

個別要素法による粒状体の最小密度試験

The Minimum Density Test of the Granular Material using the Discrete Element Method

瀬戸内秀規

Hideki SETOUCHI

正会員 農博 琉球大学准教授 農学部地域農業工学科 (〒903-0213 沖縄県中頭郡西原町字千原 1 番地)

Maximum void ratio is one of the most fundamental index describing the sedimentary structure of granular material. In this study effects of the properties of granular particles on the maximum void ratio have been examined through simulation of minimum density test by the three-dimensional discrete element method. The effects of particle properties on the energy loss were also analyzed in order to study the mechanical behavior in the sedimentation process of granular material.

Key Words: discrete element method, granular material, minimum density, particle property, void ratio

1. 緒言

砂などの粒状材料の力学的性質は、粒子の表面粗度、硬度、密度、ポアソン比、破碎性、衝突エネルギーの吸収性、粒子形状および粒径などの粒子の物理的性質を示す粒子特性によって決定され、さらに、堆積構造、粒度組成および含水量などの粒子の集合状態の影響も受ける¹⁾。また、集合状態のうち特に堆積構造は不確定なもので、粒子特性、粒度組成、水分および外的作用などの影響を受けて様々な構造を形成する。粒状体の種々の力学的現象を、粒子特性から集合状態を介して解明することは、地盤工学の諸問題に対する精度ある理解と解決において、極めて重要である。そして、このような現象を体系的に理解するためには、まず基礎研究としての粒子特性と堆積構造の関係、さらに粒度組成や含水量と堆積構造の関係、に関する十分なデータの収集ならびに分析が不可欠となる。

上述の観点から、既往の実験的研究²⁾⁻⁸⁾において、砂の粒子特性と間隙比および力学特性の関係が明らかにされ、多くの有益な成果が報告されている。しかしながら、実験的研究の展開のみでは、研究目的のために準備できる材料の問題から、粒状体の挙動に対する個々の粒子特性の影響度を、それぞれ定量的に把握することができない。また、粒状材料が大粒径からなる場合は試験装置の問題、さらに堆積構造を特徴づける粒子の微視的構造や個々の粒子の運動を把握することが困難など、多々の限界を生じ粒状体の現象解明に足りる十分な情報を得ることができない。

一方、粒状体の挙動で見られる無数の要素が相互作用する複雑系現象に個々の粒子特性を評価反映できる研究手法として、Cundall⁹⁾の個別要素法(DEM: distinct element method)による粒状体解析がある。個別要素法は他の解析手法にはない多くの利点を有する。例えば、1) 球要素同

士を剛に結合させることで粒子特性のうち最も重要な影響因子である粒子形状を評価できる。2) 材料パラメータが少ないうえにパラメータの物理的意味が比較的明確である。3) 粒子破碎を評価できる。4) 粒状体の微視的現象を分析することが容易である。5) エネルギーの保存則を満足するなどである。個別要素法によるシミュレーションは、近年のコンピュータの性能向上にともない、実粒状材料の現象をかなり良く再現できるようになってきており、既往の報告¹⁰⁾⁻¹⁴⁾などによって種々の有益な知見が提供されている。また一方で、計算時間の制約により粒状体の相対密度を算定するのに必要な最大・最小密度を現実的に評価し得る方法が確立されていないなど、実問題への適用に当たっては依然として多くの課題が残されている。

本研究は、粒状材料について、個々の粒子特性と堆積構造の関係に資するデータの収集整理を行うことを目的として、3次元個別要素法による粒状体の最小密度試験方法を提示するとともに、粒状体の堆積構造を表現する最も基本的な指標である最大間隙比に与える粒子特性の影響度を定量的に示す。また、十分なデータ収集ならびに分析を行うため、粒子特性を評価する広範の材料パラメータを解析に適用し、実験的研究では得ることが困難な粒状体の堆積過程における力学的エネルギーの変化状況を分析する。本研究で検討の対象とする粒子特性は、粒子の表面粗度、硬度、衝突エネルギーの吸収性、形状および粒径の5つである。なお、粒度組成および含水量などの集合状態の影響については検討しない。

なお、個別要素法による粒状体解析は膨大な計算時間を必要とすることが最大の欠点である。本研究では、演算処理にGPU(Graphics Processing Unit)を用いることで計算時間の改善を行った。

2. 結合球要素モデル

本研究では, Potyondy et al.¹⁵⁾の parallel bond に基づいて球要素を互いに結合させ, 任意形状の粒子を作成した. 本節では, Potyondy et al.の結合球要素モデルを一般化して概説することにする. なお, 球要素間の接触力および結合力はフォークトモデルに従う.

結合された球要素間では力とモーメントの両方を伝達でき, 球要素 i, j 間の力学挙動は, 図-1 に示すようにそれぞれの球要素の中心間の距離を長さとする円形断面 (あるいは正方形断面) の梁 (弾性ばね) を介した弾性相互作用で記述される. 梁の断面積 $\bar{A}$ は次式で与えられる.

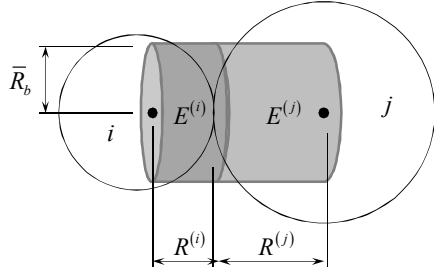


図-1 結合球要素モデル

$$\begin{aligned}\bar{A} &= \pi \bar{R}_b^2 \text{ 円形断面の場合,} \\ \bar{A} &= 4 \bar{R}_b^2 \text{ 正方形断面の場合.}\end{aligned}\quad (1)$$

ここに, $\bar{R}_b$ は梁断面の半径 (あるいは辺の長さの半分) であり次式で与えられる.

$$\bar{R}_b = \bar{\lambda} \min(R^{(i)}, R^{(j)}). \quad (2)$$

ここに, $R^{(i)}, R^{(j)}$ はそれぞれ球要素 i, j の半径で, $\bar{\lambda}$ は梁断面寸法を決定する結合半径乗数である.

結合球要素間で働く力 $\bar{\mathbf{F}}$ とモーメント $\bar{\mathbf{M}}$ は次式のように球要素間の接平面における法線成分とせん断成分に分解できる.

$$\bar{\mathbf{F}} = \bar{F}_n \bar{\mathbf{n}} + \bar{F}_s \bar{\mathbf{t}}, \quad \bar{\mathbf{M}} = \bar{M}_n \bar{\mathbf{n}} + \bar{M}_s \bar{\mathbf{t}}. \quad (3)$$

ここに, $\bar{\mathbf{n}}$ と $\bar{\mathbf{t}}$ は接平面を定義する単位ベクトルである. なお, $(\)_n$ および $(\)_s$ は, 接平面の法線方向およびせん断方向成分, あるいは接平面の法線方向軸まわりおよび接平面方向軸まわり成分を意味する. 力の増分 $\Delta \bar{\mathbf{F}}$ およびモーメントの増分 $\Delta \bar{\mathbf{M}}$ はそれぞれ次式で与えられる.

$$\Delta \bar{F}_n = k_n \bar{A} \Delta u_n + \bar{C}_n v_n, \quad (4)$$

$$\Delta \bar{F}_s = k_s \bar{A} \Delta u_s + \bar{C}_s v_s, \quad (5)$$

$$\Delta \bar{M}_n = k_s \bar{J} \Delta \theta_n + \bar{D}_n \omega_n, \quad (6)$$

$$\Delta \bar{M}_s = k_n \bar{I} \Delta \theta_s + \bar{D}_s \omega_s. \quad (7)$$

ここに, Δu および v は, 2 球要素の接平面における相対変位増分および相対速度である. $\Delta \theta$ および ω は接平面における相対回転角増分および相対角速度である. $\bar{J}$ および $\bar{I}$ は結合球要素梁の断面 2 次極モーメントおよび断

面 2 次モーメントで, 円形断面の場合それぞれ次式となる.

$$\bar{J} = \frac{1}{2} \pi \bar{R}_b^4, \quad \bar{I} = \frac{1}{4} \pi \bar{R}_b^4. \quad (8)$$

k は単位面積当たりのばね定数で, 法線方向ばね定数 k_n は次のように決定できる.

$$k_n^{(i)} \bar{A} = \frac{\bar{A} E^{(i)}}{R^{(i)}} \rightarrow k_n^{(i)} = \frac{E^{(i)}}{R^{(i)}}, \quad (9)$$

$$k_n^{(j)} \bar{A} = \frac{\bar{A} E^{(j)}}{R^{(j)}} \rightarrow k_n^{(j)} = \frac{E^{(j)}}{R^{(j)}}, \quad (10)$$

$$k_n = \frac{k_n^{(i)} k_n^{(j)}}{k_n^{(i)} + k_n^{(j)}}. \quad (11)$$

ここに, $k_n^{(i)}, E^{(i)}$ および $k_n^{(j)}, E^{(j)}$ は, それぞれ球要素 i および j の単位面積当たり法線ばね定数, 弾性係数である. $R^{(i)} = R^{(j)} = R, E^{(i)} = E^{(j)} = E$ の場合, k_n は次式となる.

