

演算子積分法を用いた時間領域境界要素法による電磁超音波の解析

Application of Time-Domain Boundary Element Method Based on Convolution Quadrature Method for Ultrasonic Wave Analysis by an Electromagnetic Acoustic Transducer

天間 祐輔*工藤 圭**斎藤 隆泰***廣瀬 壮一****

Yusuke TEMMA, Kei KUDOU, Takahiro SAITOH and Sohichi HIROSE

*非会員 修 (工) 東京工業大学大学院情報理工学研究科情報環境学専攻 (〒 152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

**学生会員 東京工業大学大学院情報理工学研究科情報環境学専攻 修士課程 (〒 152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

***正会員 博 (工) 東京工業大学大学院情報理工学研究科情報環境学専攻 助教 (〒 152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

****正会員 工博 東京工業大学大学院情報理工学研究科情報環境学専攻 教授 (〒 152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

This paper investigates the mechanism of the electromagnetic acoustic transducer (EMAT). EMATs are composed with coils and magnets, and can generate ultrasonic waves electromagnetically without contacting specimens. The processes of the transmitting-receiving and the propagation of the ultrasonic waves are described by the governing equations for the electromagnetic field and the elastic material respectively. In this research, time-domain boundary element methods based on the convolution quadrature method are used for the numerical analysis. These results could be applicable to modeling practical EMAT and the flaw identification in nondestructive testing.

Key Words : *Non-destructive Testing, Electromagnetic Ultrasonic, Boundary Element Method (BEM), Convolution Quadrature Method (CQM)*

1. 研究の背景と目的

土木構造物に対する非破壊検査手法として、超音波非破壊検査法が広く利用されている。超音波非破壊検査法は、X線や磁気的手法とは異なり、材料内部の検査を比較的容易に行うことが可能である。一般的に、超音波の送受信には圧電探触子が利用されている。しかしながら、圧電探触子を用いた場合には、超音波が効率良く検査対象物に入射するよう、探触子と検査対象物の間に水や油等の接触媒質が必要となる。そのため、例えば、検査対象物表面の粗雑具合や、検査員が直接そのような接触媒質を付して検査することが困難な過酷な状況下では、超音波非破壊検査法を適用することは難しいとされている。

近年、こうした問題に対応するための手段として、電磁超音波探触子 (EMAT: Electromagnetic Acoustic Transducer) が注目を集めている。EMAT 自体の歴史は古く、Thompson¹⁾²⁾により以前からそのアイデアは提案されていたものの、圧電式に比べて感度が悪いこと等もあり、広く利用されてこなかった。しかし、近年の測定機器の発達、信号処理の高度化、圧電探触子では成し得ない用途への適用が期待され、非線形超音波法や空気超音波法といった最新の非破壊検査手法の1つとして期待されている³⁾。EMATは、コイルと永久磁石または電磁石で構成され、交流電流が印加されたコイルにより金属試料内部に発生する渦電流と、磁石の静磁場との相互作用によるローレンツ力により、金属内に超音波を

発生させることができる。物体力となるローレンツ力が超音波を励起させるため、被検査対象物に探触子を接触させる必要がない。また、磁界並びに渦電流の方向を組み合わせることにより各種超音波モードの発生・検出も可能である。これらの特長を活かして走行中、あるいは高温や放射線などの特殊環境下での利用も期待されており、原子力機器に対する非破壊検査手法としても注目を集めている。

しかしながら、EMATによる超音波の送受信メカニズムは非常に複雑で、電磁場を記述した Maxwell 方程式と、超音波が伝播する弾性体の運動方程式により記述されることとなる。これまでに Ludwig⁴⁾や、丸山・杉浦⁵⁾らによって電磁超音波の送受信過程と弾性体内の伝播に関する数値解析が行われているが、いずれも有限要素法を用いている。波動解析に適した境界要素法での解法が確立すれば、3次元問題への拡張も比較的少ない自由度で行うことができ、無限、もしくは半無限領域を含んだモデル化も容易に行うことが可能であると思われる。

本研究では、電磁場、弾性体の方程式の解法には Lubich の演算子積分法を適用した時間領域境界要素法を用い、2次元での電磁超音波探触子の送受信メカニズム、および弾性体として非磁性体内における超音波の伝播に関する数値解析による現象把握を行う。以下では、まず EMAT の原理と解析の流れについて述べ、時間領域境界要素法を用いた定式化について述べる。そして、数値解析例として、互い違いに配置した3つの磁石とコ

