

気液混相流計算のためのスカラー交換型非拡散フィルタの開発

Development of Scalar Exchange Anti-Diffusion Filter for Numerical Prediction of Gas-liquid
Two Phase flow

藤岡 奨*・牛島 省**

Susumu FUJIOKA and Satoru USHLJIMA

*正会員 独立行政法人 水資源機構 総合技術センター (〒 330-6008 埼玉県さいたま市中央区新都心 11 番地 2)
**正会員 工博 京都大学教授 学術情報メディアセンター (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

Volume of fluid method is one of the numerical computational methods to simulate the multi phase fluid dynamics. Its accuracy of the interface tracking highly depends on that of the advection prediction of the scalar function which represents the fraction of the volume of the fluid in a cell. This paper proposes the new method, a moment based anti-numerical diffusion (M-AND) filter, to collect the diffused scalar function after the advection. M-AND filter itself is not an advection scheme but a filter which can support any advection schemes in the scalar diffusion. The validation of the method is examined by one and two dimensional test cases.

Key Words : Gas-Liquid flow, Two-phase flow, multi phase, VOF, numerical diffusion

1. はじめに

混相流を対象とした流体運動の数値シミュレーション手法では、相の界面形状を正確に追跡することが重要であるが、界面形状の追跡手法には、幾何学的に界面形状を表現しその時間変化を追う手法^{1),2)}や、界面付近で粒子の運動を追跡して界面形状を得る手法³⁾、あるいはVOF法⁴⁾やLevel set法^{5),6),7)}の様に、流体領域内部で定義される関数を利用して界面形状を追跡する手法が存在する。界面形状を幾何学的に表現する手法では、流体の大変形に追従するために特殊な処理が必要なこと⁸⁾、界面付近での粒子の運動をラグランジアン法にて追跡する手法^{9),10),11),12)}、Level set法においては、質量保存等が問題⁶⁾となっている。

VOF法においては、セル内の流体体積の割合を表現するスカラー関数を移流させることによって計算領域内の流体分布を表現するが、スカラー関数の境界部における不連続性が保たれなくなると流体の界面の位置がぼやけ、正確な流体運動の予測が困難となる。このため、移流計算に伴うスカラー関数の拡散を抑えることが混相流の数値シミュレーションを行う上で重要な要素となるため、不連続点あるいは境界部にて急峻な勾配を持つスカラー関数の移流方程式の解法については非常に多くの研究^{13),14),15),16)}がなされてきた。例えば、ドナーアクセプターと呼ばれる解法系^{13),14)}では、風上差分と風下差分を使い分けることによって数値拡散を抑えながら安定してスカラー移流を計算する代数的解法が検討された。また、スカラー移流を計算するとともに流体セル内での界面形状をモデル化するSLIC¹⁵⁾やPLIC^{16),17),18),19),20)}に代表される幾何学

的解法系も検討されてきた。

本論文では、VOF法における移流方程式の解法自体ではなく何らかの方法で移流方程式を解いた後に、移流計算によって数値拡散したスカラー分布を元の状態に修正するための非数値拡散フィルタ(Moment based Anti Numerical Diffusion Filter, M-ANDフィルタ)について検討した。M-ANDフィルタにおいては、格子点間で微小なスカラー量を移動させることによってスカラー分布の修正を行うが、アルゴリズム上、オーバーシュートやアンダーシュートが発生せず、理論的には質量は必ず保存される。本フィルタは移流段階とは完全に切り離されているため、既存の各種移流スキームと併用して利用することが可能である。例えば、安定的であるが数値拡散が大きいような移流スキームと組み合わせることによって、数値拡散を抑えながら安定的に移流方程式を解くことができる。

本論文では、非数値拡散フィルタのアルゴリズムについて検討した後、1次元および2次元の種々の検証計算を実施し、その適用性について検討した。全ての検証計算において、本フィルタと併用される移流スキームは1次風上差分である。

2. 非拡散フィルタのアルゴリズムについて

2.1 概要

本論文にて提案するM-ANDフィルタは、移流段階において拡散したスカラー分布から拡散前のスカラー分布を再構築する機能を持つものである。本フィルタでは、拡散後のスカラー分布は図-1に示される様に0と1の間に分布しているものと仮定しており、このス

カラー分布から数値拡散前のスカラー分布を求めるものである。具体的には、スカラー関数の勾配方向にスカラー移動を行い、数値拡散したスカラー分布を修正する。本フィルタではスカラーは格子点間を移動するだけであるので、全体のスカラー質量の和は必ず保存される。2.3節にて詳述されるが、M-ANDフィルタでは、スカラーの移動方向は常にスカラー勾配が正となる方向に限定されるため、物理的には負のスカラー拡散を扱うことに相当する。本フィルタの計算手順は、以下の通りとなる。

1. スカラーの分布範囲を強制的に0と1の間に収めるフィルタをかける。(2.2節参照。)
2. 各格子点でスカラーの局所的な移動方向を決める。(2.3節参照。)
3. 各格子点の各移動方向に対してスカラー分布の局所モーメントを求める。(2.4節参照。)
4. スカラー分布の局所モーメントの値に比例配分する形でスカラー供給量(初期値)を決める。(2.4節参照。)
5. 各格子点にてスカラー受け入れ可能量を供給側の局所モーメントに比例配分して決める。(2.4節参照。)
6. スカラー分布形状を分析し、流体間の界面と境界面によって形成される閉領域を求める。(2.5節参照。)
7. 流体間の界面と境界面によって形成される閉領域ごとにフィルタ作用前後で重心位置がずれないようにスカラー移動量を調整する。(2.5節参照。)
8. スカラー移動を行う順番を決め、スカラー移動を行う。(2.6節参照。)
9. 上記プロセス実行後、孤立したスカラーが計算領域内に残っていれば最寄りの同一流体領域へ吸収させる。

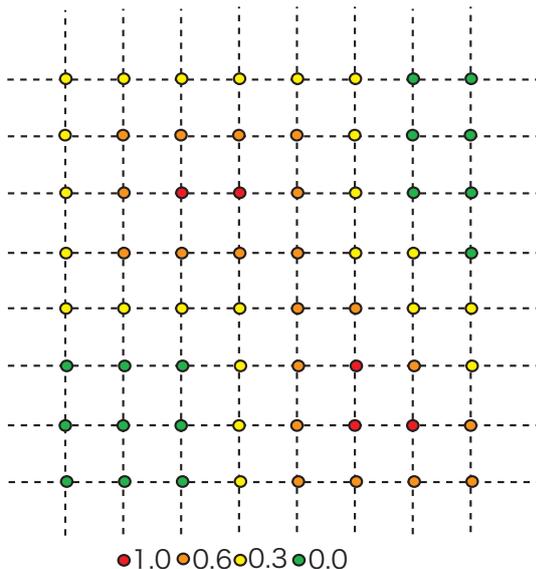


図-1 初期のスカラー分布例

2.2 フィルター前処理

本フィルタが正常に機能するための前提条件として、スカラーの初期分布は、0と1の間に分布していることが理想的であるが、場合によっては、負の値あるいは1以上の値の値を含んだ分布が与えられることもある。