$$k_n = \frac{E}{2R}. \quad (12)$$

ただし, 球要素間の重なり量が球要素の半径に比して無視できなくなるような場合は, 重なり量を考慮した梁の長さから k_n を算出する必要がある. 単位面積当たりのせん断ばね定数 k_s は, 本研究では次式で算定した.

$$k_s^{(i)} = \frac{k_n^{(i)}}{2(1+\nu^{(i)})}, \quad k_s^{(j)} = \frac{k_n^{(j)}}{2(1+\nu^{(j)})}, \quad (13)$$

$$k_s = \frac{k_s^{(i)} k_s^{(j)}}{k_s^{(i)} + k_s^{(j)}}. \quad (14)$$

ここに, $k_s^{(i)}, \nu^{(i)}$ および $k_s^{(j)}, \nu^{(j)}$ は, それぞれ球要素 i および j の単位面積当たりのせん断ばね定数, ポアソン比である. $\bar{C}$ は結合球要素間の力による粘性係数で, それぞれ次式により算定した.

$$\bar{C}_n = 2\sqrt{k_n \bar{A} \cdot m \cdot h}, \quad \bar{C}_s = \bar{C}_n \sqrt{\frac{k_s}{k_n}}, \quad (15)$$

$$h = -\frac{\ln e}{\sqrt{(\ln e)^2 + \pi^2}}. \quad (16)$$

ここに, e は球要素間における反発係数である. h および m は球要素間の減衰定数および 2 球要素の換算質量である. $\bar{D}$ はモーメントによる粘性係数で, それぞれ次式により得られる.

$$\bar{D}_n = \frac{\bar{C}_s}{\bar{A}} \bar{J}, \quad \bar{D}_s = \frac{\bar{C}_n}{\bar{A}} \bar{I}. \quad (17)$$

次に, 非結合の要素の相互作用について概説する. 非結合球要素間で働く接触時の相互作用は力 $\mathbf{F}$ のみとする. 力の増分 $\Delta \mathbf{F}$ は次式で与えられる.

$$\Delta F_n = k_n A \Delta u_n + C_n v_n, \quad (18)$$

$$\Delta F_s = k_s A \Delta u_s + C_s v_s. \quad (19)$$

ここに、 A は接触時に形成される球要素 i, j 間の梁の断面積である。断面積 A は結合球要素と同様に次式で与えられる。

$$A = \pi R_b^2, \quad (20)$$

$$R_b = \lambda \min(R^{(i)}, R^{(j)}). \quad (21)$$

ここに、 R_b および λ は接触時梁断面の半径および接触半径乗数である。非結合球要素間の粘性係数 C は、それぞれ次式となる。

$$C_n = 2\sqrt{k_n A \cdot m} \cdot h, \quad C_s = C_n \sqrt{\frac{k_s}{k_n}}. \quad (22)$$

後述の本研究で用いる漏斗およびモールドと球要素 i の相互作用における単位面積当たりのばね定数 k は、それぞれ次式で決定した。

$$k_n = k_n^{(i)}, \quad k_s = k_s^{(i)}. \quad (23)$$

粘性係数 C は、それぞれ次式となる。

$$C_n = 2\sqrt{k_n A_w \cdot m^{(i)}} \cdot h, \quad C_s = C_n \sqrt{\frac{k_s}{k_n}}, \quad (24)$$

ここに、 $m^{(i)}$ は球要素 i の質量、 A_w は漏斗およびモールドとの接触時に形成される梁の断面積である。断面積 A_w を次式に示す。

$$A_w = \pi R_w^2, \quad R_w = \lambda_w R^{(i)}. \quad (25)$$

ここに、 R_w および λ_w は漏斗およびモールドとの接触時梁断面の半径および接触半径乗数である。

本モデルで必要な球要素の材料パラメータを以下に示す。

密度 $\rho^{(i)}$ 、半径 $R^{(i)}$ 、弾性係数 $E^{(i)}$ 、ポアソン比 $\nu^{(i)}$ 、

反発係数 $e^{(i)}$ 、粒子間摩擦係数 $\mu^{(i)}$ 、

接触半径乗数 λ 、 λ_w 、結合半径乗数 $\bar{\lambda}$ 。

ここに、 $()^{(i)}$ は球要素 i のパラメータを意味する。本研究では、これらの材料パラメータを用いて個々の粒子特性を評価することにする。一方、種々の力学モデルなどにおいて材料パラメータの選定作業は多くの場合、困難・煩雑さを伴うものであるが、本モデルにおいては、半径乗数 λ 、 λ_w 、 $\bar{\lambda}$ を除く、6つの材料パラメータは、いずれも主として実粒子の鉱物組成あるいは大きさによって決定される物性値であることから、材料パラメータの選定作業が容易で、かつ解析者の主観が入り難く客観性のある解析が可能である。

ところで、本研究で構築した結合球要素モデルは、次のような検証を行い、その妥当性を確認している。直径 D の球要素を図-2 に示すように配列させて結合させた連続

体梁部材 ($3 \times 6 \times 51$ 結合球要素片持ち梁) に外力を作用させた時に得られるたわみ v_B およびたわみ角 θ_B は、梁理論による値と一致する。本検証で設定した結合球要素梁のパラメータを以下に示す。

結合球要素梁のパラメータ：

断面形状：正方形、

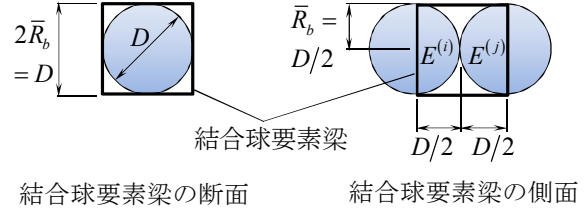
結合半径乗数： $\bar{\lambda} = 1.0 \rightarrow \bar{R}_b = D/2$ 、

長さ： $D (= R^{(i)} + R^{(j)})$ 、

断面積： $A = D^2$ 、

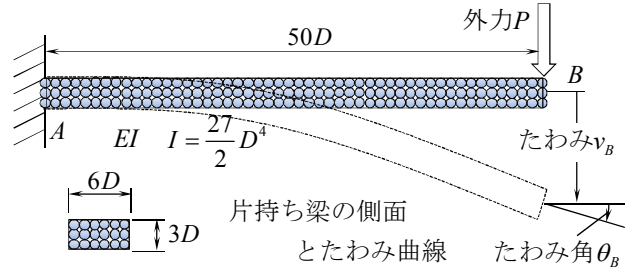
断面2次モーメント： $\bar{I} = D^4/12$ 、

弾性係数： $E (= E^{(i)} = E^{(j)})$ 。



結合球要素梁の断面

結合球要素梁の側面



片持ち梁の断面

図-2 結合球要素モデルの検証に用いた片持ち梁

3. 粒子特性の評価方法

粒子特性が粒状体の最大間隙比に与える影響を明らかにするため、以下に示すように広範の材料パラメータを適用しシミュレーションに反映させた。なお、供試する球要素あるいは全粒子の下記の材料パラメータは、各計算で同じものを用いる。

- 粒子間摩擦係数 $\mu = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ で検討。粒子間摩擦係数は粒子表面粗度を評価。
- 弾性係数 $E = 5.0 \times 10^6, 1.0 \times 10^7, 1.0 \times 10^8, 1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ で検討 (弾性ゴム、石灰質および石英質材料の弾性係数は、それぞれ、 $E = 5.0 \times 10^6, 2.5 \times 10^9, 7.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ 程度)。弾性係数は粒子の硬さを評価。
- 粒径 $D = 0.002, 0.02, 0.2, 2.0 \text{ m}$ で検討。
- 粒子形状は、図-3 に示す 5 タイプとし、1 要素球、4 要素正三角錐、10 要素正三角錐および 8 要素立方体の立体粒子と、短軸、中軸、長軸の長さがそれぞれ異なる 6 要素扁平直方体粒子を準備した。これらの粒子のうち正三角錐および立方体粒子の球要素で囲まれる粒子内部の空隙は、間隙比に影響を与えるため、粒子体積に含めた。各粒子を構成する球要素の直径は、それぞれの粒子の体積 (粒子内部の空隙を含む) が、1 要素球粒子の体積と同程度になるよう決定した。表-1 に粒径 D に対する各粒子を構成する

球要素の直径を示す。なお、本研究で述べる粒径 D に対応する粒子のサイズは、表-1 の粒径 D から定まる粒子サイズとする。

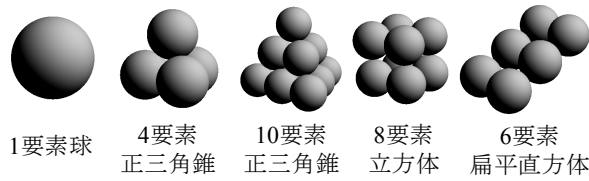


図-3 検討対象の粒子とその形状

表-1 粒径 D に対する球要素径 (m)