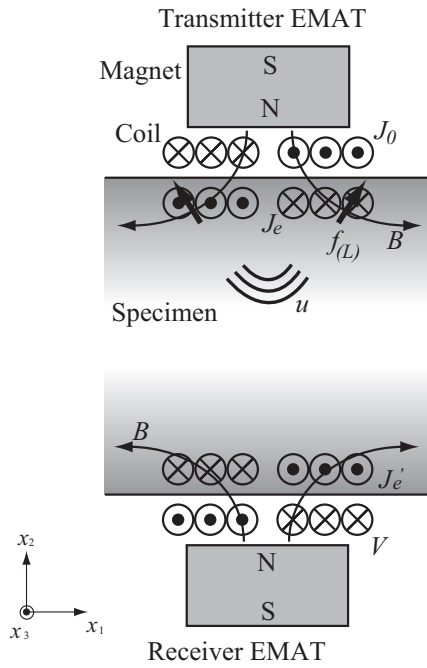


図-1 EMAT の原理

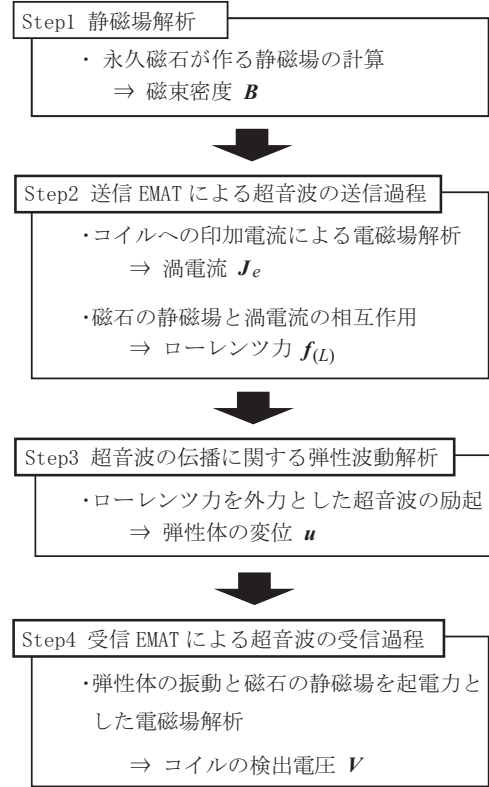


図-2 EMAT 解析の流れ

イルからなる送信 EMAT によるローレンツ力分布, 超音波の弾性体内における伝播, そして受信 EMAT による超音波の受信電圧に至るまで解析し, 結論・今後の展望について示すこととする。

2. EMAT による電磁超音波

はじめに, 解くべき問題と EMAT の原理, 支配方程式等について簡単にまとめておく。

2.1 問題の設定と EMAT の原理

図-1 に示すような EMAT による超音波の送受信問題について考える。EMAT は磁石とコイルにより構成され, 次に示す原理で超音波を弾性体内に発生させる。

(A) 送信 EMAT のコイルに交流電流 J_0 が印加され, 試料表面には電磁誘導の法則により渦電流 J_e が励起される。

(B) 試料内では磁石による静磁場の磁束密度 B と渦電流 J_e の相互作用により電磁力であるローレンツ力 $f_{(L)}$ が発生し, 試料表面に生じた振動が試料内部を超音波として伝播する。

(C) 試料内部を弾性波動として伝播した超音波が受信 EMAT の近傍に到達すると, 送信とは逆のメカニズムにより試料表面に渦電流 J'_e が発生する。この J'_e による磁場の変化を受信 EMAT のコイルによって検出する。

以上, (A), (B), (C) の流れについて, 次節で述べる支配方程式から時間領域境界要素法による定式化を行い, 超音波の伝播シミュレーションを実行する。

2.2 電磁超音波解析の流れと支配方程式

非磁性体に対する電磁超音波の送受信メカニズムは先に述べた (A), (B), (C) のように複雑である。それらの解析手順は, 大きく分けて図-2 に示すような (1) 静磁場解析 (2) 送信 EMAT による超音波の送信過程 (3) 超音波の伝播に関する弾性波動解析 (4) 受信 EMAT による超音波の受信過程の 4step にまとめられる。一般的に電磁場の解析において EMAT で通常使用される範囲の周波数は 10MHz 以下であり, コイルに流れる伝導電流に対して変位電流を無視することができる (準静磁場の条件)。したがって, 以下ではその準静磁場の仮定のもとでの, 各段階における 2 次元支配方程式についてまとめておく。

Step1: 静磁場解析

Step1 における静磁場の解析では, Step2 におけるローレンツ力の計算に必要な磁束密度 B の B_1 , B_2 成分を求める。非磁性体を解析対象とした場合には透磁率 μ が空気中の透磁率 μ_0 に等しいため, 2 次元において永久磁石が作る静磁場は解析解を用いて容易に求められる⁶⁾。その詳細については, 本論文では省略する。

Step2: 送信 EMAT による超音波の送信過程

Step2 ではローレンツ力 $f_{(L)}$ を求める。準静磁場の条件を用い, 時刻 t に対して Maxwell 方程式にクーロンのゲージ条件 ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$) を課せば, 磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ が満たす支配方程式は, コイルを含む空

気領域 Ω_o , 試料内部の導体領域 Ω_c に対して次のように表わすことができる。

$$\nabla^2 A_3 = -\mu_0 J_{03} \quad \text{in } \Omega_o \quad (1)$$

$$\nabla^2 A_3 - \mu\sigma \frac{\partial A_3}{\partial t} = 0 \quad \text{in } \Omega_c \quad (2)$$

ここで、図-1 より、送信 EMAT におけるコイルに印加される強制電流 $\mathbf{J}_0$ は x_3 方向成分 J_{03} のみを持つ。したがって、ここではベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ の x_3 方向成分 A_3 についてのみ支配方程式を記述していることに注意する。また、 σ は伝導率を表す。式 (1), (2) を解くことで渦電流 $\mathbf{J}_e = -\sigma \partial \mathbf{A} / \partial t$ が得られ、Step1 で求めた静磁場の磁束密度 $\mathbf{B}$ との相互作用により、ローレンツ力

$$\mathbf{f}_{(L)} = \mathbf{J}_e \times \mathbf{B} \quad (3)$$

を計算することができる。

Step3:超音波の伝播に関する弾性波動解析

Step3 では、Step1, 2 の結果をもとに、試料内の弾性波動場を求める。弾性波動場の支配方程式は Step2 で求めたローレンツ力 $\mathbf{f}_{(L)}$ を物体力の項として連成した次の弾性体の運動方程式で表される。

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - (\lambda + 2G) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + G \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}) \\ = \mathbf{J}_e \times \mathbf{B} = \mathbf{f}_{(L)} \quad \text{in } \Omega_c \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ は弾性体の変位ベクトル、 G , λ はラメ定数、 ρ は試料である弾性体の密度である。

