

拡張マクロ・エレメント法を用いたバーチカルドレーン打設地盤の FEM 解析

F.E. Simulation for Vertical Drain Placing Ground Using Expanded Macro-Element Method

平田 昌史*・清水 英樹**・福田 淳***・山田 耕一****・川井田 実*****

Masafumi HIRATA, Hideki SHIMIZU, Jun FUKUDA, Koichi YAMADA and Minoru KAWAIDA

* 正会員 博(工) 前田建設工業株式会社 技術研究所 (〒179-8914 東京都練馬区旭町 1-39-16)

** 正会員 修(工) 前田建設工業株式会社 技術研究所 (〒179-8914 東京都練馬区旭町 1-39-16)

*** 正会員 修(工) 前田建設工業株式会社 技術研究所 (〒179-8914 東京都練馬区旭町 1-39-16)

**** 正会員 中日本高速道路株式会社 名古屋支社 敦賀工事事務所 (〒914-0121 福井県敦賀市野神12-60)

***** 正会員 中日本高速道路株式会社 名古屋支社 敦賀工事事務所 (〒914-0121 福井県敦賀市野神12-60)

The macro element method proposed by Sekiguchi et al. is a technique to be able to consider the effect of vertical drain by the element level under the plane strain condition. However, there is a limit in the use of the macro element method, because the space discretization is performed by using the technique of Akai and Tamura where the head of water is represented by the element center of gravity. In this paper, propose the expanded macro element method that doesn't depend on how to choose the interpolation function where a continuity equation of the macro element method is shown by a general space discretization type. In addition, soil slope, drain arrangement, well resistance, and vacuum consolidation are considered in the expanded macro element method. The effectiveness of this method is examined by executing the FEM analysis of an actual site.

Key Words : vertical drain, finite element method, expanded macro-element method

1. はじめに

関口ら¹⁾によって提案されたマクロ・エレメント法は、三次元的な取扱いが必要となるバーチカルドレーン打設地盤に対して、二次元平面ひずみ条件下においても、バーチカルドレーンによる排水効果を要素レベルで忠実に考慮できる優れた解析手法である。しかしながら、マクロ・エレメント法を適用した解析事例の数は少なく、バーチカルドレーンによる排水効果を改良域に大きな透水係数を与えることで表現する手法 (Mass Permeability 法)²⁾が、現在でも広く用いられている。これは、マクロ・エレメント法を適用できる条件が非常に限られていることが要因だと考えられる。関口らによるマクロ・エレメント法の定式化では、赤井・田村³⁾による離散化手法が用いられている。赤井・田村による離散化手法は、要素重心で水頭値を代表する Christian 流⁴⁾の一種であるため、節点で水頭値を代表させる Sandhu 流⁵⁾を用いたプログラムにはマクロ・エレメント法を適用することができない。また、赤井・田村による離散化手法では、場の離散化として直交する構造格子を仮定するため、解析メッシュは正方形あるいは長方形の場合に限定⁶⁾され、複雑な傾斜を持つ地盤には適用できない。さらに、ドレーンの正三角形配置 (千鳥配置) やウェルレジスタンスが考慮できないことも、マクロ・エレメント法の適用事例が少ない要因であるといえる。本研究では、関口らによるマクロ・エレメント

法の空間離散化式を、内挿関数の選び方に依存しない一般的な空間離散化式で表すとともに、地盤の傾斜、バーチカルドレーンの打設配置、ウェルレジスタンスや真空圧密工法を考慮する手法を示すことで、より汎用性の高い“拡張マクロ・エレメント法”を提案する⁷⁾。また、拡張マクロ・エレメント法を用いた実現場の FEM 解析を実施することによって、本手法の適用性を検討する。

2. 関口らによるマクロ・エレメント法の定式化

2.1 マクロ・エレメント法の連続式

土水連成問題の支配方程式に含まれる連続式は、土が完全に飽和している状態では、土の体積変化と間隙水の流出量が等しいとする式である。通常の場合では、境界面からの間隙水の流出量のみ考慮するが、バーチカルドレーンを考慮する場合、ドレーンからの流出量も評価しなければならない。関口らが提案するマクロ・エレメント法の連続式は、図-1に示すように体積変化量 \dot{V} を、要素境界面からの間隙水の流出量 \dot{Q} と、バーチカルドレーンによる間隙水の流出量 \dot{Q}_{VD} の和であるとして、以下のように定義している。

$$\dot{V} = \dot{Q} + \dot{Q}_{VD} \quad (1)$$

まず、要素境界面からの間隙水の流出量 \dot{Q} について考える。関口らは、離散化手法として要素重心で水頭値を

代表させる赤井・田村³⁾による手法を用いている。この場合、場の離散化は図2に示すような直交する格子状のメッシュとなる。なお、図2では二次元平面ひずみ条件を仮定しているため、奥行き方向の長さは1(単位奥行き)である。要素境界1-2における動水勾配 i_1 は、隣接要素の重心距離 L_1 とその水頭差 $h^{m1} - h^m$ を用いて、

$$i_1 = \frac{\partial h}{\partial L_1} = \frac{h^{m1} - h^m}{L_1} \quad (2)$$

と表され、要素境界1-2からの間隙水の流出量 \dot{Q}_1 は、

$$\dot{Q}_1 = \frac{k_x}{\gamma_w} \cdot \frac{s_1}{L_1} \cdot (h^{m1} - h^m) \quad (3)$$

となる。 γ_w は間隙水の単位体積重量、 k_x は地盤の水平方向の透水係数、 s_1 は要素境界の長さである。その他の要素境界についても、式(3)と同様に求められることから、全要素境界からの流出量 \dot{Q} は、

$$\dot{Q} = -\alpha \gamma_w h^m + \sum_{i=1}^4 \alpha_i \gamma_w h^{mi} \quad (4)$$

となる。 α_i は各要素境界の流量係数であり、以下のように表される。

$$\alpha_i = \frac{k}{\gamma_w} \frac{s_i}{L_i}, \quad \alpha = \sum_{i=1}^4 \alpha_i \quad (5)$$

次に、バーチカルドレーンによる間隙水の流出量 \dot{Q}_{VD} について考える。図3に示すような直方体要素の中心に、1本のバーチカルドレーン(直径 $2a$ 、高さ S_y 、透水性 ∞)が存在すると仮定する。この場合、図3に示す1本のバーチカルドレーンによる流出量 \dot{Q}_{VD} は、要素内における地盤の水平方向透水係数 k_x を用いて、

$$\dot{Q}_{VD} = -k_x \cdot i_a \cdot A \quad (6)$$

と求められる。ここで、 A はバーチカルドレーンの表面積、 i_a はバーチカルドレーン外周($r=a$)における動水勾配であり、

$$A = 2\pi a \cdot S_y \quad (7)$$

$$i_a = \frac{\partial h}{\partial r} \Big|_{r=a} = \frac{\partial(p_w/\gamma_w)}{\partial r} \Big|_{r=a} = \frac{1}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial p_w}{\partial r} \Big|_{r=a} \quad (8)$$

で表される。式(8)中の p_w は、バーチカルドレーン周辺の過剰間隙水圧であり、図4に示すようにバーチカルドレーンに向かって放射状に分布すると考えられる。そこで、この過剰間隙水圧 p_w の分布特性を、

$$p_w = p_w(r, y, t) = f(r) \cdot g(y, t) \quad (9)$$

とおく。マクロ・エレメント法では、式(9)に示した過剰間隙水圧 p_w の半径方向に対する分布関数 $f(r)$ に、以下に示すBarron⁸⁾による等ひずみサンドドレーン問題の固有関数を適用している。

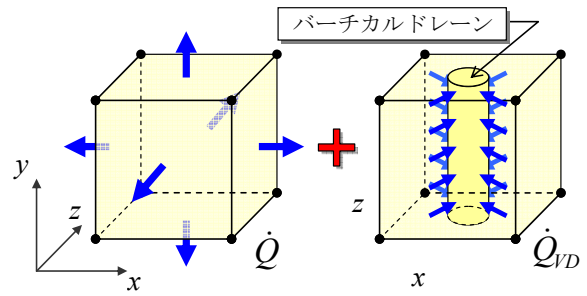


図1 マクロ・エレメントの連続式模式図

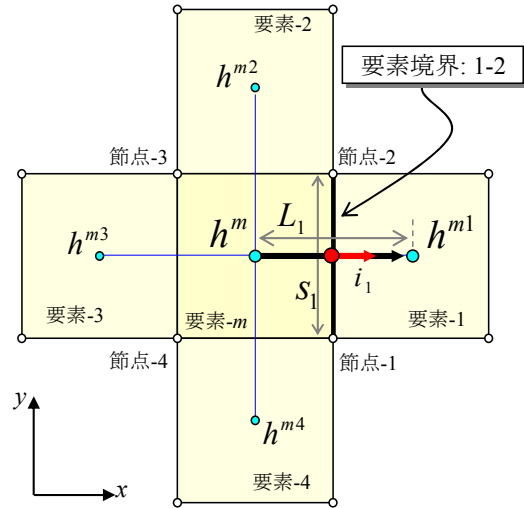


図2 赤井・田村³⁾による場の離散化

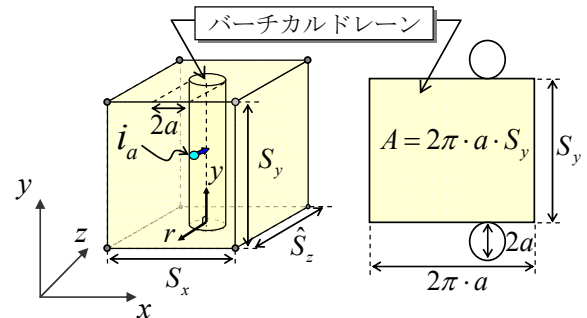


図3 マクロ・エレメント内のバーチカルドレーン

$$f(r) = \ln\left(\frac{r}{a}\right) - \frac{r^2 - a^2}{2b^2} \quad (10)$$

b はバーチカルドレーンの有効集水半径である。また、式(10)では $f(a)=0$ となり、ドレーン内部では水頭の損失がなく、過剰間隙水圧がゼロと仮定される。式(9)および式(10)を式(8)に代入すると、バーチカルドレーン外周の動水勾配 i_a は、

$$i_a = \frac{1}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial p_w}{\partial r} \Big|_{r=a} = g(y, t) \cdot \frac{1}{a \cdot \gamma_w} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2} \right) \quad (11)$$

