

ランダムウォーク粒子追跡法によるマクロ分散評価と流れ条件の影響

Using random walk particle tracking to assess macrodispersion under different flow conditions

井上一哉*・松永尚子**・田中勉***

Kazuya INOUE, Naoko MATSUNAGA and Tsutomu TANAKA

*正会員 農博 神戸大学助教 大学院農学研究科 (〒 657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

**農修 (株)UFJ 日立システムズ (〒 103-0027 東京都中央区日本橋 2-7-24 日本橋東洋ビル 5 階)

***正会員 農博 神戸大学教授 大学院農学研究科 (〒 657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

This paper presents advective and dispersive mass transport processes in naturally heterogeneous porous formations based on a random walk particle tracking approach. This approach linked with spatial and temporal moment analysis is applied to the estimation of longitudinal and transverse macrodispersivities. Three different flow regimes including uniform, radial and divergent flows are of concern to investigate the variation of macrodispersion under the different conditions of hydraulic conductivity distributions. For both temporal and spatial moment approaches, estimates of the longitudinal macrodispersion in stratified porous formations are in considerable agreement with reported in the literature. The evolution of breakthrough curves and second spatial moments depends highly on the flow regimes and spatial variability of hydraulic conductivity, resulting in the difference of macrodispersivities.

Key Words : random walk particle tracking, spatio-temporal moment, macrodispersion, hydraulic conductivity

1. 緒論

自然地盤は不均質性を有しており、透水係数の空間分布に呼応した浸透流速の空間変動に伴う溶質の分散現象はマクロ分散と称され、土粒子間隙レベルでの流速変動に起因するミクロ分散と区別される¹⁾。地下水汚染サイトにおける汚染物質の挙動評価や汚染進行に対する予測の信頼性を高める上で、透水係数の空間分布のモデル化に加えて、移流分散現象に関与する物理量の評価は軸となる項目である。また、人工涵養や揚水により形成される流速分布は溶質の分散性に大きく影響を及ぼすことから、流れ場の様相は分散現象を評価する際に配慮すべき要素となる。しかしながら、フィールドレベルの分散量はラボレベルに比して数オーダー異なり、溶質の移行距離とともに分散性は増加する傾向、すなわち観測規模に応じたスケール効果を有する²⁾ため、限られた観測情報のみに基づくマクロ分散の評価は困難である。

マクロ分散に関する研究は理論的・解析的観点から地盤の不均質特性評価ならびに移流分散方程式の適用性とともに議論されてきた^{1),3)-6)}。これらの研究の多くは溶質濃度の空間分布に対する時系列変動を評価することで、オイラー的^{7),8)}あるいはラグランジュ的⁹⁾視点より不均質場を移行する溶質挙動を定量化している。また、空間モーメント¹⁰⁾や時間モーメント¹¹⁾の導入により、マクロ分散の漸近特性やミクロ分散の影響^{12),13)}に関する検討に加えて地下水涵養が溶質の分散に及ぼす影響に関する検討¹⁴⁾がなされており、マクロ分散現

象の複雑さならびに現象論として取り組む意義が伺える。これまでに組み込まれてきた研究の多くは、不均質性の度合いとマクロ分散の関係を一樣流あるいは流速変動の小さい浸透場に対して議論⁵⁾しており、仮想地盤や実地盤への適用を図っている^{15),16)}ものの、流れの様相に応じたマクロ分散に対する評価は少ない。

一方で、フィールドを対象としたトレーサ実験を実施することで、マクロ分散を評価する研究がなされており¹⁶⁾⁻¹⁸⁾、マクロ分散長の分布範囲はサイトに応じて様々である。フィールドでは限られたデータを基に透水係数の空間分布を推定する必要があり、対象とする空間分布モデルや観測状態に応じてマクロ分散の結果は異なる。また、フィールド実験の多くは縦分散に焦点を当てたものであり、マクロ横分散の評価は少ないのが現状である¹⁷⁾。さらに、空間モーメントや時間モーメントをマクロ分散推定に応用する場合、両者の結果は異なる¹⁹⁾ことから、マクロ分散の評価手法に関する議論の余地は残されていると言える。

このような背景から本研究では、フィールドのマクロ分散特性評価を目的として、透水係数データを基に複数の透水係数空間分布モデルを設定し、ランダムウォーク粒子追跡法を実施する。また、時間・空間モーメント解析を粒子追跡法に組み込むことで、縦・横方向に対するマクロ分散推定に応用し、マクロ分散に及ぼす流れ場の様相ならびに透水係数分布の影響について検討する。さらには、濃度観測対象として、評価面に加えて、評価要素を導入することにより、フィールドでの濃度観測状態を反映したマクロ分散評価を実施する。

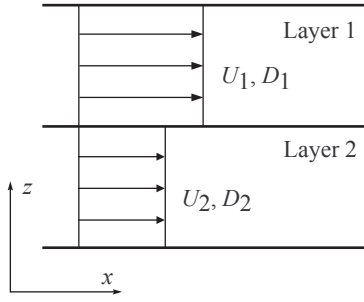


図-1 成層地盤の概略図。

2. 物質移動解析モデル

2.1 浸透流解析

飽和条件下にある不均質帯水層内の地下水流れ場にシンクソースの存在を考慮した浸透流方程式は次式である²⁰⁾。

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_i \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) = Q(\mathbf{x}) \quad (1)$$

ここに、 h はピエゾ水頭、 K_i は各軸方向の透水係数、 Q はシンクソース量、 $\mathbf{x}$ はシンクソースの位置ベクトルである。また、 x_i は座標であり、添字の 1 から 3 はそれぞれ、 x , y , z 軸を表す。

本解析では、有限要素解析により水頭分布を導出し、次式を用いて流速の空間分布を求めることで、粒子追跡解析に供する。

$$v_i = - \sum_{i=1}^3 \frac{K_i}{n} \frac{\partial h}{\partial x_i} \quad (2)$$

ここに、 v_i は実流速ベクトル成分、 n は間隙率である。

2.2 ランダムウォーク粒子追跡解析

多孔質体内の物質挙動を追跡する場合、流速や化学反応など移流分散現象に関わる要因により各粒子が有する位置や質量は時々刻々と変動する。粒子追跡法は対象物質に見立てた大量の粒子群を領域内に発生させて、粒子固有の物理量に対する空間分布変動を時系列で表現するラグランジュの手法であり、ランダムウォーク粒子追跡法はその一種である²¹⁾。

ランダムウォーク粒子追跡法では粒子の移動経路を次式により表現する^{16), 22)}。

$$X_{p,i}(t + \Delta t) = X_{p,i}(t) + A_i(\vec{X}_p(t))\Delta t + \sum_{j=1}^3 B_{ij}(\vec{X}_p(t))\Xi_j\sqrt{\Delta t}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

ここに、 $X_{p,i}(t)$ は時間 t における粒子位置の i 成分、 Δt は時間増分、 Ξ_j は 3 つの成分を有するベクトルであり、平均 0、分散 1 の正規分布に従う変数である。また、 A_i は移流を表すドリフトベクトルであり、次式にて定義

される。

$$A_i = \frac{v_i(\vec{X}_p(t)) + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial D_{ij}}{\partial x_j}(\vec{X}_p(t))}{R(\vec{X}_p(t))}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

