

単一不連続面を含む石膏供試体の圧縮破壊挙動とその強度特性

Compressive Failure and Strength of Gypsum Specimen with a Single Flaw

石井建樹*・田中健嗣**

Tateki ISHII and Kenji TANAKA

*正会員 博(工) 木更津工業高等専門学校准教授 環境都市工学科 (〒 292-0041 千葉県木更津市清見台東 2-11-1)

**非会員 木更津工業高等専門学校専攻科 環境建設工学専攻 (〒 292-0041 千葉県木更津市清見台東 2-11-1)

We have carried out uniaxial compression tests¹⁾ of some gypsum samples with a single flaw. These tests have demonstrated that three failure patterns were observed and classified by the deformation of samples. In this paper, the stress analyses based on simplified mechanisms are carried out, in order to discuss relation between these failure patterns and compressive strength characteristic. The analyses show that the predicted compressive strength agrees fairly well with that of experiments. This result shows that the fracture of pillar section in the gypsum sample controls the strength of them.

Key Words : compressive strength, yield, failure, wing crack, secondary crack

1. はじめに

岩盤などの不連続面や弱部を無数に含んでいる脆性材料において、その力学応答は、母材の物性だけでなく、不連続面の影響を強く受ける。そのため、不連続面を含む材料に生じる破壊現象の研究が数多く行われてきた^{2)~11)}。

不連続面を含む脆性材料に圧縮荷重が作用すると、ウイングクラック、二次亀裂と呼ばれる 2 種類の亀裂が発生する(図-1)。ウイングクラックは、不連続面先端付近から曲線的な経路を辿って進展する引張亀裂である^{2)~5)}。一方、二次亀裂は、最大せん断応力が卓越する方向に生じるため、せん断破壊的な亀裂とされる。二次亀裂の多くは、既存の不連続面先端からほぼ同一平面方向へ進展する^{6)~8), 10)}が、ごく稀に大理石などを用いた実験などにおいて、ウイングクラックと反対方向へ進展する二次亀裂が報告されている⁷⁾。しかし、進展方向を決定する要因は、材質や境界条件などに依存するとされ、未だ明らかになっていない¹¹⁾。

著者らも石膏供試体を用いた一軸圧縮試験¹⁾を行い、特に二次亀裂の進展方向を検討している。その結果、表-1 のように、石膏供試体でもウイングクラックの反対方向へ進展する二次亀裂を確認し、石膏供試体の変形破壊挙動は初期不連続面の配置角度や接触の有無によって 3 つのパターンに分類されることを示した。それらのパターンは、図-2 に示すように、供試体の側方変形などの変形特性とほぼ一対一で対応する。例えば、二次亀裂がウイングクラックの反対方向に発生するパターン 1 は、上部と中央部ともに膨張してから、やがて中央部が急激に膨張する。一方、既存不連続面の同一平面方向に二次亀裂が生じるパターン 2 では、中央部のみが膨張する。そして、水平方向に圧壊するパターン 3

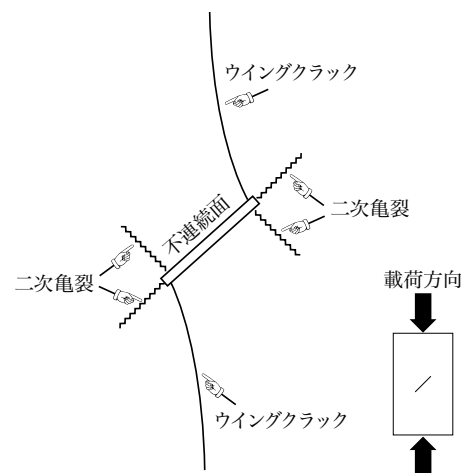


図-1 ウイングクラックと二次亀裂⁷⁾

では、上部、中央部が荷重に伴って緩やかに膨張する。

本稿では、図-2 に示す 3 つのパターンの変形破壊挙動によって、単一不連続面を含む石膏供試体の強度特性がどのように変化するかを検討する。その際、ウイングクラックや二次亀裂が強度特性に及ぼす影響を調べるために、簡便な応力計算を行うことで実験結果について考察を加える。なお本稿では、呼称による混乱を避けるために、予め供試体に形成した初期不連続面のみを不連続面と称し、荷重に伴って新しく生じる不連続面は亀裂と称することにする。

2. 実験の概要

本稿では、既往の実験¹⁾により得られたデータを利用している。ここではデータの説明に必要な実験の概略のみを述べ、詳細は文献¹⁾にあるので割愛する。

表-1 既往の実験で確認した二次亀裂と供試体の種類¹⁾

破壊パターン	二次亀裂の方向	供試体の種類
1	ウイングクラックの反対方向	O15, O30
2	不連続面と同一平面方向	O45, O60, C60
3	水平方向に圧壊	C15, C30, C45