数値計算を安定して継続させるためには、スカラー分布を常に0と1の間に保っておくことが重要と考えられる。そこで、本節で示される前処理を行い、本フィルタを作用させる初期状態ではスカラー分布が0と1の間に収まる理想的な状態を作り出すこととした。前処理の手順については、以下のようなものが考えられる。例えば2次元領域では、図-2の①に示されるように隣接格子点のスカラーのうち、正のものの和をとり中心の負の値との和 s をとる。

$$s = p(x_0, y_0) + \sum \max(0, p(i, j)) \quad (1)$$

ここに、 (x_0, y_0) は負の値をもつ格子点番号である。この和 s が正であれば、各格子点のスカラー $p(i, j)$ から以下の割合 r を掛けたスカラーを負の値の格子点へ供給する。

$$r = \frac{\|p(x_0, y_0)\|}{\sum \max(0, p(i, j))} \quad (2)$$

和 s が正にならない場合は、和をとる領域を広げ、図中の②に示される領域にて同じ手順をもう一度繰り返す。

逆に、1以上のスカラー値が存在する場合は、同様の手順で周りの隣接格子点へ1を超えた分のスカラーを配分する。

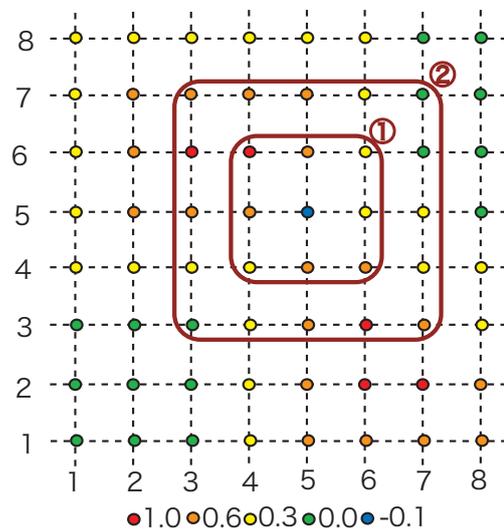
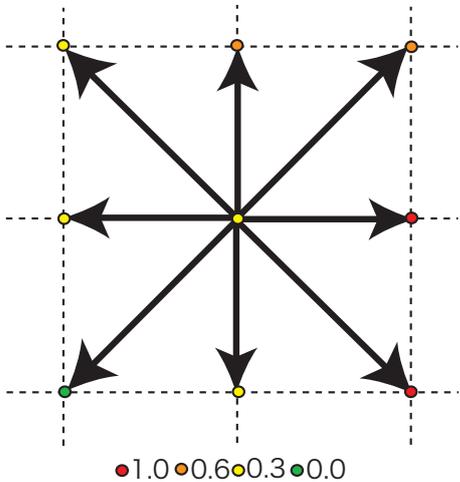


図-2 負値分配フィルタ

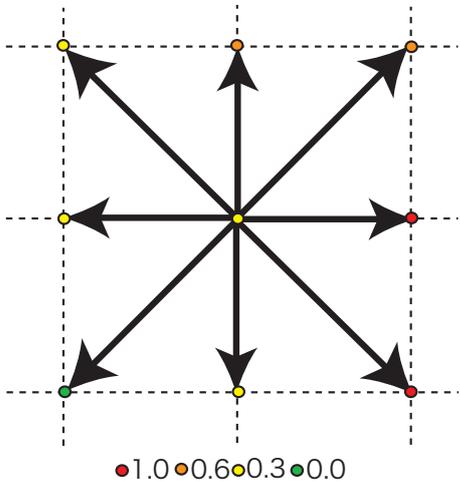
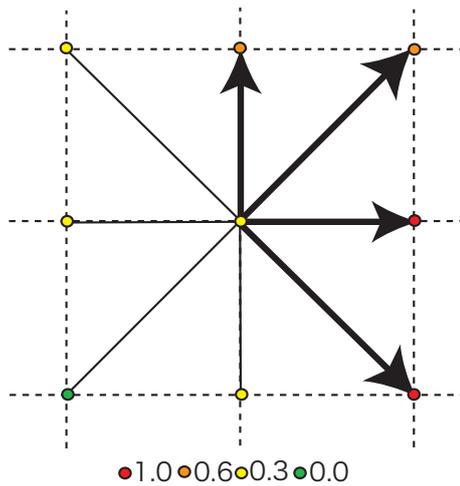
2.3 スカラーの移動方向の決定

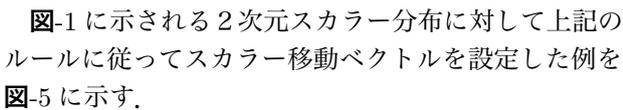
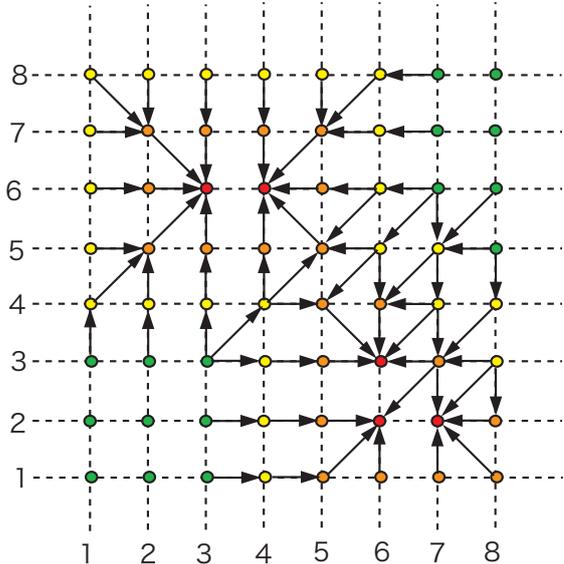
本節以降では、前処理終了後のスカラー関数に対して、本フィルタを適用する計算手順について概説する。本フィルタのアルゴリズムでは、スカラー分布の数値

拡散を修正するために格子点間でスカラー値の交換を繰り返すが、このためにはスカラーの交換量とその交換を行う格子点のペアを決めなければならない。本論文では、これらをそれぞれスカラーの移動量、移動方向と呼んでいる。本節では、まずスカラーの移動方向を決める手順を概説する。

例えば2次元の領域であれば、各格子点に対して、-3 の様に初期の移動方向ベクトルを与える。

各移動方向ベクトルの先の格子点のスカラーと中心のスカラーの値の大小を比較し、移動先のスカラーが小さいときは、その移動方向ベクトルを廃棄する。また、移動先のスカラーが同じ値であったときも同様にその格子点間でのスカラー移動は考えないものとしてその移動方向ベクトルを廃棄する。ただし、スカラーの比較する際に、元のスカラーの値に対して、プラスマイナス10%の範囲に入るスカラーは、同値として扱っている。これは、過度なフィルタ的作用によりスカラー分布の再現性に影響を与えない様にするための閾値である。

このようなルールのもとでスカラーの移動方向ベクトルを選別すると、-3 に示された初期の移動ベクトルは-4 に示される様に4方向に絞られる。

-1 に示される2次元スカラー分布に対して上記のルールに従ってスカラー移動ベクトルを設定した例を-5 に示す。

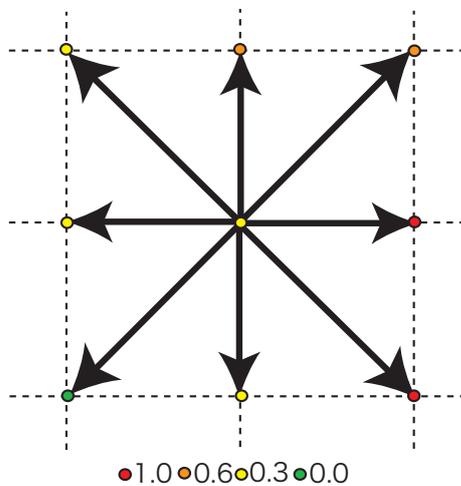
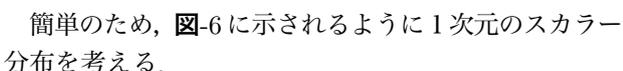