ここに、 R は遅延係数である。 D_{ij} は分散係数テンソルであり、次式で表される²³⁾。

$$D_{11} = \alpha_L \frac{v_1^2}{v} + \alpha_{TH} \frac{v_2^2}{v} + \alpha_{TV} \frac{v_3^2}{v} \quad (5)$$

$$D_{22} = \alpha_{TH} \frac{v_1^2}{v} + \alpha_L \frac{v_2^2}{v} + \alpha_{TV} \frac{v_3^2}{v} \quad (6)$$

$$D_{33} = \alpha_{TV} \frac{v_1^2 + v_2^2}{v} + \alpha_L \frac{v_3^2}{v} \quad (7)$$

$$D_{12} = D_{21} = (\alpha_L - \alpha_{TH}) \frac{v_1 v_2}{v} \quad (8)$$

$$D_{13} = D_{31} = (\alpha_L - \alpha_{TV}) \frac{v_1 v_3}{v} \quad (9)$$

$$D_{23} = D_{32} = (\alpha_L - \alpha_{TV}) \frac{v_2 v_3}{v} \quad (10)$$

ここに、 α_L は縦分散長、 α_{TH} は水平方向横分散長、 α_{TV} は鉛直方向横分散長、 v は流速のノルムである。また、 B_{ij} は分散現象に関わる変位マトリクスである²²⁾。

$$B_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{v_1}{v} \sqrt{2\alpha_L v} & \frac{-v_1 v_3 \sqrt{2\alpha_{TV} v}}{v\Gamma} & -\frac{v_2 \sqrt{J}}{\Gamma} \\ \frac{v_2}{v} \sqrt{2\alpha_L v} & \frac{-v_2 v_3 \sqrt{2\alpha_{TV} v}}{v\Gamma} & \frac{v_1 \sqrt{J}}{\Gamma} \\ \frac{v_3}{v} \sqrt{2\alpha_L v} & \frac{\Gamma}{v} \sqrt{2\alpha_{TV} v} & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\Gamma = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}, \quad J = 2 \left(\frac{\alpha_{TH} \Gamma^2 + \alpha_{TV} v_3^2}{v} \right) \quad (12)$$

本解析では、粒子追跡解析の精度向上を図るため、流速補間法²³⁾を組み込んでいる。また、時間更新の際には、井戸周辺部で急変する流線形状を追従できるように、4 次のルンゲ・クッタ法を用いている。

2.3 不均質領域の粒子移行

成層地盤のような不均質浸透場では図-1 に示すように、各層の流速 U は異なるため、結果的に分散係数 D は空間的に変化する。透水性の異なる領域を行き来する物質輸送モデルとして Uffink は、熱伝導の原理を応用して次式を提案した²⁴⁾。

$$P_1 = \frac{\sqrt{D_1} - \sqrt{D_2}}{\sqrt{D_1} + \sqrt{D_2}} \quad (13)$$

$$P_2 = 1 - P_1 \quad (14)$$

ここに、 P_1 は粒子の位置する層内に留まる確率、 P_2 は隣接層への移行確率、 D_1 と D_2 は各層の横分散係数である。式 (13) と式 (14) に基づく粒子移行は分散性の高い評価を導く傾向にあることから、本解析では Uffink の提案モデルの改良版である次式により不均質領域内

の粒子挙動を表す²⁵⁾。

$$P_1 = \frac{\sqrt{D_1}}{\sqrt{D_1} + \sqrt{D_2}} \quad (15)$$

$$P_2 = 1 - P_1 = \frac{\sqrt{D_2}}{\sqrt{D_1} + \sqrt{D_2}} \quad (16)$$

2.4 時間・空間モーメント

本解析ではマクロ分散を評価する手段の1つとして、時間モーメント法を導入し、後述する評価面あるいは評価要素を通過する粒子群の時間的な質量変化、すなわち粒子質量の破過曲線に対して、時間モーメント量を算定することにより縦分散長を推定する。ある評価要素または評価面における破過曲線に対する n 次標準化時間モーメント $M_{n,T}$ は次式により表される¹⁹⁾。

$$M_{n,T} = \frac{\sum_{k=1}^{NP_s} m_p^k (t_p^k(x_1))^n}{\sum_{k=1}^{NP_s} m_p^k} \quad (17)$$

ここに、 m_p^k は k 番目の粒子の有する質量、 x_1 は基準面の x 座標、 NP_s は基準面を通過する粒子数、 t_p^k は k 番目の粒子が評価要素や評価面を通過する時間である。また、 n 次標準化中心時間モーメント $M'_{n,T}$ は二項定理を用いて次式で定義される。

$$M'_{n,T} = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} M_{n-r,T}(x_1) (-M_{1,T}(x_1))^r \quad (18)$$

これらの時間モーメント量を所与の評価要素あるいは評価面にて算定し、それぞれの縦分散長 α_L を次式で推定する。

$$\alpha_L(\zeta_P) = \frac{\zeta_P}{2} \frac{M'_{2,T}(\zeta_P)}{(M'_{1,T}(\zeta_P))^2} \quad (19)$$

ここに、 ζ_P は観測点または観測面の x 座標である。

時間モーメント法は点または面を通過する粒子の質量変動に基づくことから、横分散の評価が困難である。そこで、粒子追跡法の利点を活かして、粒子群の空間分布状態を基に空間モーメント¹⁵⁾を導出し、縦・横分散長評価に応用する。

$$X_{G,i} = \frac{1}{m(t)} \sum_{k=1}^{NP_t} \frac{m_p^k X_{p,i}^k(t)}{R(X_p^k(t))} \quad (20)$$

$$m(t) = \sum_{k=1}^{NP_t} \frac{m_p^k}{R(X_p^k(t))} \quad (21)$$

$$S_{ij}(t) = \frac{1}{m(t)} \sum_{k=1}^{NP_t} \frac{m_p^k X_{p,i}^k(t) X_{p,j}^k(t)}{R(X_p^k(t))} - X_{G,i}(t) X_{G,j}(t) \quad (22)$$

ここに、 $X_{G,i}$ は時間 t の粒子空間分布に対する重心位置を表す空間1次モーメント、 $m(t)$ は時間 t において空間内に存在する粒子の総質量、 S_{ij} は粒子空間分布に対する空間2次モーメント、 NP_t は時間 t の空間内の粒