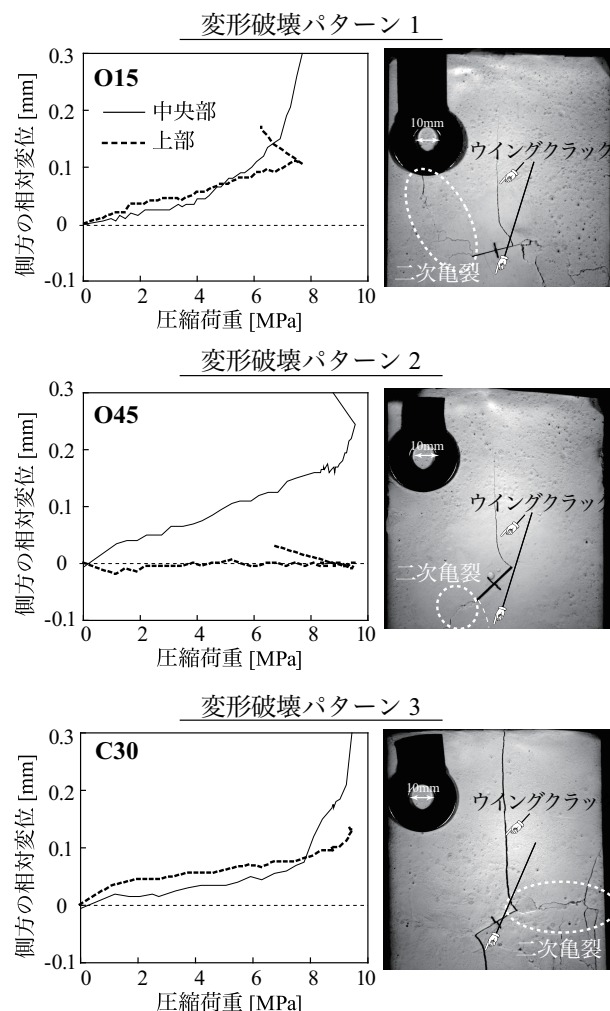


図-2 単一不連続面を含む石膏供試体に生じる変形破壊挙動¹⁾

2.1 準備した供試体と試験方法

実験では、図-3 に示すように、単一不連続面を中心に配置した石膏供試体に対して一軸圧縮試験を行った。供試体の寸法は $88 \times 160 \times 40 \text{ mm}$ で、その中心に水平からの角度 θ で長さ 20 mm の不連続面を配置する。中心に配置した不連続面には、厚さ 1.0 mm の鉄板を石膏が固まった後に引き抜いて形成した開口不連続面(シリーズ O)、2 枚重ねたテフロンシートを設置したまま石膏を固めた接触面(シリーズ C)の 2 種類を考えた。各供試体は、図-3 に示す通りに、シリーズ名、角度を組み合わせて呼ぶことにする。

各種の供試体は、その物性を評価するために円柱供試体も同時に作製した。各円柱供試体の物性値を表-2

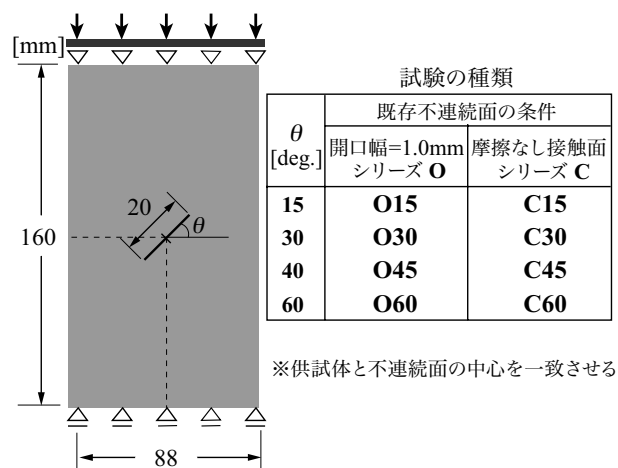


図-3 単一不連続面を含む供試体の一軸圧縮試験

表-2 使用した石膏の物性値

供試体	ヤング率 E	圧縮強さ $P_{\max}$	降伏強さ σ_y	ポアソン比 ν
O15	5140 (MPa)	9.65 (MPa)	7.29 (MPa)	0.204
O30	5120 (MPa)	10.38 (MPa)	8.04 (MPa)	0.193
O45	5121 (MPa)	9.48 (MPa)	7.12 (MPa)	0.259
O60	5676 (MPa)	10.12 (MPa)	8.06 (MPa)	0.266
C15	5112 (MPa)	9.43 (MPa)	6.48 (MPa)	0.237
C30	5256 (MPa)	9.78 (MPa)	6.70 (MPa)	0.267
C45	5783 (MPa)	9.82 (MPa)	7.47 (MPa)	0.206
C60	5341 (MPa)	9.88 (MPa)	7.82 (MPa)	0.281
平均	5318 (MPa)	9.81 (MPa)	7.37 (MPa)	0.239

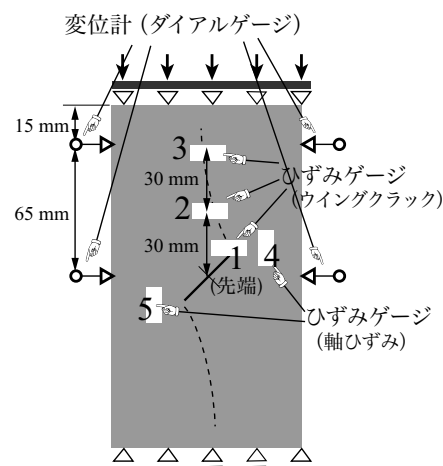


図-4 ひずみゲージ・変位計の計測箇所

に示す。

試験では、 0.01 MPa/sec で圧縮荷重を増加させる。載荷面には、2 枚重ねたテフロンシートを試験機と供試体の間に挟んで試験を行った。なお、挟んだテフロンシートの内、供試体側の 1 枚は、複数の切れ目を入れて、載荷面での摩擦抵抗の軽減を図った。

