^5$	$5.0 \times 10^7$
モデル AG3	$1.0 \times 10^7$	$5.0 \times 10^5$	$5.0 \times 10^7$
モデル AG4	$3.0 \times 10^8$	$5.0 \times 10^5$	$5.0 \times 10^7$
モデル AG5	$1.0 \times 10^5$	$1.0 \times 10^6$	$1.0 \times 10^8$
モデル AG6	$1.0 \times 10^6$	$1.0 \times 10^6$	$1.0 \times 10^8$
モデル AG7	$1.0 \times 10^7$	$1.0 \times 10^6$	$1.0 \times 10^8$
モデル AG8	$3.0 \times 10^8$	$1.0 \times 10^6$	$1.0 \times 10^8$
モデル AG9	$1.0 \times 10^5$	$5.0 \times 10^6$	$5.0 \times 10^8$
モデル AG10	$1.0 \times 10^6$	$5.0 \times 10^6$	$5.0 \times 10^8$
モデル AG11	$1.0 \times 10^7$	$5.0 \times 10^6$	$5.0 \times 10^8$
モデル AG12	$3.0 \times 10^8$	$5.0 \times 10^6$	$5.0 \times 10^8$

端（右端）にも小さな剛性(1 kN/m)を有するバネを導入し、桁のヤング率、長さ等も桁一桁間衝突モデルと同じ値とする。

桁の伸び剛性  $EA/L$  も、桁一桁間衝突モデルと同じ  $5.0 \times 10^5$ ,  $1.0 \times 10^6$ ,  $5.0 \times 10^6$  kN/m の 3つを用いる。文献3), 8) を参考に、橋台はバネでモデル化し、その剛性（バネ定数） $k_A$ には、 $1.0 \times 10^5$ ,  $1.0 \times 10^6$ ,  $1.0 \times 10^7$ ,  $3.0 \times 10^8$  kN/m の 4つの値を採用する。これらの組合せにより、

図-5 最大相対変位と衝突バネ定数関係  
(桁一桁間衝突)

ここでは表-2に示す 12 モデルを構築する。すべてのモデルにおいて、衝突点から 5 m 区間を要素長  $L^e$  (=0.5 m), 残り 45 m 区間を要素長 1 m で要素分割する。

### 3. 解析結果と衝突バネ定数算定式

#### 3.1 桁一桁間衝突

解析結果として、図-5に相対変位の最大値と衝突バネ定数の関係を示している。衝突バネ定数が大きくなるにつれ、最大相対変位は減少することが理解される。煩雑さを避けるため、図-5には4モデルの解析結果のみを示しているが、他のモデルでも全く同じ傾向が認められる。

許容できる相対変位の参照値を得るために、式(1)が適用可能な衝突モデルを別途設定し、解析を行う。この衝突モデルは、基本的にはモデル GG2, GG3 と同じであるが、桁1, 桁2 の全区間に等長の要素を用いて要素分割することで、式(1)を適用可能とする。

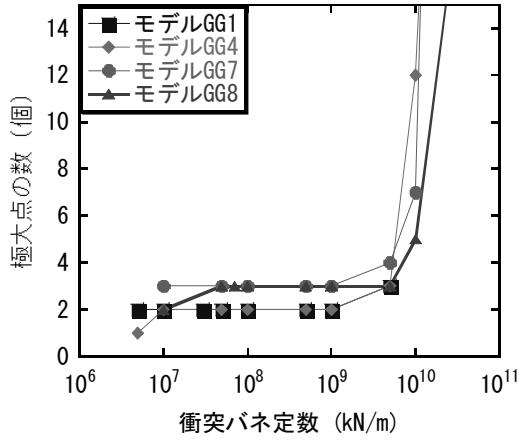


図-6 極大点数と衝突バネ定数関係  
(桁一桁間衝突)

