砂堆流れの瞬間構造とボイル渦に追随する粒子挙動に関する研究

INSTANTANEOUS STRUCTURE OF KOLK-BOIL VORTEX AND PARTICLE FOLLOWNESS TO THE FLOWS OVER SAND DUNES

野口和則*・禰津家久**・山上路生*** Kazunori NOGUCHI, Iehisa NEZU and Michio SANJOU

*学生員,京都大学大学院博士後期課程,工学研究科社会基盤工学専攻(〒615-8540 京都市西京区京都大学桂Cクラスタ) **フェロー会員,工博,京都大学大学院教授,工学研究科社会基盤工学専攻(同上) ***正会員,博(工) 京都大学大学院助教,工学研究科社会基盤工学専攻(同上)

Sediment particles are lifted-up and transported by various coherent eddies in actual rivers. Especially in the flow over sand dunes, the sediment particles are mainly lifted-up by the kolk-boil vortex, which is an upward flow from the reattachment point toward the free surface. 3-D structure of the kolk-boil vortex over dune is too complicated to measure experimentally, and therefore, the structure of kolk-boil vortex was examined mainly in the *x*-*y* (streamwise-vertical) plane in many previous experimental studies. In this study, two main experiments are conducted, i.e., one is the case of clear-water (sediment-free) flow, and the other is the case of sediment-laden flow. The LES calculation was also conducted to reveal the 3-D coherent structure of the kolk-boil vortex.

As the results, the low-speed region of boils was measured on both the horizontal *x-z* (streamwise-spanwise) plane by using PIV system. Consequently, the boil region was convected to the free surface keeping the state of low-speed fluid, and many sediment particles are lifted-up in the low-speed-region of boils. Moreover, the instantaneous structure of kolk-boil vortex of PIV are compared with that of LES, and 3-D diffusion mechanism of kolk-boil vortex was examined numerically and experimentally.

Key Words : sand dunes, suspended sediment flow, PIV, LES

1. はじめに

実河川においては河床の砂粒子と流れの相互作用に よって砂が運搬され、堆積するため、河床形状は非常に 複雑となる.中でも河床波と呼ばれる形状は砂河川でよ く観察できるものであり、河床からの剥離渦やボイル渦 といった特有の流れを有するため古くから研究対象と なってきた.特にボイル渦は河床粒子の巻き上げに大き な影響を及ぼしていると考えられており水工学的に重要 な課題の一つである.そのため、多くの研究者によって 実験的・数値計算的研究が行われ、流れの抵抗則、土砂 輸送、さらに河床波背後で発生する組織渦の構造につい て解明されてきた.特に、Nelsonら(1993)¹⁰は河床波流れ をレーザー流速計(LDA)で計測し、河床波頂部からの剥 離渦による逆流域の境界部で乱れ強度がピーク値を持つ ことを示した. Kadota & Nezu (1999)²は2台のLDAを用 いて河床波流れの空間相関を計測し,河床波頂部からの 剥離渦と再付着点から発生するボイル渦の関係を指摘し た.また,Yueら(2006)³はボイル渦の通過領域で観測さ れた乱れ強度のピーク値が移流されて次の河床波頂部ま で残り,微小な2次ピークとなることを指摘した.しか しながらこれらの研究は,浮遊粒子が存在しない清流 (clear-water flow)のみを扱ったものであり,粒子の挙動に ついては不明のままである.また,3次元性の強いボイ ル渦であるにも関わらず*x-y*平面(水路中央断面)のみの 流れの計測例がほとんどであるため,3次元的な瞬間構 造については未解明な点が多く残されている.

そこで本研究では、模型実験(PIV/PTV)と数値計算 (LES)を駆使し、清流(clear-water flow)の河床波流れにお いて、*x-y、y-z、x-zの*3断面の瞬間構造からボイル渦の移



流過程について考察を行う.実験ではx-y, x-zの2断面, LESではx-y, y-zの2断面に注目し考察を行う.次に浮遊 砂が存在する流れ(sediment-laden flow)について実験を行 い,ボイル渦に追随する粒子の挙動や粒子フラックスに ついて検討する.