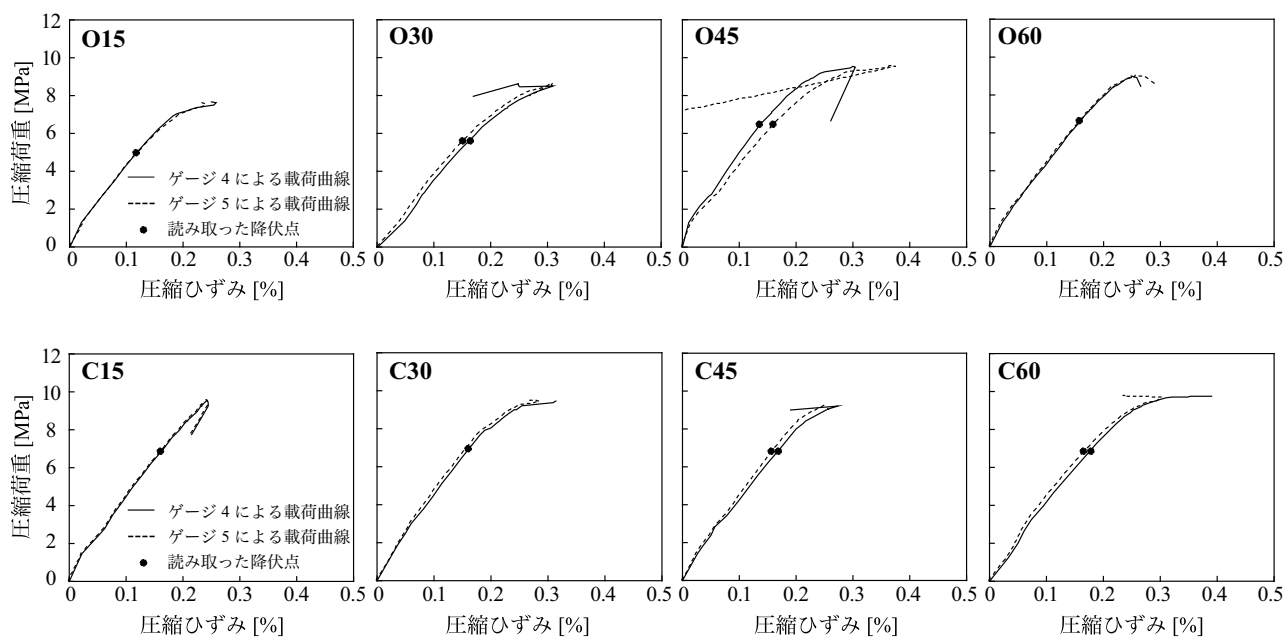


図-5 荷重曲線

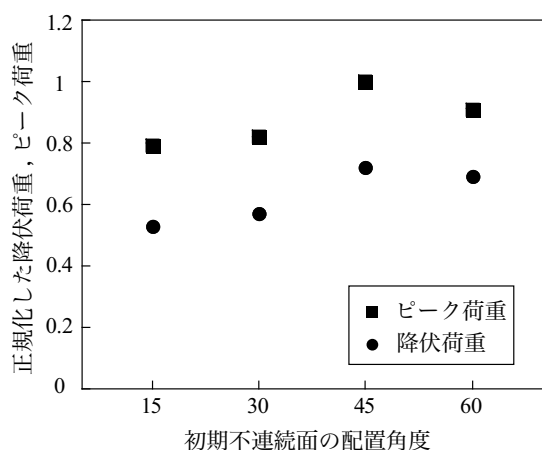


図-6 降伏荷重・ピーク荷重（シリーズ O）

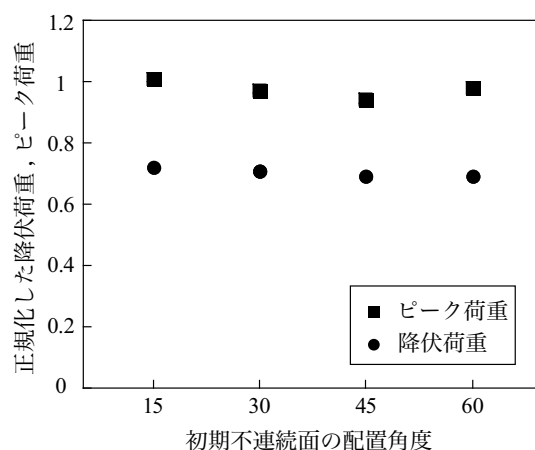


図-7 降伏荷重・ピーク荷重（シリーズ C）

2.2 計測装置

試験中、図-4 に示す位置にひずみゲージとダイヤルゲージ（変位計）を取り付けた。図-2 の側方の相対変位は、左右のダイヤルゲージの値を足しあわせた側方への膨張量である。

ひずみゲージ 1～3 は、ウイングクラックの発生・進展挙動を計測することを目的としている。ひずみゲージ 4,5 では、不連続面両横の柱部における荷重軸方向の圧縮ひずみを計測する。

3. 単一不連続面を含む石膏供試体の強度特性

図-5 に、得られた各種石膏供試体の荷重曲線を示す。実線はひずみゲージ 4、破線はひずみゲージ 5 による荷重曲線である。ほぼ全ての供試体において、2 本の

荷重曲線は同様の軌跡を描いている。図中、荷重初期の直線的な軌跡から外れた点を目視にて確認し、降伏点として記す。

図-6、図-7 には、各供試体の降伏荷重およびピーク荷重を、対応する円柱供試体の一軸圧縮強度 P_{max} で除した値を示す。図-6 において、O45 でピーク荷重が 1 を超える値を示した。その要因として、表-2 に見るように、物性評価用の円柱供試体の一軸圧縮強度が小さいことが考えられる。しかし、実際の確からしさは判断できないため、補正などは特に行わないこととした。

図-6 に示すシリーズ O では、降伏荷重およびピーク荷重が、初期不連続面の配置角度が大きくなるほど大きくなる傾向が見て取れる。一方、図-7 のシリーズ C では、不連続面の配置角度が大きくなるにつれて各荷

