

# 走行列車荷重を利用した振動モニタリングによる 開床式高架橋の振動特性の同定

Identification of Vibration Properties of Open Deck Viaducts under Passing Train Loads

松岡弘大\*・貝戸清之\*\*・杉崎光一\*\*\*・渡辺勉\*\*\*\*・曾我部正道\*\*\*\*\*

Koudai MATSUOKA, Kiyoyuki KAITO, Koichi SUGISAKI, Tsutomu WATANABE and Masamichi SOGABE

\* 学生会員 大阪大学大学院 工学研究科地球総合工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘 2-1)

\*\*正会員 博士(工学) 大阪大学大学院 工学研究科グローバル若手研究者フロンティア研究拠点 (同上)

\*\*\*正会員 経済学修士 株式会社ビーエムシー (〒261-7125 千葉市美浜区中瀬 2-6WBG マリブウェスト 25 階)

\*\*\*\*正会員 工修 財団法人鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 (〒185-8540 国分寺市光町 2-8-38)

\*\*\*\*\*正会員 博士(工学) 財団法人鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 (同上)

In order to appropriately conduct maintenance of railway bridges with progressed deterioration, 1) Understanding the actual behavior of bridges under the passing train loads, and 2) Identifying vibration properties such as natural frequency, damping ratio and vibration mode shapes, are extremely important issues. In this paper, focusing on open deck bridges, a vibration monitoring method using the passing train loads is proposed. In order to verify the effectiveness of the proposed method, vibration measurement experiments were carried out on an actual bridge and vibration properties were identified. Furthermore, by quantitatively evaluating the contribution rate of each mode component of actual behavior, the difference from the response characteristics of a general impulse hammer impact is clarified, and the significance of the proposed vibration monitoring is discussed.

**Key Words:** vibration monitoring, open deck viaduct, passing train loads, identification

## 1. はじめに

現在、急速に老朽化が進む土木構造物を効率的に維持管理していくことが喫緊の課題となっている。このような状況の下、既設構造物の保有性能(耐久性、耐荷力等)の評価および損傷の予防・対策に関する研究が数多く蓄積されている<sup>1)</sup>。これらの中でも、土木構造物の振動特性やその変化に着目した振動モニタリングは、従来から継続的に新しい手法が提案され、実用可能性が実証的に検証されている<sup>2)</sup>。しかし、その一方で振動計測に際して、加振源としてどのような外力を採用すべきかが大きな課題の一つとなっている。例えば、振動特性の変化を捉えるような振動モニタリングの場合には、外力の振幅や周波数特性が日々均一であることが理想的である。さらに、損傷対策の効果を検討する場合には、構造物に作用する実際の外力下での応答を把握する必要がある。そのような視点で鉄道構造物に焦点を当てると、鉄道構造物の場合、毎日定刻にほぼ同じ荷重を持つ列車が一定の

速度で走行するという望ましい性質を有する。本研究では、この走行列車荷重に着目し、鉄道橋の振動モニタリングについて検討を行う。

走行列車荷重を用いた振動モニタリングの利点を整理すると、①構造物の振動特性を継続的に得ることが可能であり、蓄積された振動特性の変化に基づく損傷同定に展開できること、②実外力作用下における構造物の動的挙動をとらえることが可能であること、が挙げられる。本研究では鉄道橋への適用を通して②に焦点を当て、これ以降の議論を進める(なお、①に関しては参考文献3)を参照されたい)。道路橋も含めると、橋梁への振動モニタリングの適用事例は少なくない<sup>4)5)</sup>。しかしながら、これらは設計段階で期待される振動特性(初期性能)を確認することに主眼が置かれていることが多く、実際の供用状態(車両や列車の走行状態)での振動特性や動的挙動を把握することを目的としたものは少ない<sup>6)7)</sup>。さらに中小規模の鉄道橋では、標準的なRCラーメン高架橋に対する検討<sup>8)9)</sup>は行われているものの、その他の橋梁に

については振動特性を把握するために十分なデータを蓄積しているとは言い難い。例えば、一部の積雪寒冷地域では床版構造を格子状の開床式構造とした高架橋が存在する。これは橋上の積雪を抑制することを目的としているが、床版による連成効果が期待できないために、通常の開床式橋梁とは振動特性が異なるものと想定される。しかし、筆者らの知る限り、このような開床式橋梁に対する詳細な振動モニタリングの適用事例は見当たらない。

これらの現状を踏まえ、本研究では、1) 開床式構造を有する高架橋の振動特性の同定、2) 列車走行時の動的挙動の把握、を目的として列車走行時の実橋振動計測試験を実施する。なお、事前の留意事項として、列車走行時の応答から同定される振動特性は、橋梁単独の構造系の振動特性ではなく、橋梁と列車の複合的な構造系の振動特性であることを断っておく。この点を明確にするために、複合系の固有振動数や振動モード形を等価固有振動数および等価振動モード形と呼ぶ。さらに、この複合系は、列車の載荷状態が時々刻々と変化するために、質量や剛性が変化する時変系となる。したがって、列車条件の相違などが振動特性の同定に及ぼす影響について検討を加えることも重要な課題であり、本研究においても列車条件や信号処理法の影響に関する2, 3の考察を加えることとする。以下、2.において等価固有振動数と等価振動モード形の同定手法の概要について説明する。3.で、開床式橋梁の振動計測試験に基づく等価振動特性の同定と、列車の諸条件の相違が同定結果に及ぼす影響について検討する。4.では、信号処理法が等価振動特性に及ぼす影響など、さらに詳細に振動特性の分析を行う。5.では、同定された各モードの加速度応答に対する寄与率を算定することにより、開床式橋梁の動的挙動を把握する。

## 2. 未知外力作用下における振動特性の同定

### 2.1 同定の前提条件

鉄道橋を対象とした振動モニタリングを実施する上で走行列車荷重を加振源として採用することが望ましい理由は1.で述べた。しかしながら、レール上を時々刻々と移動する走行列車から橋梁に与えられる荷重を直接計測することは極めて困難である。通常、周波数領域における振動特性の同定には、橋梁への入力である加振外力と橋梁からの出力である振動応答のスペクトルの振幅比である周波数応答関数（アクセラランス）を用いることが一般的である。しかしながら、計測が困難な走行列車荷重については未知入力として扱う他はなく、周波数応答関数を算出することができない。ただし、このような場合でも①橋梁の減衰が小さく、各モードの固有振動数が近接していない、②入力が卓越した振動数成分を持たないホワイトノイズである、という2条件を満たせば、以下の手順により振動特性の同定が可能である<sup>10)</sup>。これ以降、上記の2条件を満たすという前提で議論を進める。

### 2.2 等価固有振動数候補の抽出

物理空間座標における $N$ 自由度離散系の運動方程式は、

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (1)$$

と定義することができる。式中、 $\mathbf{M}$ ：質量行列、 $\mathbf{C}$ ：減衰行列、 $\mathbf{K}$ ：剛性行列であり、それぞれ $N \times N$ 次元の正方行列である。また、 $\mathbf{u} = \{u_1, u_2, \dots, u_N\}^T$ 、 $\mathbf{f} = \{f_1, f_2, \dots, f_N\}^T$ は変位ベクトルと外力ベクトルを表す。ここで、物理空間座標で定義される変位ベクトル $\mathbf{u}$ をモード空間座標へ変換すると、次式を得る。

$$\mathbf{u} = \Phi \mathbf{q} \quad (2)$$

$\Phi = \{\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_N\}$ は固有モード行列、その行列の要素の添え字はモード次数であり、一方 $\mathbf{q}$ は $n$ 次元のモード変位ベクトルを示す。さらに、固有モードを次のように正規化する。

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \delta_{ij} \quad (3)$$

$\delta_{ij}$ はクロネッカーのデルタ関数であり、上式が単位行列となることを意味している。また、 $T$ は行列の転置操作を示す。式(3)に留意し、式(2)を式(1)に代入して、 $\Phi^T$ を左から乗じると、最終的に、

$$\ddot{q}_r + 2\zeta_r \omega_r \dot{q}_r + \omega_r^2 q_r = \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{f} \quad (4)$$

で表わされる $n$ 本の非連成化された運動方程式が得られる。ここで、 $\zeta_r$ と $\omega_r$ は $r$ 次モードの等価減衰比と等価固有振動数である。 $\boldsymbol{\varphi}_r$ は $r$ 次の固有モードベクトルであり、 $\boldsymbol{\varphi}_r = \{\phi_{1r}, \phi_{2r}, \dots, \phi_{Nr}\}$ と表わされる。したがって、1次から $R$ 次( $R \leq N$ )までの卓越するモード次数のみを抽出すれば、多自由度離散系の任意点の振動現象を $R$ 本の運動方程式で記述することが可能となる。