2. 実験および計算の概要

2.1 実験およびLES計算手法

本実験で使用した水路は2種類あり、1つは全長4m、 幅5cmのアクリル製直線水路(Case A-シリーズ),もう1つ は全長10m, 幅40cmの直線水路(Case B-シリーズ)である. 図-1に実験装置の配置例を示す.x,yおよびzはそれぞ れ主流,鉛直,横断方向の座標軸である.U, Vおよび Wはそれぞれの軸に対応する時間平均流速で、u, v, w は各々の乱れ成分である.流れ場の撮影はA-シリーズ, B-シリーズそれぞれの水路で2パターン行い、1つは水路 側壁付近に設置されたHigh Speed CMOSカメラによって レーザーライトシート(LLS)を照射した水路中央断面を 計測するパターン,もう1つは図-1に示すようにカメラ を水面側に設置し、水平断面をLLSで照射するパターン である. それぞれLLS は2mm厚, カメラは1280×1024 ピクセルである.計測時間は52秒であった.また、本実 験では浮遊粒子として比重1.2,粒径0.25mmのポリエキ ストラ粒子を使用した. 流体のトレーサーとしては、比 重1.02, 粒径0.025mmのナイロン12粒子を使用した.

LES(Case L)においては標準型Smagorinskyモデルを使

表-1 水理条件

Case		U_m	В	h	Fr	h_s	l_s	d	\overline{C}
		(cm/s)	(cm)	(cm)		(cm)	(cm)	(mm)	(×10 ⁻³)
A-cw1	PIV	15.3	5.0	5.0	0.22	1.0	20	-	-
A-cw2		27.6			0.39			I	-
A-ss2		27.0						0.25	2.71
B-cw1		15.9		7.0	0.19	2.0	40	I	-
B-cw2		25.1	40.0		0.30			-	-
B-ss2		23.1						0.25	0.038
L	LES	14.8	6.0	5.0	0.21	1.0	20	-	-

用し、Smagorinsky定数は0.15とした.移流項の計算には 3次風上差分を、時間項の計算には2次のAdams-Bashforth 法 を用いた.河床底面はNon-slip,水面はFree-slip条件 とした.メッシュ数は流下、鉛直、横断方向にそれぞれ 260、60、50とし、それぞれ20cm、5cm、6cm領域の数 値シミュレーションを行った.また、河床波1波とz方向 境界に周期境界条件を適用した.

表-1に実験・計算で使用した河床形状の詳細および水 理条件を示した.河床長さと高さの比は $l_s/h_s=20$ とし, Yalin(1977)⁴⁾が提唱した値に一致させた. $U_m = Q/(Bh)$ は断面平均流速, Bは水路幅, h は平均水深, Frはフ ルード数, \overline{C} は体積平均粒子濃度である. 体積平均浮 遊砂濃度は, 2mm厚のLLSで可視化された全粒子の体積 を,撮影範囲の体積で除して全時間平均したものである.

2.2 PIV/PTV画像解析手法

本実験の浮遊砂流れの実験ケースにおいて、流体の流 速計測法として D-PIV(Discriminator Particle-Image Velocimetry)を、浮遊粒子の流速計測法としてD-PTV(Discriminator Particle-Tracking Velocimetry)を併用し た. この手法は流体と粒子を画像上の投影面積で判別分 離し、同時刻のそれぞれの流速を求めるものである. D-PIV/PTVによる画像解析方法は、野口ら(2006)⁵⁾や Louvetel-Poillyら(2007)⁶も同様に行っている. 清流につ いては標準のPIV計測を行った.本実験で使用した浮遊 粒子(粒径d=0.25mm)と流体トレーサー(粒径d=0.025mm) の投影面積は100倍以上異なるため、D-PIV/PTVによる 粒子と流体の判別分離は容易であり、良好に適用できた. 以上のようにして, 粒子・流体の瞬間流速が同時に得ら れた.以下において,清流(clear-water),流体(fluid),粒 子(particles)の諸量にそれぞれ添字cw, f, pを付加し区別 する. 例えば、Uf は浮遊砂流れの水流の平均流速を意 味する.

2.3 計測領域

本研究の実験において, x-y, x-zの2断面の計測をおこ なっているが,ボイル渦の瞬間構造に注目するには,計



図-4 流下方向乱れ強度分布u'_f

測位置を正しく設定しなければならない. そこで,予備 実験を行いボイル渦の軌跡を求めた結果, 図-2の斜線領 域がおよそのボイル渦通過領域であることがわかった. そのため, x-z平面の計測高さyと流下方向計測位置xの関 係を図-2の黒太線ように設定した. 計測高さはy/h_s=2.5 である.