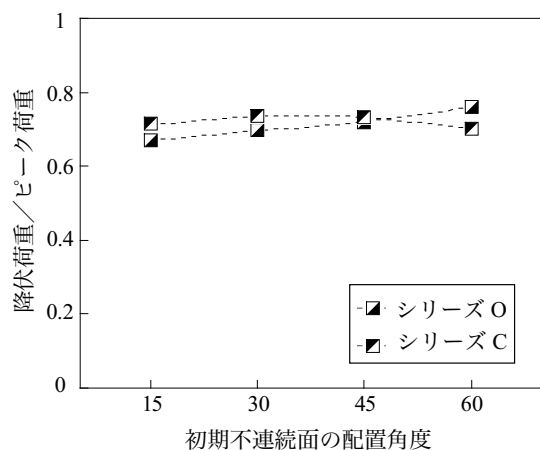


図-8 降伏荷重／ピーク荷重

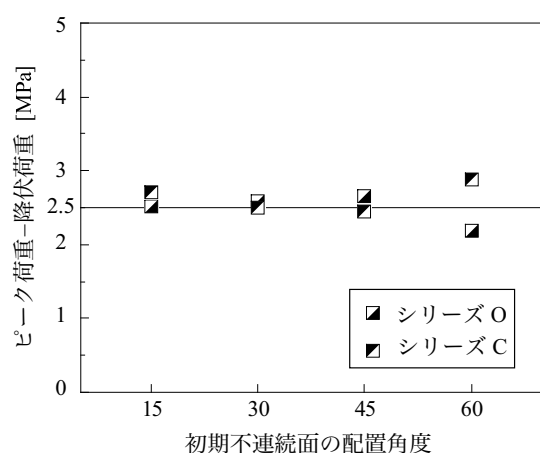


図-9 ピーク荷重－降伏荷重

重が小さくなる傾向が見られ、45°の時に降伏荷重およびピーク荷重ともに最小値を示す。単一不連続面を含む石膏供試体では、内在する不連続面が接触しているかどうかによって、その配置角度は強度特性に対して全く逆の効果をもたらすと考えられる。

両シリーズの結果を比較すると、シリーズOの方がシリーズCよりも小さな圧縮荷重で破壊するように見える。しかし、O15およびO30が他の供試体と比べ低い強度を示しているだけで、図-6、図-7からは、O15、O30を除く各供試体における各値の顕著な違いを認めることはできない。

表-1、図-2のように、各供試体では異なる破壊が生じていることから、降伏後からピークに至るまでに何らかの違いが現れると予想される。そこで、降伏荷重とピーク荷重の関係を見るために、降伏荷重をピーク荷重で除した値を図-8に示す。しかし予想に反して、全ての石膏供試体において、ピーク荷重のおよそ3/4程度の荷重で降伏している。

その中での小さな違いに目を向けると、シリーズOの結果は右肩上がりで直線的に変化している。これは、

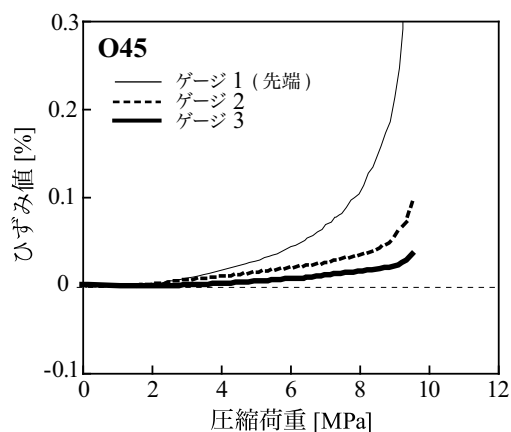


図-10 ひずみゲージ1,2,3の計測結果の例（O45の結果）

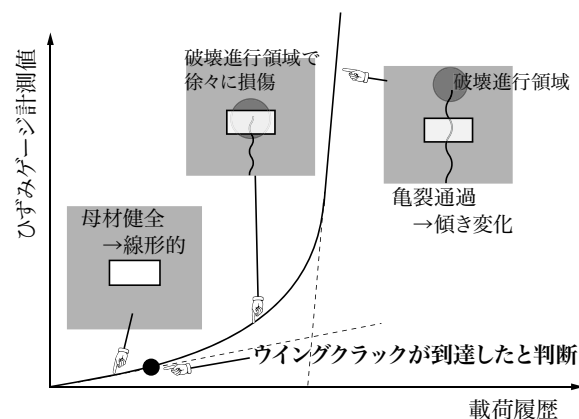


図-11 ひずみゲージ計測値からの亀裂の進展挙動の推定

シリーズOでは配置角度が大きいほど、降伏までにかかる時間に対して降伏後にピーク強度を発現するまでの時間が短いことを想像させる。また、シリーズCのC15～C45の供試体では、シリーズOの結果よりも大きい値を示しているので、シリーズOよりも降伏後の破壊が早いと考えられる。そこで、ピーク荷重と降伏荷重の差を図-9に示す。図では、ピーク値と降伏荷重の差は、全ての供試体でほぼ一定値(約2.5MPa)となっている。このことは、単一不連続面を含む石膏供試体においては、変形破壊挙動のパターンによって降伏後の破壊過程が変化するのではなく、降伏までのメカニズムによって強度特性が支配されている可能性を示唆している。

4. ウイングクラック進展と強度特性

本実験では、図-4に示すひずみゲージ1～3によって、ウイングクラックの発生・進展挙動を計測している。図-10にひずみゲージ1～3の計測値の例（O45の結果）を示す。ひずみゲージ1～3はウイングクラックの進展経路に並べて、各箇所の水平方向のひずみを計