図-3 格子点に初期段階で与える移動ベクトル

2.4 スカラー移動量初期値

前節の方法によってスカラー移動方向を決定した後は、それぞれの方向へいくらのスカラーを移動させるかを決定する必要がある。

簡単のため、-6 に示されるように1次元のスカラー分布を考える。

着目する格子点にスカラー p があるとすると、このとき隣の格子点へ移動させることができるスカラーの

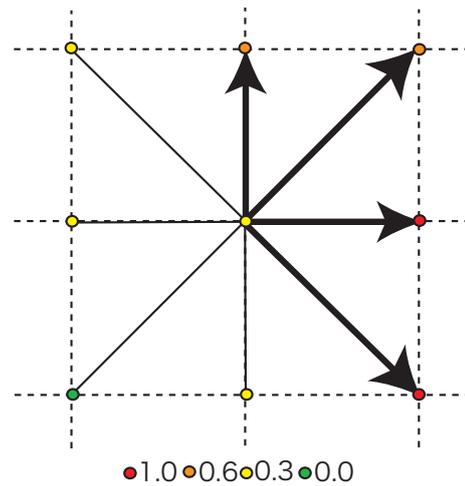


図-4 隣接格子点とスカラー値の比較を行った後の移動ベクトル

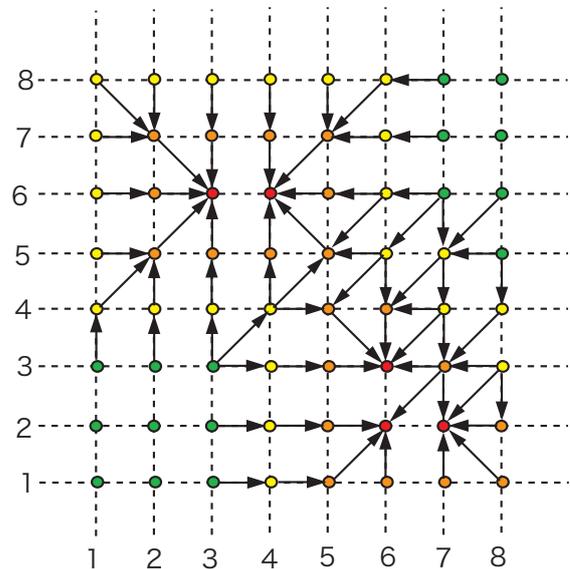


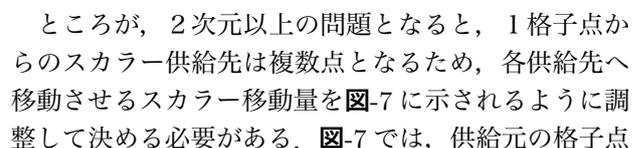
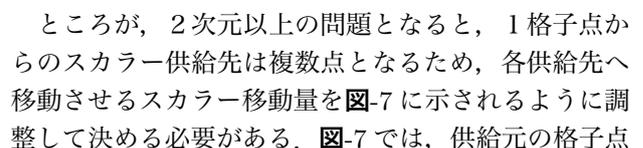
図-5 2次元スカラー分布と移動ベクトル設定例

最大量は、 p である。一方で、移動先の格子点のスカラーを q とすると、その格子点で受け入れ可能なスカラーの量は、最大で $1 - q$ となる。

この場合、スカラー移動可能量の最大値 v_{\max} は、供給側の格子点のスカラー p と移動先の格子点の受け入れ可能量 $1 - q$ のうち、値の小さい方で決めることができる。

$$v_{\max} = \min(p, 1 - q) \quad (3)$$

これにより、受け渡しに関わった格子点のうちどちらかが受け渡し後には0または1となる。

ところが、2次元以上の問題となると、1格子点からのスカラー供給先は複数点となるため、各供給先へ移動させるスカラー移動量を-7 に示されるように調整して決める必要がある。-7 では、供給元の格子点

P は、2カ所の格子点にスカラを供給する予定であり、自身のスカラ p をそれぞれの供給先へ①、②の様に配分している。また、移動先の格子点 Q では3カ所からのスカラ供給があるため、受け入れ可能量をそれぞれの供給元に対して確保している。その上で、供給可能量と受け入れ可能量の下限値をとって移動量として計算している。

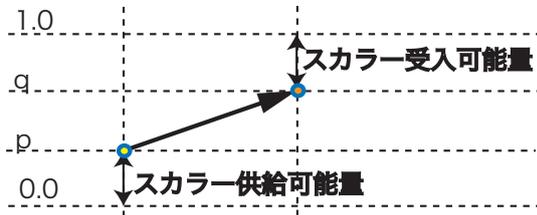


図-6 スカラ移動量計算例 (1次元)

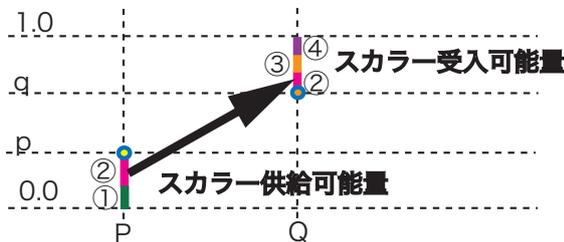


図-7 スカラ移動量計算例 (2, 3次元)

供給スカラの配分の方法については、多数の方法が考えられるが、例えば、以下に示すような方法がある。

1. 隣接格子点との間の勾配によって比例配分する。
2. 移動方向の延長線上のスカラ分布に対して、スカラのモーメントをとり、このモーメントによってスカラを比例配分する。

本手法では後者を採用したが、後者に関しては、モーメントの取り方にも以下に示す様にいくつかの選択肢がある。

1. 距離の何乗に関してモーメントをとるか。
2. モーメントをとる範囲をどのように決めるか。

本手法では、以下の式にてスカラ分布モーメント M を算出し、その値を用いてスカラ移動可能量、受け入れ可能量をそれぞれ比例配分にて求めた。

$$M = \sum_S \frac{p}{r^2} \quad (4)$$

ただし、 p はスカラ、 r は着目格子点からの距離、 S はモーメント算出範囲を示す。

モーメントの算出範囲は、図-8に示されるように、着目する格子点を始点としてスカラ移動方向に向かってスカラ勾配を追跡し、スカラ勾配が負から非負へ変化する点を終点とするものとした。判定アルゴリズムの一例として、図-8に $flg1, flg2$ を用いた方法を示

す。モーメント計算範囲の始点である格子点 n から順にスカラ移動方向 (図-8においては $n+7$ の方向) に向かって以下の手順を繰り返し、 $flg1$ が 2 となった地点をモーメント計算範囲の終点とした。

1. 計算初期において、 $flg1, flg2$ は共に 0 である。
2. 当該格子点におけるスカラ勾配が、スカラ移動方向において非負である場合は、 $flg1 = flg2 + 1$ とする。図-8においては、 $flg2$ から $flg1$ へ伸びる矢印にて表現している。
3. 当該格子点におけるスカラ勾配が、スカラ移動方向において負である場合は、 $flg2 = flg1$ とする。図-8においては、 $flg1$ から $flg2$ へ伸びる矢印にて表現している。図-9には、2次元平面で (4,4) の点においてそれぞれの移動方向のスカラ分布モーメントの計算範囲を示している。3方向とも、太線にて示されている範囲がスカラ分布モーメントの計算範囲であり、点線は計算範囲外であることを示している。