3. 実験結果および考察

3.1 x-y平面上の流速分布比較

図-3にPIVおよびLESによって求められた流下方向流 速分布U_{cw}の分布を示す.これらはすべて断面平均流速 U_mで無次元化した.計測箇所は左から順にx/h_s=0.0, 4.0, 9.0, 20.0であり,それぞれ河床波頂部,逆流域,ボイル 領域,そして次の河床波頂部である.図中プロットが PIV実験値,実線がLES計算値である.実験ケースA-cw1 において,アスペクト比が小さいことによるvelocity-dip 現象が発生しているが,それ以外は,逆流の規模などに おいても両者とも非常に良く一致しており,流速分布に ついてのLESの再現性は良好であると考えられる.

3.2 x-y平面上の乱れ強度比較

図-4に上述の4計測箇所における流下方向乱れ強度分 $\pi u_{ov=\sqrt{u_{ov}^2}}^2$ の分布を示す. これについても断面平均流

速U_mで無次元化し、図中のプロットがPIV実験値、実線 がLES計算値である.また、図中にはMcLeanら(1994)⁷⁾ のLDA計測値も併示した.LESのデータにおいて、逆流 域の直上部やボイル領域のピーク値で若干小さな値と なっているが、それ以外は非常に良く一致している.ま た、Yueら(2006)が指摘している河床波頂部領域での2次 ピークがLESデータにおいて確認できなかったが、これ はLESに周期境界条件を用いたり、流速を小さく設定し たための乱れの発生が実験ほど顕著に見られなかったた めかもしれず、今後の検討課題としたい.

3.3 ボイル渦の瞬間空間構造

流速分布・乱れ強度分布の一致から、本研究で用いた LESにおいては瞬間構造の考察が行うことができる程度 には再現性は良いと考えられる.ここでは、PIVによっ て計測されたx-z平面のボイル渦の瞬間構造と、LESに よって再現されたx-y、y-z平面の瞬間構造について考察 を行い、ボイル渦の3次元性について記述する.

(1) PIVによるボイル渦の可視化

図-5に実験ケースB-cw2(PIV)におけるx-z平面のボイル 渦の可視化例を示す.縦・横軸はそれぞれ横断方向距離 z,流下方向距離xである.なおz=0は水路中央部を示し ている.計測箇所は図-2の黒太線に示したとおりである. ボイル渦は再付着近傍の河床から浮上する低速の流体 塊であることが知られており、図のように計測断面の 流速分布からボイル渦を判別することが可能であった. 図中の濃淡は主流速の低速-高速を意味しており、さ らに図中の流速ベクトルについては、流れに存在する 渦コアを判別する手法として、Adrianら(2000)⁸が提唱 した瞬間流速分布から組織渦の移流速度 U_c を引く方法 を用いている.ここでは、 U_c は y/h_s =2.5の断面平均流 速 U_{m25} の0.925倍であった.

図中には水路中央付近の高速領域を挟んで,2箇所 ·10 ボイル渦らしき低速領域が存在している.これら2つ のボイル渦の間隔はおよそ水深の2倍程度の大きさで ¹ あり,これは平坦河床流れにおいて,2次流の上昇・ 下降流が水深規模で発生する現象と非常に良く類似し ている.また,図の瞬間構造は,Müller & Gyr (1986)⁹⁾ が提案したボイル渦のΩモデル(図-6)と似ており,低 速の上昇流と高速の下降流が横断方向に交互に発生す ることが示唆される.

ボイル渦の詳細な瞬間構造としては、低速流体の上 流側およびボイル渦の横断方向境界領域において、近 接する高速流体に追随するように流れの方向が変化し、 横断方向の流速成分が大きくなる結果となった.この ような横断方向の流速成分は流れの3次元性が非常に 強いことを意味しており、x-y鉛直平面の計測だけでは 河床波流れの組織構造を考察できないと考えられる. また、横断方向の流速成分によって粒子などが3次元 的に拡散される可能性があるため、浮遊砂流れにおい て同様の計測を行い、3.4節で後述する.