つぎに、物理座標系における $\ell$ 点の変位ベクトルをフーリエ変換し、

$$U_\ell(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_\ell(t) e^{-i\omega t} dt \quad (5)$$

を得る。式中 $i$ は虚数単位である。また、外力 $\mathbf{f}(t)$ 、モード座標空間における $r$ 次モードの変位 $q_r(t)$ に対しても同様に $\mathbf{F}(\omega)$ と $Q_r(\omega)$ を得る。さらに、式(4)に対してフーリエ変換を行い、

$$(-\omega^2 + i \cdot 2\zeta_r \omega_r \omega + \omega_r^2) Q_r(\omega) = \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{F}(\omega) \quad (6)$$

を得る。このとき、物理空間座標の任意の点 $\ell$ における変位 $u_\ell(t)$ のフーリエ変換について、式(2)を考慮して、

$$\begin{aligned} U_\ell(\omega) &= \sum_{r=1}^R \phi_{r\ell} Q_r(\omega) \\ &= \sum_{r=1}^R \phi_{r\ell} \frac{\boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{F}(\omega)}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i \cdot 2\zeta_r \omega_r \omega} \end{aligned} \quad (7)$$

と導出することができる。 $R$ は考慮するモードの総数を

示す。また、点  $\ell$  における加速度  $\ddot{u}_\ell(t)$  のフーリエ変換は同様にして、

$$A_\ell(\omega) = -\omega^2 U_\ell(\omega) = \sum_{r=1}^R \phi_{r\ell} \frac{-\omega^2 \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{F}(\omega)}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i \cdot 2\zeta_r \omega_r \omega} \quad (8)$$

と表わされる。式(8)から、等価減衰比が無視できるほど小さく、外力ベクトルが特定の卓越した振動数成分を持たない場合、計測点  $\ell$  における加速度のフーリエスペクトル  $A_\ell(\omega)$  は、 $\omega \approx \omega_r$  でピークを示すことがわかる。したがって、計測された加速度応答に対してフーリエ変換を行い、そのフーリエスペクトルから卓越するピーク振動数を読み取ることにより、等価固有振動数の候補を抽出することができる。

### 2.3 等価振動モード形候補の同定

等価振動モード形の同定手順を示す。はじめに各々の次数の等価振動モード形において節とならないような計測点  $k$  を基準点として定める。つぎに、計測点  $\ell$  に対する基準点  $k$  の加速度フーリエスペクトルの比を取ると、式(8)より、

$$\frac{A_\ell}{A_k} = \frac{\sum_{r=1}^R \phi_{r\ell} \frac{-\omega^2 \boldsymbol{\varphi}_r^T F(\omega)}{(\omega_r^2 - \omega^2) - i \cdot 2\zeta_r \omega_r \omega}}{\sum_{r=1}^R \phi_{rk} \frac{-\omega^2 \boldsymbol{\varphi}_r^T F(\omega)}{(\omega_r^2 - \omega^2) - i \cdot 2\zeta_r \omega_r \omega}} \quad (9)$$

となる。先に述べたとおり、隣り合うモード間の等価固有振動数が近接しておらず、等価減衰比を無視し得る場合には、 $r^*$  次の等価固有振動数付近では  $1/(\omega_{r^*}^2 - \omega^2)$  を含む項が支配的となる。したがって、

$$\frac{A_\ell}{A_k} \approx \frac{\phi_{r^*\ell} \boldsymbol{\varphi}_{r^*}^T F(\omega) / (\omega_{r^*}^2 - \omega^2)}{\phi_{r^*k} \boldsymbol{\varphi}_{r^*}^T F(\omega) / (\omega_{r^*}^2 - \omega^2)} = \frac{\phi_{r^*\ell}}{\phi_{r^*k}} \quad (10)$$

を得る。すなわち、 $r^*$  次の等価固有振動数付近では任意の計測点  $\ell$  の基準点  $k$  に対するフーリエスペクトルの比を、計測点間の  $r^*$  次の等価振動モード形振幅の比に近似することができる。ただし、これは基準点  $k$  のモード振幅で基準化された等価振動モード形である。また、式(10)の算出に関しては、振動計測結果に含まれるノイズの影響を低減するために、式(10)の分子であるフーリエスペクトルの代わりに、次式で表されるような任意の計測点  $\ell$  と基準点  $k$  とのクロススペクトル

$$A_{\ell,k}(\omega) = A_\ell(\omega) \bar{A}_k(\omega) \quad (11)$$

を用いる方がよい。式中、 $\bar{A}_k(\omega)$  は  $A_k(\omega)$  の複素共役を表す。クロススペクトル  $A_{\ell,k}(\omega)$  は、 $A_\ell(\omega)$  と  $A_k(\omega)$  の両スペクトルで共通のピーク周波数をより卓越させる特性を持つ。これはクロススペクトルが2点間の相互相

関のフーリエ変換に他ならないためであり、基準点を同定対象とする次数のモード形の節でない点に設定することができれば、計測点間で相関の高い固有振動数成分がより卓越することを意味する。一方で、計測誤差のような計測点間で無相関であると考えられる誤差によって生じるピークの増大を抑制することができる<sup>11)</sup>。以上を考慮すると、式(10)は、

$$\frac{A_\ell(\omega_{r^*}) \bar{A}_k(\omega_{r^*})}{A_k(\omega_{r^*}) \bar{A}_k(\omega_{r^*})} = \frac{A_{\ell,k}(\omega_{r^*})}{|A_k(\omega_{r^*})|^2} = \frac{\phi_{r^*\ell}}{\phi_{r^*k}} \quad (12)$$

となる。なお、 $|A(\omega)|^2$  はパワースペクトルを表す。したがって、式(12)のピーク周波数を等価固有振動数の候補としてストックし、対応する振動数での  $\phi_{r^*\ell}/\phi_{r^*k}$  を算出すればよい。ただし、非減衰系でない場合には、式(7)の  $\phi_{r^*\ell}/\phi_{r^*k}$  は複素数となる。これは、式(12)がクロススペクトルとパワースペクトルの比であることから理解できる。そこで、式(12)をあらためて次式で表す。

$$\frac{\phi_{r^*\ell}}{\phi_{r^*k}} = \phi_{r\ell} = \text{Re}\{\phi_{r\ell}\} + i \cdot \text{Im}\{\phi_{r\ell}\} \quad (13)$$

Re は実部を、Im は虚部を示す。このとき、等価振動モード形の振幅  $\phi_{r\ell}$  と位相  $\theta_{r\ell}$  は、それぞれ

$$\phi_{r\ell} = \sqrt{\text{Re}\{\phi_{r\ell}\}^2 + \text{Im}\{\phi_{r\ell}\}^2} \quad (14)$$

$$\theta_{r\ell} = \tan^{-1}(\text{Im}\{\phi_{r\ell}\}/\text{Re}\{\phi_{r\ell}\}) \quad (15)$$

となる。したがって、最終的に計測点  $\ell$  の  $r$  次の等価振動モードは、

$$\phi_{r\ell} = \begin{cases} \phi_{r\ell} & (|\theta_{r\ell}| \leq \pi/2 \text{ のとき}) \\ -\phi_{r\ell} & (|\theta_{r\ell}| > \pi/2 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (16)$$

として与えることができる。なお、次章の適用事例では、同定された等価振動モード形に対して、最大モード振幅が1となるように基準化を行っている。

### 2.4 振動特性の同定

等価固有振動数の候補および等価振動モード形の候補に対して、統計的検定手法である MAC (Modal Assurance Criteria) 検定<sup>12)</sup>を行い、その検定値である MAC 値が事前に設定した基準値以上になるものを等価振動モード形、さらにそのときのピーク振動数を等価固有振動数として採用することとする。MAC 検定とは、振動モード形の理論値と実測値の相関係数である MAC 値

$$\text{MAC} = \frac{\text{COV}(\Psi \times \Xi)}{\sqrt{\text{VAR}(\Psi) \times \text{VAR}(\Xi)}} \quad (17)$$

を指標として、MAC 値の大きさから等価振動モード形の候補が真の等価振動モード形と見なせるか否かを検定する手法である。式中の  $\Psi$  は同定された等価振動モード