Step4:受信 EMAT による超音波の受信過程

最終 Step4 では、Step2 の送信メカニズムに注意すれば、Step3 で求めた弾性波動場 $\mathbf{u}$ より、弾性体の振動 $\partial \mathbf{u} / \partial t$ と磁石による静磁場との相互作用に伴う起電力項 $(\partial \mathbf{u} / \partial t) \times \mathbf{B}$ を外力として次式となる。

$$\nabla^2 A_3 = 0 \quad \text{in } \Omega_o \quad (5)$$

$$\nabla^2 A_3 - \mu\sigma \frac{\partial A_3}{\partial t} = -\mu\sigma \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \times \mathbf{B} \right]_3 \quad \text{in } \Omega_c \quad (6)$$

ただし、式 (5) の $[\]_3$ は $[\]$ 内の x_3 方向成分を表す。

さて、本節で述べた各支配方程式について、それぞれが満たすベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ や変位 $\mathbf{u}$ を解析的に求めることは容易ではない。通常、超音波非破壊検査法の数値シミュレーションでは、対象とする欠陥に対して超音波の伝播経路は十分長いこと等を考慮し、解析モデルを無限もしくは半無限問題として設定することも多い⁷⁾。したがって、以下では時間領域境界要素法を用いて、式 (1)-(6) を数値的に解くことを考える。

3. 時間領域境界要素法による定式化

時間領域境界要素法による解析では支配方程式を積分形で表した境界積分方程式を導出した後、時間と空間に関して離散化することにより得られる代数方程式を解く必要がある。本研究では、Lubich により提案された演算子積分法 (CQM: Convolution Quadrature Method)⁸⁾ を用いた時間領域境界要素法 (CQ-BEM) を用いて解析を行う。通常、境界要素法解析では基本解と呼ばれる特異解が必要となる。一般的な時間領域の解析では時間依存性の基本解を必要とするのに対して、CQ-BEM では、ラプラス変換域での基本解が必要となる。解析の手順は周波数領域と同様の手順で実行され、実装が比較的容易である。また、従来の手法と比較して、小さい時間増分 Δt に対する数値解の安定性も期待できる⁹⁾。以下では簡単に演算子積分法について述べた後、Step2, 3, 4 の解析に必要な時間領域境界要素法の定式化の概要を示す。

3.1 演算子積分法 (CQM)

2つの関数 f, g の畳込み積分は、演算子積分法⁸⁾ を適用することで、次のように離散近似される。

$$\begin{aligned} f * g(t) &= \int_0^t f(t-\tau)g(\tau)d\tau \\ &\simeq \sum_{0 \leq j\Delta t \leq t} \omega_j(\Delta t)g(t-j\Delta t) \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、 $*$ は畳込み積分を表す。また、 $\omega_j(\Delta t)$ は重み関数であり、

$$\omega_n = \frac{\mathcal{R}^{-n}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \hat{f}\left(\frac{\delta(\zeta_l)}{\Delta t}\right) e^{-2\pi i \frac{nl}{L}} \quad (8)$$

で決定される。ここで、 i は虚数単位であり、 $\hat{f}$ は式 (7) におけるもとの関数 f のラプラス変換である。また、 $\zeta_l = \mathcal{R}e^{-2\pi i nl/L}$ であり、 $L, \mathcal{R}$ は演算子積分法に必要なパラメータである。 L や $\mathcal{R}$, $\delta(\zeta_l)$ 等の離散化のための各パラメータの設定方法や、詳しい数学的な導出は参考文献⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾等を参照されたい。

3.2 CQ-BEM を用いた送信 EMAT による超音波の送信過程解析 (Step2)

はじめに、渦電流 $\mathbf{J}_e$ を求めるために、Step2 に対応した送信 EMAT による超音波の送信過程についての時間領域境界要素法解析をコイルを含む空気領域 Ω_o , 導体領域 Ω_c について行う。電磁界における境界積分方程式は、グリーンの公式を用いて導かれる¹¹⁾。

(1) コイルを含む空気領域 Ω_o

まず、コイルを含む空気領域 Ω_o における支配方程式 (1) に対する境界積分方程式を示す。コイルを含む空気

領域 Ω_o において、コイル部分を Ω_b 、空気領域を Ω_a とし、それぞれに対する境界部分を S_b , S_a とすれば、準静磁場の条件より、次の境界積分方程式

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x})A_3(\mathbf{x}, t) &= \int_{S_a} \mathcal{A}(\mathbf{x}, \mathbf{y})Q_3(\mathbf{y}, t)dS_y \\ &- \int_{S_a} \mathcal{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{y})A_3(\mathbf{y}, t)dS_y + \int_{\Omega_b} \mu\mathcal{A}(\mathbf{x}, \mathbf{y})J_{03}(\mathbf{y}, t)d\Omega_y \\ &\quad \text{in } \Omega_o \quad (9) \end{aligned}$$

が成り立つ。ここで、 $C(\mathbf{x})$ は自由項であり、 $Q_3 = \partial A_3 / \partial n_y$ である。ただし、 $\partial / \partial n_y$ は点 $\mathbf{y}$ における法線方向微分を表す。また、 $\mathcal{A}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, $\mathcal{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は 2 次元ラプラス方程式における基本解および対応する二重層核であり、

$$\mathcal{A}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\frac{1}{2\pi} \log r \quad (10)$$

$$\mathcal{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\partial \mathcal{A}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial n_y} \quad (11)$$

