応用力学論文集 Vol.12, pp.787-796　（2009 年 8 月）　土木学会

DEM-RANS カップリングによる河床波上掃流砂ステップ長に関する研究

Study on characteristics of step-length on dune using DEM-RANS coupling approach

今翔平*・清水康行**・木村一郎***・山口里実****
Shohei Kon, Yasuyuki Shimizu, Ichiro Kimura and Satomi Yamaguchi

*工修 北海道電力株式会社（〒〒060-8677 札幌市中央区大通東 1 丁目 2 番地）
**工博 北海道大学教授 工学研究科北方圏環境政策工学専攻（〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目）
*** 工博 北海道大学准教授 工学研究科北方圏環境政策工学専攻（〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目）
**** 工博 学振特別研究員　北海道大学　大学院工学研究科（〒060-8628　札幌市北区北 13 条西 8 丁目）

This paper describes the fundamental investigation on step length distributions on dune by means of DEM-RANS coupling approach. It is known that a step length is an important parameter for simulating bed transformation. The objective of research is proposing a numerical method for simulating behavior of individual sand particles in bed load and clarifying fundamental properties of step length on dune. In the present model, complicated turbulent flow on dune was simulated by a vertical 2D model with a non-linear k-ε turbulence model. The time series of turbulent velocities were reconstructed from Reynolds stresses by means of a Monte Carlo simulation. The motions of sand particles were simulated utilizing the distinct element method (DEM). The average step length and the probability density function (PDF) of step length were obtained from the computational results. The results showed that average step length is proportional to the traction force and the height of riverbed, and the PDF of step length becomes an exponential type except dune crest. The PDF near the crest has double peaks due to the effect of the flow separation.

Key Words: *step length,　dune,　bed load,　DEM,　RANS*
キーワード：ステップレンクス，デューン，掃流砂，DEM,　RANS

1. はじめに

河床の構成要素である流砂は転動・滑動・躍動など様々な形態を持つ大変複雑な運動をする．流砂の動きによって，河床形態は決定され，その形態により流水に対する抵抗が変化し水深などに影響を与える．このため，流砂の運動をモデル化する数多くの研究が今までに行われてきた．これらの研究は，流砂をフラックスとしてとらえる Euler 的視点に基づくものと，粒子の個々の運動に着目する Lagrange 的視点に基づくものとに大別される．後者に属する Nakagawa andTsujimoto[1]の先駆的な研究では，砂粒子の河床からの離脱率（ピックアップレート）と移動距離（ステップレンクス）によって流砂を表現した Einstein 型の確率モデルを基に非平衡流砂量式を提案している．また，関根ら[2]，後藤ら[3]は Lagrange 的に粒子を追跡する数値解析モデルによって流砂の運動を再現している．そして Giri・清水ら[4]は，木村ら[5]の非線形 k - ε モデルを用いた数値計算によってデューンの形成から平坦床への遷移（デューンの消滅），及び再形成といった非定常の現象再現にも成功している．このモデルでは，ステップレンクスは試行錯誤的に粒径の数十倍から，数百倍の値が与えられている．小規模河床形態の一つであるデューン形状を求める数値計算において，ステップレンクスは極めて重要なパラメータとなることが知られている[6]．したがって，デューン上のステップレンクスを物理的根拠に基づいて合理的に与える手法の確立が必要となってくる．

平坦床上のステップレンクスは統計的に指数分布に従うことが報告されている[7]が，デューン上のステップレンクスに関する検討例は少ない．デューンは複雑な乱流場を形成するため，デューン上の流砂の動きもまた複雑となる．例えば，デューンのクレスト部からは流れの剥離が生じ，その背後には剥離渦が生じる．これにより，底面付近の流向は主流方向と逆向きになる．この剥離渦によって，ある砂粒子はトラップされて一定時間渦の中に留まり続ける一方，ある砂粒子は主流にのって一気に下流へと輸送される．デューン形状を正確に再現するにはこのような砂粒子の挙動を考慮した流砂モデルの構築