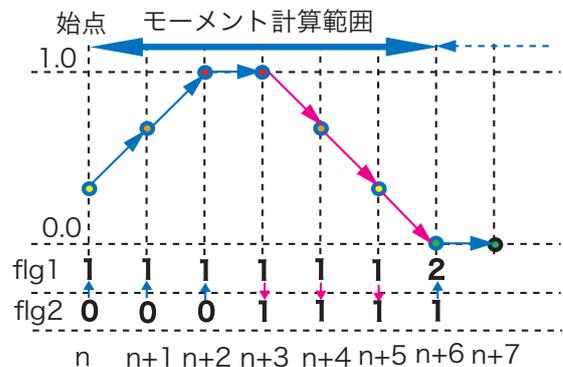


図-8 スカラ分布モーメント計算範囲決定手順

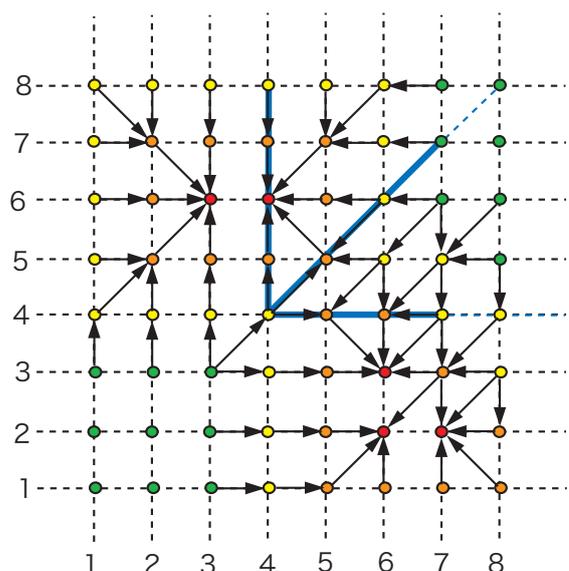


図-9 スカラ分布モーメント計算範囲例

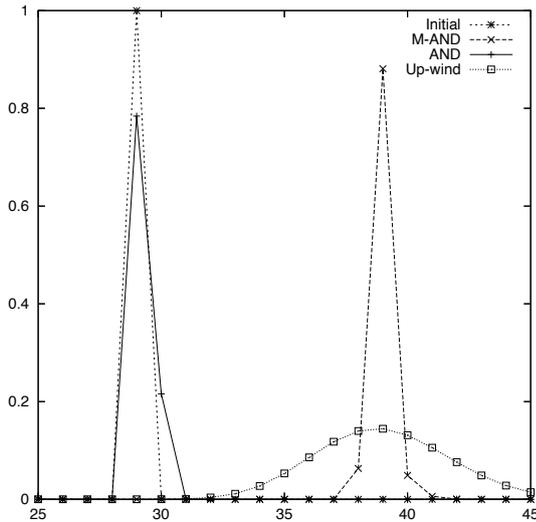


図-10 1次元パルス移流問題

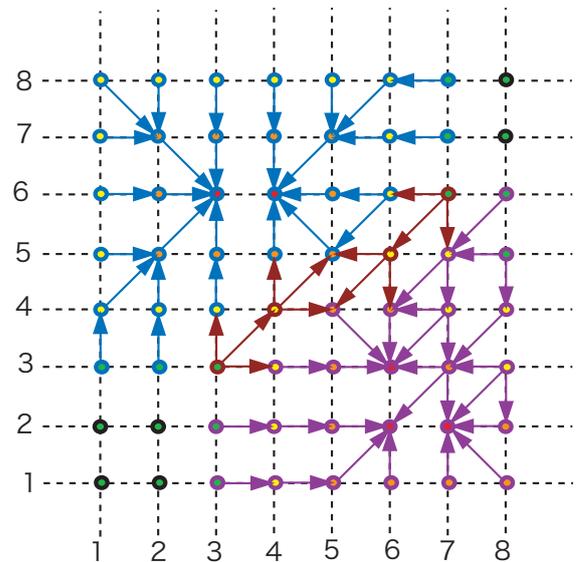


図-11 閉領域の切り分け例

2.5 流体界面によって形成される閉領域の算出

前節までの処理だけではフィルタの処理前後で流体界面と境界面によって形成される閉領域の重心位置が異なる。以下に、この問題の例として1次元パルス波の移流計算結果を示す。初期状態では、 $x = 29$ の格子点のみが1であり他の格子点は全て0である。このパルスを x 軸の正方向に10だけ移流させる計算を行った。図-10の中でInitialは初期のパルス波を示し、1次風上差分のみを用いて得られた結果が、Up-windと表示されている。ANDとM-ANDは、1次風上差分法に本フィルタを適用した結果であるが、本節で説明する重心位置補正処理の意味合いをより明確にするために重心位置補正を行ったケース(M-AND)と行わなかったケース(AND)を比較している。重心位置補正を行わなかったケースにおいては、移流されるべきパルス波が初期の位置から移動できていないことが明らかである。これは、移流段階で x 軸正方向に移動したスカラー値がフィルタの作用によって元に戻ってきてしまっていることに起因する。この現象は、パルス波のように孤立したスカラーが移流する場合に顕著に現れるため、気液混相流れの数値計算において、計算セル1個分程度の大きさの流体の飛沫が空中で静止してしまうというような不具合を引き起こす。本手法では、この不具合を修正する目的で工夫を加えた。

以下では、まず、計算対象とする流体の閉領域ごとに計算領域を切り分ける処理について説明する。

最初の処理では、閉領域の中心となる格子点を見つけ出す。閉領域の中心として認める格子点の条件は、その格子点の全ての移動ベクトルが0ベクトルであることとした。スカラー分布の頂点に位置する格子点はスカラー受け入れ先となることはあっても供給元となる

ことはない。ただし、以上の条件のみであると閉領域の中心以外の格子点を拾うため、計算処理の効率化のためには今後詳細な検討が必要である。

次に、上記の手順で拾い込まれた閉領域中心の候補となる格子点のそれぞれに対して、スカラー移動ベクトルで結合されている格子点を同じ閉領域の格子点として順次登録していく。

以下では図-11を例として上記のプロセスを説明する。図-11内の(3,6),(4,6),(6,2),(7,2),(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(8,7),(8,8)においてはスカラー移動ベクトルが定義されておらず、本アルゴリズムにおいては閉領域中心の候補となる格子点である。格子点(3,6)においては、スカラー移動ベクトルを逆に辿ると(3,5),(3,7),(2,5),(2,6),(2,7)が見つかるので、これらの格子点を(3,6)を中心とする閉領域を構成する格子点として登録する。次に、(3,5)からスカラー移動ベクトルを逆に辿ると、(3,4)が見つかるのでこの格子点も同様に(3,6)を中心とする閉領域を構成する格子点として登録する。他の格子点((3,7),(2,5),(2,6),(2,7))についても同様の処理を繰り返す。(3,4)からスカラー移動ベクトルを逆に辿ると(3,3)に当たるが、(3,3)から先にはスカラー移動ベクトルを辿れないので、この点が閉領域の境界点となる。以上の作業を閉領域中心の候補点に対して行う。