これらのモデルを用いた地震時応答解析で得られた最大相対変位は 0.157 m であり、これを相対変位の許容値とする。最大相対変位が 0.157 m 以下になるのに必要な衝突バネ定数は、図-5 に示すような最大相対変位と衝突バネ定数の関係から算定が可能であり、これが衝突バネ定数の下限値となる。

図-6 には、衝突中に生じる相対速度の極値の数と衝突バネ定数の関係を示している。極値の数は、真の衝突時間内に、計算上生じる接触と離反の回数を反映している。衝突バネ定数が大きくなるにつれ、極値の数は増加する傾向が認められる。図-6 に示していない他のモデルでも、全く同じ傾向が見られる。上述の式(1)を適用した解析では、極値の数は 3 である。これが極値数の許容値と考えられ、図-6 に示すような相対速度の極値の数と衝突バネ定数の関係を用いれば、衝突バネ定数の上限値が得られる。

式(1)の適用性を拡張するために、衝突点を挟む 2 要素の軸方向剛性が異なる場合、まずそれぞれに対して式(1)を適用し、それより得られたバネ定数を有する 2 本の衝突バネが直列に連結されていると考える。この直列バネのバネ定数をもとに、先に算定した衝突バネ定数の上下限値を満足するよう構築したのが、次に示す衝突バネ定数  $k$  の算定式である。

$$k = \frac{2k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (2)$$

ここに、

$$k_1 = \frac{E_1 A_1}{L_1^e}, \quad k_2 = \frac{E_2 A_2}{L_2^e} \quad (3)$$

である。 $k_1 = k_2$  の場合、式(2)は式(1)に帰着する。

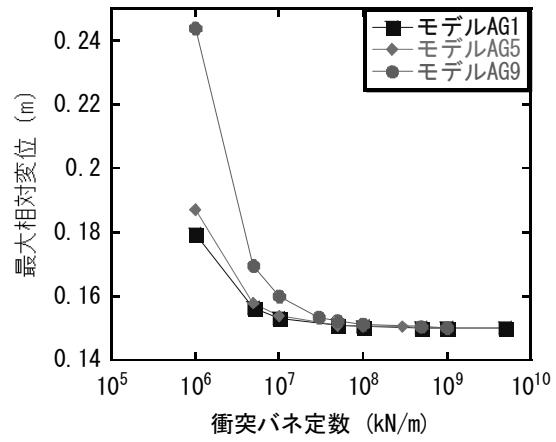


図-7 最大相対変位と衝突バネ定数関係  
(橋台一桁間衝突)

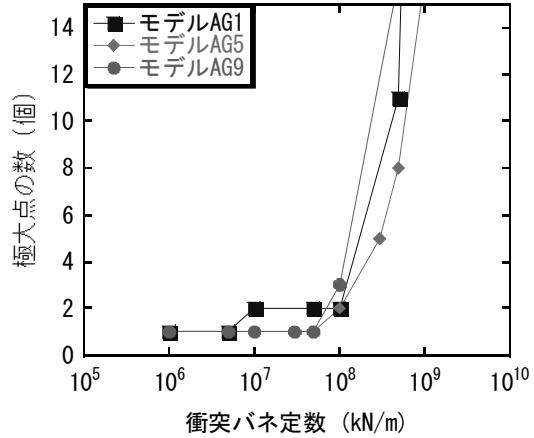


図-8 極大点数と衝突バネ定数関係  
(橋台一桁間衝突)