で与えられる。ここで、 $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ である。

(2) 試料内部の導体領域

次に、試料内部の導体領域 Ω_c における支配方程式 (2) に対しての境界積分方程式をまとめておく。試料内部の導体領域 Ω_c における磁気ベクトルポテンシャル成分 $A_3(\mathbf{x}, t)$ は Ω_c の境界 S_c に対して、次の時間領域境界積分方程式を解くことで求めることができる。

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x})A_3(\mathbf{x}, t) &= \int_{S_c} \mathcal{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * Q_3(\mathbf{y}, t)dS_y \\ &- \int_{S_c} \mathcal{H}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * A_3(\mathbf{y}, t)dS_y \quad \text{in } \Omega_c \quad (12) \end{aligned}$$

ここで、 $\mathcal{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$, $\mathcal{H}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ はそれぞれ支配方程式 (2) に対する時間領域基本解を表す。式 (12) を演算子積分法を用いて解くために、式 (7), (8) を用いて式 (12) の畳込み積分を評価し、 M 個の境界要素で S_c を離散化すれば

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x})A_3(\mathbf{x}, n\Delta t) &= \\ &\sum_{\alpha=1}^M \sum_{k=1}^n \left[G^{n-k}(\mathbf{x}, \mathbf{y}^\alpha)Q_3(\mathbf{y}^\alpha, k\Delta t) \right. \\ &\quad \left. - H^{n-k}(\mathbf{x}, \mathbf{y}^\alpha)A_3(\mathbf{y}^\alpha, k\Delta t) \right] \quad (13) \end{aligned}$$

を得ることができる。ここで、 $G^m(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, $H^m(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は影響関数であり、

$$G^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\mathcal{R}^{-m}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \left[\int_{S_c} \hat{\mathcal{G}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa_l) dS_y \right] e^{-2\pi i \frac{m}{L} l} \quad (14)$$

$$H^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\mathcal{R}^{-m}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \left[\int_{S_c} \hat{\mathcal{H}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa_l) dS_y \right] e^{-2\pi i \frac{m}{L} l} \quad (15)$$

によって与えられる。ただし、 $\hat{\mathcal{G}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa)$, $\hat{\mathcal{H}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa)$ は、 $\mathcal{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$, $\mathcal{H}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ に対応するラプラス変換域での基本解および対応する二重層核であり、

$$\hat{\mathcal{G}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa_l) = \frac{1}{2\pi} K_0(\kappa_l r) \quad (16)$$

$$\hat{\mathcal{H}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa_l) = \frac{\partial \hat{\mathcal{G}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa_l)}{\partial n_y} \quad (17)$$

で与えられる。ここで κ_l はラプラス変換パラメータであり、 $\kappa_l = \sqrt{\mu\sigma\delta(\zeta_l)/\Delta t}$ で定義される。また K_n は n 次の第二種変形 Bessel 関数である。

(3) コイルを含む空気領域と試料表面における境界条件の設定

最終的に、コイルに流れる交流電流 $\mathbf{J}_0$ による駆動電力により試料表面付近に発生する渦電流 $\mathbf{J}_e$ は、境界積分方程式 (9) と (12) を連成して得ることができる。一般的に、コイルを含む空気領域 Ω_o における試料境界部分 S_a と、導体領域 Ω_c における試料境界 S_c において、それぞれの領域での磁気ベクトルポテンシャルとその法線微分を $\mathbf{A}^a$, $\mathbf{Q}^a$ および $\mathbf{A}^c$, $\mathbf{Q}^c$ とすれば、次の連続条件

$$\mathbf{A}^c = \mathbf{A}^a \quad (18)$$

$$\mathbf{Q}^c = -\frac{\mu^c}{\mu^a} \mathbf{Q}^a \quad (19)$$

が成り立つ。これより、境界積分方程式 (9), (12) は境界条件 (18), (19) を用いて解くことができ、渦電流 $\mathbf{J}_e$ を求めることができる。

静磁場における磁束密度 $\mathbf{B}$ は、Step1 により求めることができる。したがって、式 (3) よりローレンツ力 $\mathbf{f}_{(L)}$ を各時間ステップにおいて求めることができる。

3.3 CQ-BEM による超音波伝播過程の解析 (Step3)

次に Step3 における超音波の伝播解析についての境界要素法についてまとめておく。支配方程式 (4) に対する 2 次元弾性波動問題における時間領域境界積分方程式は、Step2 で求めた式 (3) でローレンツ力 $\mathbf{f}_{(L)}$ を物体力 $\mathbf{f} = \mathbf{f}_{(L)}$ として考慮すれば、次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
C_{ij}(\mathbf{x})u_j(\mathbf{x}, t) &= \int_{S_c} U_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * t_j(\mathbf{y}, t) dS_y \\
&\quad - \int_{S_c} \mathcal{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * u_j(\mathbf{y}, t) dS_y \\
&\quad + \int_{\Omega_c} U_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * f_j(\mathbf{y}, t) d\Omega_y \quad (20)
\end{aligned}$$

ここで、 C_{ij} および $U_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$, $\mathcal{T}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$ はそれぞれ、自由項および 2 次元弾性波動問題における時間領域基本解と対応する二重層核である。右辺第 3 項の物体力 $\mathbf{f}$ の成分 f_j は境界 S_c 上ではなく、導体試料 Ω_c に関する領域積分で与えられることに注意する。式 (20) についても畳込み積分の評価に式 (7) と (8) を用いた演算子積分法を適用し、物体力 f_j が働く領域 Ω_c を M_f 個の境界要素で離散化すれば、最終的に次の離散化された境界積分方程式を得る¹⁰⁾。

$$\begin{aligned}
C_{ij}(\mathbf{x})u_j(\mathbf{x}, n\Delta t) &= \\
&\quad \sum_{\alpha=1}^M \sum_{k=1}^n \left[U_{ij}^{n-k}(\mathbf{x}, \mathbf{y}^\alpha) t_j(\mathbf{y}^\alpha, k\Delta t) \right. \\
&\quad \left. - T_{ij}^{n-k}(\mathbf{x}, \mathbf{y}^\alpha) u_j(\mathbf{y}^\alpha, k\Delta t) \right] \\
&\quad + \sum_{\beta=1}^{M_f} \sum_{k=1}^n \left[F_{ij}^{n-k}(\mathbf{x}, \mathbf{y}^\beta) f_j(\mathbf{y}^\beta, k\Delta t) \right] \quad (21)
\end{aligned}$$