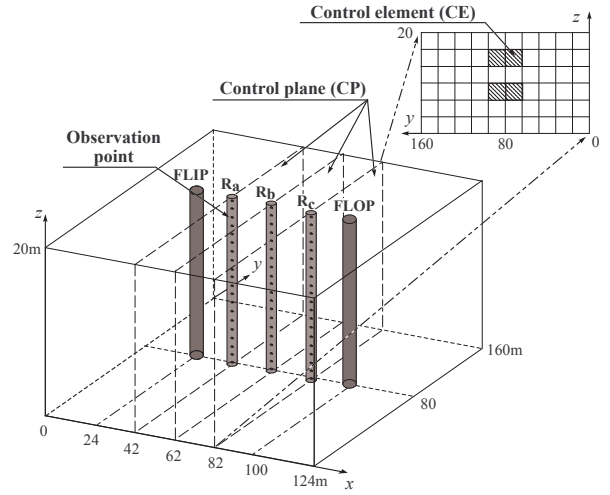


図-2 解析対象領域

子総数である。また、空間2次モーメントを用いて縦・横分散長を次式により推定する。

$$\alpha_L = \frac{S_{11}(\xi_G(t))}{2(\xi_G(t))} \quad (23)$$

$$\alpha_{TH} = \frac{S_{22}(\xi_G(t))}{2(\xi_G(t))} \quad (24)$$

$$\alpha_{TV} = \frac{S_{33}(\xi_G(t))}{2(\xi_G(t))} \quad (25)$$

ここに、 α_{TH} は水平方向横分散長、 α_{TV} は鉛直方向横分散長、 $\xi_G(t)$ は時間 t における粒子群の重心位置の変位距離である。

3. 領域モデル設定

3.1 解析対象サイトの概要

本研究ではオランダのデンハーグ近郊にある砂丘地帯にて実施された原位置トレーサ実験¹⁶⁾のサイトを対象とする。トレーサ実験は井戸を用いた人工涵養の実行可能性を検討する目的で実施され、図-2に示すように、 x 方向に約120m、 y 方向に約160m、帯水層の厚さは約20mの規模を有するサイトであり、地表面付近と地表面から約20mの深度位置に厚い粘土層が存在することから被圧状態である。また、地理的要因により帯水層内の塩化物イオン濃度が約220 g/m³であり、人工涵養に用いた河川水中の塩化物イオン濃度70 g/m³よりも高いことから、涵養に伴う塩化物イオンの濃度変動をトレーサとしている。サイト内には図-2に示すように、注入井FLIPと揚水井FLOPが設けられており、480 m³/dayにて注入および揚水するとともに、観測井Ra、Rb、Rcには多数のサンプリングポイントが備え付けられている¹⁶⁾。

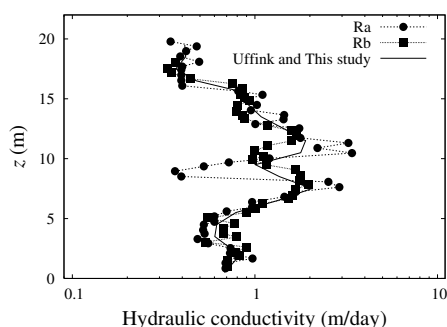


図-3 透水係数分布

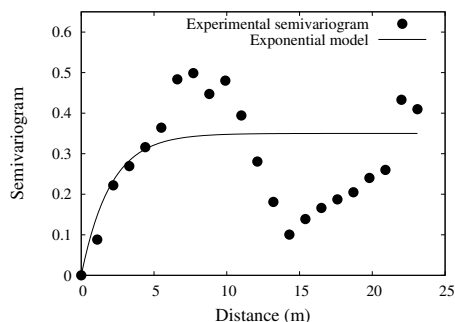


図-4 セミバリオグラム

3.2 解析モデル設定

本研究では有限要素法を用いて式(1)に示す浸透流方程式を解くため、対象サイトを29799節点、26880要素に離散化し、導出された流速分布に基づいて粒子追跡法により物質移動解析を実施する。サイトの状況に即して、注入井FLIPと揚水井FLOPをそれぞれ $(x,y) = (24,80)$ と $(x,y) = (100,80)$ の位置に z 方向全体に構成し、両井戸の注入・揚水流量を $480 \text{ m}^3/\text{day}$ に設定する。また、観測井 R_a 、 R_b 、 R_c をそれぞれ $(x,y) = (42,80)$ と $(x,y) = (62,80)$ 、 $(x,y) = (82,80)$ の位置に設定し、各観測井には深さ方向へ1mごとに観測点に見立てた観測要素を設けることで粒子質量の破過曲線を求める。Uffinkは注入井FLIPと揚水井FLOPを結ぶ直線上に観測井 R_a と R_b 、 R_c が存在し、流れの特性より注入井FLIPと揚水井FLOPに至る流線は概ね直線かつ平行であることから、流れ場を一樣流と見なし、解析領域を $x-z$ 断面のみの2次元場としてマクロ分散を評価した¹⁶⁾。しかしながら本研究では、後述するように、揚水の有無に伴う流れ場の変化とマクロ分散の関係について検討することから、3次元領域を対象としている。

式(19)に基づく時間モーメント解析による縦分散長評価の際には、設定した仮想断面を通過する粒子の個数と粒子群の総質量を時系列で求める必要がある。そのため、図-2に示すように、観測井を含む $y-z$ 面を設け、評価面(Control plane)と定義し、観測井 R_a 、 R_b 、 R_c を対象に3つの評価面を設定する。また実際の濃度計測では、より狭い範囲で濃度計測が実施される点を踏まえて、評価面内にて観測井を構成する有限要素を

表-1 解析パラメータ

平均実流速 $v_x(\text{m/day})$	1.07
縦分散長 $\alpha_L(\text{m})$	0.01
水平横分散長 $\alpha_{TH}(\text{m})$	0.001
鉛直横分散長 $\alpha_{TV}(\text{m})$	0.001
遅延係数 $R(-)$	1.0
間隙率 $n(-)$	0.34
粒子数	2×10^5
時間ステップ $\Delta t(\text{day})$	1.0

評価要素(Control element)として定義し、評価要素ごとに時間モーメント量を算定することで、評価面に加えて評価要素にて縦分散長を推定する。

観測井 R_a と R_b では図-3に示すように、鉛直方向の透水係数分布が測定されており、平均透水係数は 1.07 m/day 、幾何分散値は0.44、間隙率は0.34である。Uffinkは対象サイトおよびサイト周辺の地質構成から判断して、領域内の透水係数分布を成層状態と見なし、観測井 R_a と R_b にて図-3の実線で示す透水係数分布を設定した¹⁶⁾。本研究においても各層の y 軸方向に対する透水性は変化させずにUffinkと同様の透水係数分布を成層地盤モデルとして扱い、比較対象として、 1.07 m/day の透水係数を領域全体で有する均質地盤モデルを設定する。また、観測井 R_a と R_b にて計測された透水係数データを基に、図-4に示すバリオグラムモデルを導出し、オーディナリィクリギング^{26),27)}を用いて領域内に透水係数分布を発生させ、地球統計地盤モデルとして扱う。地球統計学を適用するにあたり、相関性を既定するバリオグラムモデルには次式に示す指数モデルを採用し、透水係数分布に対する空間的相関性の異方性は考慮せず、成層地盤や均質地盤との比較を目的とした透水係数分布の生成に力点を置く。これは対象領域の規模に比して観測データ数が少ないことと、透水係数分布の幾何分散、すなわち地盤の不均質性が比較的小さいことが一因である。

$$\gamma_K = c_K \left(1.0 - \exp \left(\frac{-h}{\lambda} \right) \right) \quad (26)$$

ここに、 γ_K はセミバリオグラム、 c_K はシルであり、0.35に設定する。また、 h は観測点間距離、 λ はレンジであり、2に設定する。

4. 時間モーメントによるマクロ分散評価

4.1 透水係数分布モデルの影響

本章では時間モーメント解析による縦分散長推定の妥当性に焦点を当て、設定した3つの透水係数分布モデルと縦分散長の関係について検討する。また、Uffinkの推定結果¹⁶⁾と比較するため、流れ場の条件を統一す