となる。式(11)中の n は、バーチカルドレーンの半径 a と有効集水半径 b を用いて次のように定義される。

$$n = \frac{b}{a} \quad (12)$$

要素内では過剰間隙水圧 p_w は各離散点で代表されるため、式(9)に示したような分布特性を直接取り込むことはできない。そこで、図-5 に示すような要素内で一定の平均過剰間隙水圧 \bar{p}_w を定義し各離散点で代表させる。つまり、赤井・田村による離散化手法を用いているマクロ・エレメント法では、平均過剰間隙水圧 \bar{p}_w は要素重心で代表されることになる。図-5 より、要素内の平均過剰間隙水圧 \bar{p}_w は、

$$\bar{p}_w = \frac{1}{\pi b^2} \int_0^b 2\pi p_w r dr \quad (13)$$

となり、式(9)および式(10)を代入すると、

$$\bar{p}_w = g(y,t) \cdot F(n) \cdot \left(\frac{n^2 - 1}{n^2} \right) \quad (14)$$

となる。式(14)中の $F(n)$ は、

$$F(n) = \frac{n^2}{n^2 - 1} \ln(n) - \frac{3n^2 - 1}{4n^2} \quad (15)$$

である。式(11)に示したバーチカルドレーン外周の動水勾配 i_a は、式(14)を代入することにより、

$$i_a = \frac{1}{a \cdot \gamma_w \cdot F(n)} \cdot \bar{p}_w \quad (16)$$

と表される。式(16)のように求められた動水勾配 i_a を、式(6)に代入すると、バーチカルドレーンによる流出量 \dot{Q}_{VD} は次のようになる。

$$\dot{Q}_{VD} = -\frac{k_x}{\gamma_w} \cdot \frac{2\pi \cdot S_y}{F(n)} \cdot \bar{p}_w \quad (17)$$

一方、式(1)に示したマクロ・エレメント内のバーチカルドレーンによる流出量 \dot{Q}_{VD} を、式(4)を参考にして、

$$\dot{Q}_{VD} = \alpha_{VD} \cdot \gamma_w h^m \quad (18)$$

とおく。 h^m は要素内の平均全水頭、 α_{VD} はバーチカルドレーンの流量係数である。式(18)が単位奥行きあたりの流出量であることに注意し式(17)と等値すると、バーチカルドレーンの流量係数 α_{VD} は次のように求められる。

$$\alpha_{VD} = -\frac{k_x}{\gamma_w} \cdot \frac{2\pi}{F(n)} \cdot \frac{S_y}{\hat{S}_z} \quad (19)$$

\hat{S}_z は、図-3 に示したマクロ・エレメントの奥行きである。以上のことから、式(1)に示したマクロ・エレメントの連続式は、式(4)および式(18)を用いて、

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{Q} + \dot{Q}_{VD} \\ &= -(\alpha - \alpha_{VD}) \gamma_w h^m + \sum_{i=1}^4 \alpha_i \gamma_w h^{mi} \end{aligned} \quad (20)$$

となり、マクロ・エレメント法の連続式の空間離散化式が誘導される。なお、関口らはバーチカルドレーンの打設間隔を、図-6 に示すような正方配置であると仮定してい

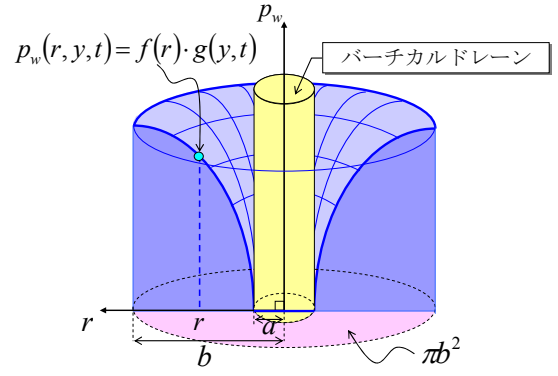


図4 ドレーン周辺の過剰間隙水圧分布

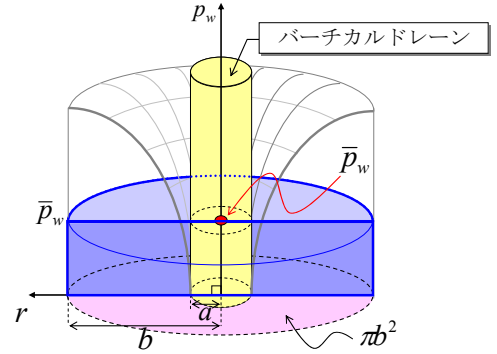


図5 平均過剰間隙水圧の定義

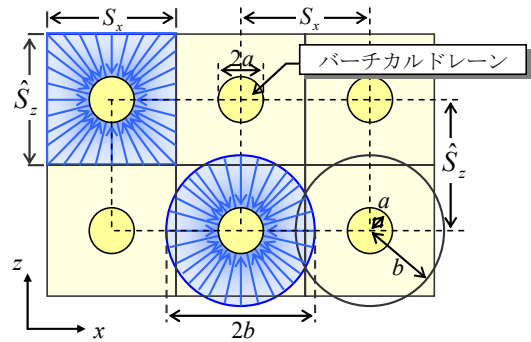


図6 ドレーン配置（正方配置）と有効集水半径

る。この場合、図-6 より有効集水半径 b およびマクロ・エレメントの奥行き \hat{S}_z は、

$$b = \frac{1}{\sqrt{\pi}} S_x \quad (21)$$

$$\hat{S}_z = S_x \quad (22)$$

と定義され、式(19)に示したバーチカルドレーンの流量係数 α_{VD} は次のように求められる。

$$\alpha_{VD} = -\frac{k_x}{\gamma_w} \cdot \frac{2\sqrt{\pi}}{F(n)} \cdot \frac{S_y}{b} \quad (23)$$

2.2 マクロ・エレメント法の付帯条件

バーチカルドレーンの打設領域は一般に有限である。このため、ドレーン改良域と未改良域の要素境界が生じる。関口ら⁹⁾は、隣接する要素がマクロ・エレメントの

場合を“基本マクロ・エレメント”，隣接する要素が通常要素の場合を“遷移マクロ・エレメント”と呼び，これらの要素境界に次のような付帯条件を課している。

基本マクロ・エレメントの要素境界では，式(10)に示した要素内の過剰間隙水圧の分布関数が，有効集水半径位置 ($r=b$) で $f'(b)=0$ となる。関口らは，このような条件から「2個のマクロ・エレメント間を横切る水平方向の水流は生じない」と解釈し，式(4)に示した要素境界における流量係数に対して，

$$\alpha_1 = \alpha_3 = 0 \quad (24)$$

の付帯条件を課している。

遷移マクロ・エレメントの要素境界では，ドレーン改良部と未改良部の要素境界を横切る間隙水流の寄与を考慮し，平均過剰間隙水圧 \bar{p}_w を，図-7 に示すように要素境界から距離 c 内側に入った点に代表させている。

$$c = \frac{(b-a)}{2} \quad (25)$$

この場合，ドレーン改良部と未改良部の要素境界を横切る間隙水流の流量係数 α_3 は，次のようになる。

$$\alpha_3 = \frac{k_x}{\gamma_w} \cdot \frac{s_3}{c + (L_3 - d_3)} \quad (26)$$

3. 拡張マクロ・エレメント法の定式化と検証

3.1 一般的な空間離散化式への拡張

関口らによるマクロ・エレメント法の空間離散化式では，適用範囲が要素重心で水頭値を代表させる Christian 流を用いたプログラムに限定され，且つ使用できる要素形状も正方形あるいは長方形に限定される。マクロ・エレメント法の汎用性を高めるためには，式(20)を内挿関数の選び方に依存しない一般的な空間離散化式に拡張することが必要である。しかしながら，マクロ・エレメント法を一般的な空間離散化式に拡張する場合，要素境界における付帯条件を拡張することが困難である。そこで，マクロ・エレメント法の付帯条件について検討する。

まず，基本マクロ・エレメントについて考えてみる。式(24)に示した基本マクロ・エレメントの付帯条件を考慮すると，式(1)に示したマクロ・エレメントの連続式は，図-7 に示した模式図のようになり，隣接要素への間隙水の流出はなくなる。この場合，バーチカルドレーンの効果が限りなくゼロに近づいても，通常要素の連続式に帰着せず，矛盾が生じることになる。つまり，式(1)に示したマクロ・エレメントの連続式の定義より，要素境界面からの流出量 \dot{Q} と，バーチカルドレーンによる流出量 \dot{Q}_{VD} は，それぞれ独立に評価されなければならない。そこで，式(10)における $f'(b)=0$ の条件が，バーチカルドレーンのみに影響を与えるとして，「有効集水半径 b を越えた部分（隣接する要素）からは，ドレーン内への水の流入は