ここで $U_{ij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, $T_{ij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, $F_{ij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は、2 次元弾性波動問題における影響関数であり、それぞれ式 (7), (8) より

$$U_{ij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\mathcal{R}^{-m}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \left[\int_{S_c} \hat{U}_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa_l) dS_y \right] e^{-2\pi i \frac{ml}{L}} \quad (22)$$

$$T_{ij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\mathcal{R}^{-m}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \left[\int_{S_c} \hat{\mathcal{T}}_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa_l) dS_y \right] e^{-2\pi i \frac{ml}{L}} \quad (23)$$

$$F_{ij}^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\mathcal{R}^{-m}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \left[\int_{\Omega_c} \hat{U}_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa_l) d\Omega_y \right] e^{-2\pi i \frac{ml}{L}} \quad (24)$$

で表わされる。ただし、 $\hat{U}_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa)$, $\hat{\mathcal{T}}_{ik}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa)$ は支配方程式 (4) に対応するラプラス変換域における基本解および対応する二重層核であり、それぞれ、

$$\begin{aligned}
\hat{U}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa_l) &= \frac{1}{2\pi G} \left\{ K_0(\kappa_T r) \delta_{ij} \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{\kappa_T^2} \frac{\partial}{\partial y_i} \frac{\partial}{\partial y_j} [K_0(\kappa_T r) - K_0(\kappa_L r)] \right\} \quad (25)
\end{aligned}$$

$$\hat{\mathcal{T}}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa_l) = T_{jk}^{n(\mathbf{y})} \hat{U}_{ki}(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \kappa_l) \quad (26)$$

で与えられる。ここで、 $\kappa_L = \kappa_l/c_L$, $\kappa_T = \kappa_l/c_T$ であり、また c_L , c_T はそれぞれ縦波および横波の位相速度で、 $c_L = \sqrt{(\lambda + 2G)/\rho}$, $c_T = \sqrt{G/\rho}$ で与えられる。また、 $T_{jk}^{n(\mathbf{y})}$ は表面力演算子を表し⁷⁾、 δ_{ij} はクロネッカーデルタである。

3.4 CQ-BEM を用いた受信 EMAT による超音波の受信過程解析 (Step4)

最後に、受信 EMAT による Step3 で求められた超音波の受信過程解析について述べる。EMAT の解析における時間領域境界要素法の定式化は、送信 EMAT のそれと同様に行われる。そのため、それらの結果を簡潔に示しておく。

(1) コイルを含む空気領域 Ω_o

空気領域における境界積分方程式については、

$$\begin{aligned}
C(\mathbf{x})A_3(\mathbf{x}, t) &= \\
&\quad \int_{S_a} \mathcal{A}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) Q_3(\mathbf{y}, t) dS_y - \int_{S_a} \mathcal{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) A_3(\mathbf{y}, t) dS_y \\
&\quad \text{in } \Omega_o \quad (27)
\end{aligned}$$

を考えればよい。

(2) 試料内部の導体領域 Ω_c

一方、導体領域における境界積分方程式は、

$$\begin{aligned}
C(\mathbf{x})A_3(\mathbf{x}, t) &= \int_{S_c} \mathcal{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * Q_3(\mathbf{y}, t) dS_y \\
&\quad - \int_{S_c} \mathcal{H}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * A_3(\mathbf{y}, t) dS_y \\
&\quad + \int_{\Omega_c} \mathcal{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * V_3(\mathbf{y}, t) d\Omega_y \quad \text{in } \Omega_c \quad (28)
\end{aligned}$$

で表わされる。ただし、 V_3 は導体領域 Ω_c に作用する起電力であり $V_3(\mathbf{y}, t) = [\partial \mathbf{u}(\mathbf{y}, t)/\partial t \times \mathbf{B}(\mathbf{y})]_3$ である。式 (28) を、式 (7) と (8) を用いた演算子積分法により、また、起電力 $\partial \mathbf{u}/\partial t \times \mathbf{B}$ が作用する領域を M_e 個の要素で分割し離散化すれば、

$$\begin{aligned}
C(\mathbf{x})A_3(\mathbf{x}, n\Delta t) &= \\
&\quad \sum_{\alpha=1}^M \sum_{k=1}^n \left[G^{n-k}(\mathbf{x}, \mathbf{y}^\alpha) Q_3(\mathbf{y}^\alpha, k\Delta t) \right. \\
&\quad \left. - H^{n-k}(\mathbf{x}, \mathbf{y}^\alpha) A_3(\mathbf{y}^\alpha, k\Delta t) \right] \\
&\quad + \sum_{\beta=1}^{M_e} \sum_{k=1}^n I^{n-k}(\mathbf{x}, \mathbf{y}^\beta) V_3(\mathbf{y}^\beta, k\Delta t) \quad \text{in } \Omega_c \quad (29)
\end{aligned}$$