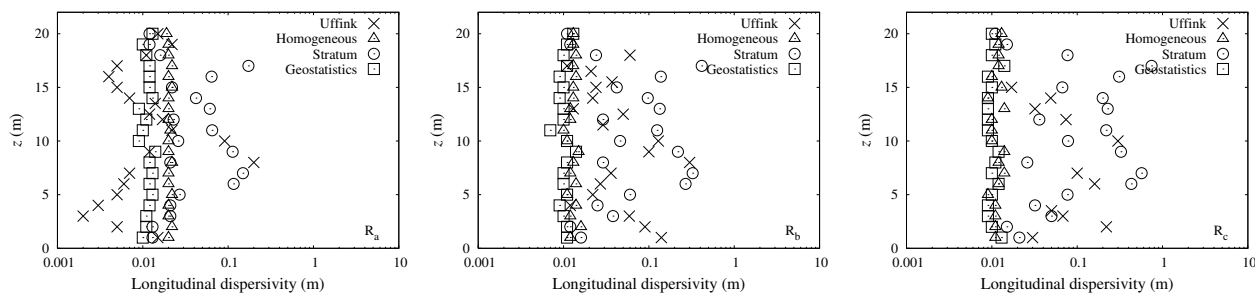


図-5 一様流条件における各観測点の縦分散長推定結果。

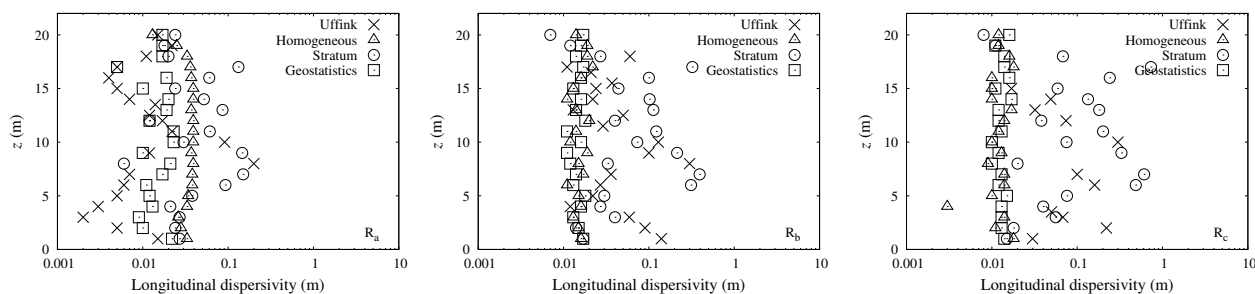


図-6 放射流条件における各観測点の縦分散長推定結果。

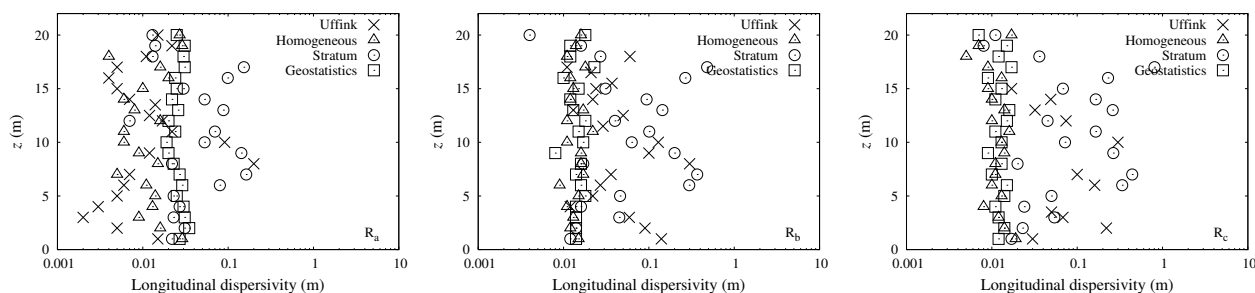


図-7 発散流条件における各観測点の縦分散長推定結果。

ることを目的として、 x 軸方向のみの流速成分を有する一様流の支配下にある浸透場について粒子追跡解析を実施する。したがって、図-2 の注入井 FLIP と揚水井 FLOP におけるシンクソースを考慮しない流れ場が対象となり、最上流と最下流の $y-z$ 面のピエゾ水頭を既定し、他の面を不透水面に設定することにより、トレーサ実験を反映した平均実流速 1.07 m/day の浸透場を有限要素解析により導出する。さらに、注入井 FLIP の位置に深さ方向に一様となるように 2×10^5 粒子をパルス的に発生させ、粒子位置の時系列変化を追跡する。表-1 に解析に使用するパラメータを列記する。本解析ではトレーサ実験を反映して、1 つの粒子の質量を 0.38 g に設定するが、粒子質量の減衰や化学反応による質量変化は考慮しない。また、トレーサ実験における各観測点の濃度計測結果は公表されていない点と Uffink は解析的にマクロ分散を推定している点を踏まえて、数値解析的にマクロ分散を評価する。

図-5 に、対象とする透水係数分布モデルに対して、観測井 R_a , R_b , R_c 内の各観測点における縦分散長の推定結果を Uffink の推定値とともに示す。本論文にお

いて記載する Uffink の推定値はすべて 2 次元の一様流条件下にて得られた値である。均質地盤モデルの場合、本解析結果はいずれの観測井においても z 座標の違いに関わらず各観測点の推定値に差異はなく、解析入力値である 0.01 m にほぼ等しい結果を得ている。また、均質地盤モデルと同様に地球統計モデルは鉛直方向への縦分散長の変動が小さい結果となっている。これは対象サイトの不均質度が低いため、地球統計的に生成した透水係数分布のばらつきは小さく、均質地盤に近い透水場が生成されたことが要因であると考えられる。

他方、成層地盤モデルでは各層の透水係数は異なることから、いずれの観測井においても各観測点固有の縦分散長が推定されている。また、下流側に位置する観測点ほどマクロ分散値の分布範囲は大きくなり、透水係数分布の不均質性に応じたスケール効果が発現している。Uffink は各観測点における絶対 1 次時間モーメント、つまりは粒子群の平均通過時間と透水係数分布に従い、理論的に分散長を導出しており、不均質場の物質輸送に関して本解析モデルと異なる物質移行モデルを採用していることから推定値に乖離が見られる観

測点が存在すると推察される。いくつかの研究例^{18),19)}が示すように、評価手段に応じて不均質場の分散長は異なり、物質の移行距離や時間が短いほど、その差は顕著となる。本解析結果においても特に、上流側に位置する観測井 R_a で類似の傾向が見られるものの、同じオーダー内に縦分散長の値は分布しており、総じて良好な推定結果であると言える。