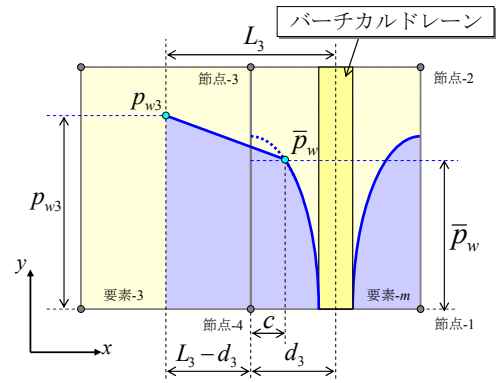


図-7 遷移マクロ・エレメントの要素境界

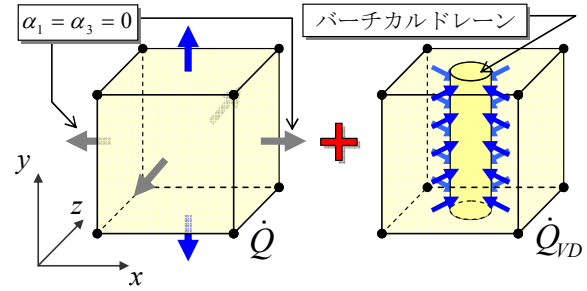


図-8 基本マクロ・エレメントの連続式

ない」と解釈する。このように考えれば，式(24)に示した付帯条件は取り除くことができる。

次に，遷移マクロ・エレメントについて考えてみる。要素境界面からの流出量 \dot{Q} と，バーチカルドレーンによる流出量 \dot{Q}_{VD} は，それぞれ独立に評価されるため，バーチカルドレーンによる排水効果は要素境界に影響を与えてはならない。また，式(13)で定義した平均過剰間隙水圧 \bar{p}_w は各離散点で代表されるため，Christian 流の場合には，平均過剰間隙水圧 \bar{p}_w は要素重心で代表されることになる。よって，図-8のように水頭の代表点位置をずらす必要性はないと考えられ，式(26)に示した付帯条件も取り除くことができる。

以上のように，式(24)と式(26)に示した要素境界の付帯条件を取り除くことによって，基本マクロ・エレメントと遷移マクロ・エレメントの場合分けが不要になり，マクロ・エレメント法の連続式を一般的な空間離散化式に拡張することが可能となる。

まず，式(1)に示したマクロ・エレメントの連続式を，体積ひずみ増分 $\dot{\epsilon}_v$ と間隙水の流速ベクトル \mathbf{v} を用いて，

$$\dot{\epsilon}_v = \text{div} \mathbf{v} + \dot{q}_{VD} \quad (27)$$

とおく。 \dot{q}_{VD} はバーチカルドレーンによる単位体積あたりの流出量であり，式(18)から，

$$\dot{q}_{VD} = \frac{\dot{Q}_{VD}}{dV_e} = \frac{\alpha_{VD}}{dV_e} \cdot \gamma_w h^m \quad (28)$$

と定義する。 h^m はマクロ・エレメント要素内の平均水頭であり， dV_e は要素の体積である。式(27)に対して任意の重み関数 δh （但し，水頭境界上では $\delta h = 0$ ）を乗じて領域 V で積分すると，以下のような弱形式が得られる。

$$\int_V \dot{\varepsilon}_v \delta h dV - \int_{S_q} \bar{q} \delta h dS - \int_V \mathbf{k} \cdot \text{grad}(h) \text{grad}(\delta h) dV - \int_V \frac{\alpha_{VD}}{dV_e} \gamma_w h^m \delta h dV = 0 \quad (29)$$

$\dot{\varepsilon}_v$ は体積ひずみ増分, \mathbf{k} は透水係数テンソル, h は全水頭, $\text{grad}(h)$ は動水勾配を表している. ここで, 場の離散化として領域 V を M 個の要素に分割したと仮定し, 任意の全水頭 h は内挿関数 \mathbf{N}_h によって全水頭ベクトル \mathbf{h}^{me} に離散化され, また重み関数 δh についても同様に離散化されるものとする (Galerkin 法).

$$h = \mathbf{N}_h \mathbf{h}^{me}, \quad \text{grad}(h) = \mathbf{B}_h \mathbf{h}^{me} \quad (30)$$

$$\delta h = \mathbf{N}_h \delta \mathbf{h}^{me}, \quad \text{grad}(\delta h) = \mathbf{B}_h \delta \mathbf{h}^{me}$$

さらに, 領域 V の全水頭ベクトル \mathbf{h}^m が持つ自由度 m と, 部分領域 V_e の全水頭ベクトル \mathbf{h}^{me} が持つ自由度 me を結びつけるマトリクスを \mathbf{A}_{he} とする.

$$\mathbf{h}^{me} = \mathbf{A}_{he} \mathbf{h}^m, \quad \delta \mathbf{h}^{me} = \mathbf{A}_{he} \delta \mathbf{h}^m \quad (31)$$

これらの式を式(29)に代入し, 重み関数 $\delta \mathbf{h}^m$ の任意性を考慮すると,

$$\mathbf{K}_v \dot{\mathbf{u}}^n - (\mathbf{K}_h + \mathbf{K}_{VD}) \cdot \gamma_w \mathbf{h}^m = \dot{\mathbf{Q}} \quad (32)$$

という内挿関数の選び方に依存しない連続式の一般的な空間離散化式が得られる. $\dot{\mathbf{u}}^n$ は領域 V の変位増分ベクトルであり, 式(32)中の各マトリクスは,

$$\mathbf{K}_v = \sum_{e=1}^M \mathbf{A}_{he}^T \int_{V_e} \mathbf{N}_h^T \mathbf{B}_v dV \mathbf{A}_{he}$$

$$\mathbf{K}_h = \sum_{e=1}^M \mathbf{A}_{he}^T \int_{V_e} \mathbf{B}_h^T \frac{\mathbf{k}}{\gamma_w} \mathbf{B}_h dV \mathbf{A}_{he} \quad (33)$$

$$\mathbf{K}_{VD} = \sum_{e=1}^M \mathbf{A}_{he}^T \int_{V_e} \mathbf{N}_h^T \frac{\alpha_{VD}}{dV_e} \mathbf{N}_h dV \mathbf{A}_{he}$$

$$\dot{\mathbf{Q}} = \sum_{e=1}^M \mathbf{A}_{he}^T \int_{S_{qe}} \mathbf{N}_h^T \bar{q} dS$$

と表される. なお, \mathbf{B}_v は体積ひずみ増分と変位増分ベクトルを関連づけるマトリクスである.

以上の空間離散化式を, 土-水連成有限要素解析プログラム (DACSAR¹⁰) に導入した. プログラムの検証として, 図-9 に示したバーチカルドレーンが打設された単純な1要素のモデルに対して, 一次元圧密の要素シミュレーションを実施し, 以下に示す Barron⁸⁾ による理論解との比較を行った.

$$U(T_h) = 1 - \exp\left\{-\frac{8}{F(n)} \cdot T_h\right\} \quad (34)$$

U は圧密度, T_h は時間係数である. また, ここでは要素重心で水頭を代表させる Christian 流を適用したプログラム⁹⁾ と, 節点で水頭を代表させる Sandhu 流を適用したプログラムの2つを使用し, 一般的な空間離散化式への拡張方法の有効性について検証した. 図-10 は, 各

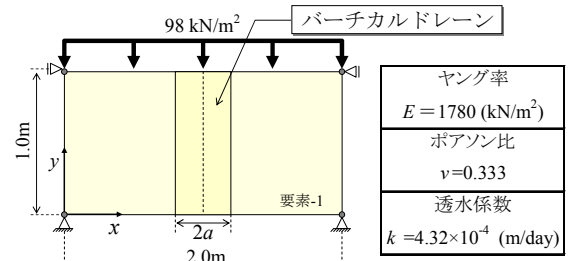
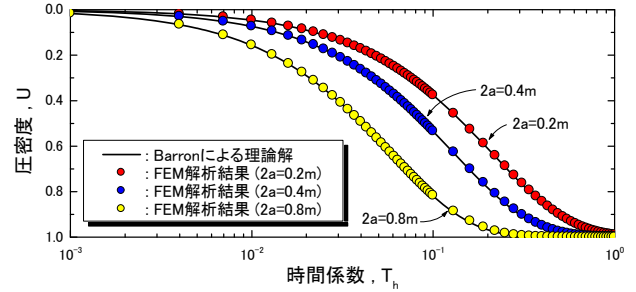
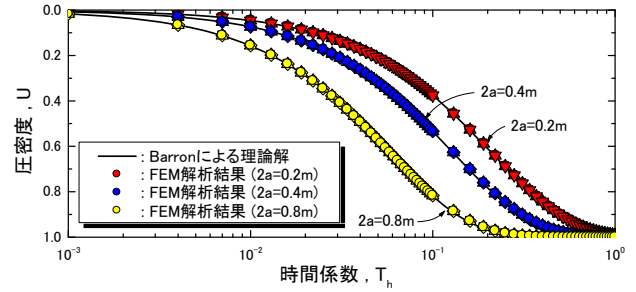


図-9 要素シミュレーションモデル (1要素)



(a) Christian 流を適用したプログラムによる結果



(b) Sandhu 流を適用したプログラムによる結果

図-10 要素シミュレーション結果と理論解の比較

プログラムを用いたシミュレーション結果と理論解との比較である. バーチカルドレーンの直径を 0.2m, 0.4m, 0.8m に変化させたこれらシミュレーション結果は, 実線で示した Barron による理論解と一致しており, 提案した拡張マクロ・エレメント法が, 内挿関数の選び方に依存せず適用可能であることが伺える.