1要素球	0.00200	$\times \frac{D}{0.002}$
4要素正三角錐	0.00124	
10要素正三角錐	0.00092	
8要素立方体	0.00096	
6要素扁平立方体	0.00110	

また、本手法で作成した粒子モデルは、粒子破碎を考慮する計算にも合理的に適用できる¹⁵⁾という利点を有する。しかし、作成した図-3 の粒子の表面は凹凸が大きく、実粒子の表面を適切に表現し得るものではない。この点に関しては、サイズの異なる球要素を凹凸位置に結合するなどして実粒子に近い表面性状を再現する方法も考えられるが、本研究では、基礎研究として、同サイズの球要素で構成される幾何学的形状の粒子を研究の対象とする。

- e) 反発係数 $e = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ で検討。反発係数は球要素間の衝突エネルギーの吸収性を評価。反発係数は衝突時の球要素間の相対速度の大きさなどに依存するものであるが、本研究では各計算ケースで同じ値を用いる。

その他の球要素の材料パラメータ、

密度 ρ およびポアソン比 ν については全ての計算で下記のとおりとした。

$$\rho = 2600 \text{ kg/m}^3, \nu = 0.2.$$

結合および接触時の梁断面形状および半径乗数 λ , λ_w , $\bar{\lambda}$ は Potyondy et al.¹⁵⁾ の解析を参考に、

$$\text{円形梁断面, } \lambda = 1.0, \lambda_w = 1.0, \bar{\lambda} = 1.0,$$

とした。重力加速度 g は $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ である。

計算に用いた粒子数は 4000~5000 粒子で、試料は全て単一粒径試料である。

4. 最小密度試験方法（漏斗法）

DEM による最小密度試験は、日本工業規格「砂の最小密度・最大密度試験方法」¹⁶⁾に規定される漏斗法に基本的には準じるが、このままこの規格に準じて DEM 計算を行うと多くの球要素が必要となり膨大な計算時間を伴うため、現段階においては現実的な解析手法ではない。そこで、本研究では試験方法のいくつかを修正して計算を実施している。図-4 に、本試験で用いる漏斗およびモールド寸法を示して、本研究の試験方法を以下に述べる。

- 1) 漏斗の形状は規格と同じ、図-4 に示す漏斗排出口径 $D_f = 6D$ (D : 粒径) の円錐形とした。しかし、粒子間摩擦係数 0.7 以上の正三角錐粒子試料において漏斗排出口で粒子の目詰まりが生じることがあるため、粒子間摩擦係数 0.7 以上の正三角錐および立方体粒子試料の計算では、漏斗排出口径 D_f は粒径 D の 7 倍の $D_f = 7D$ とした。また、6 要素扁平立方体粒子の長軸の長さは粒径の 1.5 倍以上あるため、6 要素扁平立方体粒子試料については、全ての計算で排出口径 $D_f = 7D$ とした。以下に、漏斗排出口径 $D_f = 6D$ および $D_f = 7D$ における計算ケースを示す。

$D_f = 6D$ の計算ケース：

- ・1 要素球粒子の全ての計算。
- ・粒子間摩擦係数 0.5 以下の正三角錐および立方体粒子の全ての計算。

$D_f = 7D$ の計算ケース：

- ・粒子間摩擦係数 0.7 以上の正三角錐および立方体粒子の全ての計算。
- ・6 要素扁平立方体粒子の全ての計算。

一方、漏斗内面摩擦係数はモールド内に試料をスムーズに供給できるよう 0.1 とした。

- 2) 漏斗を上昇させる前の供試試料は、粒子形状および粒径ごとに粒子間摩擦係数 0.9, 反発係数 0.5, 弾性係数 $1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ の条件で、必要数の粒子を漏斗上にランダムに配置させ、自由落下により漏斗排出口径 $D_f = 6D$ の漏斗内に堆積させた。そして、計算結果には影響はないとして、いずれの計算ケースでもこの漏斗内に準備した同じ試料を初期状態として用いた。

- 3) モールドの形状は円柱とし、モールド径 D_m は粒径 D の 20 倍の $D_m = 20D$ (規格は $D_m = 30D$)、モールド高 $H_m = 2/3 D_m$ (規格と同じ) とした。モールド径を $D_m = 20D$ としたのは球要素数に配慮したためであるが、 $D_m > 12.6D$ であれば、規格に準じた試験を行っても問題はないようである^{17), 18)}。一方、モールド内面摩擦係数は各計算ケースで設定する粒子間摩擦係数と同じとした。

- 4) 規格には、「漏斗は一定の速度で鉛直に上げて砂粒子を堆積させ、モールド内の砂の最頂部と漏斗の口先とが常に一致し、かつ試料の流れがとぎれないようにしなければならぬ」とされている。本研究では計算時間に配慮して、漏斗内粒子の落下による運動エネルギーが粒状体の間隙比に影響を与えない範囲内で、最も速い漏斗の上昇速度を選定した。表-2 に粒径 D に対するモールド寸法と漏斗上昇速度を示す。図-5 は、4 要素正三角錐粒子試料について粒子間摩擦係数 0.5 および反発係数 0.5 の条件で、粒径別に漏斗の上昇速度が間隙比 e に与える影響を調べたものである。粒径 0.2 m の場合で、漏斗の上昇速度の増加に伴う粒子の落下運動エネルギーの増加に起因した影響とみなされる間隙比の減少が確認できるが、

図中の点線で示す本研究で採用した速度以下であればいずれのケースでも間隙比に与える影響はないと考えてよい。図-6に採用した漏斗の上昇速度で漏斗排出口をモールド上端面に上げた時の4要素正三角錐粒子試料の堆積状況を粒径 $D=0.002m$ および $0.2m$ の場合で示す。

5) 堆積後、全球要素の運動が十分小さくなったことを確認しモールド上端面にある粒子を取除き間隙比を計算した。

表-3に最小密度試験の計算条件をまとめて示す。

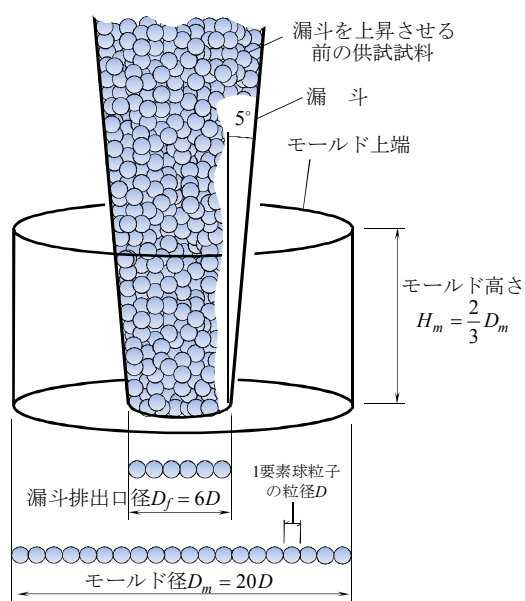


図-4 漏斗およびモールド寸法

表-2 粒径 D に対するモールド寸法と漏斗上昇速度

粒径 $D(m)$	モールド径 $D_m(m)$	モールド高 $H_m(m)$	$(ToA)_f$	漏斗上昇速度 (m/s)
0.002	0.04	0.0267	0.8	0.0333
0.02	0.4	0.267	2.5	0.107
0.2	4.0	2.67	8.0	0.333
2.0	40.0	26.7	25.0	1.07

$(ToA)_f$: 漏斗排出口がモールド上端面に到達するのに要する時間(sec.)

粒子形状: , 粒子間摩擦係数: 0.5, 反発係数: 0.5, モールド内面摩擦係数: 0.5, 漏斗内面摩擦係数: 0.1, 弾性係数: $\begin{cases} \text{---} \bullet \text{---} & 1 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \\ \text{---} \triangle \text{---} & 5 \times 10^6 \text{ N/m}^2 \end{cases}$

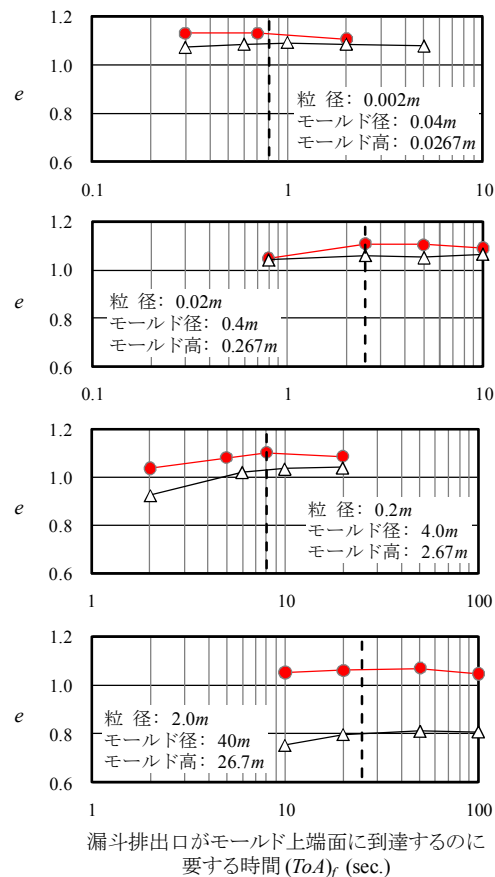


図-5 漏斗の上昇速度が間隙比 e に与える影響

粒子形状: , 粒子間摩擦係数: 0.5, 反発係数: 0.5, 弾性係数: $1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$.