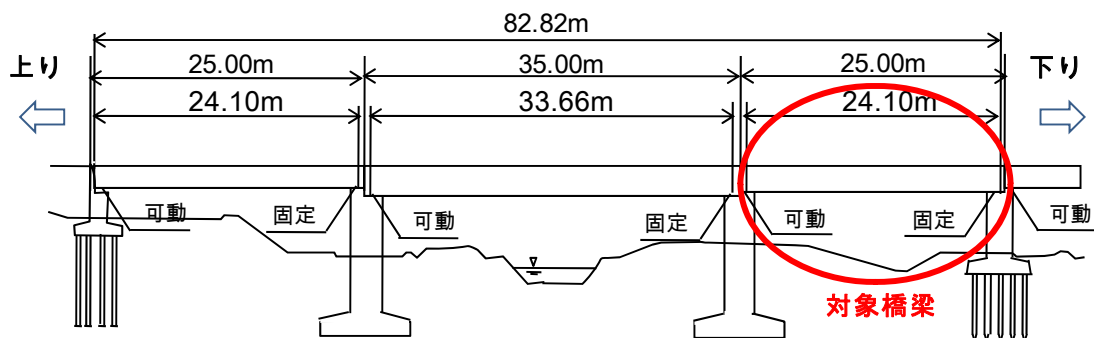


図-1 計測対象橋梁の側面図

形,  $\Xi$ は等価振動モード形の理論値のベクトル(等価振動モード形に採用する計測点数が $M$ 点のときには $M$ 次)をそれぞれ示す. また,  $COV$ は共分散を,  $VAR$ は分散をそれぞれ示す. いま,  $MAC$  値の閾値を $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ )とすれば, 条件

$$MAC \geq \alpha \quad (13)$$

を満足する候補が真の等価振動モード形として採用されることになる. 理論モード形として, 本研究では後述する対象橋梁を両端単純支持された2本の梁構造としてモデル化し, その固有モードベクトル(サイン波形)を用いる. したがって列車走行時の応答から列車が振動モード形に及ぼす幾何学的影響を低減した橋梁の振動モード形を抽出することが可能であると考えられる.

### 3. 列車走行試験と同定結果

#### 3.1 対象橋梁と振動計測の概要

振動計測では, T桁を有するスパン25mの開床式コンクリート高架橋を対象とする. 当該橋梁の概要を図-1と図-2に示す. 図-2に示すように, 本橋は開床式構造となっており, 2本の主桁と2本のダクト桁がそれぞれ3本の横桁で連結されている. 鉄道橋では振動成分として水平方向に比べ鉛直方向成分が卓越するとされているために<sup>9)</sup>, これ以降では特に鉛直方向の振動特性に着目する. 橋梁全体系の振動特性を同定するために, 圧電型加速度計を主桁上とダクト桁上に全19台設置した. 加速度計の配置状況も図-2に併せて示す. 同図から理解できるように, 橋梁全体系の動的挙動として, 特に主桁の動的挙動の把握に傾注した加速度計配置となっている. これらの19点の加速度応答を, サンプリング周波数2kHzで収録した. なお, 1kHz以上の周波数成分は, アンチエイリアシングフィルターを介して除去している. さらに振動計測時間に関しては, 列車通過時の応答を含む120秒と設定した. また, 対象橋梁の走行列車試験に利用した列車数は, 貨物5本, 特急3本の合計8本であった. 各列車を通過順にt1からt8までの番号で識別し, 進行方向, 種

表-1 使用列車概要

	進行方向	車両数	列車種別	速度(km/時)
t1	下り	19	貨物	71
t2	上り	19	貨物	84
t3	下り	6	特急	135
t4	上り	6	特急	138
t5	下り	21	貨物	84
t6	下り	20	貨物	85
t7	上り	19	貨物	80
t8	上り	6	特急	135

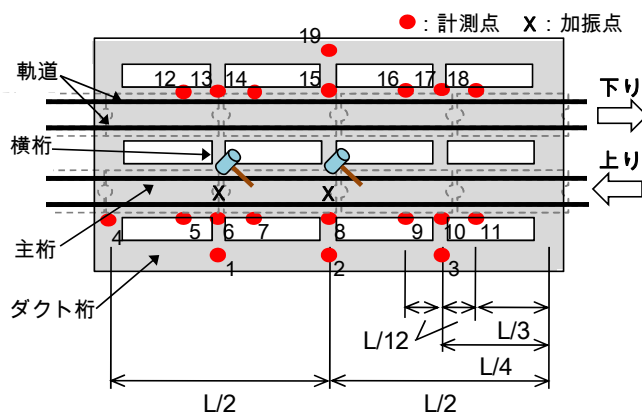


図-2 橋梁上面図と加速度計の配置

別および通過速度を表-1に整理する. なお列車速度は橋梁を通過中は一定であった.

代表的な波形として列車t2(上り貨物)と, t8(上り特急)走行時の計測点8(上り主桁スパン中央)における加速度応答を図-3に示す. t2とt8のいずれの列車であっても, それらの加速度応答から, 列車の進入および退出時点を確認できる. 列車通過時間は貨物が20秒程度であるのに対し, 特急は5秒程度であった. また, 列車通過時の最大振幅は貨物が $20\text{m/sec}^2$ , 特急が $25\text{m/sec}^2$ 程度で, 特急の方が若干大きくなっており, 全ての列車でこれらの傾向が見られた.

表-2 全通過列車に対する等価固有振動数の同定結果

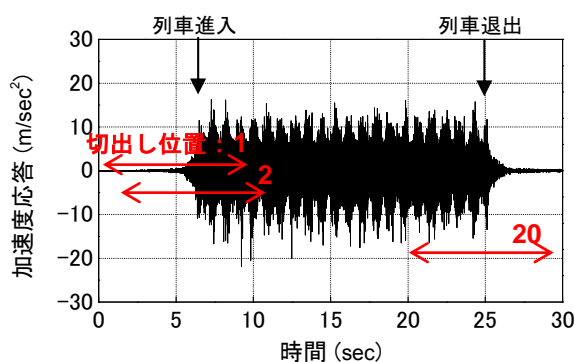
(a) 等価固有振動数と平均値

		1次たわみ	1次ねじれ	2次たわみ	2次ねじれ	3次たわみ	3次ねじれ	4次たわみ	4次ねじれ	5次たわみ	5次ねじれ
t1	下り 貨物	5.3	7.1	22.2	25.3	33.6	50.4	77.3	64.6	76.4	100.8
t5	下り 貨物	6.1	9.4	18.9	26.4	42.8	33.1	74.7	71.0	95.9	74.6
t6	下り 貨物	5.5	9.5	21.6	25.4	43.1	42.6	72.9	73.9	75.6	76.7
t2	上り 貨物	4.6	9.1	18.2	24.9	43.3	43.2	78.7	73.8	99.0	72.3
t7	上り 貨物	5.4	8.9	18.4	24.0	44.4	60.2	72.5	62.6	94.6	72.7
t3	下り 特急	5.5	9.1	19.1	26.2	45.7	45.0	77.2	73.1	95.8	106.1
t4	上り 特急	5.5	9.0	21.6	24.8	45.2	52.3	63.2	62.8	86.5	136.3
t8	上り 特急	5.4	8.9	21.5	24.9	42.3	51.0	58.0	54.0	99.0	107.7
平均	貨物	5.4	8.8	19.9	25.2	41.4	45.9	75.2	69.2	88.3	79.4
	特急	5.5	9.0	20.7	25.3	44.4	49.4	66.1	63.3	93.8	116.7
	全体	5.4	8.9	20.2	25.2	42.6	47.2	71.8	67.0	90.4	93.4

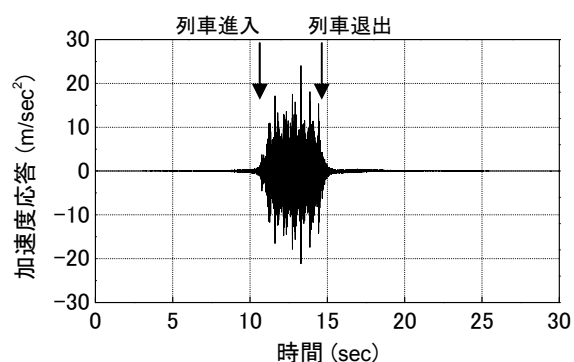
[H]

(b) 列車種別ごとの変動係数

		1次たわみ	1次ねじれ	2次たわみ	2次ねじれ	3次たわみ	3次ねじれ	4次たわみ	4次ねじれ	5次たわみ	5次ねじれ
変動係数	貨物	0.10	0.11	0.10	0.03	0.11	0.22	0.04	0.08	0.13	0.15
	特急	0.01	0.01	0.07	0.03	0.04	0.08	0.15	0.15	0.07	0.15



(a) t2 (上り貨物) 通過時



(b) t4 (上り特急) 通過時

図-3 列車走行時の加速度応答 (計測点 8)