最終的には、図-11に示されるように移動ベクトルを元にして各閉領域に色分けすることができる。

ただし、図-11の(3,3),(4,4),(6,5),(7,6)のように、複数の閉領域中心の候補点からスカラー移動ベクトルを逆に辿ってつき当たる格子点も存在する。現段階ではこれらの格子点の様に閉領域と閉領域の境界となる格子点の扱いについては明確なルールを定めていない

ため、今後検討が必要である。現段階では、境界の格子点はアルゴリズム上後から処理される閉領域に所属するものとして計算されている。

次に、スカラー移動前後で閉領域の重心がずれないようにスカラー移動量を調整する必要がある。

以下に示す手順では完全に閉領域の重心を保存できないが、一定の効果を得ることができる。今後、さらに高精度のアルゴリズムを検討する予定である。

まず、図-11 に示される様に閉領域が定義されているものとする。次に、各閉領域の計算領域ごとに x, y 方向の各正、負方向の合計 4 方向の移動量の和をとり（等間隔格子を使用する場合は、スカラー移動量の和をとるだけで良い。）それぞれの方向に対して係数 $r_{\alpha\beta}$ ($\alpha = x, y, \beta = +, -$) を以下の式で算出する。なお、参考までに図-12 には図-11 を元に、同一閉領域の計算領域の同一移動方向のスカラー移動ベクトルを同じスタイルの矢印で示している。

$$r_{x+} = \min\left(1, \frac{s_{x-}}{s_{x+}}\right) \quad (5)$$

$$r_{x-} = \min\left(1, \frac{s_{x+}}{s_{x-}}\right) \quad (6)$$

s_{x-} は、特定の閉領域の x 方向の負方向の移動量の総和、 s_{x+} は同じく正方向の移動量の和である。上式によって算出された係数 $r_{\alpha\beta}$ を全てのスカラー移動量に掛けることによって、各軸方向のスカラーの移動量は正方向、負方向ともに $\min(s_{x-}, s_{x+})$ となるため、閉領域の重心はほぼ保存されるが、微少な誤差 E_α ($\alpha = x, y$) を生じる。例えば $s_{y+} > s_{y-}$ の場合、 E_x は次式で表される。

$$E_x = (1 - r_{y+})(s_{x+y+}r_{x+} - s_{x-y+}r_{x-}) \quad (7)$$

ここに、 s_{x+y+}, s_{x-y+} は、それぞれ特定の閉領域の x 正方向かつ y 正方向の移動量の総和、 x 負方向かつ y 正方向の移動量の総和である。従って、上記の方法で閉領域の重心を完全に保存することができず、手法の改良が今後の課題である。

2.6 スカラー移動を行う順番

スカラー移動を行う順番は、基本的にスカラーが小さい値から大きい値へ向かって順番に行うものとする。

例えば、1次元の場合を考えると、スカラー移動をスカラーの小さい順から行うことによって、スカラー移動が一巡すればスカラー分布が拡散前の状態に近づく。

ただ、スカラー値が同じ場合の順番については、特に検討していない。

3. 計算精度検証

本フィルターの有効性を確認するために、以下では種々のベンチマークテストを行った。対照のためにすべてのベンチマークについて THINC^{21),22)}による計算

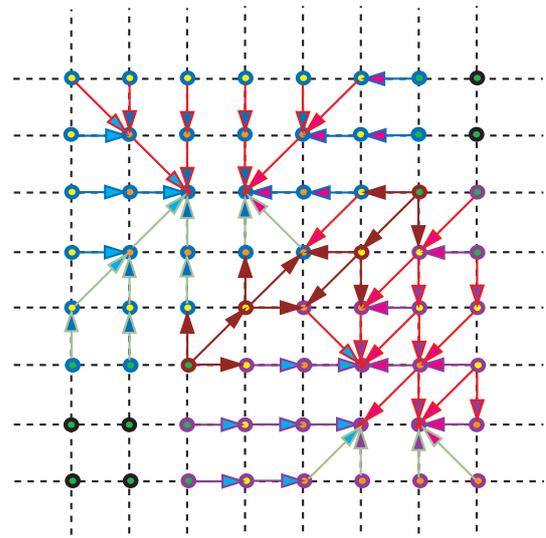


図-12 閉領域内での各スカラー移動方向の和

結果を併記している。移流計算には 1 次風上差分を用いたが、より高精度の移流スキームと組み合わせて本非拡散フィルタを使用することも可能である。2次元の検証計算の結果表示に用いているスカラーの等高線は全て 0.05, 0.5 および 0.95 にて表示している。

3.1 1次元波動移流問題

1次元のベンチマークとして階段形状の波動の移流を計算した。計算領域は幅 2500 の領域で、計算条件は CFL = 0.25, 5000 ステップとした。図-13 に上記 1次元移流問題の計算結果を計算領域のうち波動部分のみを拡大表示して示す。横軸が移流方向の 1次元座標で縦軸が波動である。THINC では波動の両側に少し拡散の跡がみられるものの、これは、既往研究²¹⁾にて示されている特性と良く似ている。本フィルタでは、1次元のベンチマークの結果では数値拡散は見られていない。

3.2 2次元剛体並進問題

次に 2次元平面上での剛体並進問題を用いて検証を行った(図-14-図-15)。計算領域は 1×1 の正方形領域とし、 32×32 の等間隔正方格子を用いた。時間刻みを 0.01 とした上で、40 ステップの計算を行った。流れ場は $(u, v) = (1, 1)$ とした。この場合、 $CFL_{\max} = 0.32$ 程度である。本フィルタを用いた場合、ほぼ円の形状を保ったまま並進していることが分かる。一方で、THINC においては円柱の形状がやや四角に変形している。

誤差 E_0 は既往文献²³⁾にならい、次式にて定義した。本論文における検証計算においては、誤差は全て式 (8) にて求めた。

$$E_0 = \frac{\sum_{i,j} |C_{i,j}^n - C_{i,j}^e|}{\sum_{i,j} C_{i,j}^0} \quad (8)$$

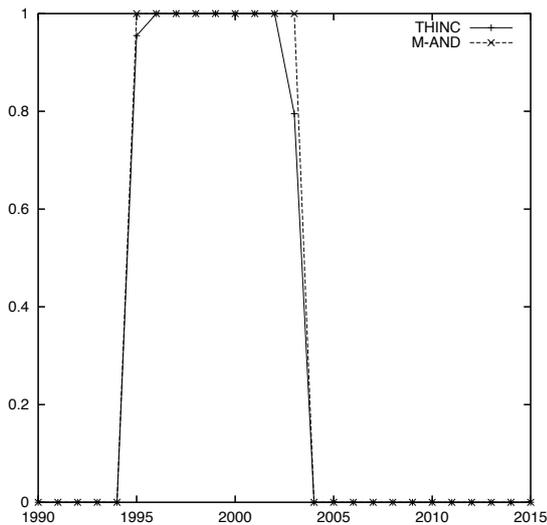


図-13 1次元波動移流問題

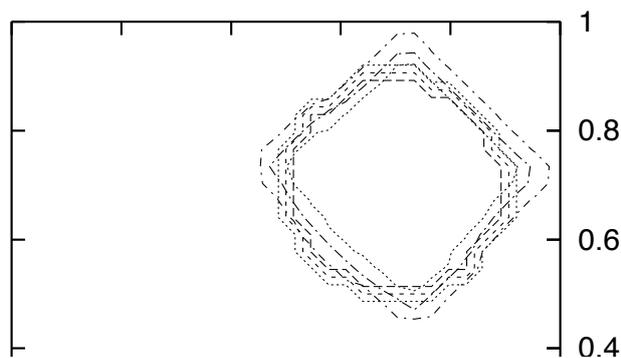


図-14 2次元剛体並進問題 (円柱,32x32,THINC)