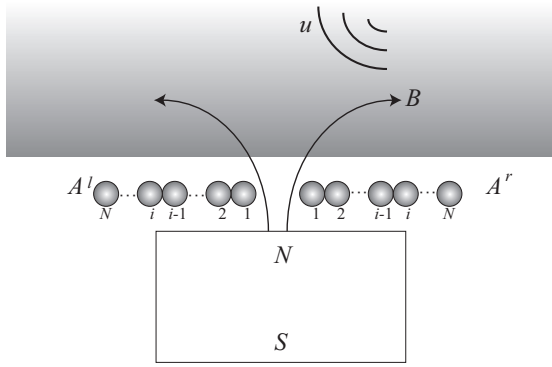


図-3 受信側 EMAT における受信電圧の原理

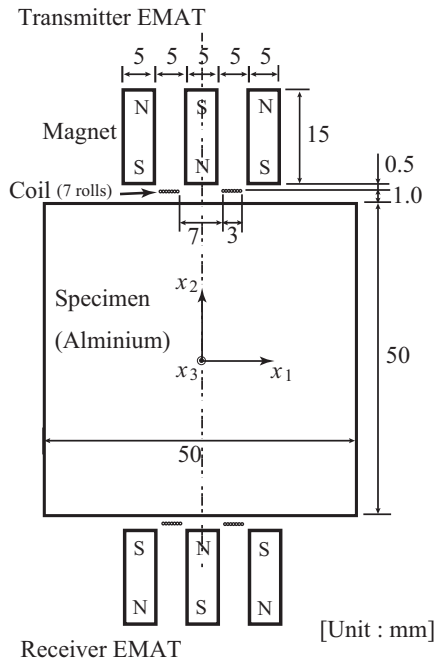


図-4 EMAT の数値解析モデル

となる．ただし、 $I^m(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は次式で表される．

$$I^m(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\mathcal{R}^{-m}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \left[\int_{\partial\Omega_c} \hat{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \kappa_l) d\Omega_c \right] e^{-2\pi i \frac{m l}{L}} \quad (30)$$

(3) 受信電圧の計算

受信側 EMAT の超音波の検出は、受信側 EMAT におけるコイルに発生する誘導起電力により評価できる．以下では簡単にその計算方法についてまとめておく．

まず、送信側 EMAT の計算で行ったように、境界積分方程式 (27), (28) を、境界条件 (18), (19) を用いて解き、ベクトルポテンシャルの A_3 成分を求める．そして、空気領域における外部問題としてコイル位置における磁束密度を $\mathbf{B}^b = \nabla \times \mathbf{A}$ により求める．このとき、コ

表-1 解析諸元

パラメータ	値
銅線の直径 d	0.4mm
周波数 f_0	1.0MHz
時間増分 Δt	0.05 μ s
全時間ステップ N	512
透磁率 $\mu = \mu_0$	$4\pi \times 10^{-7}$ H/m
伝導率 σ	4.0×10^7 S/m
電流密度 J_0	1.0×10^4 A/m ²
磁化 M	1.3T
密度 ρ	2700kg/m ³
縦波の速度 c_L	6420m/s
横波の速度 c_T	3120m/s

イルの太さを無視すれば、受信コイルの巻き数が N 回であり、 i 番目のループの断面積を S_i 、コイルによる導線を s_i とすれば、 i 番目のループを貫く磁束 Φ_i は次式で求めることができる．

$$\Phi_i = \int_{S_i} \mathbf{B}^b \cdot d\mathbf{S} = \int_{S_i} \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \oint_{s_i} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (31)$$

2次元解析においては、図-3 に示すように i 番目のコイルの右側銅線位置、および左側銅線位置におけるベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ の x_3 成分をそれぞれ A_i^r, A_i^l とすると、検出コイルの x_3 方向長さを単位長さにとれば、

$$\Phi_i = (A_i^r - A_i^l) \quad (32)$$

が成り立つ．したがって、 N 個のループを考えると、電磁誘導の法則より、誘導起電力である検出電圧 V は、

$$V = - \sum_{i=1}^N \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \quad (33)$$

のように求めることができる．

4. 数値解析結果

数値解析例として図-4 のような EMAT の磁石の磁化の方向が互い違いに 3 つ配置され、送信側の下部および受信側の上部にコイルがある EMAT モデルを考える．試料上面の送信側 EMAT により発生する電磁超音波は、弾性体である試料内部を伝播し、試料底面付近まで伝播した後、試料底面の受信側 EMAT におけるコイルに生じる誘導起電力より電磁超音波を検出する．これら一連の流れを数値解析により再現する．