3.2 正三角形配置 (千鳥配置) への拡張

開口らはバーチカルドレーンの打設配置を, 図-6 に示す正方形配置としてマクロ・エレメント法の定式化をしている. しかしながら, 式(19)に対して有効集水半径 b およびマクロ・エレメントの奥行き \hat{S}_z を正しく評価してやれば, 正三角形配置 (千鳥配置) に対しても拡張マクロ・エレメント法を適用することが可能である. バーチカルドレーンの打設配置を, 図-11 に示した正三角形配置 (千鳥配置) であると考えた場合, 有効集水半径 b とマクロ・エレメント要素の奥行き \hat{S}_z は,

$$b = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{0.5} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} S_x \quad (35)$$

$$\hat{S}_z = \frac{\sqrt{3}}{2} S_x \quad (36)$$

と定義され, 式(19)に示したバーチカルドレーンの流量

係数 α_{VD} は、以下のように表される。

$$\alpha_{VD} = -\frac{k_x}{\gamma_w} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{0.5} \cdot \frac{2\sqrt{\pi}}{F(n)} \cdot \frac{S_y}{b} \quad (37)$$

図-12は、図-9に示した単純な1要素のモデルに対して、バーチカルドレーンを正三角形配置(千鳥配置)とした場合の一次元圧密の要素シミュレーション結果である。シミュレーション結果は、実線で示したBarronによる理論解と一致しており、提案した拡張マクロ・エレメント法が、バーチカルドレーンの正三角形配置(千鳥配置)に対しても適用できることがわかる。

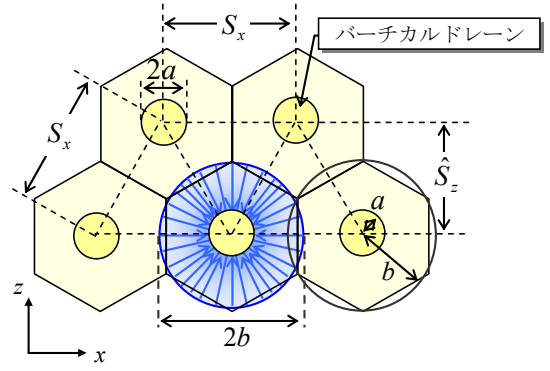


図-11 ドレーン配置(正三角形配置)と有効集水半径

3.3 傾斜地盤への拡張

従来のマクロ・エレメント法では、バーチカルドレーンによる間隙水の排出量を、図-3に示した直方体要素に対して求めているため、使用できる要素形状が長方形に限定されていた。そこで、図-13に示す傾斜した要素の中心に1本のバーチカルドレーン(直径 $2a$)がある場合を考える。この場合、バーチカルドレーンによる間隙水の排出量 \dot{Q}_{VD} は、式(6)と同様に以下のように求められる。

$$\dot{Q}_{VD} = -k_x \cdot i_a \cdot A_k \quad (38)$$

式(38)中の A_k は、傾斜地盤内のバーチカルドレーンの表面積であり、バーチカルドレーンの長さ $S_y(\theta)$ を用いて、

$$A_k = \int_0^{2\pi} S_y(\theta) \cdot d\theta \quad (39)$$

と表される。バーチカルドレーンの長さ $S_y(\theta)$ は、地盤傾斜角 β 、要素両端の高さ S_{y1} 、 S_{y2} を用いて、

$$S_y(\theta) = \frac{S_{y1} + S_{y2}}{2} + a \cdot \tan \beta \cos \theta \quad (40)$$

と表され、式(39)に代入することにより、バーチカルドレーンの表面積 A_k は、

$$A_k = 2\pi a \cdot \frac{S_{y1} + S_{y2}}{2} = 2\pi a \cdot \bar{S}_y \quad (41)$$

となる。 \bar{S}_y は要素の平均高さである。

一方、バーチカルドレーン周辺における過剰間隙水圧 p_w の分布は、要素の傾斜による影響でドレーンの円周方向 θ の関数となる(図-14)。この過剰間隙水圧 p_w の分布特性を式(9)に倣い、

$$p_w = p_w(r, y, \theta, t) = f(r) \cdot g(y, \theta, t) \quad (42)$$

とおき、分布関数 $f(r)$ として式(10)を用いる。ここで、要素内で一定の平均過剰間隙水圧 \bar{p}_w を定義すると、動水勾配 i_a はドレーンの円周方向に依存しない式(17)の形で求められる。以上のことから、式(38)に示したバーチカルドレーンによる流出量 \dot{Q}_{VD} は、

$$\dot{Q}_{VD} = -\frac{k_h}{\gamma_w} \cdot \frac{2\pi \cdot \bar{S}_y}{F(n)} \cdot \bar{p}_w \quad (43)$$

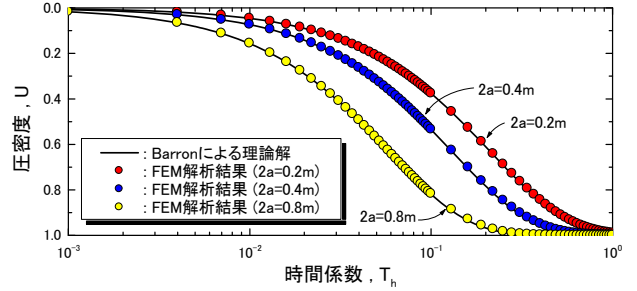


図-12 要素シミュレーション結果(正三角形配置)

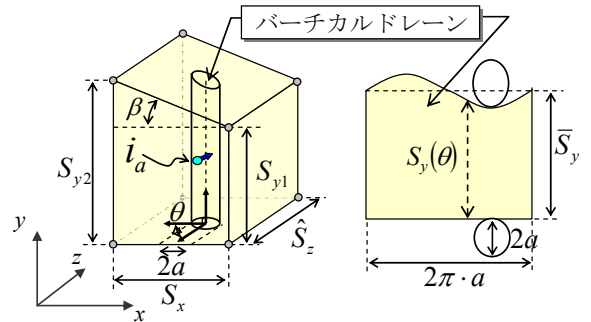


図-13 傾斜したマクロ・エレメント内のバーチカルドレーン

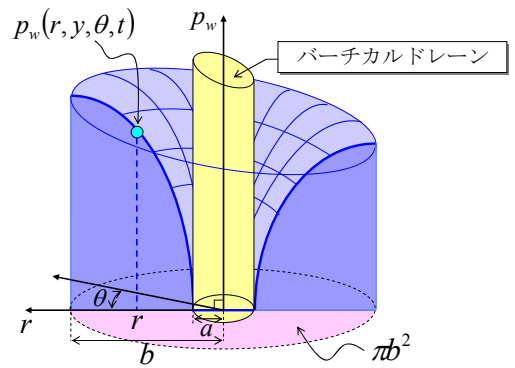


図-14 傾斜したドレーン周辺の過剰間隙水圧分布

となる。式(18)と式(43)を等値すると、バーチカルドレーンの流量係数 α_{VD} は、

$$\alpha_{VD} = -\frac{k_x}{\gamma_w} \cdot \frac{2\pi}{F(n)} \cdot \frac{\bar{S}_y}{\bar{S}_z} \quad (44)$$

と表される。式(19)と比較すると、要素の平均高さ \bar{S}_y を

用いだけで、地盤傾斜を考慮することが可能であることがわかる。

プログラムの検証として、地盤内の傾斜を考慮し6要素に分割した図-15に示すモデルに対して、一次元圧密の要素シミュレーションを実施した。図-16は、シミュレーション結果とBarronによる理論解の比較である。すべての要素において、シミュレーション結果は実線で示した理論解と一致しており、提案した拡張マクロ・エレメント法が、傾斜地盤に対しても適用できることがわかる。

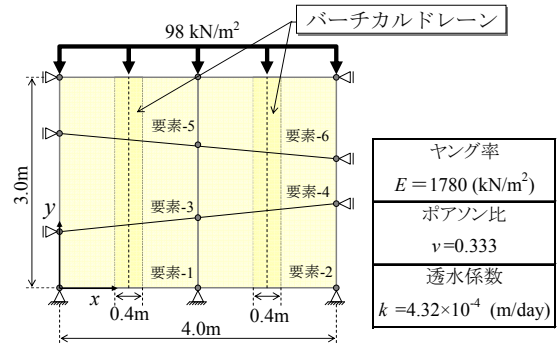


図-15 要素シミュレーションモデル (傾斜要素)

3.4 ウェルレジスタンスの考慮

Barronの理論解に基づく慣用的設計法やマクロ・エレメント法では、ドレーン材の透水係数は無限大であると仮定して圧密速度が計算される。しかしながら、長尺ドレーンや透水性の悪いドレーン材を用いる場合、排水材の透水抵抗(ウェルレジスタンス)の影響により圧密速度は遅くなる。吉国²⁾は、このようなウェルレジスタンスの影響を考慮した圧密速度の近似式として、式(34)に示したBarronによる理論解に、ウェルレジスタンス係数 L_w ¹¹⁾を導入した以下の式を提案している。

$$U(T_h) = 1 - \exp\left\{-\frac{8}{F(n) + 0.8L_w} \cdot T_h\right\} \quad (45)$$

$$L_w = \frac{32}{\pi^2} \cdot \frac{k_x}{k_w} \cdot \left(\frac{H}{2a}\right)^2 \quad (46)$$