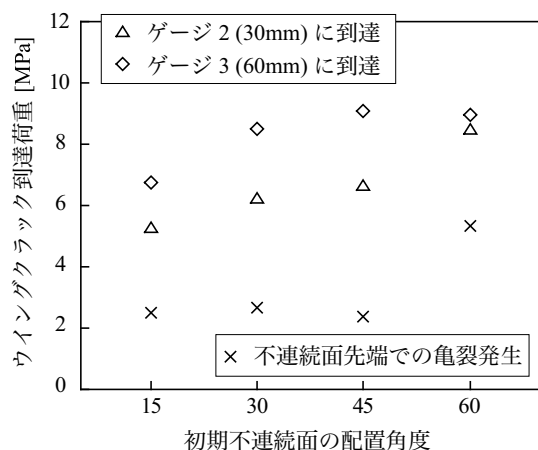


図-12 ウイングクラック到達時の荷重（シリーズ O）

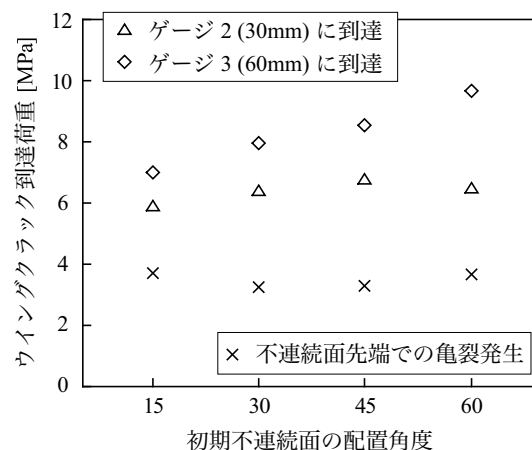


図-13 ウイングクラック到達時の荷重（シリーズ C）

測している。ゲージの箇所が健全で損傷が生じていない場合、線形弾性体を想定すれば、図-11 のように線形的な挙動を示すはずである。やがて亀裂が進展すると、損傷したり完全に分割されて変形しやすさが変化する。そのため図-10 では、ひずみゲージの値は圧縮荷重などの载荷履歴に対して傾きを変えて増加したと考えられる。したがって、载荷初期の線形的な増加から非線形的な増加が始まった変化点が、ひずみゲージの設置位置までウイングクラックが到達した点であると判断することができる。

各供試体で得られたひずみゲージの計測値から上記の変化点を目視により求め、その時点での圧縮荷重を図-12 および図-13 に示す。図-12 に示すシリーズ O では、O60 だけが異なる傾向を示している。O15～O45 では、圧縮荷重が 2MPa を超えた時点でウイングクラックが発生する。载荷が進むにつれてウイングクラックは進展するが、その進展速度は配置角度が大きいほど遅くなる。ただし O60 では、最も遅くウイングクラックが発生するが、発生後の進展速度は最も速い。

一方、図-13 のシリーズ C では、全ての供試体で、圧縮荷重が 3～4MPa 程度になるとウイングクラックが発生する。亀裂進展速度は、配置角度が大きくなるにつれて遅くなる。

両シリーズについて比較すると、初期不連続面の配置角度が 15～45° の場合、ウイングクラックの発生はシリーズ O の方が早く進展速度はシリーズ C の方が速い。そして、ゲージ 3 に到達する荷重は、シリーズ C の方がシリーズ O よりも小さくなっている。ただし、その傾向は、O60 と C60 では逆転する。

次に、ウイングクラックによる強度特性への影響を検討するために、亀裂到達荷重と降伏荷重・ピーク荷重を比較する。シリーズ O の図-14 を見ると、ゲージ 3 に亀裂が到達した荷重とピーク荷重が概ね一致している。また O60 を除くと、ゲージ 2 に到達した荷重と降伏荷重も良く一致している。これらのことを考える

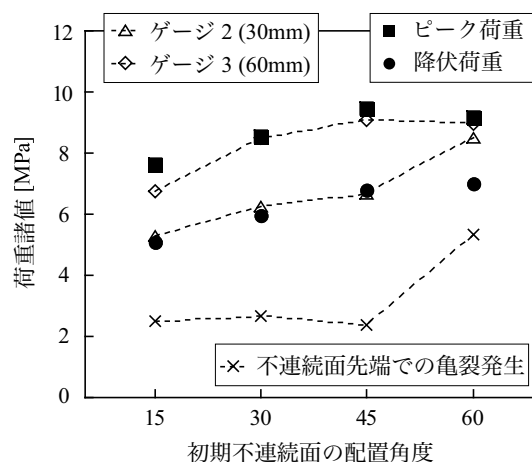


図-14 ウイングクラックと強度特性（シリーズ O）

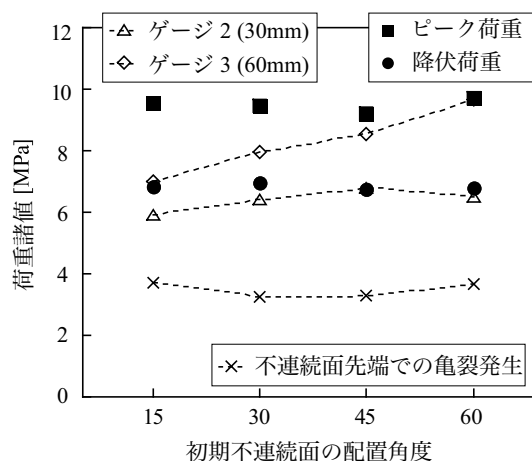


図-15 ウイングクラックと強度特性（シリーズ C）

と、ウイングクラックの進展が強度特性に直接影響を与えているようにも考えられる。

しかしながら、図-15 に示すシリーズ C では、ウイングクラックの進展挙動と柱部の降伏およびピーク荷

重を発現するタイミングが異なっている。シリーズ C で生じるウイングクラックは、配置角度が小さいほど、早い段階でゲージ 3 まで到達している。したがって、シリーズ C では、ピーク強度を発現する前にウイングクラックが石膏供試体を分断していることが窺える。併せて、シリーズ C におけるウイングクラックの進展はシリーズ O よりも速いにもかかわらず、降伏荷重やピーク荷重はシリーズ C の方が大きいことから、ウイングクラックは供試体の強度特性に直接影響を及ぼす破壊現象ではないと考えられる。