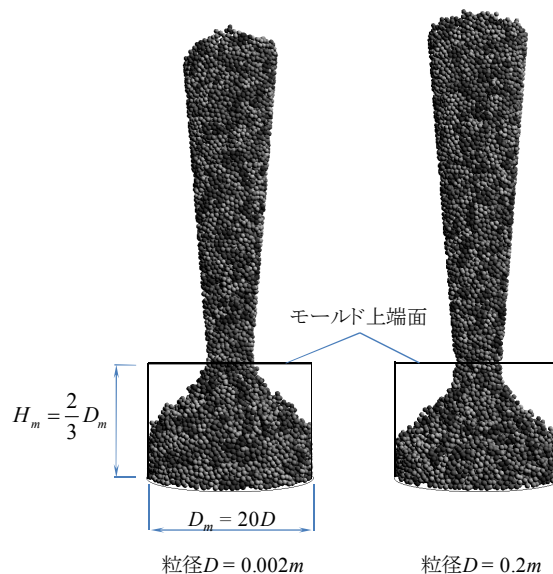


図-6 本研究で採用した漏斗の上昇速度による試料の堆積状況

表-3 最小密度試験の計算条件

全球要素あるいは全粒子の下記のパラメータは、各計算で同じものを使用。			
粒子特性	鉱物組成	粒子間摩擦係数 μ	相互作用に示す
		弾性係数 E	$5.0 \times 10^6, 1.0 \times 10^7, 1.0 \times 10^8, 1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
		密度 ρ	2600 kg/m^3
		ポアソン比 ν	0.2
		破碎強度	∞
	粒子形状	1要素球, 4要素正三角錐, 10要素正三角錐, 8要素立方体, 6要素扁平直方体	
粒 径 D		0.002, 0.02, 0.2, 2.0 m	
相互作用	非結合球要素間	梁断面形状	円形
		半径乗数 λ	1.0
		反発係数 e	0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9
		粒子間摩擦係数 μ	0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9
	結合球要素間	梁断面形状	円形
		半径乗数 $\bar{\lambda}$	1.0
		反発係数 e	各計算ケースで非結合球要素間と同じ
	球要素-モールド間	梁断面形状	円形
		半径乗数 λ_w	1.0
		反発係数 e	各計算ケースで非結合球要素間と同じ
		摩擦係数 μ	各計算ケースで非結合球要素間と同じ
	球要素-漏斗間	梁断面形状	円形
		半径乗数 λ_w	1.0
		反発係数 e	各計算ケースで非結合球要素間と同じ
摩擦係数		0.1	
集合状態	粒度組成		単一粒径
	粒子数		4000～5000
	含水量		なし
重力加速度		9.8 m/s^2	

5. 力学的エネルギー

粒状体の堆積過程における力学的エネルギーの推移の分析は、粒状体の堆積や流れについては力学・変形挙動の現象解明に関する種々の有益な知見を与えてくれると思われる。また、個別要素法による最大間隙比の算定方法が確立されていない現状において、本研究で提示したシミュレーション方法の妥当性を検証するためにも、得られる力学的エネルギーを分析整理しておくことは十分意義があることである。そこで、本節では漏斗法による粒状体の堆積過程における力学的エネルギーの変化状況を、粒子間摩擦係数0.5、粒径0.002m、反発係数0.5、弾性係数 $1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ の場合で、粒子形状の影響に限定して考察することにする。

以下、1球要素の力学的エネルギーおよび球要素間の相互作用によるエネルギー損失の算出方法を示す。

1) 位置エネルギー E^{pot} :

$$E^{pot} = mgh. \quad (26)$$

ここに、 m および h は、それぞれ球要素の質量および位置（高さ）である。

2) 運動エネルギー E^{kin} および角運動エネルギー E^{ang} :

$$\begin{aligned} E^{kin} &= \frac{1}{2} m V^2, \\ E^{ang} &= \frac{1}{2} I \Omega^2. \end{aligned} \quad (27)$$

ここに、 V および Ω は球要素の速度および角速度で、 I は球要素の慣性モーメントである。

以下、エネルギー損失の増分 $\Delta(E.L.)$ を示す。

3) 衝突損失 $(E.L.)^{colli}$:

$$\Delta(E.L.)^{colli} = \Delta(E.L.)_n^{colli} + \Delta(E.L.)_s^{colli},$$

非結合球要素の場合:

$$\Delta(E.L.)_n^{colli} = C_n v_n \Delta u_n,$$

$$\Delta(E.L.)_s^{colli} = C_s v_s \Delta u_s, \quad (28)$$

結合球要素間:

$$\Delta(E.L.)_n^{colli} = \bar{C}_n v_n \Delta u_n,$$

$$\Delta(E.L.)_s^{colli} = \bar{C}_s v_s \Delta u_s.$$

4) 回転損失 $(E.L.)^{rota}$:

結合球要素間:

$$\Delta(E.L.)^{rota} = \Delta(E.L.)_n^{rota} + \Delta(E.L.)_s^{rota},$$

$$\Delta(E.L.)_n^{rota} = \bar{D}_s \omega_n \Delta \theta_n,$$

$$\Delta(E.L.)_s^{rota} = \bar{D}_n \omega_s \Delta \theta_s.$$

5) 摩擦損失 $(E.L.)^{fric}$ および摩擦距離 $(F.L.)$:

$$\begin{cases} \Delta(E.L.)^{fric} = \mu F_n |\Delta u_s|, & \text{if } |F_s| > \mu F_n \\ \Delta(F.L.) = |\Delta u_s|. \end{cases} \quad (30)$$

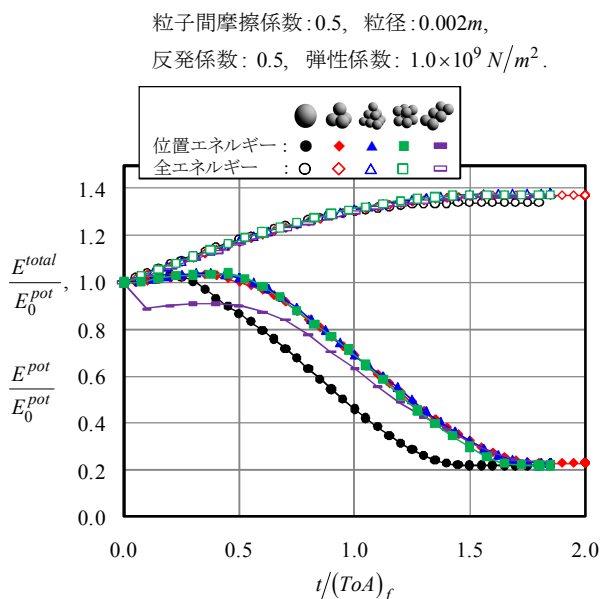
ここに、 μ は粒子間摩擦係数である。

本節で示す図は比較のため、全粒子のエネルギーを初期位置エネルギー E_0^{pot} で、堆積時間 t を漏斗排出口がモールド上端面に到達するのに要する時間 $(ToA)_f$ で、それぞれ正規化して示す。また、下記のことにも注意されたい。本節で示すエネルギー図のなかで、6要素扁平直方体粒子の場合、堆積開始時において急激な位置エネルギーの減少や摩擦損失および衝突損失の増加が生じていることに気づかれると思うが、これは次の原因による。6要素扁平直方体粒子では先述の理由で漏斗排出口径 $D_f = 7D$ (D : 粒径) の漏斗を用いているが、粒子の初期座標値として $D_f = 6D$ の漏斗に堆積させた粒子の座標値を利用しているため、計算開始後、 $D_f = 7D$ とした時に生じる空隙によって粒子が流れだし位置エネルギーや摩擦および衝突損失の急激な減少や増加をもたらす結果となった。運動エネルギーに関してはこの堆積初期の大きなエネルギー部を削除して示す。

5.1 全エネルギー、位置エネルギー

図-7 は、粒子形状別に堆積過程（漏斗内→モールド内）における、全エネルギー E^{total} と位置エネルギー E^{pot} の変化状況を、それぞれ初期位置エネルギー E_0^{pot} で正規化して示したものである。いずれの試料も全エネルギーが増

加しているが、これは漏斗の上昇により漏斗内の粒子にエネルギーが随時付加されるためである。位置エネルギーは堆積開始後まもなく粒子のモールド内への供給により漸次減少し堆積終了後は所定のエネルギーをそれぞれ維持する。そのなかで、1要素球は最も早く位置エネルギーの減少が始まるが、これは漏斗から先行して排出した粒子がモールド底面を回転移動することで漏斗排出口下部に留まる粒子が少なくなるためである。一方、球粒子を除く粒子は、いずれも安定性を有する形状であり球粒子のように容易に転がることができず漏斗排出口下部に留まり、位置エネルギーの減少開始が遅くなる。



t : 堆積時間, $(ToA)_f$: 漏斗排出口のモールド上端面到達時間,
 E_0^{pot} : 初期位置エネルギー.