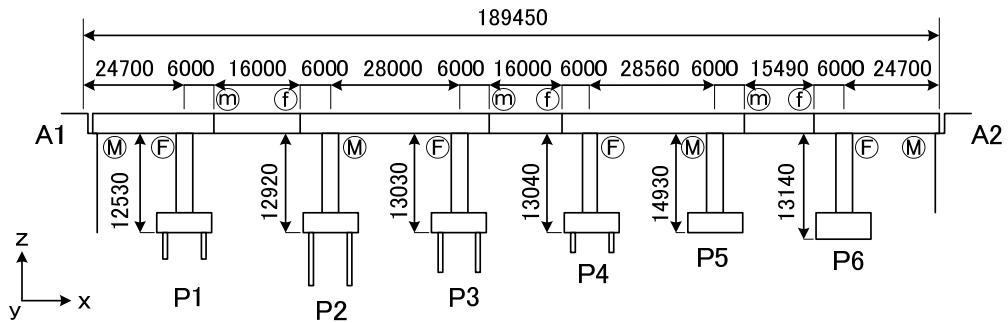
### 3.2 橋台一桁間衝突

図-7 に相対変位の最大値と衝突バネ定数の関係、図-8 に衝突中に生じる相対速度の極値の数と衝突バネ定数の関係を示す。いずれの関係においても、桁一桁間衝突と同じ傾向が認められる。

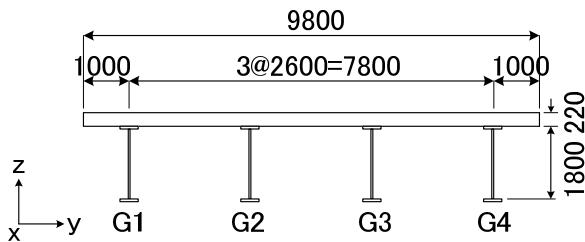
先に式(1)を適用した解析で得られた結果をここでも許容値として参照し、適切な衝突バネ定数の上下限値を算定した。この結果を用いて試行錯誤的に検討を行い、橋台一桁間の適切な衝撃バネ定数  $k$  が得られる算定式として、次を提案する。

$$\log_{10} k = 4.8 - 0.6 \times \log_{10} \left( \frac{k_A + k_G}{k_A k_G} \right) \quad (4)$$

ここに、 $k_G$  は、桁内の衝突点を有する要素の伸び剛性である。



(a) 側面



(b) 断面

図-9 橋梁モデル（ゲルバー桁橋；単位：mm）

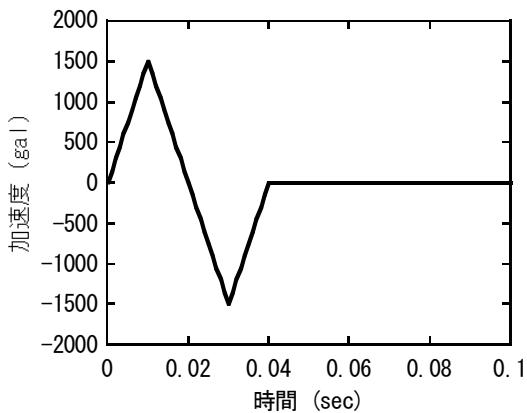


図-10 入力加速度 (修正版)

#### 4. ゲルバー桁橋

##### 4.1 解析モデル

文献3)で解析対象としたゲルバー桁橋の地震時応答解析を行う。この橋は、既存の橋梁を参考に構築したものである。その概略を図-9に示しているが、橋長189.45 mの7径間ゲルバー桁橋であり、図中、(M)が可動支承、(F)が固定支承、(H)が可動ヒンジ部、(I)が固定ヒンジ部の箇所である。可動と固定の違いは、橋軸方向の変位（ヒンジ部では桁間の相対変位）を拘束するか否かのみである。橋梁の両側には橋台を想定して

いる。

上部工は鋼4主I桁橋で、コンクリート床版を有する合成桁構造である。ウェブ断面は1800 mm×9 mmで一定であるが、上フランジが幅290~490 mm、厚さ12~25 mm、下フランジが幅200~540 mm、厚さ12~25 mmで変化するため、主桁は変断面となっている。橋脚は鉄筋コンクリート製で、上端で橋軸方向2.2 m、橋軸直角方向10.6 m、下端で橋軸方向3.6 m、橋軸直角方向13.6 mの寸法を有する矩形断面とする。基礎は地盤バネでモデル化する。地盤バネ定数、桁の剛性や減衰等には、文献3)と同じ値を用いる。地盤バネ定数は、現地地盤条件をもとに道路橋示方書耐震設計編<sup>9)</sup>にしたがって算定している。桁と橋脚には2節点梁要素を適用し、それぞれ252要素、24要素でモデル化する。