以上より、図-14 で見られたウイングクラックの到達荷重と強度特性との一致は、ウイングクラックの進展によって供試体が降伏やピークを迎えたのではなく、別の箇所が生じた破壊によって供試体が降伏またはピーク強度を発現し、その結果としてウイングクラックも進展したと推察する。

5. 供試体柱部の破壊予測の試み

これまでの検討から、単一不連続面を有する石膏供試体の強度特性においては、初期不連続面の両横にある柱部での破壊、すなわち二次亀裂が重要であることを確認した。

二次亀裂については、従来の研究においても、破壊力学的な考察が数多く行われている⁶⁾⁻¹⁰⁾。しかしながら、これらの研究ではあくまでも亀裂として取り扱うため、不連続面周辺の局所的な応力や応力拡大係数について議論されることが多い。ここでは、供試体の強度特性と直接結びつけるために破壊力学的な考察は行わず、単純に供試体柱部の降伏あるいは破壊として取り扱う。具体的には、次に示す簡易な応力計算に基づき、供試体の降伏荷重や圧縮強さを予測評価することを試みる。

5.1 供試体柱部に生じる応力の簡易計算

図-16 に、シリーズ O およびシリーズ C において生じる圧縮応力の概念図を示す。図では、載荷に伴う変形や破壊パターンの違いなどは一切考慮せず、単純に力の伝達のみを考えている。

シリーズ O では、初期不連続面は空隙と考えることができる。そのため、供試体載荷面と不連続面が存在する供試体中央部付近では、圧縮力を伝達する断面積が異なる。図-16 では、断面 AA' が柱部における最も危険側の断面と見なすことができる。

断面 AA' の断面積は、初期不連続面の配置角度 θ によって変化する。供試体の幅を $2b$ 、奥行きを単位長さとし、初期不連続面の長さを $2a$ とすると、載荷面の断面積 $S = 2b$ に対して断面 AA' の断面積 S' は

$$S' = b - a \cos \theta \quad (1)$$

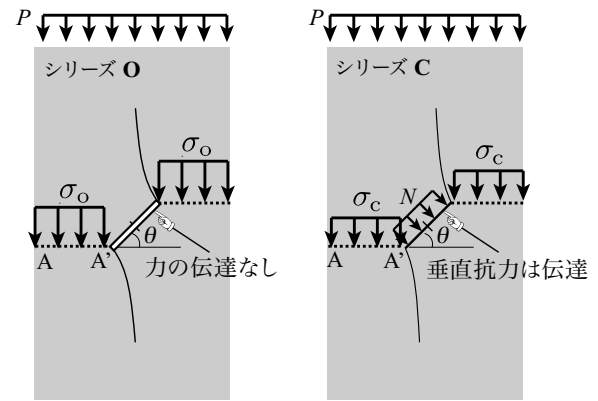


図-16 供試体柱部に生じる圧縮応力

で与えられる。したがって、載荷面に圧縮荷重 P [MPa] が作用するとき、断面 AA' には

$$\sigma_o = \frac{Pb}{S'} = \frac{Pb}{b - a \cos \theta} \quad (2)$$

の圧縮応力が作用する。

一方、シリーズ C では、初期不連続面は空隙ではなく接触面である。通常、接触面を介しては、垂直抗力と摩擦力が伝達される。ただし、シリーズ C では 2 枚重ねたテフロンシートにより摩擦抵抗力を軽減しているので、垂直抗力のみが不連続面を介して伝達されるものとして考える。また供試体の形状や載荷面での圧縮荷重は、上記のシリーズ O と同じとする。

本来、不連続面部分が受け持つべき圧縮荷重は、面積比から $2Pa \cos \theta$ である。よって、接触面に生じる垂直抗力 N は

$$N = 2Pa \cos^2 \theta \quad (3)$$

となる。不連続面接線方向の力は生じないので、載荷軸方向の圧縮荷重は、垂直抗力の鉛直成分

$$N_v = 2Pa \cos^3 \theta \quad (4)$$

のみが不連続面を介して伝達される。不連続面を介して伝達されない圧縮荷重は、柱部（断面 AA' など）に再配分されることとなる。したがって、シリーズ C の供試体において断面 AA' に生じる圧縮応力 σ_c は

$$\sigma_c = \frac{Pb - \frac{1}{2}N_v}{S'} = \frac{P(b - a \cos^3 \theta)}{b - a \cos \theta} \quad (5)$$