4.2 流れ場の影響

前節では一様流条件にてマクロ縦分散長を推定したが、本節では注入井 FLIP と揚水井 FLOP によるシンクソースを考慮した浸透場を対象とする。すなわち、注入井を起点とする放射状の流れとなり、揚水井に放射的に流入する浸透場であるため、本研究では放射流れ場と呼ぶ。また、揚水はなく、注入井 FLIP のみが存在する浸透場についても対象とし、注入井から放射状に湧き出る浸透場となることから、発散流れ場と呼び、流れ場の違いがマクロ縦分散評価に及ぼす影響について考察する。注入井 FLIP の位置にて発生させる粒子群の個数ならびに発生方法は前節と同様である。放射流れ場に対する時間モーメント解析結果と Uffink の縦分散長結果を図-6 に示す。また、図-7 には発散流条件に対する各観測点の縦分散長結果をプロットする。Uffink は注入と揚水が存在するものの、流れ場を一様流と見なすため、 $x-z$ の 2 次元浸透場を対象としている。そのため、図-6 や図-7 に示す文献値は、図-5 と同様である。

一様流の結果と同様に、均質地盤モデルと地球統計モデルでは観測点の位置に関わらずほぼ一定の値が導出されている。Inoue ら²⁸⁾が指摘するように、均質地盤を対象として時間モーメント解析により得られる縦分散長の推定値は入力パラメータの値、すなわち移流分散方程式において設定するミクロ分散長とほぼ一致する。流速の空間変動がほとんどない浸透場では分散現象による粒子群の位置はミクロ分散長に従って変化するため、粒子の移行距離の増加とともに 2 次時間モーメントは線形的に変化し、結果として、観測位置に関わらず縦分散長は同一の値になると推量される。

一様流とは異なり、注入井 FLIP の近傍や放射流れ場の揚水井 FLOP 周辺では y 軸方向の流速成分が変動するため、流れ形態に応じて粒子群の移行挙動に変化が生じる。そのため、観測点 R_a における均質地盤モデルと地球統計モデルの推定値は鉛直方向にばらつく結果となり、流れ状態が変化することで低度合いながらも、推定値に変化が生じると考えられる。これに対して、成層地盤モデルでは流速変化に加えて、鉛直方向に透水係数分布が変化することから、流速変動の影響を受けて分散のみならず移流による粒子移行にも空間変化が生じ、縦分散長の推定値はばらつくこととなる。また、層同士の透水係数の変化が大きいほど、各層を

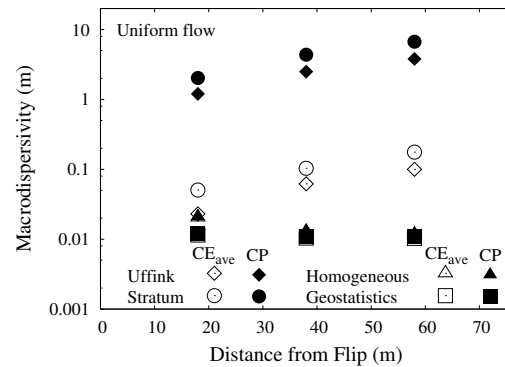


図-8 時間モーメントによるマクロ分散長推定結果（一様流）。

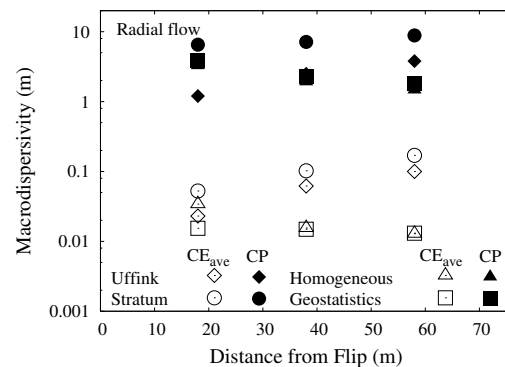


図-9 時間モーメントによるマクロ分散長推定結果（放射流）。

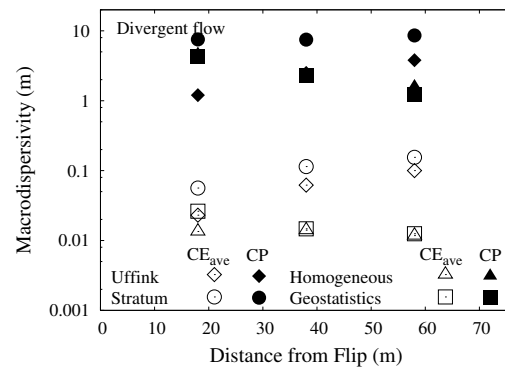


図-10 時間モーメントによるマクロ分散長推定結果（発散流）。

移行する粒子群の流下距離の差異は増加すると推察されるため、 $z = 7 \text{ m}$ ならびに $z = 15 \text{ m}$ 付近の推定値は他の層よりも大きく得られていると推察される。したがって、 y 軸方向の流速変動は縦分散推定に寄与することが示唆される一方で、放射流あるいは発散流条件下では観測点 R_b 付近までの流線形状は酷似することから両条件の推定値はさほど相違のない結果となると考えられる。

4.3 マクロ分散評価

前述のように、対象とする透水係数分布モデルごとに推定結果のばらつきは様々である。また、導出された推定値は評価要素に対する結果であり、評価要素を通過した粒子数の時系列変化のみが推定値として反映

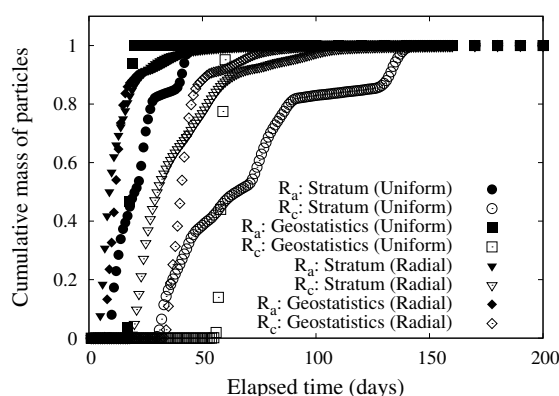


図-11 評価面における累積質量の変化.

されていることから、評価面をマクロ縦分散長の推定対象とした場合、評価要素とは異なる推定値が得られると考えられる。特に、Fernández-García ら¹⁹⁾が指摘するように、時間モーメントを用いてマクロ分散を評価する際には、流れを横断する評価面全体を通過する粒子の時間変化を追跡する必要がある。この点を踏まえて、一様流条件下にて評価面において時間モーメント量を算定し、得られたマクロ分散長の推定結果を図-8に示す。また、図中には観測井ごとに鉛直方向に分布する評価要素の推定結果を平均した値をプロットするとともに、透水係数の不均質度合いから理論的に算定した Uffink の結果を併記する。

均質地盤モデルと地球統計モデルに関しては、透水係数のばらつきが小さいため、評価要素の平均値 (CE_{ave}) と評価面の推定値 (CP) に差異はなく、解析入力値である 0.01 m に酷似した結果が得られている。よって、一様流を想定する場合、本解析にて採用した地球統計モデルのように不均質度が小さい地盤に対しては、粒子の発生位置から流れ方向に沿って観測点を設けることで、評価面に加えて評価要素にて縦分散長を推定できることが示唆される。この点はフィールドにおける観測濃度変動から縦分散長を推定する際に活用できる知見であると言える。