図-7 堆積過程 (漏斗内→モールド内) における全エネルギー E^{total} と位置エネルギー E^{pot} の変化状況

5.2 摩擦損失, 衝突損失

図-8 は、摩擦によるエネルギー損失 $E.L.$ の変化状況を衝突損失と比較したものである。ここに、摩擦損失および衝突損失は漏斗およびモールドによるエネルギー損失を含み、さらに衝突損失は粒子内部球要素間による衝突損失を含む。いずれの試料もエネルギーの大部分が摩擦によって吸収されており、流れを伴う粒状体の安定には衝突損失より摩擦損失の効果が極めて大きいことが分かる。また、エネルギーのほとんどは摩擦損失と衝突損失によって吸収され、堆積終了時における摩擦損失および衝突損失は全エネルギーに対してそれぞれ 70% および 5-15% 程度を占める。なお、この時の位置エネルギーはいずれも 15% 程度である。

一方、堆積終了時において球粒子の摩擦損失量が他粒子に比して少ない。これは球粒子の場合、他粒子に比して回転運動が卓越し、回転による移動では粒子間などでの滑り量が減じられるためと考えられる。図-9 は、堆積過程における全粒子の摩擦距離 $F.L.$ を初期位置エネルギー E_0^{pot}

で除して比較したもので、球粒子の摩擦距離が短いのが分かる。また、摩擦損失が減少する結果、衝突損失量が増加することになる。さらに、図-10 にも同じ衝突損失の変化状況を拡大して示しているが、6要素扁平直方体粒子の衝突損失量が最も少ない。これは転がり難い粒子は移動過程で摩擦が卓越することと、後述するように粒子内部の球要素間の回転損失量が増加するためである。

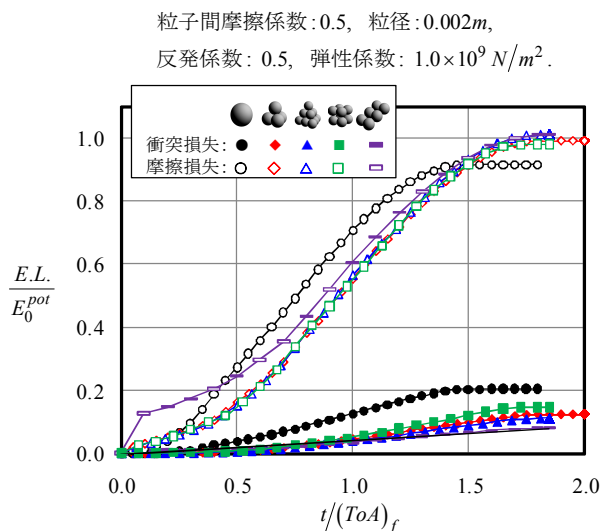


図-8 堆積過程における摩擦および衝突によるエネルギー損失 $E.L.$ の比較

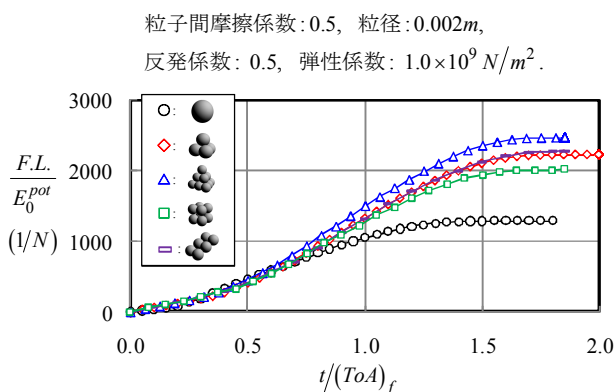


図-9 堆積過程における全粒子の摩擦距離 $F.L.$

5.3 粒子内部の回転損失

図-10 に、回転損失を衝突損失と比較して示す。回転損失は複数球要素で構成される粒子の内部で生じる球要素間の相対回転によるエネルギー損失のことである。なお、単要素からなる球粒子の場合、回転損失は生じないため図には示されない。いずれも回転損失の効果は小さく、堆積終了時における回転損失量は全エネルギーの 2, 3% 程度である。その中で回転損失の影響が最も大きいのは慣性モーメントの大きい 6要素扁平直方体粒子で、堆積過程において多くのあるいは大きな曲げ・ねじりモーメントを受けたことが分かる。粒子に曲げモーメントが働く場合、一般にその大きさに比例した引張力が粒子内部で生じ、この引張力が粒子の引張強度を超えると粒子破碎を生じること

なる。このことから、粒子破碎の検討においては回転損失の分析が有益と考えられる。

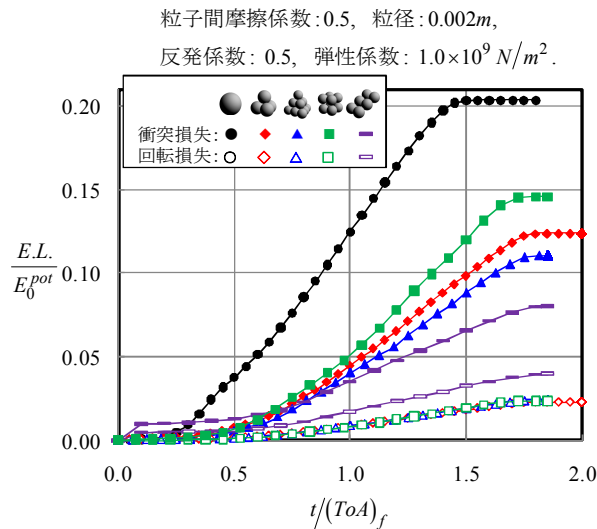


図-10 堆積過程における衝突および回転によるエネルギー損失 $E.L.$ の比較

5.4 運動エネルギー

図-11 に、運動エネルギー E^{kin} の変化状況を角運動エネルギー E^{ang} と比較して示す。運動エネルギーは、いずれの試料も同程度の大きさで、粒子形状の違いによる影響は見られない。図-12 に、4 要素正三角錐粒子試料について漏斗排出口がモールド上端面にある時 ($t/(ToA)_f = 1.0$) の粒子速度の大きさの分布を、粒子の鉛直方向位置に対応させて、それぞれ鉛直成分および水平成分で示した。図から、この系の運動エネルギーを支配する粒子の速度場は漏斗排出口付近であることが分かる。つまり、図-11 の結果から、本研究で採用した漏斗の上昇速度においては、粒子形状に関係なく、漏斗内粒子は同程度の運動エネルギーでモールド内の粒状体の最頂部に供給されているものと推察される。また、6 要素扁平立方体粒子で多少運動エネルギーが小さいのは漏斗排出口断面が大きいためである。一方、角運動エネルギーは運動エネルギーに比して極めて小さい。

ところで、図-11 の運動エネルギーは初期位置エネルギーに対して最大でも 1.5% 程度と小さく、漏斗から排出される粒子が漏斗下部の堆積物に与えるエネルギーは小さいと推察される。このことから、本シミュレーションは JIS の「砂の最小密度試験方法」で求められる試験基準を十分満足していると思われる。また、粒径 D によって、モールド寸法および漏斗の上昇速度は異なるが、いずれの粒径においても、堆積過程における運動エネルギーの変化状況は、定性的に図-11 と同じで、かつ初期位置エネルギーに対する運動エネルギーの大きさは、いずれも 2.0% 以下であることを確認している。