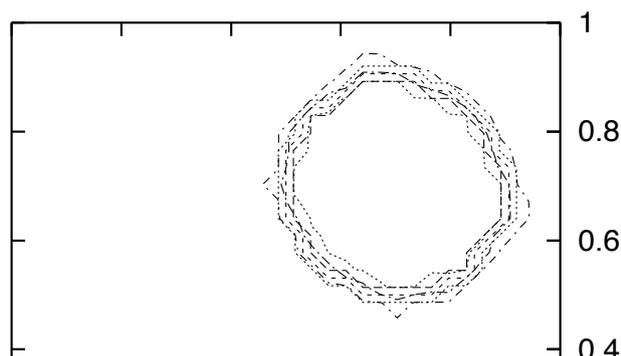


図-15 2次元剛体並進問題 (円柱,32x32,M-AND)

ここに、 $C_{i,j}^n$ は $t = t_{\max}$ における格子点 (i, j) におけるスカラー関数値、 $C_{i,j}^e$ は誤差が0の場合に理論的に得られる解、 $C_{i,j}^0$ は初期値である。各ケースにおける計算誤差を表-1に示す。(図-14-図-15)から明らかな様にこのケースに関しては、M-ANDフィルタを用いたケースの方が精度面では有利であった。

表-1 円柱剛体並進 誤差 E_0

格子分割	M-AND	THINC
32×32	8.700E-02	2.175E-01

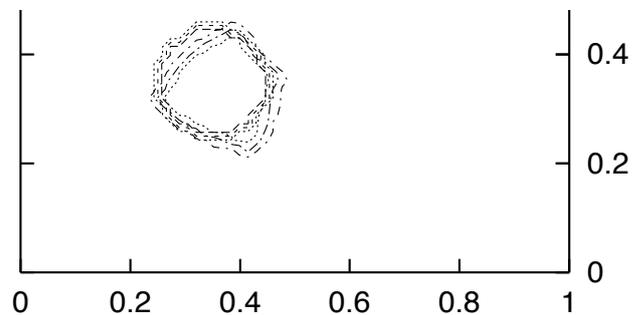


図-16 2次元剛体回転問題 (円柱,64x64,THINC,一周)

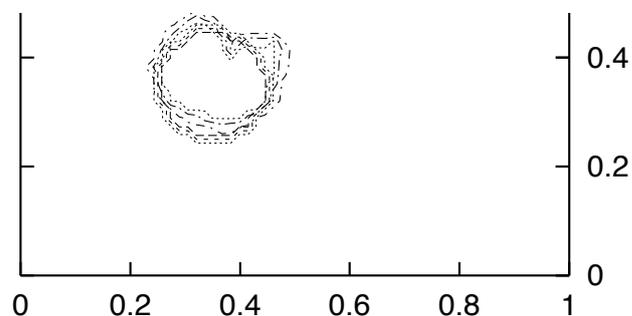


図-17 2次元剛体回転問題 (円柱,64x64,M-AND,一周)

表-2 円柱剛体回転 誤差 E_0

格子分割	M-AND	THINC
64×64	3.797E-01	3.904E-01

3.3 2次元剛体回転問題

次に2次元平面での剛体回転問題を行った。1×1の計算領域に対して格子点数は64×64とした。流れ場は計算領域の中心を軸とした半時計回りの流れ場であり、 $(u, v) = (-r \sin \theta \pi / 5, r \cos \theta \pi / 5)$ とし、時間刻みは0.01とした。この条件では、 $CFL_{\max} = 0.064 * \sqrt{2} \pi$ 程度となる。図-16-図-17に円柱が一周移動した時点でのスカラーコンター図を示す。また、各ケースにおける計算誤差を表-2に示す。

3.4 2次元切り欠き円柱剛体回転

次にZalesakの切り欠き円柱²⁴⁾の剛体回転の結果を示す。計算領域は1×1の正方形とし、100×100の等間隔格子を用いた。本例題においては、半径0.125の切り欠き円柱は初期条件において、 $(x, y) = (0.5, 0.75)$ に位置している。時間刻みは0.025として1周後のスカラーコンター図を図-18-図-19に示している。この場合、切り欠き円柱付近では $CFL_{\max} = 0.25 \pi$ 程度であ

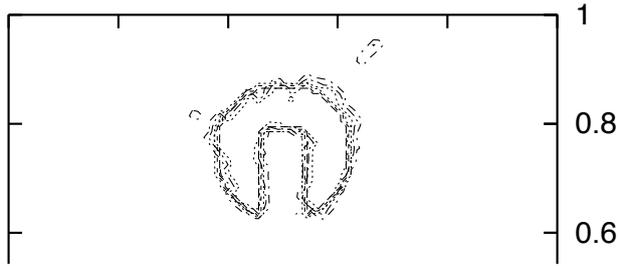


図-18 2次元剛体回転問題 (Zalesak,100x100,THINC,一周)

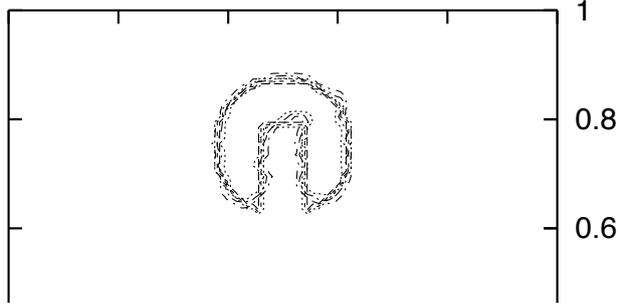


図-19 2次元剛体回転問題 (Zalesak,100x100,M-AND,一周)

表-3 切り欠き円柱剛体回転 誤差 E_0 (1周)

格子分割	M-AND	THINC
100 × 100	1.954E-01	3.870E-01

る。1周経過の時点では両フィルターとも良好に初期形状が保存がされている。THINCの例では、円柱付近に細かいスカラーの塊が散見されている。一方で、本フィルタでは円柱の周囲にスカラーが散見されるようなことはなく、全てのスカラー量が元の円柱形状に含まれたまま移流していることが確認できる。各ケースにおける計算誤差を表-3に示す。

3.5 2次元 single vortex

次に、移流スキームの精度検証例題として非常に良く用いられる Rider and Kothe²⁵⁾の2次元のsingle vortexのベンチマークを本手法とTHINCで比較した。計算領域は 1×1 の正方形領域とし、それぞれ 50×50 , 100×100 , 200×200 の格子分割を用いた。本例題においては、半径0.2の円柱は初期条件において、 $(x, y) = (0.5, 0.2 + 0.2/\pi)$ に位置している。流れ場は $(u, v) = (\sin \pi x \cos \pi y, -\cos \pi x \sin \pi y) \cos(\pi t/t_{\max})$ とし、計算条件は表-4の通りとした。 t_{\max} はいずれのケースも10である。

格子分割100及び200を用いたケースについては、円柱の変形状態が最大となる $t = t_{\max}/2$ の時点と、初期形状を回復する $t = t_{\max}$ の時点のスカラーコンター図を図-20-図-27に示す。全ケースにおける計算誤差を表-5に示す。移流計算に1次風上差分を用いた後