ここで、 k_x は地盤の水平方向の透水係数、 k_w はバーチカルドレーンの透水係数、 H は排水距離である。式(45)に示したように、ウェルレジスタンス係数 L_w はドレーン周辺の過剰間隙水圧分布を示す関数 $F(n)$ に組み込まれることから、拡張マクロ・エレメント法においても吉国の近似式を参考に、式(19)に示した流量係数 α_{VD} を、

$$\alpha_{VD} = -\frac{k_x}{\gamma_w} \cdot \frac{2\pi}{F(n) + 0.8L_w} \cdot \frac{S_y}{\hat{S}_z} \quad (47)$$

と表すことで、ウェルレジスタンスを考慮する。

プログラムの検証として、図-9に示したモデルに対して、ウェルレジスタンスを考慮した一次元圧密の要素シミュレーションを実施した。図-17は要素シミュレーション結果と吉国の近似解の比較である。実線で示した吉国の近似解とシミュレーション結果は一致しており、提案した拡張マクロ・エレメント法において、ウェルレジスタンスを考慮することが可能であることがわかる。

3.5 真空圧密工法の考慮

真空圧密工法は、対象地盤にカードボードドレーンを挿入し、真空ポンプを使って強制的に排水することで、圧密を促進させる工法である。真空圧密工法は本質的にはプレローディング工法であり、地盤の圧密は通常のバーチカルドレーンと同様に、Barronの理論解が適用でき

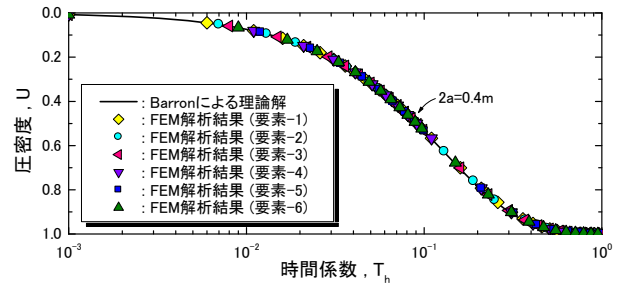


図-16 地盤傾斜を考慮したシミュレーション結果

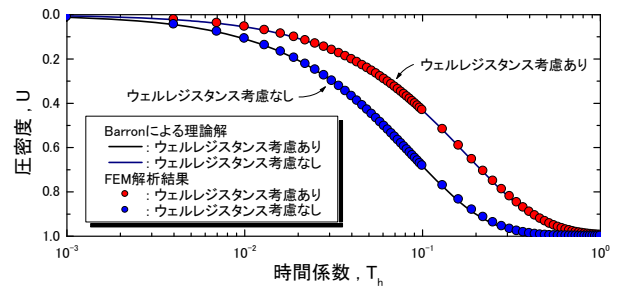


図-17 ウェルレジスタンスを考慮したシミュレーション結果

るものと考えられる¹²⁾。しかしながら、真空圧は改良域側方にも作用するため、周辺地盤の側方変形は改良域側へ引き込まれ、慣用的な設計法では側方変形や安定性の評価が困難であり、土-水連成有限要素解析の有用性が指摘されている¹²⁾。竹山ら^{13),14)}は、ドレーン内部に作用する真空圧を、マクロ・エレメントの代表点に直接作用させることで、真空圧密工法を再現する手法を提案しており、ここでは拡張マクロ・エレメント法に、この竹山らの手法を導入することで、真空圧密工法への適用を試みた¹⁵⁾。

マクロ・エレメント法では、バーチカルドレーン内部の過剰間隙水圧をゼロとして排水量が計算される。そこで、マクロ・エレメントにおける過剰間隙水圧の代表点に、真空圧を直接載荷する。この場合、単位体積あたりのバーチカルドレーンの流出量 \hat{q}_{VD} は式(28)より、

$$\hat{q}_{VD} = \frac{\alpha_{VD}}{dV_e} \cdot \gamma_w (h^m - \hat{h}_{VC}) \quad (48)$$

と定義される。 \hat{h}_{VC} は真空圧に相当する水頭値である。式(27)に示した連続式に対して式(48)を代入し、重み付き残差法により弱形式を求めると以下ようになる。

$$\int_V \dot{\epsilon}_v \delta h dV - \int_{S_q} \bar{q} \delta h dS - \int_V \mathbf{k} \cdot \text{grad}(h) \text{grad}(\delta h) dV - \int_V \frac{\alpha_{VD}}{dV_e} \gamma_w (h^m - \hat{h}_{VC}) \delta h dV = 0 \quad (49)$$

この弱形式に対して、式(32)の導出方法と同じように、場の離散化および空間離散化を実施すると、真空圧を考慮したマクロ・エレメントの空間離散化式が以下のよう
に得られる。

$$\mathbf{K}_v \dot{\mathbf{u}}^n - (\mathbf{K}_h + \mathbf{K}_{VD}) \gamma_w \mathbf{h}^m = \dot{\mathbf{Q}} - \dot{\mathbf{Q}}_{VC} \quad (50)$$

式(32)に示した空間離散化式と比較すると、真空圧密によってドレーンから排出される間隙水量を示す $\dot{\mathbf{Q}}_{VC}$ が、右辺に付加された式となる。なお $\dot{\mathbf{Q}}_{VC}$ は、

$$\dot{\mathbf{Q}}_{VC} = \sum_{e=1}^M \mathbf{A}_{he}^T \int_{V_e} \mathbf{N}_h^T \frac{\alpha_{VD}}{dV_e} \cdot \gamma_w \hat{h}_{VC} dV \quad (51)$$

と表される。この空間離散化式を土-水連成有限要素解析プログラムに導入することで、真空圧密を考慮できるようにプログラムの改良を行った。

プログラムの検証として、図-18 に示した単純な1要素のモデルを用いて、真空圧密工法の工程を再現する要素シミュレーションを実施した。計算条件は竹山ら¹³⁾が実施したものに倣い、拡張マクロ・エレメントには真空圧を-70kPa 载荷すると同時に、気密シートが敷設される上面にも真空圧を-70kPa 载荷している。図-19 は、沈下量と過剰間隙水圧のシミュレーション結果である。これら結果は、竹山らが実施したシミュレーション結果とも一致しており、バーチカルドレーンの打設や真空圧の载荷、真空ポンプの停止、盛土载荷による地盤挙動を自然に再現できていると考えられ、本手法の有効性が確認できる。

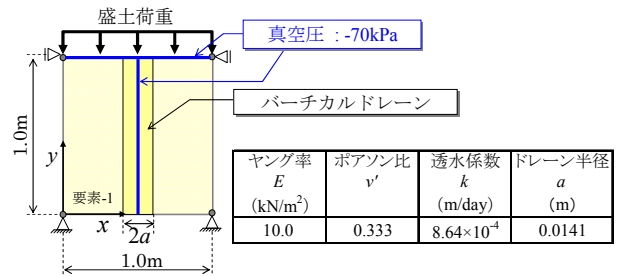


図-18 真空圧密工法の要素シミュレーションモデル

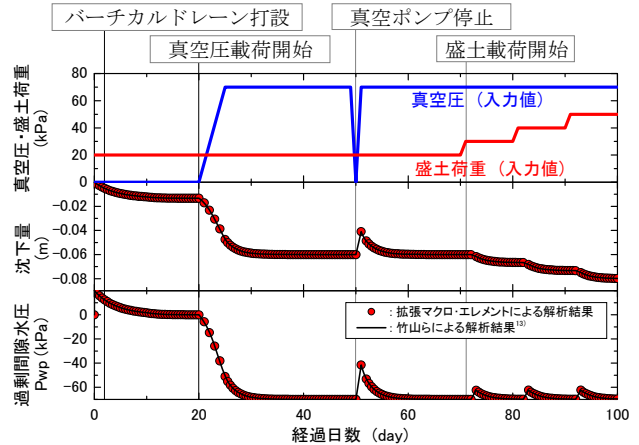


図-19 真空圧密工法のシミュレーション結果

4. 拡張マクロ・エレメント法の優位性

バーチカルドレーンが打設された仮想のモデル地盤に対して、拡張マクロ・エレメント法を適用した場合と、従来法 (Mass Permeability 法) を適用した場合の FEM 解析を実施し、その優位性について比較・検討を行った。

図-20 に示すような粘性土で構成される軟弱地盤 (ここでは Expanded 関口・太田モデル¹⁶⁾ を使用) に、バーチ

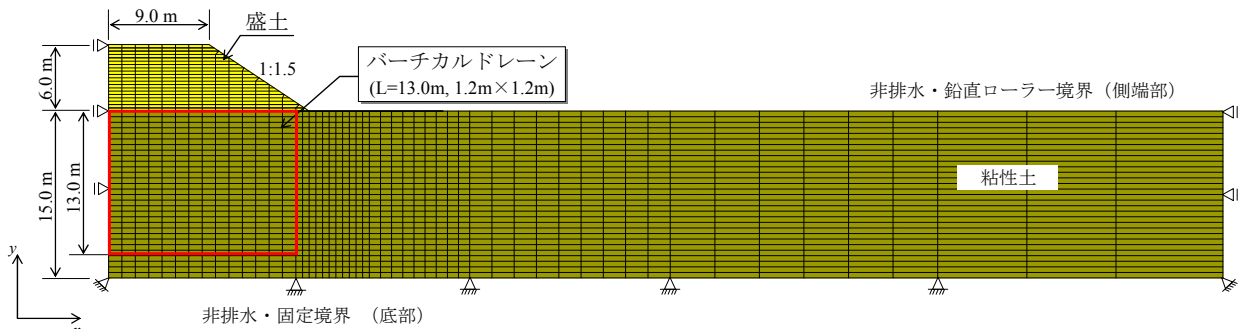


図-20 FEM 解析に用いたモデル地盤

表-1 解析に用いた材料パラメータ

単位体積重量	γ_t	18.0	kN/m ³
初期間隙比	e_0	1.80	
圧縮指数	λ	0.295	
非可逆比	Λ	0.049	
先行圧密圧力	σ_{v0}'	300.0	kN/m ²
有効上載圧	σ_{vt}'	38.7	kN/m ²
静止土圧係数	K_0	0.59	
有効ポアソン比	v'	0.36	
限界応力比	M	1.022	
透水係数	k	8.64×10 ⁻⁴	m/day