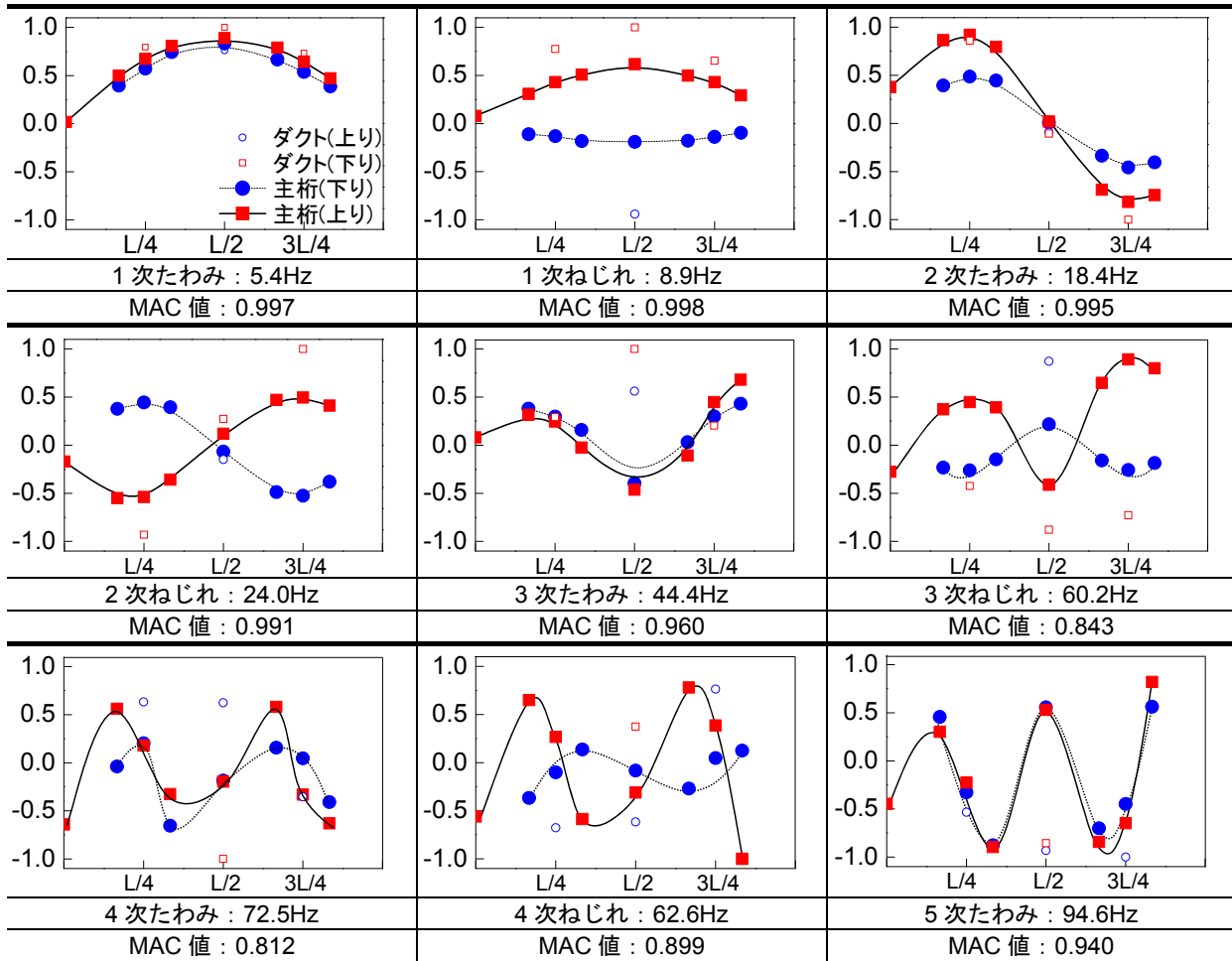
### 3.2 等価固有振動数の同定

2.で述べた手法に基づき、多点計測された加速度応答からクロススペクトルと伝達関数を用いて等価固有振動数および等価振動モード形を同定する。クロススペクトルと伝達関数を算出するための基準点は、列車が走行する桁の桁端の計測点 (上り：計測点 11, 下り：計測点 18) とした。基準点の選定は、振動モード形の節にならない点を試行錯誤により決定した。また、MAC 検定に際しては振動モード形の理論値を仮定する必要があるが、本研究ではサインカーブ (両端ピン支持の梁構造) を与えた。

各列車通過時の加速度応答から同定された等価固有振動数を表-2 に示す。表-2(a)より全ケースの等価固有振動数の平均は、1 次たわみ：5.4Hz, 1 次ねじれ：8.9Hz, 2 次たわみ：20.2Hz, 2 次ねじれ：25.2Hz, 3 次たわみ：42.6Hz, 3 次ねじれ：47.2Hz, 4 次たわみ：71.8Hz, 4 次ねじれ：67.0Hz, 5 次たわみ：90.4Hz, 5 次ねじれ：93.4Hz となった。また、同表(a)において、列車種別が同定結果に及ぼ

す影響を検討するために、貨物と特急それぞれの等価固有振動数の平均値を算出しているが一定の傾向をつかむことはできない。さらに、表-2(b)に列車種別ごとの等価固有振動数の変動係数を示す。表中の変動係数は列車ごとの等価固有振動数に対する標準偏差をその平均で除したものである。貨物については変動係数が3~22%であるのに対し、特急については4次モードおよび5次ねじれモードの約15%が最大で、その他は8%以下、1次モードについては1%となっている。特急列車の変動係数が貨物列車よりも全般的に小さくなっているのは、これらの等価振動特性に影響を及ぼすと考えられる列車速度、進行方向、車両編成、重量が貨物より特急の方が均一な条件であったためであると推察できる。実際に、貨物列車は、先頭の機関車の重量がその後に続く貨車の重量よりも格段に重く、さらに貨車の積荷重量も個々に均一でないなど、が一因となっている可能性が指摘できる。これらについては次章で詳細に検討を行う。

表-3 等価固有振動数および等価振動モード形の同定結果 (t7 (下り貨物) 通過時)



※凡例は表中すべての図で共通

### 3.3 等価振動モード形の同定

列車 t7 (上り貨物) が通過したときの等価振動モード形を表-3 に示す。紙面の都合上、5 次たわみモードまでを記載するが、一部で MAC 値が 0.9 を下回るモードを確認することができるものの、概ね理論値と高い相関を有することがわかる。また、本実験に先立って実施したインパルスハンマーによる衝撃加振試験と比較すると、①振動モード形がより正弦波に近い安定した結果である、②列車が通過した主桁と通過していない主桁のモード振幅の差異がほとんどない、③ねじれモードも同定可能であるという結果が得られた。インパルスハンマーによる衝撃加振試験の詳細は割愛するが、このことはインパルスハンマーでは、安定した振動モード形を励起するのに十分な加振力を与えることが困難であることを示唆している。なお、表-3 には一例として、列車 t7 に対する同定結果を記載したが、その他の列車に対する同定結果も概ね同様であったことを付記しておく。

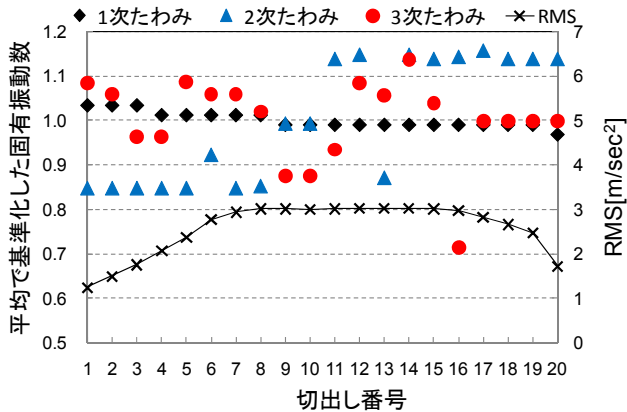
なお、同定されたこれらの等価固有振動数付近に等価固有振動数と同程度の MAC 値を有する振動モード形を複数確認した。これは、前述したように、計測される加速度が列車走行時の応答であり、列車通過に伴う複合系