(2) LESによるボイル渦の可視化

河床波流れの3次元性について考察を行う際, 粒子 浮上・運動量拡散という観点からy-2断面での速度ベク トルは無視できない.しかしながら, PIV計測におい てy-2平面の計測を行うことはカメラの配置上困難であ る.そこで本研究ではLESを併用し, PIVデータと補 完しあうことでボイル渦の3次元性について考察を 行った.

図-7にLESで再現された河床波流れの瞬間構造を示 す. 左図は水路中央(z=0)のx-y平面における瞬間流速 を示している. また左図と同時刻において, 左図中の 黒線(p-p)(x/h_s=7.0)で観測されたy-z横断面瞬間ベクトル を右図に示した. 右図の黒線は左図の計測領域(z=0)を 意味している. また図-5同様, 図中の濃淡は主流速の 低速-高速を意味している. 左図/=0.0secにおいて再付 着点(x/h_s=5.0付近)の背後領域まで逆流域が侵出し, 低 速流体塊が生成されている様子が確認できる. その後,



dune crest

図-6 Müller & Gyrが提案したボイル渦のモデル



図-7 LESによるボイル渦の再現(x-y平面, y-z平面の同時刻瞬間流速ベクトル分布)

左図=0.3secにおいて低速流体塊がx/h_s=7.0付近に到達し, 徐々に浮上を始めている.同時刻右図においても水路中 央(z=0)付近で低速流体が確認できるが, z=0以外にも低 速流体が浮上していると見られる箇所が2箇所存在して いる.これは,ボイル渦が横断方向に数箇所で並行して 発生していることを意味しており,これは図-5で見られ た2つ並行したボイル渦構造へ発達する可能性が示唆さ れる.

次に、右図 =0.9 sec において水路中央断面ではない箇 所にボイル渦らしき低速上昇流が確認できた.これもボ イル渦に発達する可能性があるため確実にサンプリング しなければいけないが、水路中央断面のみの計測ではこ のようなボイルを見落としてしまう可能性がある.その ため、ボイル渦の発生周期や規模について考察を行う際 には、x-y平面の計測だけでは不十分であると考えられ





図-9 ボイル渦の瞬間流速分布 (PIV) と粒子の追随性 (PTV)

る.

また、右図≠0.3secにおいて3箇所で見られた低速上昇 流は、x/h_s=12.0付近まで移流されると図−8のように一つ に統合される結果となった.その際、z=0付近に存在し ていた低速流がz=1.2付近まで横断方向に移動している ことから、河床波流れの3次元性はかなり大きく、無視 できない要素であると考えられる.さらにボイル渦の横 断方向端(図中〇)において横断方向の流速成分が大きく 現れていることは、先のPIVの計測結果(図−5)と良く一 致する.

3.4 ボイル渦の瞬間構造とそれに追随する粒子挙動

本研究において浮遊粒子を伴う流れを2ケース行って いるが、粒子の拡散と追随性を検討するには横断方向の 拡散が阻害されないことと、粒子の誤追跡を避けるため、 水路幅が広く、粒子濃度が小さいケースが望ましい. よってここでは、実験ケースB-ss2について粒子挙動の 考察を行う.

図-9左図は流速分布のコンターを濃淡で示し、色の淡い領域が低速のボイル渦に対応する.ここで縦軸、横軸はそれぞれ横断方向距離z,流下方向距離xである.さらに左図には黒点で粒子の分布位置を示した.また、右図

に同時刻の流体の流速ベクトルとその濃淡コンターを示した.濃淡コンターは左図と同じ尺度である.右図では先と同様に,流速ベクトル分布での渦可視化手法としてボイル渦の移流速度U_c=0.925U_{m(2.5)}を引いている.左右両図とも同時刻のデータであり,上下図それぞれの時間間隔は0.1秒であった.右図においてはコンター図の淡色領域,すなわちボイル領域の流速ベクトルが,ボイル渦の上流側および横断方向境界領域において横断方向の流速成分が大きくなっている.この傾向は,PIVの計測結果(図-5)やLESの計算結果(図-8)と非常に良く一致する.