一方で、成層地盤モデルに関して本解析結果と Uffink の推定結果を比較すると、評価要素と評価面ともに本解析の方が 2 倍から数倍大きいマクロ分散値を導出している。また、注入井 FLIP と観測井の距離が増加、すなわち粒子群の移行距離が増すにつれてマクロ分散の値は上昇する傾向にあり、分散長のスケール効果が発現していることがわかる。さらには、評価面におけるマクロ分散長の値は評価要素に比して 1 オーダー以上大きく得られており、評価要素や評価面を通過する粒子数の差異に起因する結果であると推察される。したがって、成層地盤においてマクロ分散を評価する際には、評価要素のような限られた領域での観測結果では分散量を過小評価するため、流れの垂直方向に複数の観測点を設置するなど、観測領域を拡大する手段が望

ましいと考えられる。

次に、放射流ならびに発散流の浸透場におけるマクロ分散長の推定結果を図-9 と図-10 に示す。評価要素にて均質地盤モデルと地球統計モデルの下で縦分散長を推定すると、一様流と同様に、解析入力値とほぼ等しい値が得られるのに対して、評価面にて縦分散長を導出することで、約 2 オーダー異なる推定結果となる。これは流れ場が変化することで粒子群の挙動は大きく変動し、各評価面における粒子通過状態が変化した結果である。そのため、均質地盤モデルや本解析にて採用した地球統計モデルは時間モーメントを用いたマクロ分散評価において流れの様相に高い感度を示すと言える。他方、成層地盤モデルでは一様流条件下にて得られた値よりも 2 倍から数倍大きいマクロ分散値となっており、流れ状態にさほど依存しないことが示唆される。

評価面を通過する粒子の状態を観察するため、図-11 に地球統計モデルと成層地盤モデルを対象に、観測点 R_a と R_c の位置にある評価面を通過する粒子質量の累積変化を示す。放射流と発散流は類似の変化傾向にあるため、一様流と放射流のみをプロットしている。地球統計モデルの場合、一様流条件下では累積質量の急激な上昇が見られ、即座に 1 の値に収束している。これは注入井 FLIP の位置に生成したすべての粒子群が短期間のうちに評価面を通過したことを示している。流れ場が放射流に変化することで、収束の状態に変化が見られ、成層地盤モデルのように徐々に漸近しながら 1 へ収束する。収束状態の相違を 2 次時間モーメント量として換算した場合、一様流と放射流では約 2 オーダーの差異が生じ、結果として、マクロ分散値に反映されることとなる。一方で、成層地盤モデルは地球統計モデルと異なり、流れの状態変化に対する 2 次時間モーメントの変化はさほど大きくないことから、図-8 から図-10 に示すように、成層地盤モデルに対するマクロ分散値の流れ状態への依存性は小さい結果となったと考えられる。

5. 空間モーメントによるマクロ分散評価

5.1 マクロ縦分散評価

空間モーメント量は粒子群あるいは濃度の空間分布に基づいて求められる物理量であり、本解析では式 (20) から式 (22) により空間モーメントを導出し、式 (23) を用いてマクロ縦分散長を推定する。一様流の下で空間モーメント解析により得られたマクロ縦分散長の値を注入井 FLIP からの距離の関数として、図-12 に Uffink のマクロ分散長結果とともに示す。図の横軸に示す注入井 FLIP からの距離は、注入井の x 座標位置から粒子群の重心位置の x 座標、すなわち式 (20) を用いて得られる空間 1 次モーメント $X_{G,1}$ までの距離である。不均質性が低い場合、一様流の条件下では縦方向、すな

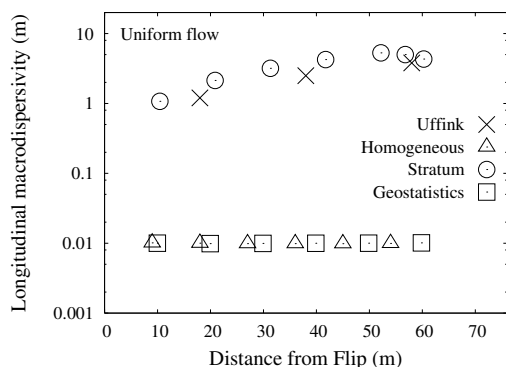


図-12 空間モーメントによるマクロ分散長推定結果（一様流）.

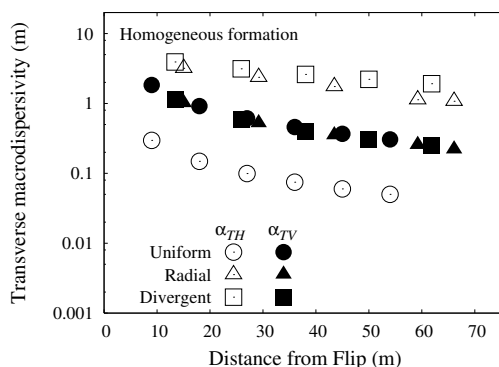


図-15 均質地盤モデルに対するマクロ横分散長推定結果.

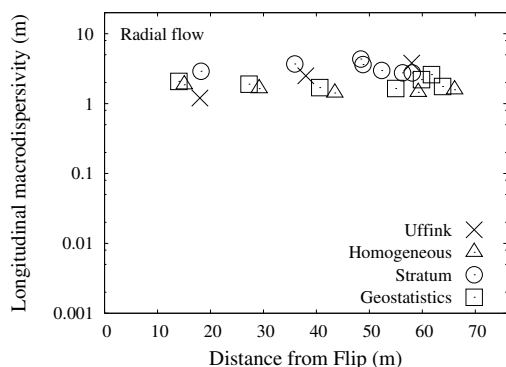


図-13 空間モーメントによるマクロ分散長推定結果（放射流）.

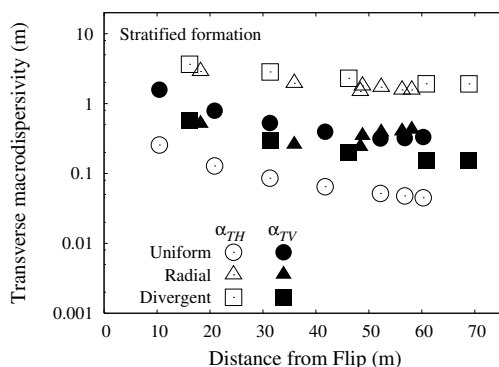


図-16 成層地盤モデルに対するマクロ横分散長推定結果.

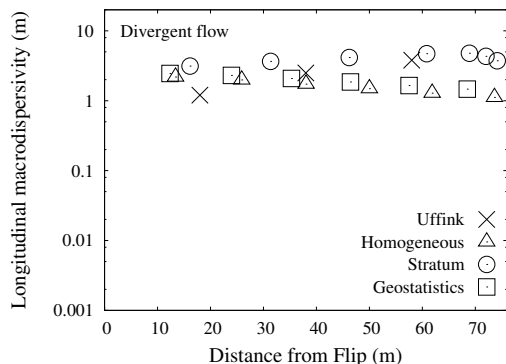


図-14 空間モーメントによるマクロ分散長推定結果（発散流）.

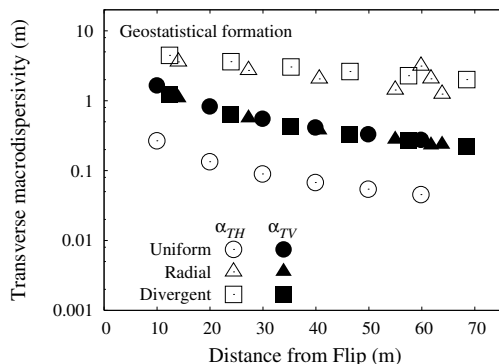


図-17 地球統計モデルに対するマクロ横分散長推定結果.