の質量や剛性等の構造変化に起因するものと考えられる。すなわち、同定される等価固有振動数はある程度の範囲を有した値と考えられるが、この点は 4.2 で考察する。

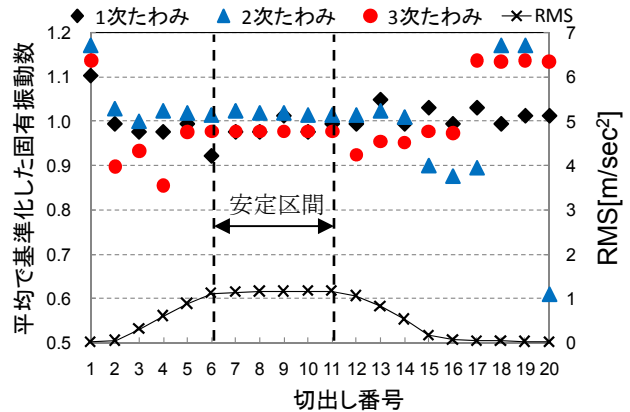
### 3.4 列車速度と進行方向の相違が同定結果に与える影響

表-2 で確認した等価固有振動数の同定結果の変動要因としては、列車条件 (速度、進行方向、車両編成、重量) および信号処理条件がある。後者については 4. で詳細に検討することとし、本節では前者に関する検討を行う。検討に際して、はじめに、特急列車と貨物列車を比較すると、貨物列車は特に信号処理による変動が大きかった。また、特急列車は、列車編成数は全て 6 両であったこと、乗車率が大きく変動することが考えられないことから、列車条件の中でも、単純に速度と進行方向に着目して、それらの相違を検証できると判断した。以上の点を考慮して、本節においては、特急列車を取り上げることとする。なお、列車の重量に関する影響は 4.2 で分析する。

再び、表-2 に着目する。通過速度の影響について、特急列車の中でも、進行方向が同一である t4、t8 を確認する。1 次モード、2 次モード、および 3 次ねじれモードでは、同定される等価固有振動数はほぼ一致しているとい

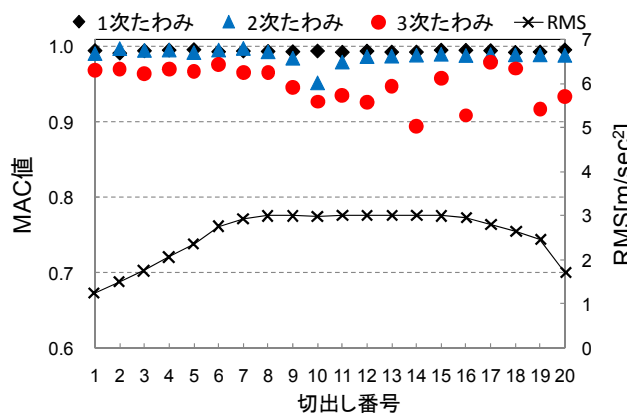


(a) 貨物列車 (t2 : 上り) 走行時

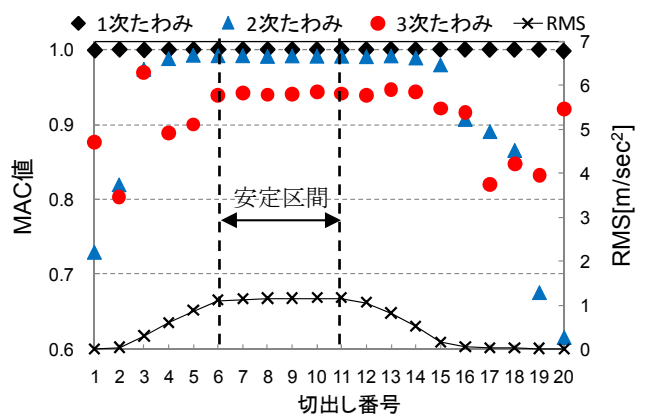


(b) 特急列車 (t8 : 上り) 走行時

図-4 切出し位置が等価固有振動数の同定結果に及ぼす影響



(a) 貨物列車 (t2 : 上り) 走行時



(b) 特急列車 (t8 : 上り) 走行時

図-5 切出し位置が等価振動モード形の同定結果 (MAC 値) に及ぼす影響

える. 両列車の通過速度には3km/時程度の差異があるが, この程度の速度差が低次モードに及ぼす影響は極めて小さいといえる. 一方, 3次たわみ, 4次モードおよび5次モードでは一致しているとは言い難い. 同じ列車種別, 進行方向であっても, 高次のモードについてはばらつく結果となった.

また, 進行方向の影響について, 通過速度が同一であり進行方向が異なる t3, t8 に着目した場合, 1次モードではほぼ一致しており, 列車の進行方向による影響は極めて小さいといえる. しかし, 2次たわみ以上のモードでは比較的大きな差異があり, 特に4次モードでは15%も固有振動数が変化している. したがって, 開床式橋梁の両主桁が3本の横桁を介してのみしか連結されていないために, 列車通過位置 (加振位置) が異なることによって等価振動特性が相違する可能性を指摘できる.

#### 4. 諸条件の相違が等価振動特性に及ぼす影響

3.で確認したように, 同定された等価振動特性は多かれ

少なかれ列車ごとに変動し, それらは列車速度や進行方向の相違だけでは単純に整理できないことがわかった. これらの変動に関して, より詳細に考察を加えることは重要な課題であるといえる.

先述した通り, 列車通過時の橋梁の加速度応答から同定される振動特性は, 橋梁単独の振動特性ではなく, 橋梁と列車の複合系の振動特性である. さらに, その複合系の質量や剛性は, 列車の载荷状態により時間的に変化する特徴がある. これらに加え, 通過する列車の速度, 進行方向, 車両編成, 重量にも相違が生じる. 以上のような要因が複合的に作用することにより, 同定される等価振動特性に変動をもたらしているものと考えられる. そこで, 本章では, 4.1で列車走行時の加速度応答の切り出し位置に代表される信号処理が同定結果に及ぼす影響を, 4.2では複合系の構造変化が同定結果に及ぼす影響を, それぞれ実証的に考察する. なお, 本研究での考察は初歩的な段階に留まっており, あくまでも今後継続して検証を行っていく上での基礎的資料を提供とすることを目的としていることを断っておく.

#### 4.1 信号処理（波形の切り出し位置）の影響

計測される加速度応答は、①常時微動区間、②列車進入により振幅が増大する過渡応答区間、③列車通過中の定常振動区間（後に示すように RMS が定常という意味において）、および④列車退出後の自由振動区間に大別される。同定に用いる加速度応答の対象範囲を変化させることで、等価固有振動数に及ぼす影響を分析するとともに、安定した同定結果を得るための解析対象範囲の決定手法を提案する。

図-3 で示した 2 つの加速度応答に対してそれぞれ対象範囲を変化させた同定を行う。対象範囲を決定するためには、波形の切り出し位置だけでなく、切り出し長さも決める必要がある。しかし切り出し長さに関しては、同定対象となる構造系の固有振動数との比較により、どの程度の周波数分解能が必要であるかという視点から定めることができる。実際に本研究では周波数分解能 0.1Hz を確保するために、切り出し長さを 10 秒に固定した。

10 秒間の切り出し長さを基本単位とし、図-3(a)に例示するように、切り出し位置 1 を設定し、その後は切り出し開始位置を 1 秒ごと離散的に連続して変化させた切り出し波形を 20 ケース設定した（同図には切り出しケース 1, 2 と 20 を例示）。これらの切り出しケースそれぞれに対して、等価振動特性の同定を行った結果と、各ケースの加速度応答の RMS を図-4 ((a)は貨物列車、(b)は特急列車)に併せて示す。図中には、同定結果として 1 次、2 次、3 次のたわみモードの等価固有振動数を記載している。また、モード間の比較が容易になるように、各等価固有振動数は平均が 1 となるように基準化している。

図-4 より、加速度応答の切り出し位置によって、等価固有振動数が 20%程度変動することがわかる。特に貨物列車（図-4(a)）に着目すると、2 次と 3 次のたわみモードの変動が大きくなっている。一方で、1 次たわみモードのように変動が 3%以内に収まっている場合も確認できる。ただし、いずれのモードも加速度応答の RMS との相関は見られなかった。ちなみに、図に記載していない 4 次や 5 次ではより変動が大きくなる傾向が見られた。これらの傾向はねじれモードでも同様であったことも付記しておく。これに対して、特急列車（図-4(b)）の場合には、加速度応答 RMS が定常状態となる切り出し位置（ケース 6~11）でそれぞれの等価固有振動数の変動が 2%以内に収まることが理解できる。記載していない高次のたわみとねじれのモードでも同様の傾向を確認した。

同様の検討を等価振動モード形に対しても実施する。振動モード形に関しては、その代替指標として MAC 値を用いた。切り出し位置との関係を、加速度応答 RMS とともに図-5 に示す。まず、順序は逆になるが、図-5(b)の特急列車に着目する。等価固有振動数と同様に、加速度応答 RMS が定常状態にあるときに MAC 値が高く、安定する傾向が見られる。ただし、1 次と 2 次のたわみモードと比較して 3 次モードの MAC 値は全般的に低い傾