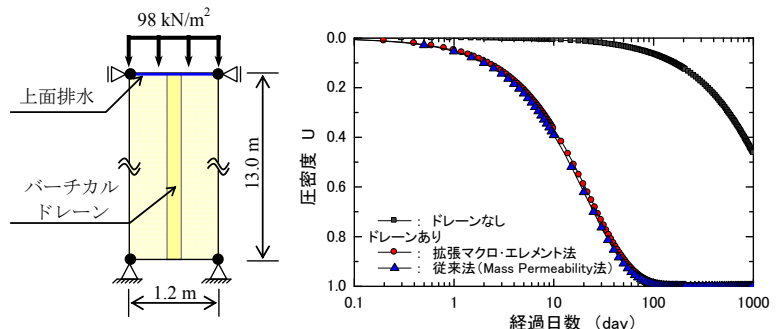


図-21 要素シミュレーションによる等価透水係数のチェック

カルドレーン（ $\phi=0.4\text{m}$, $1.2\text{m}\times 1.2\text{m}$ 正方配置）が 13m 打設されていると仮定し、盛土を 3cm/day の速度で 6m まで載荷した。表-1 は、解析に用いた粘性土の材料パラメータ（塑性指数 $PI=40$ を仮定）である。従来法（Mass Permeability 法）で用いた鉛直方向の等価透水係数は、Barron の放射流れと Terzaghi の鉛直 1 次元流れにおける 50% 圧密時間が一致するように算定²⁾しており、図-21 に示す要素シミュレーションにより、拡張マクロ・エレメント法と圧密速度がほぼ同じであることを確認している。なお、本解析ではウェルレジスタンスは考慮していない。図-22 は、盛土センター位置における地表面沈下の解析結果である。Mass Permeability 法では、改良域全体の圧密速度が Barron の放射流れと一致するように等価透水係数を算定するため、地表面における沈下は拡張マクロ・エレメント法とほとんど差がない。しかしながら、図-23 に示した盛土載荷直後の過剰間隙水圧分布は、バーチカルドレーン打設範囲内で大きく異なっている。Mass Permeability 法の場合、バーチカルドレーン打設範囲内の排水効果を、水平方向の放射流れから鉛直方向に置き換えているため、圧密促進効果は地表面付近では過大に、地盤深部では過小に評価され、実現象とは一致しないものと考えられる。

このような問題を解決するために、改良域の要素境界にドレーンによる排水面を設定する手法も考えられる。図-24 に示す単純な一次元圧密モデルに対して、拡張マクロ・エレメントを用いた場合と、要素境界に排水面を設定した場合の比較シミュレーションを実施した。ここでは、盛土荷重の代わりに要素境界に真空圧を載荷している。図-25 に示すシミュレーション結果を見ると、拡張マクロ・エレメント法を用いた場合、Barron による理論解と一致する結果が得られている。しかしながら、要素境界に排水面を設定した場合、バーチカルドレーンは奥行き方向に壁状のモデルとなるため、圧密の進行が早く、バーチカルドレーンの排水効果が過大に評価される。このため、バーチカルドレーンの径や間隔、要素幅や境界条件等を考慮した複雑な等価透水係数の算定が別途必要となる。

拡張マクロ・エレメント法は、バーチカルドレーンの三次元的な排水効果を忠実に再現できると同時に、従来法のような複雑な等価透水係数の算定が不要であるため、実務上非常に有利な手法であると言える。

5. 拡張マクロ・エレメント法を用いた FEM 再現解析

5.1 バーチカルドレーン打設地盤の FEM 再現解析

バーチカルドレーンが施工された実現場に対して、拡張マクロ・エレメント法を用いた FEM 解析を実施し、その有効性について検討した。解析対象としたのは、舞鶴若狭自動車道において施工された試験盛土¹⁷⁾である。この試験盛土位置の地盤は、 N 値が $0\sim 1$ 程度の粘性土と腐

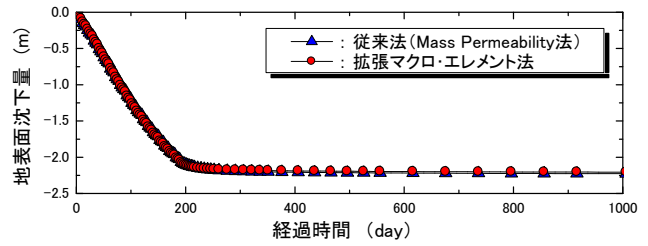


図-22 盛土センター位置の地表面沈下量比較

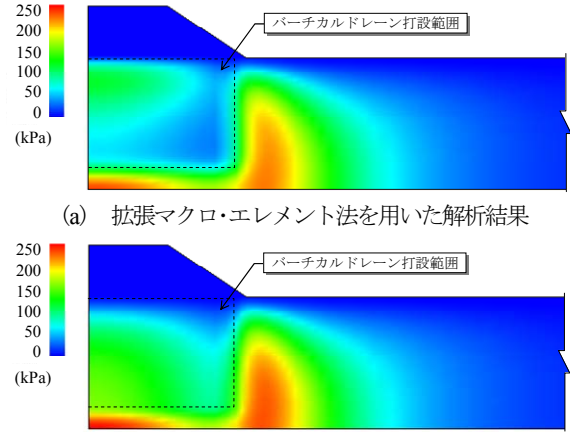


図-23 盛土載荷直後の過剰間隙水圧分布

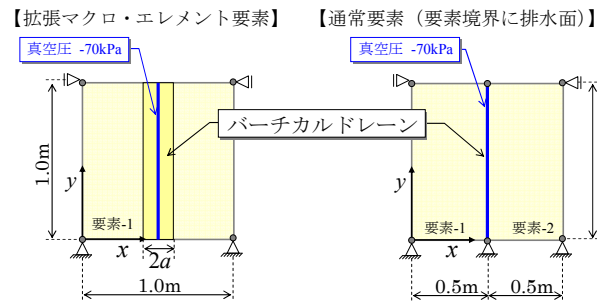


図-24 排水境界の検証モデル

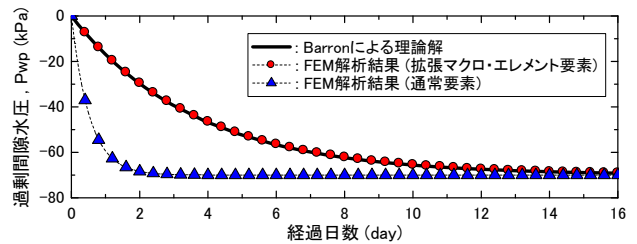


図-25 要素境界の排水を考慮したシミュレーション結果

植土から構成される軟弱層が $GL.-40\sim -50\text{m}$ 付近まで厚く堆積した超軟弱地盤である。そのため、試験盛土はカードボードドレーン (CBD) 区間、サンドドレーン (SD) 区間、ドレーンなし区間の 3 つに分割され、軟弱地盤対策工の効果について検討が行われている。また、従来法 (Mass Permeability 法) を用いた FEM 解析¹⁸⁾ も実施され、地盤の変形特性についても検討されている。ここでは、試験盛土の CBD 区間の代表断面に対して拡張マクロ・エレメント法を用いた FEM 解析を実施した。図-26 は、FEM 解析で用いたメッシュ図である。CBD (幅 10cm ,

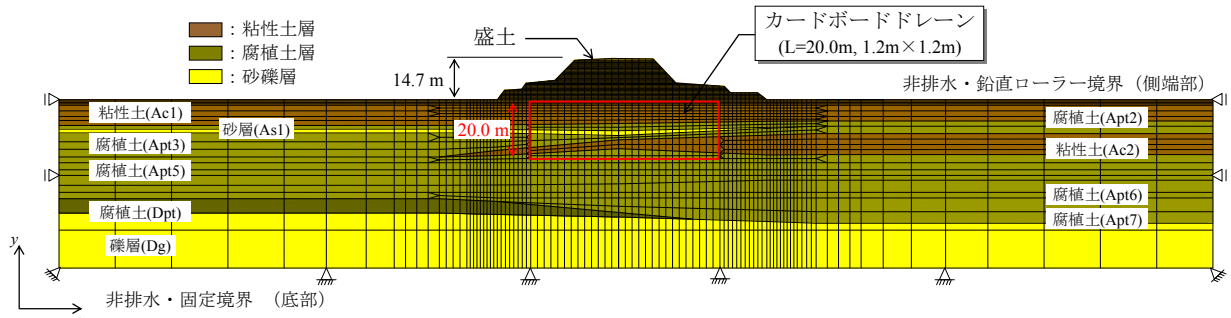
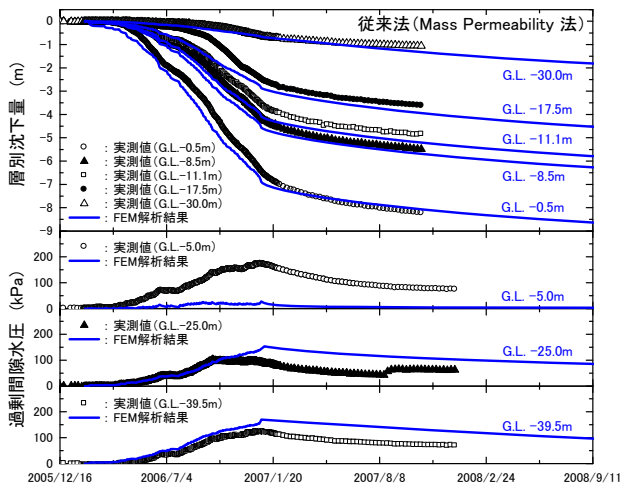