左図における粒子の追随性に関しては、ボイル渦中心 領域において上図 =0.0sec に存在した粒子が下図の =0.1secでは存在していない.これは上昇流に追随して いる粒子が2mm厚のLLS位置を横切り、計測断面から外 れたためであると考えられる.一方で図中のサークルの ようなボイル渦外縁に存在するような浮遊粒子は、強い 上昇流から外れていることもあり比較的長時間LLS断面 に停滞する傾向にあった.その際、ボイル渦外縁では右 図ベクトルに示されるように横断方向流速成分が強く現 れており、それに追随して徐々にボイル領域外へ運搬さ れていく様子が確認された.



3.5 粒子フラックス

ボイル渦に追随し、浮上する粒子が多数確認できたため、上昇流と粒子浮上の影響は非常に強いものと考えられる.そこで本研究では粒子フラックス cv を計測した. ここでcは粒子濃度の乱れ成分、vは鉛直流速の乱れ成分である.これら算出する際、ある計測位置を中心として流下方向に1.2cm、鉛直方向に0.4cmの領域で値を空間平均しているため、バー・、表記とした.

粒子フラックスを求めるには粒子濃度が大きいことが 望ましいが、水路幅が広い水路では計測断面とカメラの 間に大量の粒子が輸送され計測断面が隠れてしまい、誤 ベクトルが検出される傾向があることがわかった.その ため、ここでは水路幅が狭く粒子濃度の大きい実験ケー スA-ss2について粒子フラックスの算出を行う.また粒 子フラックスの算出には水路中央x-y断面(z=0)の計測 データを使用した.本来であれば3次元的な空間領域の 粒子濃度計測データが望ましいが、PIV計測においてそ の手法は非常に困難であるため、x-y平面での算出とし た.また、粒子フラックス算出する際には4象限区分法 を用い、各々のホール値はH=0として4象限のサンプリ ングを行った.

図-10(a), (b)にそれぞれクレスト領域(x/h_s=0.0), ボ イル領域(x/h_s=7.0)の粒子フラックスを示した.縦軸は河 床からの高さy/h, 横軸は平均粒子濃度Cと河床波1波の スパンで平均された摩擦速度U_{*T}によって無次元化され た粒子フラックスである.摩擦速度の算出方法はLyn (1993)¹⁰⁾やNelsonら(1993)と同様であり,彼らはU_{*T}が外 層の乱れスケールに対応するためレイノルズ応力分布の x方向平均データにおける外層部分の直線領域からU_{*T}が 算出できるとしている. 図-10(a)のクレスト領域においては、粒子フラックス cvはQ4成分(sweep: u>0, v<0)が最も大きな値を持ち、 次にQ2成分(ejection: u<0, v>0)が大きな値となった. 一 方で、図-10(b)に示すボイル領域においては、Q2成分 (ejection)が最も大きな値を持ち、Q4が次に大きな値と なっており、クレスト領域との逆転現象が見られた. こ れはボイル発生領域のような上昇流が卓越するような領 域においては、Q2成分による粒子浮上が顕著に見られ、 一方で上昇流の影響が小さくなるクレスト領域では、粒 子の降下が卓越しQ4が大きな値を持ったと考えられる. Q2成分やQ4成分が卓越することは平坦河床における浮 遊砂流れにおいてCellino&Lemmin (2004)¹¹⁾が指摘した データとほぼ同様であるが、河床波流れにおいては領域 によってQ2/Q4が逆転することは非常に興味深い現象で ある.

また,Q1(outward interaction: u>0, v>0)や,Q3(inward interaction: u<0, v<0)成分は0に近い値を持つが,底面付近においてQ1成分が大きな値となっている.これについては,sweepによって降下してきた粒子が河床底面でバウンドした影響や,再付着点の変動による粒子の巻き上げなど様々な影響が考えられるため,現在検討中であり今後の研究が待たれる.

4. おわりに

本研究では実験(D-PIV/PTV)と数値計算(LES)を行い, 河床波背後領域に発生するボイル渦の3次元瞬間構造に ついて考察をおこなった.さらに,粒子を伴う流れの実 験も行い,粒子の浮上・拡散とボイル渦の関係について 考察したものである.得られた主要な成果は以下のよう である.