向にある。また、2 次および 3 次モードの MAC 値が RMS の定常部を超えても高い値を示していることに着目する。対象橋梁の支承部は列車進入側が可動式、列車退出側が単純支持となっている。すなわち支承の構造に着目した場合、可動式に比べ単純支持側では用いた理論とよく一致すると推測される。加えて、列車の進入前（切り出しケース 1 と 2）と退出後（切り出しケース 16~20）の加速度応答を多く含むケースでは、MAC 値が低下する。このことは本件において、常時微動を用いた振動特性の同定が不可能であったことと整合的であるといえる。一方で、図-5(a)の貨物列車走行時に着目する。MAC 値はどのモードにおいても、0.9 程度以上を有しており、一定の同定精度は確保していると考えられる。しかし、RMS が定常状態にあるケースの方がむしろ MAC 値が低くなっているケースもいくつか確認することができる。特に 3 次たわみモードにおいてこの傾向が顕著に見られるが、特急列車の場合にも 3 次モードの MAC 値が低かったことから、3 次モードを励起する加振力が不足していたか、3 次モードが励起されにくい構造系であったか、などの理由が考えられる。

以上より、切り出し位置の影響により、等価振動特性が変動することが明らかとなった。ただし、特急列車のように比較的列車条件が安定している場合には、加速度応答 RMS が定常状態となる区間を選定することで、変動を抑え、安定した等価振動特性を同定できることがわかった。さらに、貨物列車のように列車条件に介在する不確か性が大きい場合であっても、1 次たわみのように同定結果が安定するモードが存在することも確認できた。しかしながら、列車条件の相違が等価振動特性に及ぼす影響を詳細に分析するためには、同一の列車を使用した走行列車荷重試験が必要であることは論を俟たない。実際に著者らは、この点に関する走行列車試験をすでに実施したが、本稿の域を大きく超えるために、別の機会に改めて公表する予定である。

#### 4.2 列車通過に伴う構造系変化の影響

列車通過に伴って生じる質量や剛性等の構造系変化が同定結果に及ぼす影響を考察する。実際に 3.3 で言及したように、いくつかのモードにおいて、等価固有振動数の周辺で高い MAC 値を有する複数の振動数を確認した。これらは、①部材レベルの局所的な振動成分が卓越したモードであるが、構造系として評価したときには、全体的な振動モード形として同定された、②切り出した加速度応答の時間内で、列車の載荷状態により構造系が時々刻々と変化した結果として同定された、ものと考えられる。①に関しては構造系全体の固有振動数と部材の固有振動数が近接する場合も勿論存在するが、これらを区別するためには部材レベルの詳細な振動計測<sup>13)</sup>が必要となり、本研究の目的を逸脱する。そこで、本研究では、MAC 値の高い振動数が等価固有振動数の周辺に分布する要因



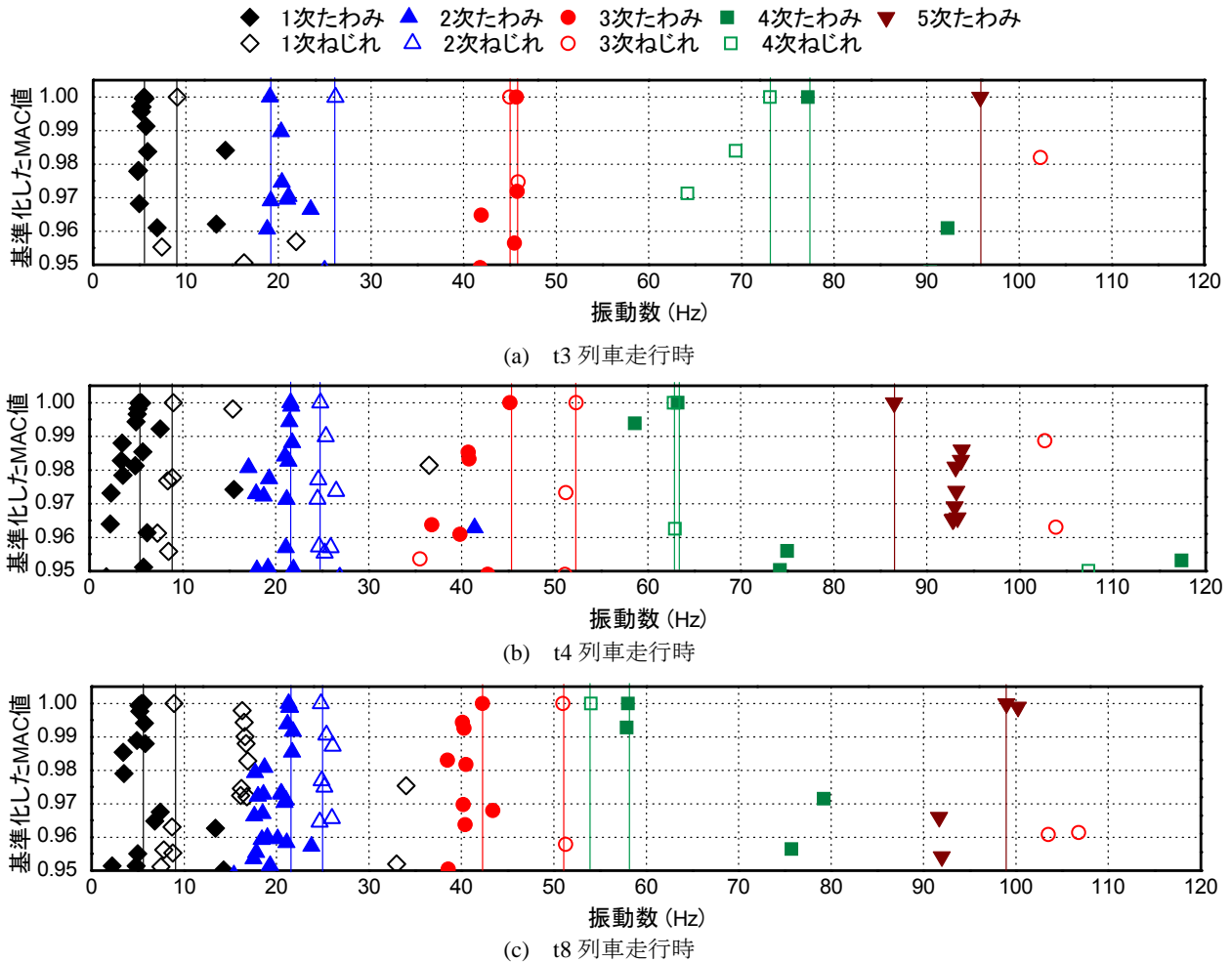


図-6 各列車走行時に励起される振動モード形の分布

は、②の可能性が高いと考える。以下では実際の走行列車試験に対する同定結果を通して、主に②について考察を加える。

同定結果が比較的安定していた特急列車3本を例にあげる。振動数(0~120Hz)とMAC値が高いモード(等価固有振動数のMAC値が1となるように規準化したMAC値が0.95以上のモード)との関係を図-6に示す。なお、加速度応答の切り出しは、前節の検討を踏まえて、加速度応答RMSが安定し、かつMAC値が最大となる区間を選定した。その後、等価振動特性の同定を行った。各モードの等価固有振動数を図中に線で示す。

同図中(c)の特急列車走行時(t8:上り)に着目する。はじめに、いくつかのモードにおいて、規準化したMAC値が0.95以上を示す複数の振動数が等価固有振動数周辺に分布していることが見て取れる。また、同定された等価固有振動数はこれらの代表値(最大MAC値:1.0)であることもわかる。特に、低次モードほど、等価固有振動数付近に類似の振動モード形を確認することができる。また、ねじれモードよりもたわみモードの方が等価固有振動数周辺で明確な分布が確認できる。これらは上述したように、列車の载荷状態により複合構造系の変化に起

因する等価振動特性の変動である。一方、等価固有振動数以外にMAC値の高い振動数が、等価固有振動数からかけ離れた帯域で存在しているモードを確認することができる。例えば、1次ねじれモードで16Hz、35Hz付近、3次ねじれモードで105Hz付近に等価固有振動数とは別の分布が確認できる。これらに関しては、等価固有振動数から離れていることから、部材レベルの局所的な等価固有振動数や水平方向の等価振動モードであると推測される。