ただし、本解析では試料をアルミニウムと仮定し、アルミニウムの物性、電磁場および弾性波動場における解

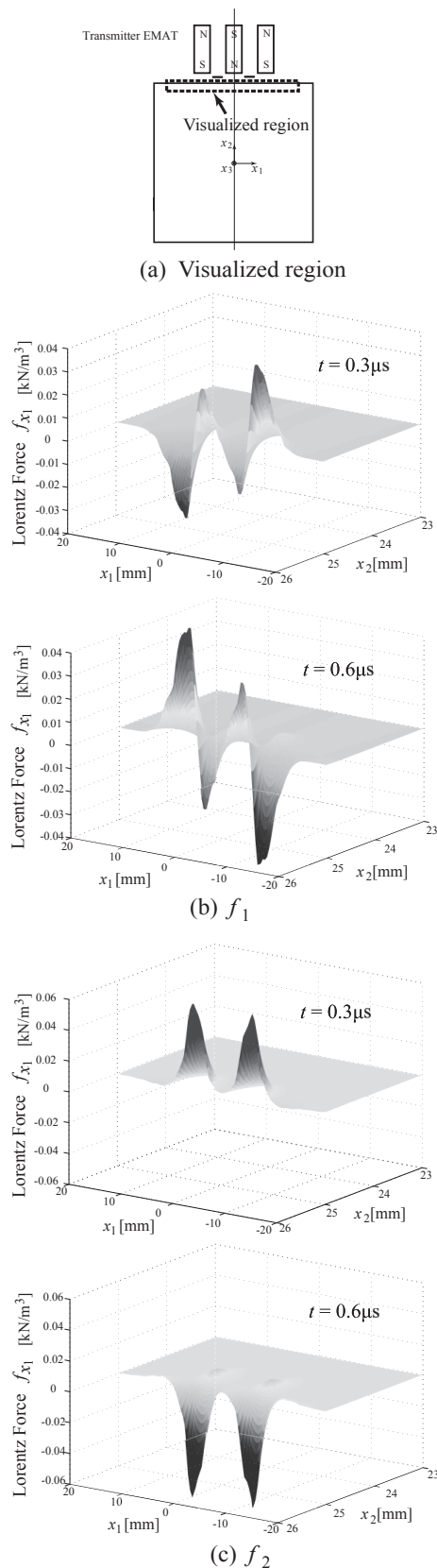


図-5 $t = 0.3, 0.6\mu s$ における試料上部付近でのローレンツ力分布 (a) 可視化範囲 (b) f_1 成分 (c) f_2 成分

析条件を、表-1 に示すように与えた。また、コイルに印加される駆動電流 $\mathbf{J}_0$ として、 $\sin$ 波を 1 周期分与え、弾

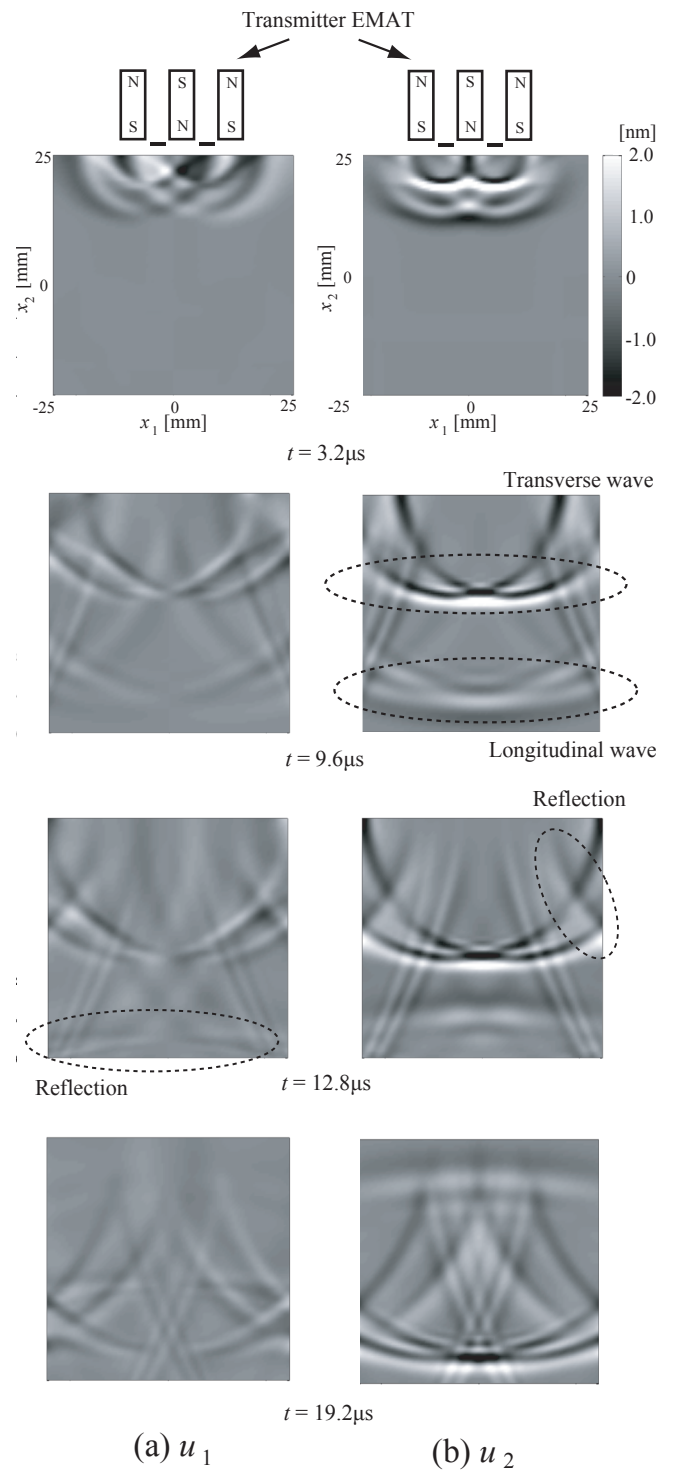


図-6 時刻 $t = 3.2, 9.6, 12.8, 19.2\mu s$ における弾性波動場 (a) u_1 成分 (b) u_2 成分

性波動場の解析においては、試験体表面の境界条件として応力フリーを仮定した。境界積分方程式の離散化においては試料表面を一定要素で 640 個の境界要素に分割して解析を行った。