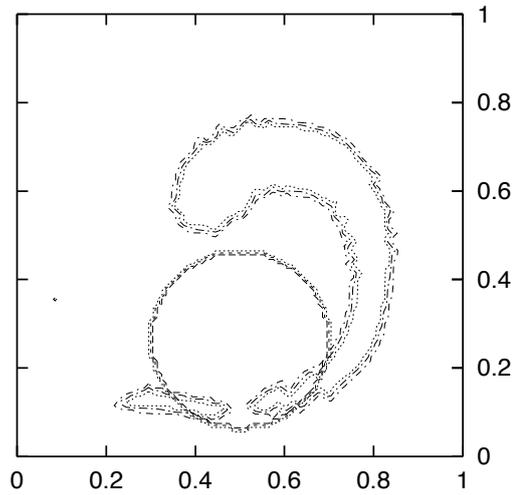


図-20 2次元単一剪断渦問題 (円柱,100x100,THINC,T=5)

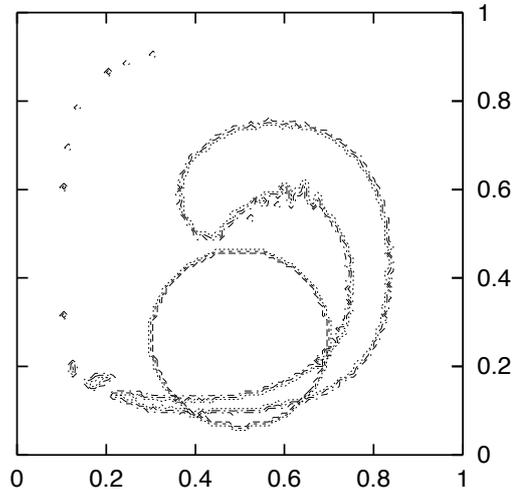


図-21 2次元単一剪断渦問題 (円柱,100x100,M-AND,T=5)

にM-ANDフィルターを適用したケースをM-ANDと記載している。誤差 E_0 は、式(8)に基づき算出した。表-5によると、 50×50 , 100×100 の格子分割の検証計算では、M-ANDフィルターを適用したケースは、THINCを利用したケースに精度では及ばず、図-23に示される様に、計算終了時で界面に乱れが認められる。200 × 200の格子分割を用いた検証計算では、M-ANDフィルターを適用したケースは、THINCを用いたケースより少ない誤差となっている。図-27においても界面形状に乱れが認められるものの、図-26と比較して円柱から分離したスカラーは少なくなっている。これらの計算例及び表-5によると、M-ANDフィルタの数値拡散を修正する機能は良好に作用しているものの、M-ANDフィルタの作用によって高精度の移流計算を実現するまでには至っていないと考えられ、スカラー交換量の評価法等に課題があるものと考えられる。

表-4 single vortex 計算条件表

格子分割	時間刻み	総ステップ数	CFL _{max}
50 × 50	0.005	2000	0.25
100 × 100	0.0025	4000	0.25
200 × 200	0.00125	8000	0.25

表-5 single vortex 誤差 $E_0(T=10)$

格子分割	M-AND	THINC
50 × 50	2.801E-01	1.926E-01
100 × 100	1.867E-01	1.599E-01
200 × 200	1.099E-01	1.210E-01

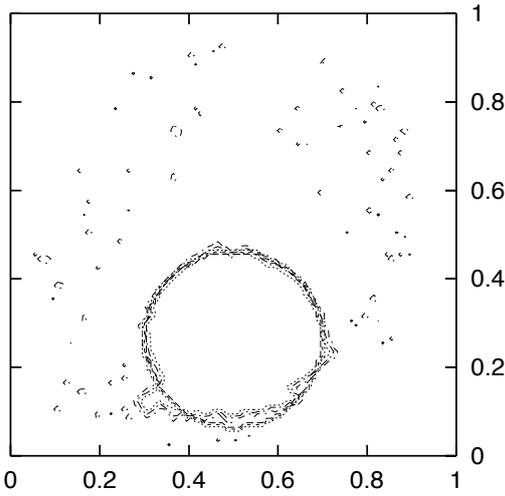


図-22 2次元単一剪断渦問題(円柱,100x100,THINC,T=10)

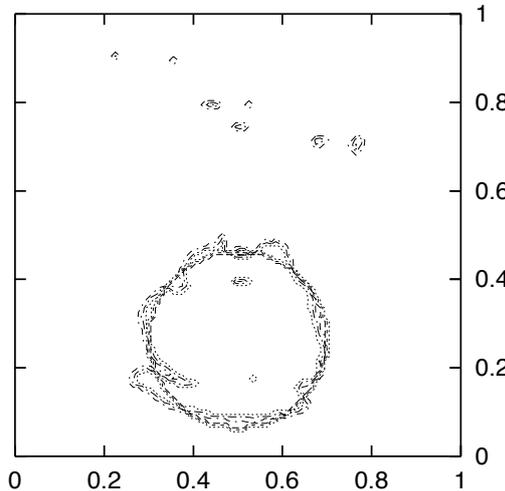


図-23 2次元単一剪断渦問題(円柱,100x100,M-AND,T=10)

4. おわりに

本論文では、スカラー移動を利用した非数値拡散フィルタである M-AND フィルタを提案し、基礎的な検証を行いその適用性について検討した。基礎的な検証を通して、M-AND フィルタの数値拡散を抑える機能が

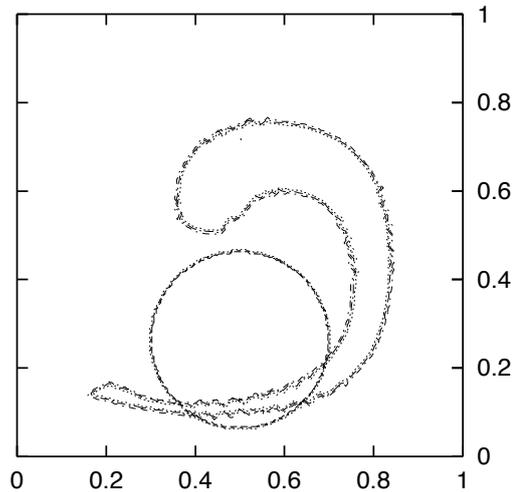


図-24 2次元単一剪断渦問題(円柱,200x200,THINC,T=5)

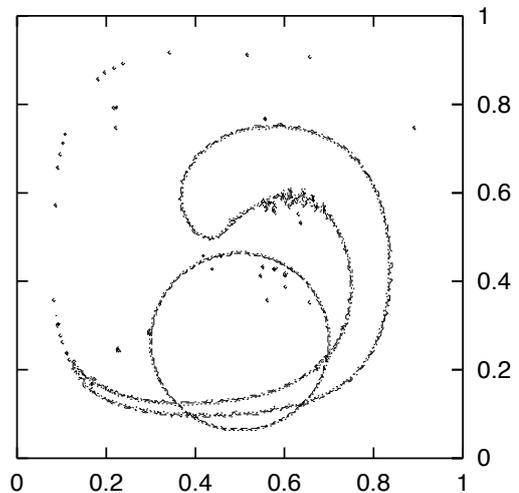


図-25 2次元単一剪断渦問題(円柱,200x200,M-AND,T=5)