より求めることができる。

5.2 簡易計算に基づく石膏供試体の強度評価

式 (2) および式 (5) で与えられる圧縮応力 σ_o 、 σ_c が、要素試験の降伏荷重、圧縮強さを超えたときに供試体柱部が降伏またはピークに達すると評価できる。したがって、降伏およびピーク発現時の載荷荷重は、両式を P について整理することで算定できる。シリーズ O における供試体の降伏・ピーク荷重は、式 (2) より、

$$P = \sigma_o \frac{b - a \cos \theta}{b} \quad (6)$$

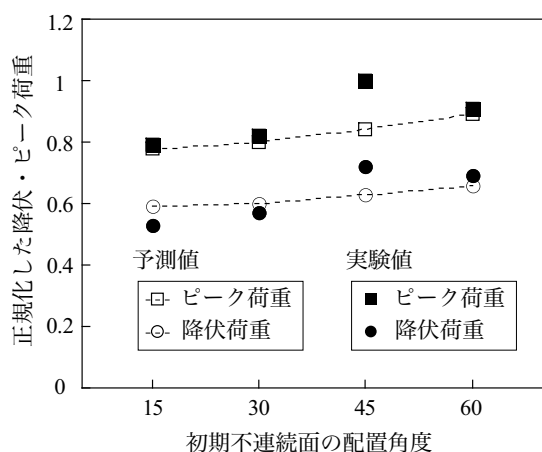


図-17 予測強度と実測強度（シリーズ O）

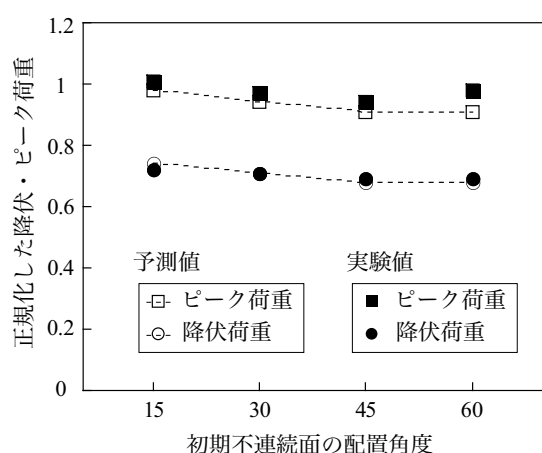


図-18 予測強度と実測強度（シリーズ C）

で与えられ、シリーズ C における供試体の降伏・ピーク荷重は、式 (5) より

$$P = \sigma_c \frac{b - a \cos \theta}{b - a \cos^3 \theta} \quad (7)$$

と求めることができる。ここで、 σ_o 、 σ_c には要素試験より得た円柱供試体の降伏荷重あるいは圧縮強さを代入すればよい。ここでは、表-2 より、圧縮強さ $P_{\max}$ および降伏強さ σ_y の平均値をそれぞれ代入する。

図-17、図-18 に、式 (6)、(7) より求めた各シリーズの降伏荷重およびピーク荷重の予測値を示す。図には、物性のばらつきを取り除くために、円柱供試体の圧縮強さで正規化した実験値（図-6、7）も併せて記載する。

式 (6) による予測値では、配置角度が大きくなるにつれて、降伏強さや圧縮強さが大きくなるというシリーズ O の強度特性が表現されている。同様に、式 (7) による予測値も、配置角度が大きくなるにつれて降伏強さや圧縮強さが小さくなるというシリーズ C の傾向を表現できている。これらの強度特性における傾向は、単に幾何学的な条件による影響であることが確認された。

実験値と予測値を比較すると、O45 を除いて、精度

良く評価できていることがわかる。特に、シリーズ C については極めて良い精度で実験値を評価できている。また O45 における実験値と予測値のずれは、降伏荷重・ピーク荷重ともに実験値が大きいことから、前述の通り、円柱供試体の圧縮強さが小さすぎる可能性が大きいことが示唆される。

ただし、式 (6)、(7) には、載荷面の境界条件などの詳細は全く考慮していない。一方で、既往の研究^{1),9)}にもあるように、境界条件やそれに伴う力学応答の変化によって破壊挙動は大きな影響を受けるはずである。また材料の強度特性は、拘束条件によって変化することは周知の事実⁹⁾である。式 (6)、(7) は、あくまで試行的な強度評価であり、詳細なメカニズムを検討する上での参考の一つとして扱うべきであろう。

6. 変形破壊挙動と強度特性に関する一考察

図-18 に示すシリーズ C では非常に良い精度で評価できているのに対して、図-17 のシリーズ O では予測値と実験値の間に比較的大きなずれが生じている。式 (6) および式 (7) を導くメカニズムは、図-16 に示すように、圧縮載荷によって供試体柱部の断面 AA' で同時に生じる圧縮破壊である。こうした圧縮破壊は、実験で観察された変形破壊挙動である図-2 のパターン 3 に最も近い。パターン 3 の変形破壊挙動は、表-1 に示すように、シリーズ C で多く観察されており、シリーズ O では観察されていない。このことから、図-2 の変形破壊挙動の違いが、図-17 や図-18 における予測値と実験値とのずれに現れている可能性が示唆される。

図-19 に、図-17 および図-18 における実験値と予測値の誤差を示す。誤差は、予測値を基準として、次式で算定した。

$$\text{誤差 [\%]} = \frac{\text{実験値} - \text{予測値}}{\text{予測値}} \quad (8)$$

図-19 を、表-1 に示すパターン別に見ると、パターン 3 で破壊した C15～C45 では、降伏荷重およびピーク荷重ともに比較的小さい誤差の範囲内に収まっている。それに対して、パターン 1 で破壊した O15、O30 では、降伏荷重が予測値よりもマイナス側に大きな誤差を示す結果となっている。また、パターン 2 で破壊した O45、O60、C60 では、降伏荷重あるいはピーク荷重が予測値よりもプラス側に大きな誤差を示す。

以上より、パターン 1 のような変形破壊挙動を示す供試体の場合、パターン 3 の変形破壊挙動よりも強度が小さくなり、一方、パターン 2 のような変形破壊挙動を示す供試体では、その強度がパターン 3 よりも大きくなる可能性があることを窺い知ることができた。