衝突可能点は桁端部と可動ヒンジ部であり、そのすべてに衝突バネを配置する。衝撃バネ定数は、式(2)、式(4)から算定した値を用いる。その際、要素の伸び剛性は、鋼材部の剛性（鋼材のヤング率と鋼材部の断面積との積）とコンクリート部の剛性（コンクリートのヤング率とコンクリート部の断面積との積）の和を用いて算出する。

なお、図-2の入力加速度では衝突しない箇所があったため、ここでは入力加速度を図-10に替えて解析を行う。積分時間間隔は1/50000 sとする。

表-3 ゲルバー桁橋解析結果

	最大相対変位 (m)	極値点の数 (回)
A1	0.156	2
A2	0.151	2
H1	0.051	3
H2	0.050	3
H3	0.050	2

#### 4.2 解析結果

解析結果として、各衝突点での最大相対変位、相対速度の極値の数を表-3にまとめている。表中、A1, A2はA1 橋台側橋梁端部、A2 橋台側橋梁端部、H1～H3は3箇所の可動ヒンジ部を表し、H1～H3の番号はA1 橋台に近い側から順に付けている。

表-3より、いずれの衝突点においても、3章の許容値を下回っている。このことより、式(2), (4)から算定される衝突バネ定数は、妥当な値と判断される。

#### 5. おわりに

衝突は、橋梁の地震時応答に大きく影響する。しかしながら、衝突を解析で厳密に扱うのは容易でなく、現状では、厳密に衝突を考慮した解析を橋梁の耐震設計で行うことは実用的でない。衝突バネを用いた解析は、衝突現象を近似しているに過ぎないものの、比較的簡便であり、実務の橋梁耐震設計でも実施可能と思われる。そうした近似解析の範囲内ではあるが、本研究では、既存の衝突バネ算定式よりも適用範囲の広い算定式（式(2), (4)）を提案できたと考えている。今後、さらに検討を加え、衝突現象を取り込んだ地震時

応答解析の改善を目指していく予定である。

#### 参考文献

- 1) 幸左賢二, 山口栄輝, 猪熊康夫, 田崎賢治: 新潟県中越地震で被害を受けた橋梁等構造物の調査と分析, 第8回地震時保有耐力法に基づく橋梁等構造の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, pp. 35-40, 2005.
- 2) 山口栄輝, 深村宗弘, 田崎賢治, 幸左賢二, 鬼木浩二: ゲルバー桁橋の地震時応答特性に関する基礎的研究, 構造工学論文集, Vol. 52, pp. 405-412, 2006.
- 3) 小林寛, 運上茂樹, 西岡勉: 両端部に橋台を有する既設橋梁の橋全体系に着目した耐震補強法の検討, 第7回地震時保有耐力法に基づく橋梁等構造の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, pp. 267-270, 2003.
- 4) 川島一彦: 動的解析における衝突のモデル化に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第308号, pp. 123-126, 1981.
- 5) Y-FIBER3D 取り扱い説明書, 大和設計株式会社, 1999.
- 6) 長井正嗣, 吉田康治, 藤野陽三: シンプルな横補剛システムをもつ鋼多主I桁橋の立体力学挙動, 構造工学論文集, Vol. 43A, pp. 1141-1151, 1997.
- 7) 日本橋梁建設協会: 合成桁の設計例と解説, 2005.
- 8) 田崎賢治, 幸左賢治, 山口栄輝, 庄司学: 桁衝突による橋梁の地震被害分析, 土木学会論文集, No. 794/I-72, pp. 143-155, 2005.
- 9) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編, 2002.

(2010年3月9日 受付)