わち流れ方向に対する粒子位置の変動はマイクロ縦分散長にて既定されることから、空間モーメント解析結果は入力解析値とほぼ同じ値を導出する。成層地盤のように透水性が変化する場合には、流速分布を反映して、縦方向への粒子群分布は時間とともに変動し、結果としてマイクロ分散より大きい分散量となる。本解析結果と Uffink の推定結果は良好な一致が見られるため、空間モーメント解析の適用により対象としたサイトのマクロ縦分散値を妥当な範囲で推定できていると言える。

一様流の結果と同様に、放射流と発散流のマクロ縦分散長結果をそれぞれ、図-13 と図-14 に示す。一様流れ場とは異なり、流れ状態や透水係数モデルに関わらず、マクロ縦分散長は 1 から 10 の範囲内に分布していることが見て取れる。放射流や発散流では流速ベクトル

は空間的に変動しており、粒子の存在位置に応じて縦分散量は変化する結果、一様流より大きい値が得られたと考えられる。また、マクロ縦分散長は流れ状態や透水係数モデルにさほど依存性しない結果を得ているものの、マクロ分散の特徴である移行距離とともに増加する性質は成層地盤モデルにのみ見られることから、本解析にて設定した注入量や揚水量の下で生成される流速分布が均質地盤モデルや地球統計モデルのマクロ分散に強く影響していると推察される。

5.2 マクロ横分散評価

時間モーメント解析による分散評価では、評価面や評価要素を通過する粒子情報を基礎とするため、縦方向の評価に限定される。他方、空間モーメント解析で

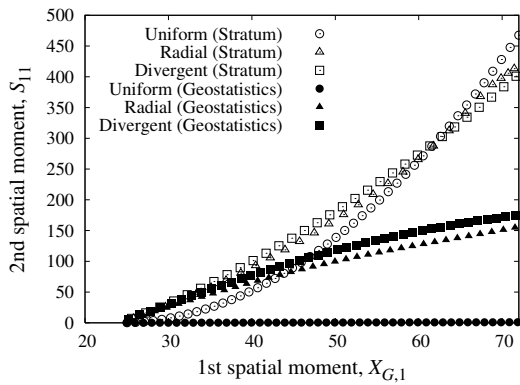


図-18 2次空間モーメント S_{11} の変化。

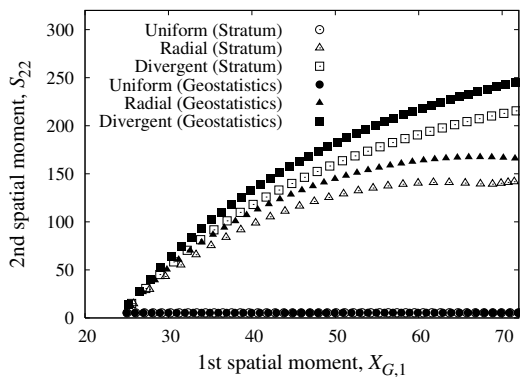


図-19 2次空間モーメント S_{22} の変化。

は粒子群の空間分布が基礎となることから、空間分布変動に基づいて横分散を評価できる点に大きな特徴がある。また、前節までに比較対象とした Uffink の研究においては横分散に関する議論はなされていない点を踏まえて、本解析では式 (24) と式 (25) を用いて、水平方向ならびに鉛直方向のマクロ横分散長を導出する。

図-15 から図-17 にはそれぞれ均質地盤モデル、成層地盤モデル、地球統計モデルに対するマクロ横分散長の推定結果を示す。透水係数分布モデルに関わらず、放射流と発散流に対する水平方向の横分散長 α_{TH} はほぼ同じ値となっており、一様流の値に比して約 1 オーダー大きく評価されている。放射流と発散流の条件下では、注入井 FLIP にて発生した粒子群の大部分は強制的に y 軸方向へ移動するため、移行初期の段階において横分散長は最大となり、FLIP からの距離が増すにつれて横分散長は減少する結果となる。また、いずれの透水係数モデルにおいても y 軸方向への透水性は変化しないため、横分散長の変動範囲はさほど広くない。さらに、放射流の場合には揚水井 FLOP へ流入する流れが生じており、50 m から 60 m 付近から揚水に伴って流れ方向が変化するため、横分散長の結果は多少ばらつくこととなる。

加えて、いずれの浸透場においても鉛直方向の横分散長 α_{TV} は同一の変動傾向を示している。本解析の特性上、鉛直方向の流速成分はゼロであることから、粒子

の鉛直方向への移動はミクロ横分散に強く影響を受けるため、流れの様相に左右されない結果を得たと考えられる。成層地盤モデルでは式 (15) と式 (16) により層間を移行する粒子の挙動が既定されているため、図-16 に見られるように、わずかながらマクロ横分散長はばらつく結果になると推察される。

マクロ分散長評価の基礎となる粒子移行過程における空間モーメント量の変化を観察するため、図-18 に x 方向に対する 2 次空間モーメント S_{11} の変動結果を 1 次空間モーメントの関数として示す。発散流および均質地盤モデルに対するモーメント変動はそれぞれ放射流と地球統計モデルに類似しているため、図示していない。成層地盤の場合、鉛直方向への透水性の差異に起因して、粒子群の移行距離が増すにつれて上下流方向への粒子群のばらつきは増加するため、2 次空間モーメントは指数関数的に増加する。そのため、この現象は図-12 から図-14 に見られるように、マクロ縦分散長のスケール依存性に反映されることとなる。これに対して地球統計モデルでは不均質度の低さが影響して、粒子群は空間的にさほど拡大しないため、2 次空間モーメントの増加割合は移行距離の増加とともに低下する結果となる。この点が地球統計モデルではほぼ一定のマクロ縦分散長となった要因である。

図-19 には図-18 と同様に、 y 方向に対する 2 次空間モーメント S_{22} の変動結果をプロットしている。 y 軸方向への粒子群の拡がり方は x 軸方向への拡大状況とは大きく異なることが見て取れる。水平方向への透水係数は変化しない地盤である点を反映して、2 次空間モーメントを評価した場合には図に見られるような時間の経過とともに空間モーメントの変化度合いは減少する結果となる。したがって、マクロ横分散長の推定値はばらつきの小さい範囲に収まることとなる。

6. 結論

本研究では、フィールドの透水係数分布を対象として粒子追跡解析を実施することにより、時間モーメントならびに空間モーメント解析を適用してマクロ分散を評価した。また、透水係数モデルならびに流れ場の状態がマクロ分散評価へ及ぼす影響を検討した。本研究にて得られた知見をまとめると以下ようになる。

1. 時間モーメント解析によるマクロ分散長推定に評価面と評価要素を導入し、両者から得られる値には約 2 オーダーの差異があることがわかった。
2. 成層地盤モデルでは、粒子群の移行距離の増加とともにマクロ縦分散値は増加する結果となり、スケール効果が観測された。
3. 成層地盤モデルに対して、時間・空間モーメント法により得られたマクロ縦分散長の値は既往の文献値とよく符合する結果を得た。