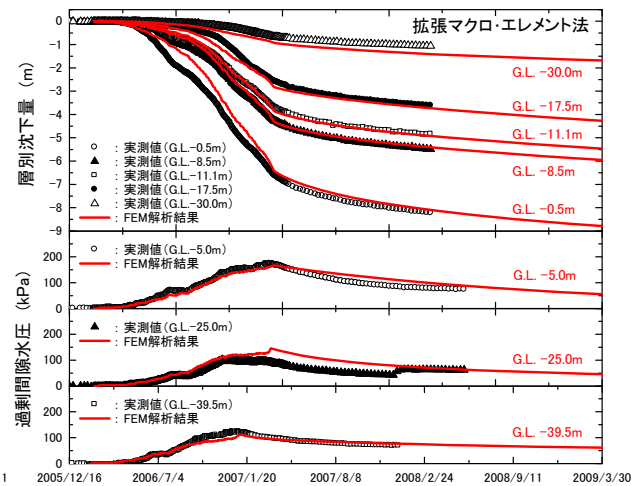
図-26 FEM 解析に用いたモデル地盤メッシュ (試験盛土 CBD 断面)

表-2 解析に用いた材料パラメータ

地質・地層	単位体積重量 γ_t kN/m ³	限界 応力比 M	圧縮指数 Cc	非可逆比 Λ	ダイレイタ ンシー係数 D	先行圧密 圧力 σ_{v0}' kN/m ²	先行時の 静止土圧係数 K_0	ポアソン比 v	初期間隙比 e_0	e-lnkの傾き λ_k	透水係数 k m/day
礫層 (Dg)	19.6							0.33	-	-	-
腐植土 (Dpt)	13.8							0.33	-	-	5.18E-04
腐植土 (Apt7)	12.7	2.00	1.12	0.76	0.055	82.6	0.250	0.20	2.30	0.22	5.18E-04
腐植土 (Apt6)	11.1	2.00	4.55	0.86	0.121	75.0	0.250	0.20	6.00	0.59	6.91E-04
腐植土 (Apt5)	14.0	2.00	2.11	0.78	0.079	122.3	0.250	0.20	3.50	0.48	5.18E-04
粘性土 (Ac2)	18.1	1.20	1.16	0.80	0.112	147.6	0.500	0.33	2.00	0.30	2.59E-04
腐植土 (Apt3)	12.6	2.00	1.78	0.79	0.080	109.9	0.250	0.20	2.80	0.30	5.18E-04
砂層 (As1)	18.6							0.33	-	-	8.64E-01
腐植土 (Apt2)	10.8	2.00	0.75	0.67	0.037	94.7	0.250	0.20	2.00	0.26	5.18E-04
粘性土 (Ac1)	13.2	1.20	1.42	0.72	0.092	35.7	0.500	0.33	3.00	0.52	2.59E-04
盛土	18.6							0.33	-	-	8.64E-01



(a) 従来法 (Mass Permeability 法) による解析結果¹⁸⁾



(b) 拡張マクロ・エレメント法による解析結果

図-27 動態観測結果と FEM 解析結果の比較

厚さ 4mm) は、1.2m 間隔の正方配置で深度 20m まで打設されており、FEM 解析では直径 5cm のサンドドレーンとほぼ同じ排水効果¹⁹⁾が期待できるとした。なお、本計算ではドレーンのウェルレジスタンスも考慮している。また、腐植土および粘性土の構成モデルには、特異点²⁰⁾の影響を避けるため Expanded 関口・太田モデルを適用し、その他の砂礫層や盛土材料等については、十分な強度を有していることから線形弾性体を用いた。各材料パラメータは、室内土質試験結果から表-2のように設定した²¹⁾。

図-27 は、盛土センター位置における層別沈下および過剰間隙水圧の実測値と、FEM 解析結果を比較したグラフである。図-27(a)に従来法 (Mass Permeability 法) による解析結果¹⁸⁾、図-27(b)に拡張マクロ・エレメント法によ

る解析結果を示している。層別沈下曲線を比較すると、従来法 (Mass Permeability 法) による解析結果も実測値をほぼ再現できていると思われるが、ドレーン改良域内 (GL.-8.5m~GL.-17.5m) の層別沈下曲線を比較すると、拡張マクロ・エレメント法による解析結果の方が、実測値を非常に精度良く再現できていることがわかる。これは、拡張マクロ・エレメント法がドレーン打設範囲内の過剰間隙水圧分布を精度良く再現できていることに起因する。図-27に示した過剰間隙水圧を見ると、拡張マクロ・エレメント法による解析結果は実測値を精度良く再現できているが、従来法 (Mass Permeability 法) による解析結果は、実測値と比較して地表面付近では過大に、地盤深部では過小に評価する傾向が見られる。特に GL.-5.0m 位

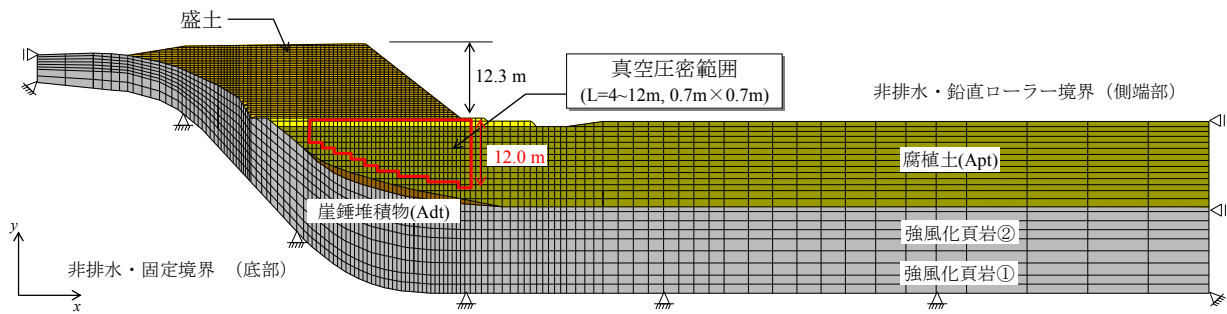


図-28 FEM解析に用いたモデル地盤のメッシュ (真空圧密)

表-3 解析に用いた材料パラメータ

地質・地層	単位体積重量 γ_t kN/m ³	限界応力比 M	圧縮指数 Cc	非可逆比 Λ	ダイレイタンス係数 D	先行圧密圧力 σ_{v0}' kN/m ²	先行時の静止土圧係数 K_0	ポアソン比 v	初期間隙比 e_0	e-lnkの傾き λ_k	透水係数 k m/day
強風化頁岩①	19.6							0.33	-	-	-
強風化頁岩②	19.6							0.33	-	-	8.64E-02
崖錐堆積物 (Adt)	17.7							0.33	-	-	8.64E-04
腐植土 (Apt)	10.8	2.00	3.30	0.82	0.0849	27.6	0.250	0.20	5.90	0.78	3.46E-04
盛土	18.6							0.33	-	-	8.64E-02

置の過剰間隙水圧は、従来法 (Mass Permeability 法) による解析結果ではほとんど発生しておらず、実現象と比較して圧密促進 (強度増加) が非常に早いことが伺える。GL-5.0m 付近の地盤強度は、地盤の安定性 (円弧すべり等) を考慮した場合、すべり線が通る重要な位置にあたるため、安定性が過大評価され危険である。

5.2 真空圧密工法の FEM 再現解析

真空圧密工法が採用された実現場に対して、拡張マクロ・エレメント法を用いた FEM 解析を実施し、その有効性について検討した。解析対象としたのは、舞鶴若狭自動車道若狭工事で施工された载荷盛土²³⁾ であり、シート式の真空圧密工法 (高真空 N&H 工法²⁴⁾ が採用された現場である。盛土施工位置は地山に隣接しているため、地盤は山側方向から傾斜しており、その傾斜に沿って含水比 200~500% で N 値が 0 の非常に軟弱な腐植土層が GL-15m 付近まで厚く堆積している。図-28 は、FEM 解析に用いたメッシュ図である。真空圧密用のカードボードドレーン (幅 10cm, 厚さ 7mm) は、0.7m 間隔の正方配置で打設されており、改良深度は腐植土の層厚に合わせて 4~12m である。FEM 解析では、直径 5cm のサンドドレーンとはほぼ同じ排水効果と仮定しており、真空圧が載荷されることからウェルレジスタンスは無視している。腐植土には Expanded 関口・太田モデルを適用し、その他の砂礫層や盛土材料等については、十分な強度を有していることから線形弾性体を用いた。表-3 に、解析に用いた材料パラメータを示す。