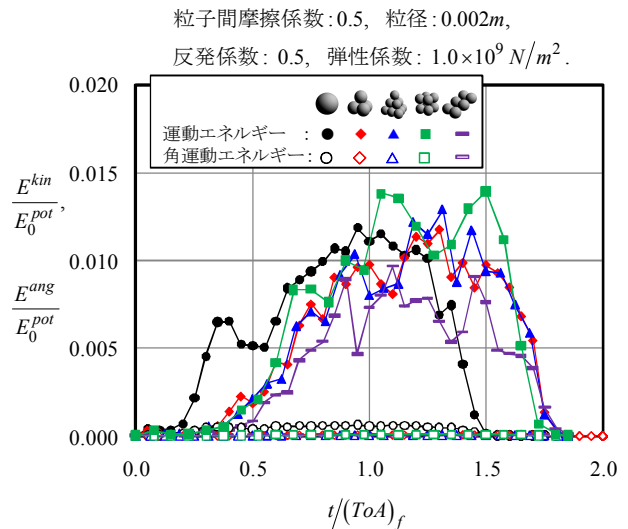


図-11 堆積過程における運動エネルギー E^{kin} と角運動エネルギー E^{ang} の比較

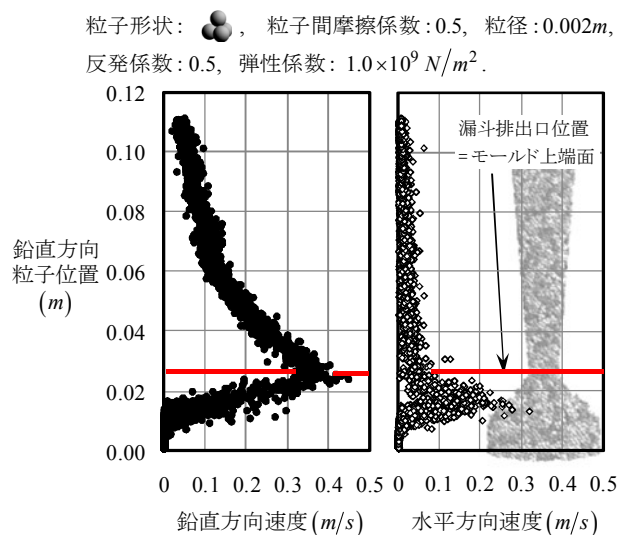


図-12 $t/(ToA)_f = 1.0$ の時の粒子速度分布

5.5 角運動エネルギー

既往の報告^{13), 19), 24)}などにより、粒子の回転抵抗に着目した研究が行われている。Oda et al.^{19), 21)}はせん断帯において粒子回転がせん断強度を支配する重要な指標であると報告しており、榊原¹³⁾は2次元個別要素法によるせん断層に関する検討により Oda et al.の報告を支持する結果を得ている。以上の実験および解析事実から、粒状体のせん断強度の評価においては粒子の回転抵抗の程度を把握することが肝要となる。

図-13 に角運動エネルギー E^{ang} の変化状況を、球粒子を含めた場合と除いた場合で示した。球粒子は、本節で述べてきたように、極めて大きい回転運動を生じる。一方、球粒子以外は球粒子に比してその運動量は小さいものの、粒子形状の違いで粒子の回転抵抗の大小関係を把握することができる。本研究で準備した粒子では、球、4要素正三角錐、8要素立方体粒子の順で回転し易い粒子、10要素正三角錐および6要素扁平立方体粒子が最も回転し難い

粒子であることが分かった。

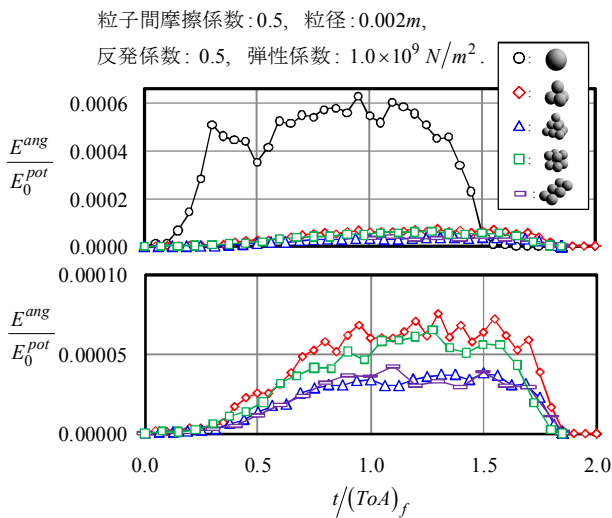


図-13 堆積過程における角運動エネルギー E^{ang} の変化状況

以上, 粒径 $0.002m$ と弾性係数 $1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ の場合で, 粒子形状別に力学的エネルギーの変化状況について分析した. また, 結果については割愛するが, 粒径 $2.0m$ と弾性係数 $1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ および粒径 $0.002m$ と弾性係数 $5.0 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ の条件における力学的エネルギーについても本節で述べた考察がほぼ適用できることを確認している.

本節で得られた知見は, 力学的エネルギーおよびエネルギー損失は粒子の回転抵抗の大きさに起因して特徴づけられるということである. 粒状体の諸現象は粒子形状の影響を強く受けることは分かっているが, 漠然とした粒子形状による評価ではなく, 粒子形状に依存する粒子の回転抵抗も勘案して分析すれば, 種々の力学的現象をうまく説明できる可能性があると思われる. また, 図-13 で示した漏斗法による堆積過程における粒子の角運動エネルギーは, 粒子群中における粒子の回転抵抗の程度を教えてくれるひとつの重要な指標として評価できるとと思われる (ただしこの場合, 粒子形状によって異なる堆積法面角の影響を考慮する必要がある) .

6. 最大間隙比

本節では粒子特性 (反発係数を含む) と最大間隙比の関係を示すが, 粒状体の間隙比に与える影響は粒子形状が支配的と考え, 粒子形状ごとに粒子特性の影響を見ていくことにする.

6.1 粒子形状

図-14 は, 粒子間摩擦係数 0.5, 反発係数 0.5 の条件で得られた最大間隙比 $e_{\max}$ と粒子形状の関係を示したものである. 間隙比の大小関係は扁平直方体, 立方体, 10 要素正三角錐, 4 要素正三角錐, 球の順で大きく, 最大で 1.55, 最小で 0.77 程度と実材料の間隙比をカバーする広範の間隙比が得られている. 粒子形状が最大間隙比に与える効果

は以下のとおりである.

- ・間隙比に与える影響は粒子形状が支配的である.
- ・扁平な粒子ほど大きな間隙を形成する.
- ・同じ正三角錐粒子でも 10 要素正三角錐の方が 4 要素正三角錐より $\Delta e \approx 0.2$ 程度大きく間隙比に与える粒子表面形状の効果は小さくない.

以上のことから, DEM により実粒状材料の挙動を高精度にシミュレートするためには, 多少球要素数が増えても対象とする材料粒子の形状を適切に表現し得る粒子の作成が不可欠であると考えられる. 一方, 粒径 $0.002m$ と弾性係数 $1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, 粒径 $2.0m$ と弾性係数 $1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ および粒径 $0.002m$ と弾性係数 $5.0 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ のいずれの条件でも最大間隙比に対する粒子形状の効果は同じである.

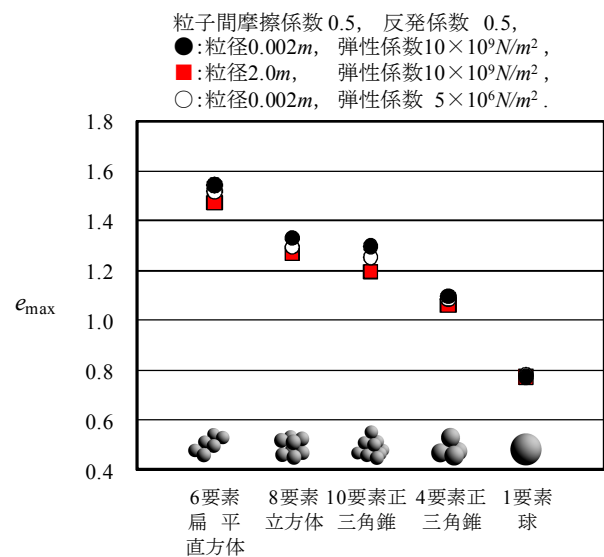


図-14 粒子形状と最大間隙比 $e_{\max}$ の関係

6.2 粒子間摩擦係数

図-15 は粒径 $0.002m$, 反発係数 0.5, 弾性係数 $1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ の条件で最大間隙比に与える粒子間摩擦係数の効果を示したものである. いずれの粒子も粒子間摩擦係数の増加に伴い間隙比は増加するが, その効果は粒子形状に依存し粒子形状が角ばったものほど, または扁平なものほど大くなる傾向にある. 粒子間摩擦係数 0.1–0.9 における間隙比の変動幅は球粒子で 0.1 程度に対し正三角錐粒子および立方体粒子で 0.4, 扁平直方体粒子では 0.5 程度である. 一方, 粒径 $2.0m$ と弾性係数 $1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ および粒径 $0.002m$ と弾性係数 $5.0 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ の条件でも最大間隙比に与える粒子間摩擦係数の効果は定性的に図-15 と同じであった.

以上のことから, 粒子間摩擦係数が最大間隙比に与える効果は粒子形状に比して小さいものの, 粒子形状が角ばると無視できない効果を与えることが明らかとなった. このことから, 間隙比と粒子特性の因果関係を明らかにする場合は, 粒子形状に加え粒子形状に対応した粒子間摩擦係数の効果を適切に評価する必要がある.