4. マクロ分散を評価するにあたり、成層地盤モデルの流れ状態に対する依存性は小さい一方で、均質地盤モデルならびに本解析にて対象とした地球統計モデルは流れ状態への感度が高い結果を得た。また、放射流と発散流のマクロ分散結果に及ぼす差異は小さいことがわかった。
5. 空間2次モーメントの変動特性は軸方向で大きく異なり、成層地盤に対してのみ指数関数的に増加する傾向が見られる。
6. 時間モーメント解析ならびに空間モーメント解析と粒子追跡法の連携はマクロ分散を評価する上で効果的な手段であると言える。

本研究では、流れ状態と透水係数分布の差異がマクロ分散に及ぼす影響に主眼を置き、粒子の質量は保存される状態を対象としたため、領域内の化学的不均質性^{19),29)}は考慮していない。この点を含めた議論は今後の課題とする。

謝辞: 本研究を遂行するにあたり、オランダ・デルフト工科大学の Uffink 博士にはフィールドデータを提供していただき、また貴重な助言をいただいた。ここに記して深謝の意を表する。

参考文献

- 1) Gelhar, L.W. and Axness, C.L.: Three-dimensional stochastic analysis of macrodispersion in aquifers, *Water Resour. Res.*, 19(1), pp.161–180, 1983.
- 2) Gelhar, L.W., Welty, C. and Rehfeldt, K.R.: A critical review of data on field-scale dispersion in aquifers, *Water Resour. Res.*, 28(7), pp.1955–1974, 1992.
- 3) Dagan, G.: Solute transport in heterogeneous porous formations, *J. Fluid Mech.*, 145, pp.151–177, 1984.
- 4) Neuman, S.P., Winter, C.L. and Newman, C.M.: Stochastic theory of field-scale Fickian dispersion in anisotropic porous media, *Water Resour. Res.*, 23(3), pp.453–466, 1987.
- 5) Fadili, A., Ababou, R. and Lenormand, R.: Dispersive particle transport: Identification of macroscale behavior in heterogeneous stratified subsurface flows, *Math. Geol.*, 31(7), pp.793–840, 1999.
- 6) Pannone, M. and Kitanidis, P.K.: Large-time behavior of concentration variance and dilution in heterogeneous formations, *Water Resour. Res.*, 35(3), pp.623–634, 1999.
- 7) Kapoor, V. and Gelhar, L.W.: Transport in three-dimensionally heterogeneous aquifers, 1. Dynamics of concentration fluctuations, *Water Resour. Res.*, 30(6), pp.1775–1788, 1994.
- 8) Kapoor, V. and Gelhar, L.W.: Transport in three-dimensionally heterogeneous aquifers, 2. Predictions and observations of concentration fluctuations, *Water Resour. Res.*, 30(6), pp.1789–1801, 1994.
- 9) Dagan, G. and Fiori, A.: The influence of pore-scale dispersion on concentration statistical moments in transport through heterogeneous aquifers, *Water Resour. Res.*, 33(7), pp.1595–1605, 1997.
- 10) Dagan, G.: Transport in heterogeneous porous formations: spatial moments, ergodicity, and effective dispersion, *Water Resour. Res.*, 26(6), pp.1281–1290, 1990.
- 11) Naff, R.L.: Arrival times and temporal moments of breakthrough curves for an imperfectly stratified aquifer, *Water Resour. Res.*, 28(1), pp.53–68, 1992.
- 12) Neuman, S.P. and Zhang, Y.K.: A quasi-linear theory of non-Fickian and Fickian subsurface dispersion, 1. Theoretical analysis with application to isotropic media, *Water Resour. Res.*, 26(5), pp.887–902, 1990.
- 13) Zhang, Y.K. and Neuman, S.P.: A quasi-linear theory of non-Fickian and Fickian subsurface dispersion, 2. Application to anisotropic media and the Borden site, *Water Resour. Res.*, 26(5), pp.903–913, 1990.
- 14) Li, L. and Graham, W.D.: Stochastic analysis of solute transport in heterogeneous aquifers subject to spatially random recharge, *J. Hydrol.*, 206, pp.16–38, 1998.
- 15) Tompson, A.F.B. and Gelhar, L.W.: Numerical simulation of solute transport in three-dimensional, randomly heterogeneous porous media, *Water Resour. Res.*, 26(10), pp.2541–2562, 1990.
- 16) Uffink, G.J.M.: Analysis of dispersion by the random walk method, *Doctoral Dissertation, Delft University of Technology*, 150p., 1990.
- 17) Freyberg, D.L.: A natural gradient experiment on solute transport in a sand aquifer, 2. Spatial moments and the advection and the dispersion of nonreactive tracers, *Water Resour. Res.*, 22(13), pp.2031–2046, 1986.
- 18) McKenna, S.A., Walker, D.D. and Arnold, B.: Modeling dispersion in three-dimensional heterogeneous fractured media at Yucca Mountain, *J. Contam. Hydrol.*, 62–63, pp.577–594, 2003.
- 19) Fernández-García, D., Illangasekare, T.H. and Rajaram, H.: Differences in the scale-dependence of dispersivity estimated from temporal and spatial moments in chemically and physically heterogeneous porous media, *Adv. Water Resour.*, 28, pp.745–759, 2005.
- 20) Bear, J.: *Dynamics of fluids in porous media*, Dover Publications, 764p., 1972.
- 21) Kinzelbach, W. and Uffink, G.J.M.: The random walk method and extensions in groundwater modeling, in *Transport Process in Porous Media*, edited by J.Bear and M.Y. Corapcioglu, Kluwer Acad., pp.761–787, 1989.
- 22) Salamon, P., Fernández-García, D. and Gómez-Hernández, J.J.: A review and numerical assessment of the random walk particle tracking method, *J. Contam. Hydrol.*, 87, pp.277–305, 2006.
- 23) Zheng, C. and Bennett, G.D.: *Applied contaminant transport modeling*, Wiley Interscience, 621p., 2002.
- 24) Uffink, G.J.M.: A random walk method for the simulation of macrodispersion in a stratified aquifer, *Relation of Groundwater Quality and Quantity*, IAHS Publications, 146, pp.103–114, 1985.
- 25) Hoteit, H., Mose, R., Younes, A., Lehmann, F. and Ackerer, Ph.: Three-dimensional modeling of mass transfer in porous media using the mixed hybrid finite elements and the random-walk methods, *Math. Geol.*, 34(4), pp.435–456, 2002.
- 26) Deutsch, C.V. and Journel, A.G.: *GSLIB: Geostatistical software library and user's guide*, Oxford University Press, 1989.
- 27) Journel, A.G.: *Fundamentals of geostatistics in five lessons, short course in Geology*, American Geophysical Union, 40p., 1989.
- 28) Inoue, K., Kobayashi, A., Matsunaga, N. and Tanaka, T.: Application of particle tracking method to dispersivity identification and its experimental verification, *J. Rainwater Catchment Systems*, 13(2), pp.7–16, 2008.
- 29) Tompson, A.F.B.: Numerical simulation of chemical migration in physically and chemically heterogeneous porous media, *Water Resour. Res.*, 29(11), pp.3709–3726, 1993.

(2009年4月9日受付)