図-29 は、地表面沈下と過剰間隙水圧の動態観測結果と、FEM 解析結果を比較したグラフである。実線で示した FEM 解析結果は、プロットで示した動態観測結果を精度良く再現できており、拡張マクロ・エレメントを用いることで、真空圧密改良域に設置した間隙水圧計の挙動を精度良く再現できていることが特徴的である。図-30

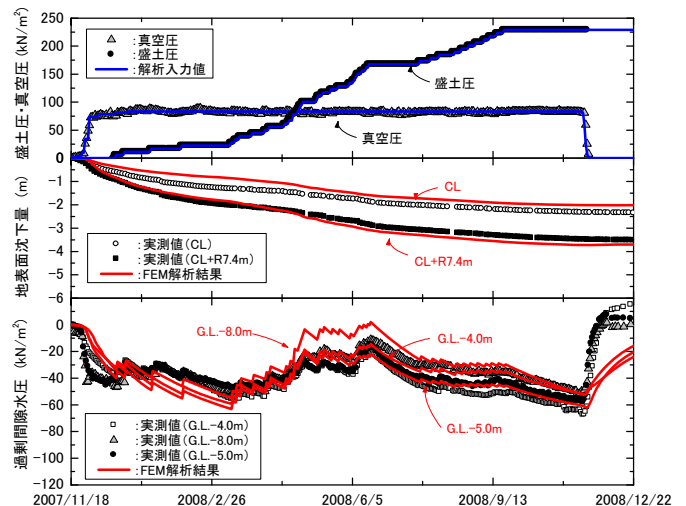


図-29 動態観測結果と FEM 解析結果の比較

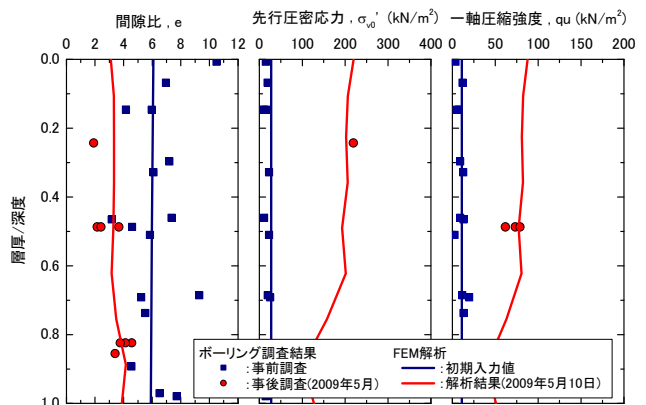


図-30 ボーリング調査結果と FEM 解析結果の比較

は、盛土施工前および施工後に実施されたボーリング調査結果と、FEM 解析結果を比較したグラフである。FEM 解析結果で示した一軸圧縮強度は、関口・太田モデルの理論解²²⁾ から推定した値である。沈下量が大きく、有機質を多く含む腐植土であるため、ボーリング調査による試験数は少ないが、FEM 解析結果はボーリング調査結果

とよく一致している。真空圧密改良域における圧密降伏応力や地盤強度の増加は、間隙水圧の変化（圧密の進行具合）と密接に関係していることから、拡張マクロ・エレメント法を用いた解析では、真空圧密改良域内の変形や有効応力を精度良く再現できていると考えられる。

6. おわりに

本研究では、関口らが提案したマクロ・エレメント法の連続式の空間離散化式を、内挿関数の選び方に依存しない一般的な空間離散化式で表すとともに、地盤の傾斜、バーチカルドレーンの打設配置、ウェルレジスタンス、真空圧密工法も考慮できる“拡張マクロ・エレメント法”を提案した。この拡張マクロ・エレメント法を用いることで、三次元的な取扱いが必要となるバーチカルドレーン打設地盤の二次元 FEM 解析が容易に実施可能である。また、拡張マクロ・エレメント法を用いた実現場の FEM 解析では、沈下量だけではなく過剰間隙水圧や有効応力も精度良く再現できており、拡張マクロ・エレメント法が地盤の強度増加や安定性の検討にも非常に有効であると考えられる。今後は、バーチカルドレーンが打設された他現場の FEM 解析を実施することで、この拡張マクロ・エレメント法の適用性について、さらに検討を行っていく予定である。

謝辞：本論文を作成するにあたり、アドバイスを頂いた中央大学の太田秀樹教授、東京工業大学の竹山智英氏に深く感謝いたします。

参考文献

- 1) 関口秀雄, 柴田徹, 藤本朗, 山口博久: 局部荷重を受けるバーチカル・ドレーン打設地盤の変形解析, 第31回土質工学会シンポジウム発表論文集, pp.111-116, 1986.
- 2) 吉国洋: バーチカルドレーン工法の設計と施工管理, 技報堂出版, pp.1-208, 1979.
- 3) 赤井浩一, 田村武: 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文報告集, No.269, pp.95-104, 1978.
- 4) Christian, J. T.: Undrained stress distribution by numerical method, *Proc. ASCE*, Vol.96, SM6, pp.1333-1345, 1968.
- 5) Sandhu, R. and Wilson, E. L.: Finite element analysis of flow in saturated porous media, *Proc. ASCE*, Vol.95, EM3, pp.641-652, 1969.
- 6) 平田昌史, 藤山哲雄, 竹山智英, 飯塚敦, 太田秀樹: HPM を用いた土/水連成有限要素解析における水頭の空間離散化, 土木学会, 応用力学論文集, vol.12, pp.187-194, 2009.
- 7) 平田昌史, 洞防人, 福田淳, 清水英樹: マクロ・エレメント法における空間離散化手法の拡張, 第64回土木学会年次学術講演会 第3部門, pp.275-276, 2009.
- 8) Barron, R.A.: Consolidation of Fine Grained Soils by Drain Wells, *Trans. Am. Soc. Civ. Engrs.*, pp.113-718, 1948.
- 9) 関口秀雄, 柴田徹, 三村衛, 角倉克治: 大水深護岸の変形解析, 京都大学防災研究所年報, 第31号, B-2, pp.123-145, 1988.
- 10) Iizuka, A. and Ohta, H.: A determination procedure of input parameters in elasto-viscoplastic finite element analysis, *Soils and Foundations*, Vol.27, No.3, pp.71-87, 1987.
- 11) Yoshikuni, H. and Nakanodo, H.: Consolidation of soils by vertical drain wells with finite permeability, *Soils and Foundations*, Vol.14, No.2, pp.35-46, 1974.
- 12) 今井五郎: 「真空圧密工法」の更なる発展に向けて-真空圧を利用した地盤改良の原理とその適用-, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.1-16, 2005.
- 13) 竹山智英, 青木孝憲, 荒井亜希, 太田英樹: マクロエレメント法の真空圧密工法への適用(その1), 第43回地盤工学研究発表会, pp.887-888, 2008.
- 14) 荒井亜希, 竹山智英, 青木孝憲, 中熊和義, 本田周成, 太田英樹: マクロエレメント法の真空圧密工法への適用(その2), 第43回地盤工学研究発表会, pp.889-890, 2008.
- 15) 平田昌史, 福田淳, 西川浩二, 信田潤一, 山田耕一, 川井田実: 拡張マクロ・エレメント法を用いた傾斜地盤の真空圧密 FEM 解析, 第64回土木学会年次学術講演会 第3部門, pp.273-274, 2009.
- 16) 大野進太郎, 飯塚敦, 太田秀樹: 非線形コンラクタンシー表現式を用いた土の弾塑性構成モデル, 応用力学論文集, Vol.9, pp.407-414, 2006.
- 17) 川井田実, 信田潤一, 平田昌史, 山田耕一: 深い腐植土地盤における高速道路建設-舞鶴若狭自動車道(小浜~敦賀)の軟弱地盤対策-, 第54回地盤工学シンポジウム論文集, 地盤工学会, pp.563-570, 2009.
- 18) 平田昌史, 木藤政則, 山田耕一, 飯塚敦, 荒井克彦: 超軟弱地盤における道路盛土の変形挙動要因とその抑制対策, 土木学会論文集 (投稿中)
- 19) 網干寿夫, 河本勇, 稲葉晃己: ペーパードレーン工法について, 土と基礎, Vol.6, pp.3-10, 1965.
- 20) 竹山智英, 太田秀樹, 飯塚敦, Pipatpongsa Thirapong, 大野進太郎, 関口・太田モデルにおける特異点処理法, 第3回地盤工学会, 関東支部研究発表会講演集, pp.313-317, 2006.
- 21) 平田昌史, 信田潤一, 福田淳, 西川浩二, 山田耕一, 川井田実: 腐植土を含む超軟弱地盤における解析パラメータの設定, 第65回土木学会年次学術講演会 第3部門 (投稿中)
- 22) Ohta, H., Nishihara, A. and Morita, Y.: Undrained stability of K_0 -consolidated clays, *Proc. 11th int. Conf. Soil Mech. and Foundation Eng.*, San Francisco, Vol.2, pp.613-616, 1985.
- 23) 信田潤一, 平田昌史, 山田耕一, 川井田実: 超軟弱地盤上の荷重盛土における施工対策事例, 地盤工学会中部支部, 第18回調査・設計・施工技術報告会概要集, pp.49-54, 2009.
- 24) 真空圧密技術協会: 高真空N&H工法-改良型真空圧密工法-技術資料, 2004.

(2010年3月9日 受付)