粒径: $0.002m$, 反発係数: 0.5, 弾性係数: $1 \times 10^9 \text{ N/m}^2$

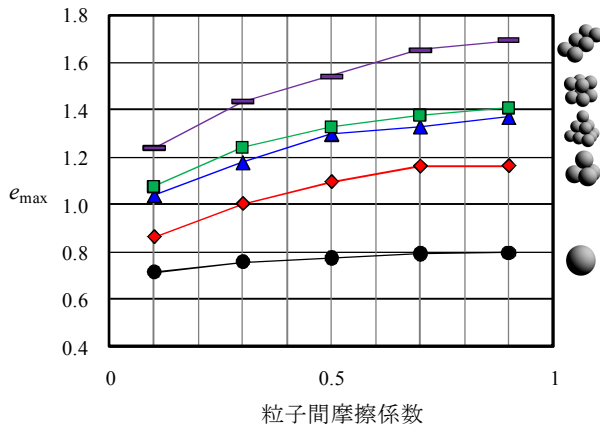


図-15 粒子間摩擦係数が最大間隙比 $e_{\max}$ に与える影響

6.3 粒 径

図-16に粒子間摩擦係数 0.5, 反発係数 0.5, 弾性係数 $1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ の条件で, 粒径が最大間隙比に与える効果を示した. 球粒子では粒径によらず間隙比は一定であるが, 他の粒子では粒径が大となると間隙比は小となる. これは, モールド高さが粒径に比例することによる. つまり, 粒径に比例して粒状体の堆積層厚が増加し, 堆積粒子に作用する単位面積当たりの圧縮力が増加するためである. 球粒子を除いた間隙比の変動幅はいずれも粒径 $0.002\text{--}2.0m$ において 0.1 程度である.

粒子間摩擦係数: 0.5, 反発係数: 0.5, 弾性係数: $1 \times 10^9 \text{ N/m}^2$

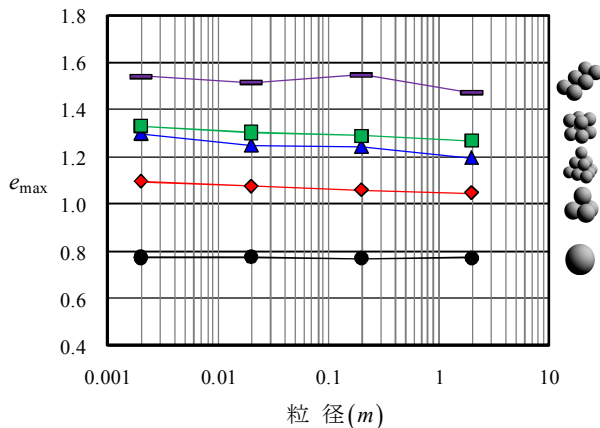


図-16 粒径が最大間隙比 $e_{\max}$ に与える影響

6.4 反発係数

図-17に粒子間摩擦係数 0.5, 粒径 $0.002m$, 弾性係数 $1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ の条件で反発係数と最大間隙比の関係を示した. いずれの間隙比も反発係数の増加に伴い小となり, 反発係数 0.1–0.9 における間隙比の変動幅は 0.05 から 0.1 程度である. また, 粒径 $2.0m$ と弾性係数 $1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ および粒径 $0.002m$ と弾性係数 $5.0 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ の条件でも反発係数の効果は, 図-17 と定性的に同じであった.

粒子間摩擦係数: 0.5, 粒径: $0.002m$, 弾性係数: $1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$

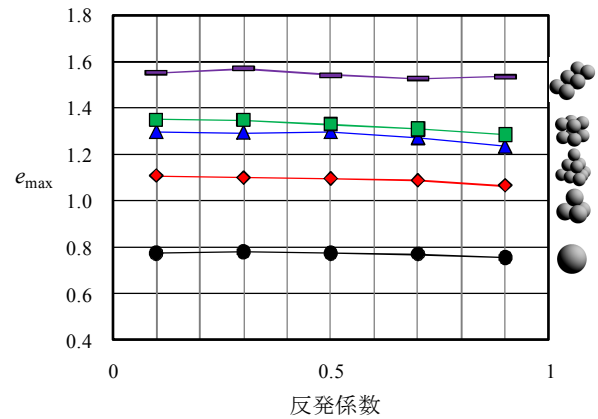


図-17 反発係数が最大間隙比 $e_{\max}$ に与える影響

6.5 弾性係数

図-18に粒子間摩擦係数 0.5, 粒径 $0.002m$ と $2.0m$, 反発係数 0.5 の条件で弾性係数と最大間隙比の関係を示す. 粒径 $0.002m$ では, 球粒子を除いていずれも弾性係数の増加に伴い間隙比は大となるが, 弾性係数 $5.0 \times 10^6 \text{--}1.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ における弾性係数の効果は他の粒子特性に比して最も小さい. これに対し, 粒径 $2.0m$ の場合は, 小節 6.3 で述べたように, 粒径 $2.0m$ における堆積粒子に作用する単位面積当たりの圧縮力は粒径 $0.002m$ の場合の 1000 倍程度になる. このため, $0.002m$ の場合に比して粒径 $2.0m$ の場合は弾性係数の低下による間隙比の減少が顕著となる. 粒径の大きい粗粒材料を解析対象とする場合は, 適切な弾性係数の導入が不可欠である.

●◆▲■◆ : 粒子間摩擦係数: 0.5, 粒径: $0.002m$, 反発係数: 0.5,
○◇◇□◇◇ : 粒子間摩擦係数: 0.5, 粒径: $2.0m$, 反発係数: 0.5.

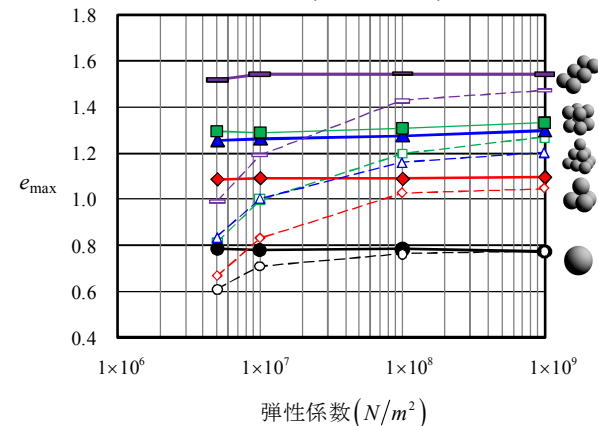


図-18 弾性係数が最大間隙比 $e_{\max}$ に与える影響

7. 実測値への適用

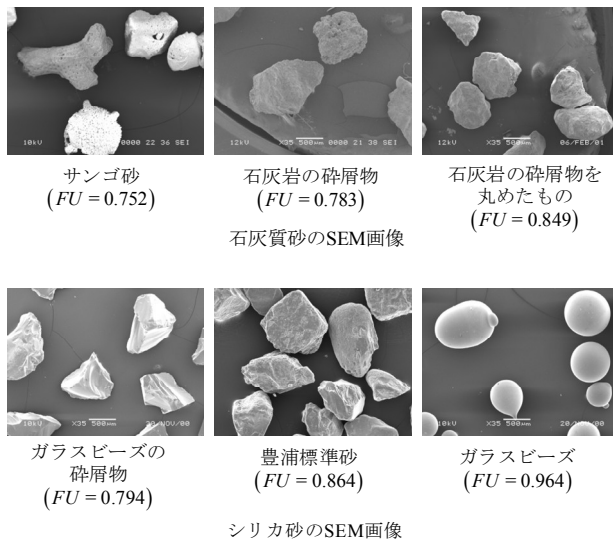
前節において, 個々の粒子特性が最大間隙比に与える影響を定量的に明らかにした. 本節では前節の成果を実測値に適用し, 実材料の最大間隙比と粒子特性の因果関係について多少理解を深めることにする.

図-19は, それぞれ主成分が異なる均等係数 1.7 以下のシリカ砂と石灰質砂の最大間隙比⁸⁾を, 粒子形状を表現する

吉村・小川の凹凸係数 $FU^{25)}$ で整理し、図-15 (粒径 $0.002m$, 反発係数 0.5 , 弾性係数 $1.0 \times 10^9 N/m^2$) の粒子間摩擦係数 0.3 の間隙比と比較したものである。凹凸係数 FU は次式で与えられる。

$$FU = 4\pi \frac{a}{\ell^2} \quad (31)$$

ここに、 a および ℓ は粒子の長軸と中軸を含む投影象の面積および周囲長である。凹凸係数は種々の粒子形状の定量化法において最も簡便であり個人誤差が生じにくい利点を有する。 FU 値は、完全球の場合 $FU=1.0$ で、形状が角ばると減少する係数である。なお、吉村・小川²⁵⁾は、 FU 値は立体的な粒子についてはその形状を評価できるが、雲母などのような扁平な粒子や針状の粒子については、その形状を評価できないとしている。



計算値: 粒子間摩擦係数: 0.3 , 粒径: $0.002m$,
反発係数: 0.5 , 弾性係数: $1.0 \times 10^9 N/m^2$.
実測値: ○: 石灰質砂, ●: シリカ砂,
粒径: $0.425-0.850mm$ (豊浦砂を除く).