有効に作用することを確認した。計算精度については、既存の高精度移流計算スキームの一つである THINC との比較を行い、精度の面では課題を残した。今後は、M-AND フィルタにおけるスカラー交換量の評価方法等の改良を検討し、精度の向上を追求する予定である。

また、本手法ではスカラー分布の勾配方向にスカラー値を移動させながら数値拡散を修正するので、移流過程において孤立したスカラーが発生しにくい。この性質は、例えば図-27 と図-26 との比較で確かめることができる。このため、本研究では未検討であるが、気液混相流れにおいて流体運動の過程で空中に飛散した液体あるいは液体中に取り込まれた気泡等が発生したとしても、これらの飛沫、気泡を長時間追跡して数値計算を進めることができると期待される。気相と液相が激しく混ざり合うような現象に関する数値計算への適用性の検証については、M-AND フィルタの精度向上、アルゴリズムの効率化も含めて今後の課題とする。

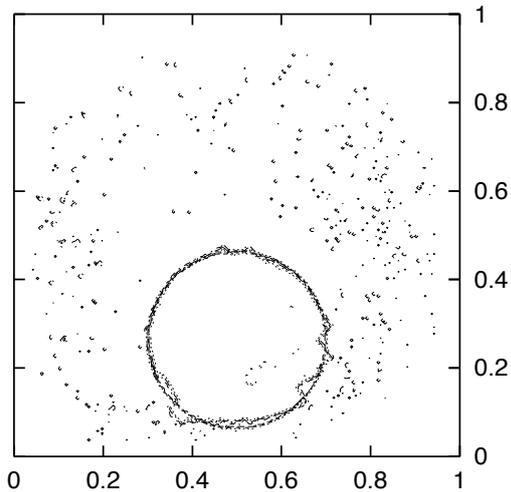


図-26 2次元単一剪断渦問題(円柱,200x200,THINC,T=10)

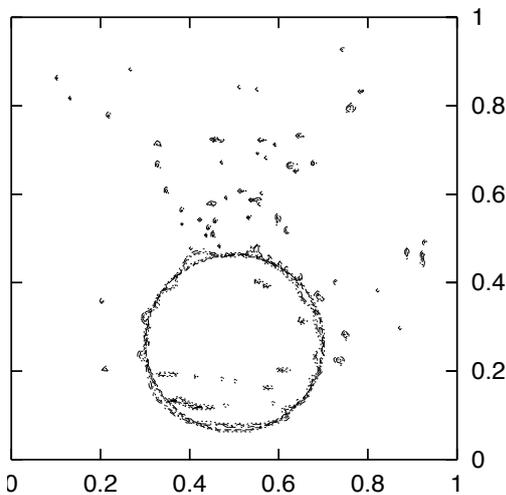


図-27 2次元単一剪断渦問題(円柱,200x200,M-AND,T=10)

参考文献

- 1) Unverdi S.O. and Tryggvason G.: A front-tracking method for viscous, incompressible multi-fluid flow, *J. Comput. Phys.*, Vol.100, pp.25-37, 1992.
- 2) Glimm J., Graham M.J., Grove J., Li X.L., Smith T.M., Tan D., Tangerman F. and Zhang Q.: Front-tracking in two and three dimensions, *J. Comput. Math.*, Vol.7, pp.1-12, 1998.
- 3) Harlow F.H. and Welch J.E.: Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with a free surface, *The Physics of Fluids*, Vol.24, pp.2182-2189, 1976.
- 4) Hirt C.W. and Nichols B.D.: Volume of fluid (VOF) methods for the dynamics of free boundaries, *J. Comput. Phys.*, Vol.39, pp.201-225, 1981.
- 5) Osher S. and Sethian J.A.: Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations, *J. Comput. Phys.*, Vol.79(1), pp.12-49, 1988.
- 6) Sussman M., Smereka P. and Osher S.: A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow, *J. Comput. Phys.*, Vol.114(1), pp.146-159, 1994.
- 7) Mulder W., Osher S. and Sethian J.A.: Computing

- interface motion in compressible gas dynamics, *J. Comput. Phys.*, Vol.100, pp.209-228, 1992.
- 8) Unverdi S.O. and Tryggvason G.: Computations of multi-fluid flows, *Physica D*, Vol.60, 70, 1992.
- 9) Enright D., Fedkiw R., Ferziger J. and Mitchell I.: A Hybrid Particle Level Set Method for Improved Interface Capturing, *J. Comput. Phys.*, Vol.183(1), pp.83-116, 2002.
- 10) Hieber S.E. and Koumoutsakos P.: A Lagrangian particle level set method, *J. Comput. Phys.*, Vol.210, pp.342-367, 2005.
- 11) Sussman M.: A second order coupled level set and volume-of-fluid method for computing growth and collapse of bubbles, *J. Comput. Phys.*, Vol.187(1), pp.110-136, 2003.
- 12) Leung S. and Zhao H.: A grid based particle method for moving interface problems, *J. Comput. Phys.*, Vol.228(8), pp.2993-3024, 2009.
- 13) Lafaurie B., Nardone C., Scardovell R., Zaleski S. and Zanetti G.: Modeling merging and fragmentation in multiphase flows with SURFER, *J. Comput. Phys.*, Vol.113, pp.134-147, 1994.
- 14) Ubink O. and Issa R.I.: A method for capturing sharp fluid interfaces on arbitrary meshes, *J. Comput. Phys.*, Vol.153, pp.26-50, 1999.
- 15) Noh W.F. and Woodward P.: SLIC(simple line interface method), *Lecture Notes in Physics*, Vol.24, pp.330-340, 1976.
- 16) Youngs D.L.: Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion, *Numerical Methods for Fluid Dynamics*, Morton K.W., Baines M.J (eds), Academic Press: New York, Vol.24, pp.273-285, 1982.
- 17) Ashgriz A. and Poo J.Y.: FLAIR: flux line-segment model for advection and interface reconstruction, *J. Comput. Phys.*, Vol.93, pp.449-468, 1991.
- 18) Harvie D.J.E. and Fletcher D.F.: A New Volume of Fluid Advection Algorithm: The Stream Scheme, *J. Comput. Phys.*, Vol.162, pp.1-32, 2000.
- 19) Puckett E.G., Almgren A.S., Bell J.B., Marcus D.L. and Rider W.J.: A High-Order Projection Method for Tracking Fluid Interfaces in Variable Density Incompressible Flows, *J. Comput. Phys.*, Vol.130, pp.269-282, 1997.
- 20) Lopez J., Hernandez J. Gomez P. and Faura F.: An improved PLICVOF method for tracking thin fluid structures in incompressible two-phase flows, *J. Comput. Phys.*, Vol.208, pp.51-74, 2005.
- 21) Yokoi K.: Efficient implementation of THINC scheme: A simple and practical smoothed VOF algorithm, *J. Comput. Phys.*, Vol.226, pp.1985-2002, 2007.
- 22) Xiao F., Honma Y. and Kono T.: A simple algebraic interface capturing scheme using hyperbolic tangent function, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol.48, pp.1023-1040, 2005.
- 23) Rudman M.: Volume-tracking methods for interfacial flow calculations, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol.24, pp.671-691, 1997.
- 24) Zalesak S.T.: Fully multidimensional flux-corrected transport algorithms for fluids, *J. Comput. Phys.*, Vol.31, pp.335-362, 1979.
- 25) Rider W.J. and Kothe D.B.: Reconstruction volume tracking, *J. Comput. Phys.*, Vol.141, pp.112-152, 1998.

(2010年3月9日 受付)