- 本研究で行った実験(PIV),数値計算(LES)が流速分 布・乱れ強度の両者で非常に良く一致し,LESでの 河床波流れの再現性が良好であることを確認した. さらに、乱れ強度においてはNelsonら(1993)のデー タとも良好に一致した.
- 2) PIVによるx-z平面の瞬間流速分布から、ボイル渦の 低速領域が可視化できた.またボイル渦は3次元性 が強く、ボイルの横断方向端においては横断方向成 分のベクトルが強く現れており、これが粒子や運動 量の拡散に影響を及ぼすことが示唆された.
- 3) LESにおいても瞬間構造の再現を行い, PIVデータ とよく一致した.また,実験では計測が困難なy-z平 面におけるボイル渦の瞬間流速ベクトル分布も示し, 流れの3次元性が無視できないことを確認した.ま た,ボイル渦が流下方向に移流されるにつれて,底 面付近の低速流体塊が統合される様子を示した.
- 4) PIV/PTVの同時計測により、ボイル渦に追随する粒子挙動を詳細に検討した.その結果、ボイル渦内部の粒子挙動は大きく2分されることが示された.すなわち、ボイル中心付近に存在する粒子はボイル渦に追随して上昇するが、一方でボイル渦の端付近に存在する粒子は、上昇流の影響が小さいためか同じ高さ付近に留まり、その間にボイル渦の内部から外部へと徐々に運搬・拡散される傾向にあることが示された.
- 5) 粒子濃度を大きく設定した実験ケースにおいて粒子 フラックス cv を算出し、粒子の挙動と流れの相関 について考察を行った.その結果、ボイル領域では Q2成分(ejection)による粒子浮上との相関が顕著に見 られ、一方で上昇流の影響が小さくなるクレスト領 域では粒子の降下が卓越し、Q4(sweep)がQ2よりも 大きな値を持った.

以上のように河床波流れの3次元性について,瞬間流 速分布から定性的な評価を行い,さらにLESと比較を行 うことでボイル渦の構造に関する基礎的知見を得た.ま た,ボイル渦に追随する粒子挙動について考察を行った. 今後はLESに水面変動を盛り込み,高フルード数での数 値実験を行う予定である.さらに仮想粒子の挙動をシ ミュレーションし,PIV/PTVデータとの比較も行いたい と考えている.

謝辞

この論文を執筆するにあたり,著者らの所属する研究 室の修士学生,中島与博,秋本哲朗の両氏には実験の遂 行およびデータ解析において協力していただいたことを 記し,これに感謝する.

参考文献

- Nelson, J. M., McLean, S. R. and Wolfe, S. R. (1993) : Mean flow and turbulence fields over two-dimensional bed forms, Water Resources Research, vol.29, No.12, pp.3935-3953.
- Kadota, A. and Nezu, I. (1999) : Three-dimensional structure of space-time correlation on coherent vortices generated behind dune crest, Journal of Hydraulic Research, vol.37, pp.59-80.
- Yue, W., Lin, C.-L., and Patel, V. C. (2006) : Large-eddy simulation of turbulent flow over fixed two-dimensional dune, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.132, pp.643-651.
- 4) Yalin, M. S. (1977) : *Mechanics of Sediment Transport*, Pergamon Press.
- 5) 禰津家久・野口和則・山上路生 (2006): 河床波上の 浮遊砂流れにおける粒子濃度が液相の乱流構造に及 ぼす影響,応用力学論文集,vol.9, pp.951-958.
- Louvetel-Poilly, J. Le., Bigillon, F., and Champagne, J.Y. (2007) : Experimental investigation of the turbulent structures involved in particle motion, Geophysical Research, vol.9,
- McLean, S. R., Nelson, J. M. and Wolfe, S. R. (1994) : Turbulence structure over two dimensional bed forms: Implications for sediment transport, Journal of Geophysical Research, vol.99, pp.12729-12747.
- Adrian, R.J. Meinhart, C.D. and Tomkins, C.D. (2000) : Vortex organization in the outer region of the turbulent boundary layer, Journal of Fluid Mechanics 422, pp.1-54
- Müller, A. & Gyr, A. (1986) : On the vortex formation in the mixing layer behind dunes, J. Hydraul. Res., vol.24, pp.359-375.
- Lyn, D. A. (1993) : Turbulence measurements in openchannel flows over artificial bed forms, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.119, pp306-326.
- Cellino, M., and Lemmin, U. (2004) : Influence of coherent flow structures on the dynamics of suspended sediment transport in open-channel flow, J. Hydraulic Eng, ASCE, vol.130, pp.1077-1088.

(2009.4.9受付)