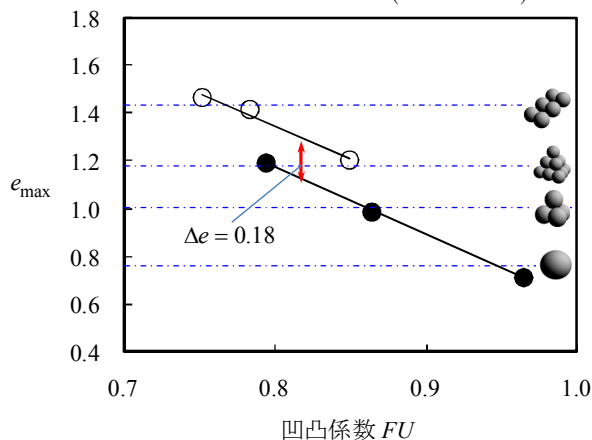


図-19 実測値および計算値の最大間隙比 e_{max}

凹凸係数 $FU = 0.79-0.84$ 領域におけるシリカ砂と石灰質砂の間隙比は、ともに粒子形状が角ばる(凹凸係数 FU が小さく)と、同じように大きくなるが、同じ凹凸係数 FU における間隙比の大きさは石灰質砂の方がシリカ砂より $\Delta e=0.18$ 程度大きく、間隙比が凹凸係数のみの関数ではないことを示している。一方、先述したように間隙に与える影響因子は粒子形状が支配的であるものの、粒子間摩擦係数も無視できない効果を与えることを指摘した。石灰質およびシリカ系の粒子間摩擦係数を最上²⁶⁾による研究報告を参考にして、それぞれ 0.5 および 0.2 と仮定すると、例えば、正三角錐粒子と立方体粒子の粒子間摩擦係数 0.5 および 0.2 における間隙比(図-15)の変動幅は $0.16-0.19$ 程度となり、この間隙比の差は $FU=0.79-0.84$ 領域の同一 FU 値におけるシリカ砂と石灰質砂の間隙比の差 $\Delta e=0.18$ に対応する。実粒子の粒子間摩擦係数を仮定評価したことについては課題であるが、以上の本研究成果の知見による定量的考察から、図-19の石灰質砂とシリカ砂の間隙比の違いは、粒子の主成分に起因した粒子間摩擦係数の違いが主とし影響を与えたためと判断できる。

前節の図-14-18の関係図を活用すれば実材料の最大間隙比と粒子特性の因果関係を定量的に説明することが可能と思われる。また、計算値と実測値の比較から本研究で用いたモデルおよびシミュレーション方法の妥当性が実証されたと思われる。

8. 結 言

本研究では、粒子の形状、粒径および弾性係数と粒子間の摩擦係数および反発係数を本 DEM モデルの材料パラメータに反映させ、漏斗法による最小密度試験のシミュレーションにより単一粒径の粒状体の最大間隙比に与える粒子特性の影響を調べた。得られた主な結果は以下のとおりである。

- 1) 個別要素法による粒状体の最小密度試験を提示し、堆積過程における力学的エネルギーの変化状況を分析した。力学的エネルギーの特性は、粒子の回転抵抗に着目すればうまく説明できる。
- 2) 広範の材料パラメータと最大間隙比の関係図を示した。
 - ・最大間隙比に与える影響は、粒子形状が支配的であるものの粒子間摩擦係数も無視できない効果を与える。
 - ・粒径が大となるほど間隙比は小となる。
 - ・粒径 $0.002m$ では弾性係数の影響は見られないが、粒径 $2.0m$ では弾性係数の影響が顕著となる。
 - ・球要素間の衝突エネルギーの吸収性を評価する反発係数の影響は、いずれのケースでも小さく、反発係数 $0.1-0.9$ における間隙比の変動幅は 0.05 から 0.1 程度である。
- 3) 本研究で示した材料パラメータと最大間隙比の関係図を活用することで実材料の最大間隙比と粒子特性の因果関係を定量的に説明できることが示唆された。
- 4) 本研究の成果から、用いた DEM モデルおよびシミュレーション

レーション方法の妥当性が実証された。

最後に、本研究では示さなかったが、堆積構造を特徴づける粒子の接触点数および接触点方向の分布、また扁平粒子の場合は、粒子の定配向性についても、今後データを整理し粒子特性と関連付けて報告する予定である。さらに、実粒状地盤の堆積構造やその形成過程に関する研究として、緩い堆積状態の粒状体が振動などの外的作用を受けた時の、堆積構造の取り得る領域やその変化状況についても粒子特性と関連付けて調べる必要がある。

本研究は 2007～2009 年度文部科学省科学研究費補助金若手(B) (研究代表者：瀬戸内秀規、課題番号：19780180) の補助を受けたものであることを付記する。

参考文献

- 1) 三笠正人：土の工学的性質の分類表とその意義，土と基礎，Vol. 12, No. 4, pp. 17-24, 1964.
- 2) 小田匡寛，榎本文勇，鈴木正：砂粒子の形状・組成が砂の土質工学的性質に及ぼす影響に関する研究，土と基礎，Vol. 19, No. 2, pp. 5-12, 1971.
- 3) 立元勉：砂質土の粒度粒形などが最大・最小間隙比に及ぼす影響について，砂の相対密度と工学的性質に関するシンポジウム発表論文集，土質工学会，pp. 71-78, 1981.
- 4) 吉村優治，小川正二：粒状体の間隙比およびせん断特性に及ぼす一次性質の影響，土木学会論文集，No. 487/3-26, pp. 99-108, 1994.
- 5) 吉村優治，小川正二：砂の等方圧密およびせん断特性に及ぼす粒子形状の影響，土木学会論文集，No. 487/3-26, pp. 187-196, 1994.
- 6) Miura K., Maeda, K., Fukawa M. and Toki S. : Physical characteristics of sands with different primary properties, *Soils and Foundations*, Vol. 37, No. 3, pp.53-64, 1997.
- 7) Miura K., Maeda, K., Fukawa M. and Toki S. : Mechanical characteristics of sands with different primary properties, *Soils and Foundations*, Vol. 38, No. 4, pp.159-172, 1998.
- 8) 瀬戸内 秀規，小宮 康明：シリカ砂および石灰質砂の粒子形状と間隙比および内部摩擦角の関係，地盤工学ジャーナル，Vol. 1, No. 4, pp. 169-174, 2006.
- 9) Cundall P.A. and Strack O.D.L. : A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
- 10) McDowell G. R., and Harireche O. : Discrete element modeling of soil particle fracture, *Geotechnique*, Vol. 52, No. 2, pp. 131-135, 2002.
- 11) Cheng Y. P., Nakata Y. and Bolton M. D. : Discrete element simulation of crushable soil, *Geotechnique*, Vol. 53, No. 7, pp. 633-641, 2003.
- 12) 野並賢，加藤正司，吉村優治，前田健一，山本修一：粒状体の変形・強度特性に与える粒子形状の影響に関する二次元個別要素法による検討，土木学会論文集，No. 799/3-72, pp. 51-63, 2005.
- 13) 榎原辰雄，加藤正司，吉村優治，澁谷啓：砂のような粒状材料のせん断挙動およびせん断層に与える粒子形状の影響，土木学会論文集 C, Vol. 64, No. 3, pp.456-472, 2008.
- 14) Maeda K. and Hirabayashi H. : Influence of grain properties on macro mechanical behaviors of granular media by DEM, *Journal of Applied Mechanics*, JSCE, Vol. 9, pp. 623-630, 2006.
- 15) Potyondy D. O. and Cundall P. A. : A bonded-particle model for rock, *Int. J. Rock Mech. and Mining Sci.*, 41, pp.1329-1364, 2004.
- 16) 地盤工学会：土質試験の方法と解説，pp. 136-145, 2000.
- 17) 陶野郁雄：漏斗を用いた最小密度試験の自動化，砂の相対密度と工学的性質に関するシンポジウム発表論文，pp.41-42, 1981.
- 18) 社本康広，陶野郁雄：水平打撃による砂の最大密度試験方法の適用性，砂の相対密度と工学的性質に関するシンポジウム発表論文，pp.37-38, 1981.
- 19) Oda, M. : The mechanism of fabric changes during compressional deformation of sand, *Soils and Foundations*, Vol. 12, No. 2, pp. 1-18, 1972.
- 20) Oda, M. and Konishi, J. : Microscopic deformation mechanism of granular material in simple shear, *Soils and Foundations*, Vol. 14, No. 4, pp.25-38, 1974.
- 21) Oda, M., Konishi, J. and Nemat-Nasser, S. : Experimental micromechanical evaluation of strength of granular materials: Effects of particle rolling, *Mechanics of Materials*, Vol. 1, pp. 269-283, 1985.
- 22) Bardet, J. and Proube, J. : A numerical investigation of the structure of persistent shearbands in granular media, *Geotechnique*, Vol. 41, No. 4, pp. 599-613, 1991.
- 23) 中瀬仁，安中正，片平冬樹，興野俊也：平面ひずみ圧縮試験に対する個別要素法の適用，土木学会論文集，No. 454/3-20, pp. 55-64, 1992.
- 24) Matsushima T., Saomoto H., Tsubokawa Y. and Yamada Y. : Grain rotation versus continuum rotation during shear deformation of granular assembly, *Soils and Foundations*, Vol. 43, No. 4, pp. 95-106, 2003.
- 25) 吉村優治，小川正二：砂のような粒状体の粒子形状の簡易な定量化法，土木学会論文集，No. 463/3-22, pp. 95-103, 1993.
- 26) 最上武雄：土質力学，技報堂出版，1969.

(2010 年 3 月 9 日 受付)