つぎに、進行方向が同一である図-6(b),(c)に着目する。表-2に示したように、等価固有振動数がほぼ同じであった1次モード、2次モード、および3次ねじれモードでは、その分布範囲(1次たわみ:2~8Hz、1次ねじれ:8~10Hz、2次たわみ:18~24Hz、2次ねじれ:24~27Hz、3次ねじれ:50~52Hz)も類似している。一方、固有振動数に若干の差がみられる3次たわみモード、5次たわみモードでも、分布範囲(3次たわみ:38~45Hz、5次たわみ:87~100Hz)を見た場合は類似している。これらのモードでは両列車走行時の振動特性に本質的な差異はないと考えられ、MAC値の高い複数の振動数を考慮した区間評価を行うことでより安定した同定結果を得られると

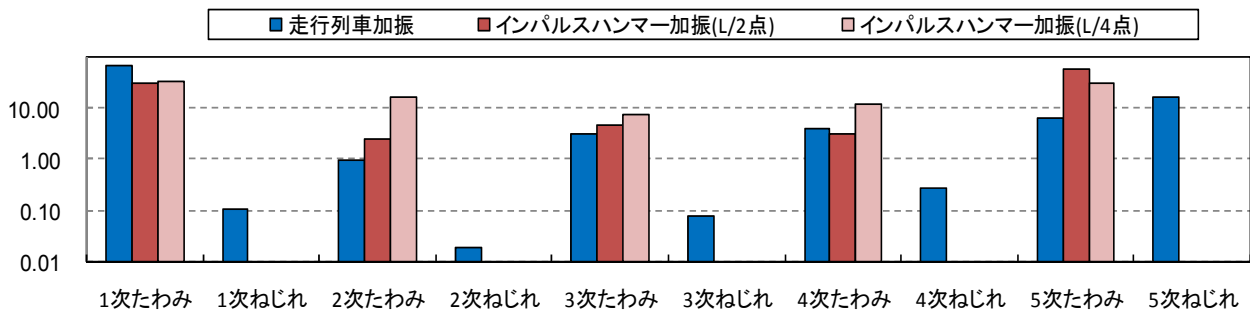


図-7 各試験におけるモード寄与率

判断できる。これに対して、同定結果の差異が大きかった4次モードについては、どちらの列車走行時においても励起される振動モード形の数が少ないうえ、広範囲に分布している。前章で同定結果が大きくばらついたのは、広範囲に分布する振動数の中で、設定したルール（今回の場合はMAC最大値）により算定した代表値一点で等価固有振動数を評価したことが要因であると考えられる。以上より、進行方向が同じ特急列車においては、日常範囲の速度差（3km/h程度）が振動特性に与える影響は極めて小さいといえる。また、等価振動特性に対して、振動数の分布のような区間評価を実施すれば、大きな相違がみられないことも判明した。

つぎに、進行方向が異なる図-6(a), (c)に着目する。まず、いずれのモードにおいても、(a)のt3列車走行時に同定されたMAC値0.95以上の振動数の数は、(c)のt8列車走行時より少ないことがわかる。しかしながら1次、2次モードについては、分布そのものに大きな違いはない。また、1次たわみモードでは16Hz付近に等価固有振動数とは別の分布がみられるが、t8走行時と同様である。逆に、1次ねじれモードに着目すると、t8走行時に35Hz付近に見られたものを確認することができない。3次モードについてはたわみとねじれが近接し、4次モードはたわみとねじれの等価固有振動数が高くなっている。5次モードは、t3列車走行時には1点しか同定することはできなかった。これらの特徴から、進行方向が異なる特急列車について、速度が同じであっても特に高次モードにおいて、その振動特性は異なったものになると考えられる。これは、開床式橋梁の上りと下りの主桁が3本の横桁を介してのみしか連結されていないためであり、床版構造を有さない開床式橋梁の振動特性の特徴の一つであると考えられる。

以上より、走行列車荷重を用いた振動モニタリングによって鉄道橋の等価振動特性を評価する際には、等価固有振動数はある一定範囲に分布する変数であることに留意しなければならない。その上で、等価固有振動数の評価をMAC等の評価指標を最大とする代表値（点）で行うか、分布を考慮した幅（区間）で行うかを検討する必要がある。特に、常時モニタリングを視野に入れると、

前者であれば点推定問題、後者であれば区間推定問題として変動の有意性を検定しなければならない。さらに、有限要素解析モデルを作成し、質量や剛性変化による振動特性の変動が、今回の走行列車試験結果と整合的であるか否か、整合的でないのであれば、その要因としてどのようなものが考えられるかを今後検証していく必要がある。その上で、損傷や構造変化に敏感なモードを特定できれば、維持管理を行う際に重要となる指標を定めることが可能となる。一方で、上記の分析では通過速度については3km/時程度の違いである上、用いた列車本数が3本と最低限の本数であった。また、固有振動数の変動要因と考えられる走行列車の質量については未知である。振動モニタリングの実用化にあたっては、さらに列車走行試験を行うことで結果の信頼性を高めるとともに、より広範囲での走行速度による影響、質量による影響を明らかにする必要がある。

### 5. モード寄与率に基づく動的挙動の理解

本章では、開床式橋梁の列車走行時の動的挙動を把握するために、走行列車試験で得られた加速度応答に対する各モード成分の寄与率を定量的に評価する。さらに列車走行時とインパルスハンマー衝撃加振時の加速度応答に対するモード寄与率と比較することで、走行列車試験の意義について考察を加える。

任意の列車走行時の $r$ 次のモード寄与率を、

$$\kappa_i^{(r)} = \frac{\sum_{j=(\omega_r - \sigma_r)/\Delta\omega}^{(\omega_r + \sigma_r)/\Delta\omega} |A_i(j)|}{\sum_{r=1}^N \sum_{j=(\omega_r - \sigma_r)/\Delta\omega}^{(\omega_r + \sigma_r)/\Delta\omega} |A_i(j)|} \quad (18)$$

と定義する。式中、 $A_i$ は計測点 $i$  ( $i=1, \dots, I$ )での離散フーリエスペクトル、 $N$ は考慮するモードの総数、 $\omega_r$ は $r$ 次の等価固有振動数、 $\sigma_r$ は $\omega_r$ を中心とするモード寄与率の算定周波数範囲、 $\Delta\omega$ は周波数分解能をそれぞれ示す。当然のことながら、

$$\sum_{r=1}^N \kappa_i^{(r)} = 1 \quad (19)$$

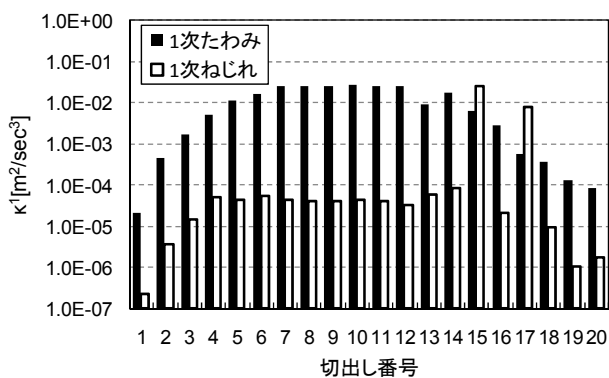
が成立する。本研究では、3.の同定結果を踏まえて、1次たわみモードから5次ねじれモードまでの影響を考慮するものとし、 $N=10$ と設定した。また、対象計測点は加振を行った桁の6つの計測点（計測点5から計測点11）とした。その上で、走行列車荷重およびインパルスハンマーによる衝撃加振によって励起される加速度応答に対して、モード寄与率を算出して両者の特性を比較する。

図-7に、各加振時に観測された加速度に対するモード寄与率を示す。なお、図中のモード寄与率は百分率で表し、縦軸は対数表示を行っている。列車ケースはt8（上り特急）を用いた。図より、走行列車加振時には、1次たわみモードが70%程度と振動成分の大半を占めている。また、ねじれモードの寄与率はどれも1%以下であり、ねじれモード自体が走行列車荷重では励起されづらい振動モードであるといえる。しかしながら、5次ねじれモードに関しては、例外的に高い値を示しており、15%程度の寄与率を有している。5次モードに関しては、たわみモードについても7%程度の寄与率を有しているため、構造的に励起されやすいモードであること、あるいは列車の加振力がその帯域の成分を多く含むこと、が考えられる。