はじめに、解析で求められたローレンツ力の f_1, f_2 成分を示す。図-5-(a) で示されたような、試料上部付近

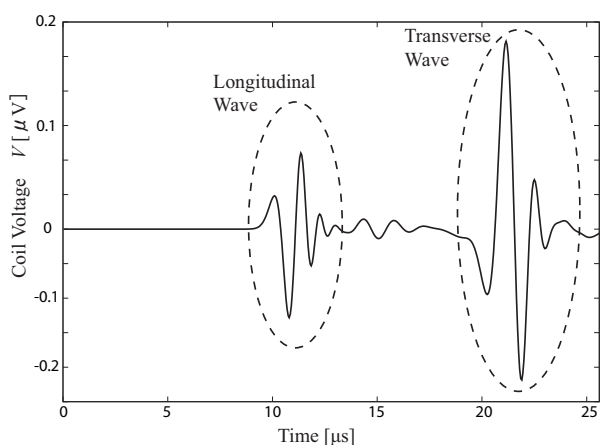


図-7 受信側 EMAT におけるコイル電圧の時刻歴

におけるローレンツ力の f_1, f_2 成分を示した図が図-5-(b),(c)である。ただし,(b),(c)における上段および下段の図はそれぞれ時刻 $t = 0.3, 0.6\mu\text{s}$ における結果を示している。図-5-(b),(c) いずれにおいても, x_2 が大きい, すなわち試料の上部に近づくほどローレンツ力の成分は大きい値を示しており, ローレンツ力は送信 EMAT のコイル真下の試料表面ごく近傍で発生している様子が確認できる。

次に, 図-6 に時刻 $t = 3.2, 9.6, 12.8, 19.2\mu\text{s}$ における試料内の弾性波動場を示す。 $t = 3.2\mu\text{s}$ では試料上部におけるコイル位置の真下, 表面近傍での超音波の発生をはっきりと確認できる。 $t = 9.6\mu\text{s}$ では, 縦波および横波超音波の伝播が見られる。また, $t = 12.8\mu\text{s}$ では左右の壁面および底面からの反射波も確認することができる。そして, $t = 19.2\mu\text{s}$ では, 底面からの反射波が上面に向かって伝播している様子を見てとれる。

最後にアルミニウム試料内を伝播した超音波を受信 EMAT により受信したときのコイル電圧を図-7 に示す。 $10.0\mu\text{s}$ 付近および $19.0\mu\text{s}$ 付近において, 超音波の受信波形の立ち上がりを確認できる。本解析で用いた縦波および横波の波速から計算された, それぞれの試料底面における到達時間はおおよそ $10.4\mu\text{s}$ と $19.8\mu\text{s}$ である。したがって, これらはそれぞれ縦波および横波に対する EMAT での受信波形と考えられる。正確には, 図-7 より, 予測到達時間よりも前に受信側 EMAT において縦波, 横波を観測していることになる。しかしながら, このように超音波が試料の底面に到達する以前から受信 EMAT の検出電圧に立ち上がりが見られる特徴は, 圧電探触子とは異なり電磁的に超音波を検出する EMAT 特有の現象であることを付け加えておく。

5. 結論

本研究では, CQ-BEM を用いて EMAT による電磁超音波の発生シミュレーションを行った。EMAT によ

る超音波の励起から, 試料内での超音波の伝播, そして EMAT での超音波の受信に至る一連の定式化を示した。数値解析例として, 送信 EMAT によるローレンツ力, および超音波の試料内部での伝播を再現することができた。また, 受信 EMAT による電磁超音波の検出についても再現した。本手法を展開することで実際の EMAT の設計, および電磁超音波による非破壊評価における欠陥同定のための解析において貢献が期待できる。

EMAT は磁石とコイルの立体的な構造により様々な超音波を発生させることが可能である。しかしながら, 実用上の EMAT の設計および検査手法の高度化には 3 次元の解析が求められる。今後は, 本手法の高度化とともに, 本手法を 3 次元へと拡張し, より実際の現象に忠実な計算モデルおよび計算手法を構築することが課題である。

参考文献

- 1) R. B. Thompson: A model for the electromagnetic generation of ultrasonic guided waves in ferromagnetic metal polycrystals, *IEEE Trans. on sonics and ultrasonics*, SU-25(1), pp. 7-15, 1978.
- 2) R. B. Thompson: Physical principles of measurements with EMAT transducers, *Physical acoustics*, **19**, pp.157-200, 1990.
- 3) 非破壊検査, 検査と材料評価, 特集 非接触超音波法の新展開, vol.58, No.7, 社) 日本非破壊検査協会, 2009.
- 4) R. C. Ludwig: Numerical Simulations of an Electromagnetic Acoustic Transducer-Receiver System for NDT Applications, *IEEE Trans. on Mag.*, **29**, pp. 2081-2089, 1993.
- 5) 丸山真一・杉浦壽彦・吉沢正紹: 電磁超音波探触子による超音波送受信過程に関する研究, 日本機械学会論文集 (C 編), 66 巻 642 号, pp. 390-397, 2000.
- 6) J. A. Stratton: *Electromagnetic Theory*, McGraw-HILL BOOK COMPANY, 1941.
- 7) 小林昭一: 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, 2000.
- 8) C. Lubich: Convolution quadrature and discretized operational calculus I, *Numer. Math.*, **52**, pp. 129-145, 1988.
- 9) 福井卓雄・岡山美央・石田貴之: 2 次元波動伝播問題における演算子積分時間領域境界要素法および高速多重極法の適用, 計算数理工学論文集, **6-2**, pp.153-158, 2006.
- 10) 斎藤隆泰・石田貴之・福井卓雄・廣瀬壮一: 演算子積分法および高速多重極法を用いた新しい二次元時間領域動弾性境界要素法について, 応用力学論文集, 土木学会, Vol.11, pp. 193-200, 2008.
- 11) 加川幸雄・榎園正人・武田毅: 電気・電子境界要素法, 森北出版株式会社, 2001.

(2010 年 3 月 9 日 受付)