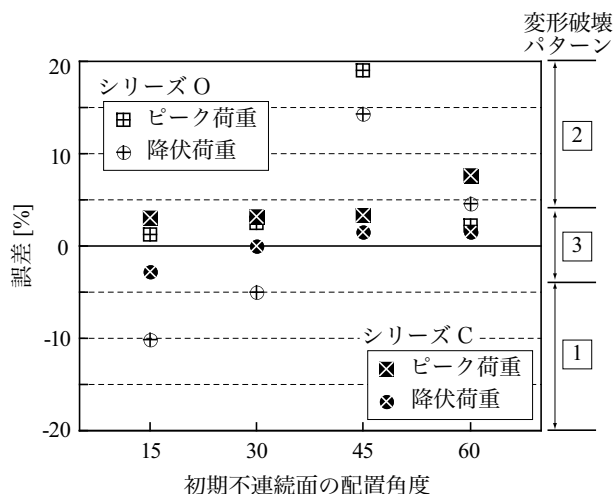


図-19 実験値と予測値との誤差

7. おわりに

本稿では、既往の実験結果¹⁾を用いて、単一不連続面を含む脆性材料における圧縮強さと、ウイングクラックや二次亀裂の進展挙動による影響を検討した。

単一不連続面を含む石膏供試体の降伏強さやピーク強さについて次のことを確認した。

- シリーズ O では、配置角度が大きくなるにつれて供試体の降伏強さやピーク強さは大きくなる。
- シリーズ C では、配置角度が大きくなるほど供試体の降伏強さやピーク強さは小さくなる。

これより、内在する不連続面の接触の有無は、強度特性に対して重要な要因であることを確認した。

ウイングクラックについては、シリーズ O でその進展距離と強度特性の間に近い傾向を確認した。しかし、シリーズ C ではウイングクラックにより供試体が分断されているにもかかわらず、強度は低下していない供試体があるなど、直接的な結びつきを確認することはなかった。したがって、ウイングクラックは供試体の強度特性に直接的な影響を及ぼす破壊ではないと言える。

そこで、初期不連続面での力の伝達を考慮した圧縮応力の簡易計算モデルを考え、供試体の強度特性評価を試みた。その結果、前述の強度特性に対する不連続面配置角度の影響を表現できることを確認した。また、得られた予測評価値は実験値と極めて良く一致する。これにより、不連続面両横の柱部における破壊が供試体の強度特性を支配していることを確かめた。

先の実験で観察された変形破壊挙動¹⁾と強度特性との関連性については、予測評価値と実験値との誤差に基づいて考察を加えた。予測値と実験値は、二次亀裂が

水平方向に生じる場合、極めて良い精度で一致することを確認した。また、二次亀裂がウイングクラックの反対方向に生じる供試体では強度が僅かに予測値より小さくなり、二次亀裂が初期不連続面と同一平面上に生じる供試体では、強度が僅かながら予測値より大きくなる傾向を確認した。

しかし、本稿で試みた強度評価では、極めて簡易なメカニズムのみを考慮しており、境界条件などの詳細は全く考慮していない。また、要素試験の物性値にばらつきが見られるなど、データの信頼性を高める必要性も残っている。本稿での知見は、より詳細なメカニズムを検討する上での参考としては有用と考えるが、変形破壊挙動のメカニズムを解明したものではない。例えば、未解決の課題¹¹⁾である、二次亀裂の進展方向が変化する要因については解明の糸口さえ得られてはいない。今後とも、得られた知見に参考にして詳細なメカニズムを検討を進め、さらに考察を深める必要がある。

参考文献

- 1) 石井建樹, 伊藤理大, 田中健嗣: 不連続面を含む脆性材料の圧縮荷重条件下における変形破壊挙動に関する実験的研究, 土木学会応用力学論文集, Vol.12, pp. 265-272, 2009.
- 2) Hoek, E., Bieniawski, Z.T.: Brittle fracture propagation in rock under compression, *International Journal of Fracture Mechanics*, Vol.1, pp.137-155, 1965.
- 3) Nemat-Nasser, S., Horii, H.: Compression-induced nonplanar crack extension with application to splitting, exfoliation, and rockburst, *Journal of Geophysical Research*, Vol.87, pp. 6805-6821, 1982.
- 4) Nemat-Nasser, S., Horii, H.: Rock failure in compression, *International Journal of Engineering Science*, Vol.22, No.8-10 pp. 999-1011, 1984.
- 5) Lauterbach, B., Gross, D.: Crack growth in brittle solids under compression, *Mechanics of Materials*, Vol.29, pp. 81-92, 1998.
- 6) Bobet, A., Einstein, H.H.: Fracture coalescence in rock-type materials under uniaxial and biaxial compression, *International Journal of Rock Mechanics, Mining Sciences and Geomechanics Abstract Fracture Mechanics*, Vol. 35, No. 7, pp. 863-889, 1998.
- 7) Bobet, A.: The initiation of secondary cracks in compression, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.66, pp.187-219, 2000.
- 8) Wong, R.H.C., Tang, C.A., Chau, K.T., Lin, P.: Splitting failure in brittle rocks containing pre-existing flaws under uniaxial compression, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.69, pp.1853-1871, 2002.
- 9) Lee, S., Ravichandran, G.: Crack initiation in brittle solids under multiaxial compression, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.70, pp.1645-1658, 2003.
- 10) Li, Y.P., Chen, L.Z., Wang, Y.H.: Experimental research on pre-cracked marble under compression, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.42, pp. 2505-2516, 2005.
- 11) Pook, L.P.: Crack Paths (Advances in Damage Mechanics, Vol2), Wit Press, 2002.

(2010 年 3 月 9 日 受付)