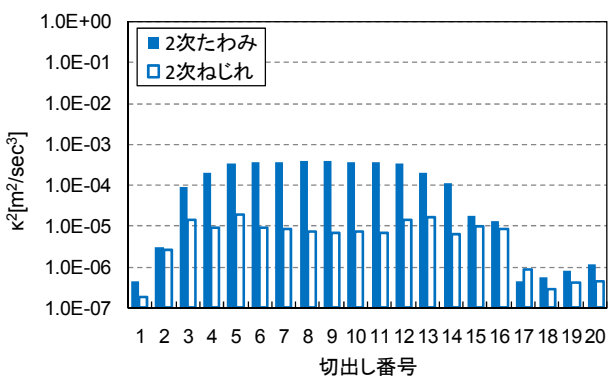
これに対してインパルスハンマーによる衝撃加振（加振点：L/2、およびL/4）では、前述のようにねじれモード自体を同定することができないため、ねじれモードの寄与率は0とした。L/2点加振では5次たわみモードが最大を示し、寄与率は60%程度、ついで1次たわみモードが30%程度を占めている。1次たわみモードおよび5次たわみモードが大半を占めている。この傾向はL/4点加振の場合にも共通し、1次たわみモードと5次たわみモードの寄与率は、それぞれ35%、および30%程度であり、これらの2つのモードが振動成分の大半を占めている。この他に、L/2点加振とL/4点加振の相違点として、2次たわみおよび4次たわみの寄与率が4倍程度異なるが、これはL/2点加振の場合、加振位置が2次モードおよび4次モードの節近辺であることに起因するものと考えられる。

以上の列車走行試験と衝撃加振試験を通じたモード寄与率の比較より、インパルスハンマーによる衝撃加振試験で励起される加速度応答から橋梁たわみモードの振動特性を同定することはできるが、その動的挙動に占める各モードの寄与率は、列車が通過したときの実際の動的挙動とは異なることが理解できる。したがって、橋梁を含めた構造物の振動や騒音等の原因を究明し、特定の振動数領域を対象とした効率的な対策を講じるためには、列車通過時の実際の動的挙動を把握し、振動特性を同定することが望ましいといえる。

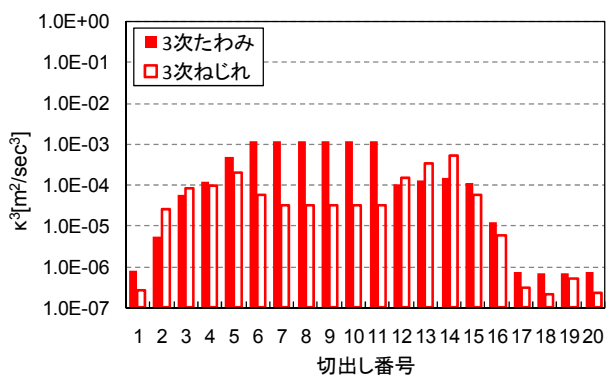
また、4.と同様に、切り出し位置がモード寄与率に与える影響についても考察を加える。これはモード寄与率が列車通過中に時々刻々と変化するのであれば、ある1時



(a) 1次モード



(b) 2次モード



(c) 3次モード

図-8 モード寄与率の時間的変化

点のみを抽出することによって動的挙動を評価することは適切でないためである。1, 2, 3次モードに対する解析結果を図-8に示す。なお、今回はモード間の寄与率の関係よりも、各モード寄与率の時間的変化に着目するために、同図の縦軸は離散フーリエスペクトルの絶対値を取っている。これらより、各モードの寄与率は時間とともに変動していることが理解できるが、安定した同定結果を得ることができる範囲（列車通過中、切り出し番号7～11）においては、どのモードにおいても寄与率に顕著な変化は見られない。また、たわみモードと比較してねじれモードに寄与するスペクトルが小さくなる傾向については、この区間でより顕著であることがわかる。特に

1 次のたわみとねじれのモードでは、図-7 でも示したようにモード寄与率に 100 倍以上の差があり、開床式橋梁においてはそもそもねじれモードが励起されにくい構造であることがわかる。つぎに、同図から読み取れる特徴としては、列車が橋梁から退出する際にねじれモードの寄与が大きくなっていることが挙げられる。この点については、列車の载荷により抑制されていたねじれモード成分が列車の退出に伴って解放されたものと考えられるが、推測の域を出ない。したがって、列車に加速度計を設置する<sup>14)</sup>など、列車退出時の加振の特徴を分析するとともに、ねじれモードの減衰比の推移を評価することも重要であると考えられる。

## 6. おわりに

本研究では、開床式橋梁の振動特性の同定および動的挙動の把握を目的として、実橋での列車走行試験を実施した。等価固有振動数と等価振動モード形を同定するとともに、等価振動特性に影響を及ぼすと考えられる要因に対して影響分析を行い、走行列車荷重を利用した振動モニタリングを行う際の留意事項を整理した。また、本モニタリングによる等価振動特性の評価は、「点」ではなく、それらの変動を考慮した「区間」とする方が妥当であることを示唆した。さらに、開床式橋梁の実際の動的挙動をモード寄与率により評価できることを示すとともに、インパルスハンマーを用いた通常の衝撃加振試験などでは、実挙動を再現できないことも明らかにし、提案手法の意義を論じた。一方で今後の課題として、以下をあげる。はじめに、同形式や他形式の橋梁への適用事例を増やし、走行列車荷重モニタリングの信頼性を向上させるとともに、等価振動特性の同定結果を蓄積していくことが重要である。また、列車条件を完全に統一した状態で列車走行試験などを実施して、等価振動特性の変動要因を分析するとともに、変動の有意性を検定するための統計的意志決定モデルの開発が不可欠である。さらに、走行列車荷重を利用した振動モニタリング手法を、橋梁の全体振動のみならず、部材レベルの局所的な振動特性の同定や、損傷同定、および何らかの補修効果の定量的評価などへも適用し、その実用性を検討することが必要である。

謝辞：本研究の一部は文部科学省「若手研究者の自立的研究環境整備促進」事業によって大阪大学グローバル若手研究者フロンティア研究拠点にて実施された。ここに記して感謝の意を表す。

## 参考文献

1) 例えば、宮下剛 他：レーザー計測を用いた鋼鉄道橋

の高速走行により発生する局部振動の把握と列車速度の影響，土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.277-296, 2007.

- 2) 例えば、増田博雄 他：常時微動記録による低層鉄筋コンクリート造建物の損傷検出実験，日本建築学会大会学術講演概要集，pp.77-78, 2007.
- 3) 貝戸清之，杉崎光一，曾我部正道，藤野陽三：走行列車荷重を利用した橋梁振動特性の同定，第 6 回構造物の安全性・信頼性に関する国内シンポジウム，pp.221-224，日本学術会議，2007.
- 4) 山口宏樹，藤原亨，山口和範，松本泰尚，堤和彦：多田羅大橋にみる長大斜張橋のケーブル振動連成とその減衰性能への影響，土木学会論文集，No. 766, I-60, pp.309-323, 2004.
- 5) 長山智則，阿部雅人，藤野陽三，池田憲二：常時微動計測に基づく非比例減衰系の非反復構造逆解析と長大吊橋の動特性の理解，土木学会論文集，No. 745, I-65, pp.155-169, 2003.
- 6) 貝戸清之，阿部雅人，藤野陽三，本村均：実構造物の非接触スキャニング振動計測システムの開発，土木学会論文集，No.693/VI-53, pp.173-186, 2001.
- 7) 吉岡勉，原田政彦，山口宏樹，伊藤信：斜材の実損傷による鋼トラス橋の振動特性変化に関する一検討，構造工学論文集，土木学会，Vol.54A, pp.199-208, 2008.
- 8) 曾我部正道，松本信之，藤野陽三，涌井一，金森真，宮本雅章：共振領域におけるコンクリート鉄道橋の動的設計法に関する研究，土木学会論文集，No. 724, I-62, pp.82-102, 2003.
- 9) 原恒雄，吉岡修，神田仁，舟橋秀麿，根岸裕，藤野陽三，吉田一博：新幹線走行に伴う沿線地盤振動低減のための高架橋補強工の開発，土木学会論文集，No. 766, I-68, pp.325-338, 2004.
- 10) 貝戸清之，阿部雅人，藤野陽三，依田秀則：レーザー常時微動計測手法の構築と構造物の損傷検出への応用，土木学会論文集，No.689/I-57, pp.183-199, 2001.
- 11) 長松昭男：モード解析入門，コロナ社，1993.
- 12) モード解析ハンドブック編集委員会編：モード解析ハンドブック，コロナ社，2000.
- 13) 原田和洋，杉崎光一，貝戸清之，曾我部正道：鉄道橋の動的応答における部材振動性状の簡易同定法，コンクリート工学年次論文集，Vol.30, No.3, pp.13-18, 日本コンクリート工学協会，2008.
- 14) 石井博典，藤野陽三，水野裕介，貝戸清之：営業車両の走行時の車両振動を用いた軌道モニタリングシステム (TIMS) の開発，土木学会論文集 F, Vol.64, No.1, pp.44-61, 2008.

(2009 年 4 月 9 日受付)