が不可欠である．

そこで，本研究では数値解析によるデューン上の砂粒子の挙動とそのステップレンクスを推定する手法の構築を目標とする．水路床上の粒子を追跡する数値解析モデルとしては，関根ら[2]によるサルテーションモデルが先駆的なモデルとして挙げられる．しかし，今回の数値解析モデルの基礎として用いるのは，後藤[8]，伯野[9]によって確立されたDEM（Distinct Element Method, 個別要素法）である．これは，DEM は多数の接点で底面や他の粒子と衝突を繰り返す粒子の軌跡も解析できるため，今後，移動床デューンにおける粒子の解析モデルなどへ発展させられる可能性があるためである．既往のサルテーションモデルでは流れ場として Nezu and Nakagawa[10]による平坦床上の経験式を与えているが，本研究ではデューン場への適用性を考慮して非線形 k-εモデルを乱流モデルとする鉛直二次元 URANS（Unsteady RANS）シミュレーションを実行し，レイノルズ応力分はモンテカルロ法により乱れ時系列データに再構成し，DEM 計算に反映させる．なお，本研究では研究の第一段階として，粒子同士の相互作用を考慮せず，小数の粒子が固定河床上を移動する場合について適用し，モデルの適用性と，粒子運動の基本特性を検証する．DEM を用いた流砂現象の再現で問題となるのは抗力の取り扱いである．簡易的な方法では抗力は一様流を仮定して得られる抗力係数と粒子周りの平均流速から評価される．しかし，河床付近では多数の粒子の存在により局所的に流速分布が変化するため，抗力係数による取扱いは適切とはいえない．牛島ら[11]は粒子スケールより十分細かい計算格子を用い，粒子相と流体相を一体として解析することにより，抗力係数によらず，直接的に粒子周りの流体力を評価できる手法を提案している．しかし，本研究では多数のステップレンクスをサンプリングし統計処理することが必要であり，牛島らの方法では計算機負荷が過大でとなることが予想される．また，本研究では固定床上の少数の粒子動を追跡するため，他粒子による流体力の変化の影響は相対的に小さいと考えられるため，従来の抗力係数を用いることにより流体力を評価する．

検討の手順として，まず本モデルを平坦床に適用し，平坦床上のステップレンクスの挙動特性を従来の研究成果と比較する．次に固定したデューン上で砂粒子を移動させ，クレスト部や剥離渦の生じる場所など，流れの状態や形状の異なる場所での平均ステップレンクスやステップレンクスの確率密度関数の関数形について考察する．

2. DEM-RANS カップリングモデル

2.1 乱流解析手法

(1) 乱流場の解析モデルの概要

掃流砂の挙動を再現するには乱流場を精度よく評価する手法を欠かすことができない．このため，本研究においては Giri・清水ら[4]と同様のフレームワークで計算を行い，平坦床と固定床デューン上の流れ場を求めた．基礎となるのは Kimura and Hosoda（2003）[5]の非線形 k - ε モデルを乱流モデルとする鉛直二次元乱流解析モデルである．Giri・清水ら[4]はこのモデルを用いて，デューンのクレスト部背後に生じる剥離現象などを再現するとともに, Nakatawa and Tsujimoto[1]による非平衡流砂モデルを用いたシミュレーションによりデューンの発生発達過程や,流量変化にともなう遷移河床への移行過程などを良好に再現してみせた. なお, 移動床場への適用にあたっては,粒子の形状抵抗が乱流場へ及ぼす影響について考慮する Two-Way Method を用いる必要がある．しかし，今回はごく少数の砂粒子の運動のみを追跡し，その基本的挙動を検討することを主眼とするため，粒子による流体の乱れへの影響は無視する One-Way Method を用いることとする．ただし，この点は今後の検討課題でもある．

本研究で用いる流れ場のモデルの基礎式をデカルト座標系で示すと次のようになる．

【連続式】

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{1}$$

【運動方程式】

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}(-\overline{u'u'})+\frac{\partial}{\partial y}(-\overline{u'v'}) \tag{2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}(-\overline{v'u'})+\frac{\partial}{\partial y}(-\overline{v'v'})-g \tag{3}$$

ここに，x : 主流方向座標，y : 鉛直方向座標，u : 主流方向流速，v : 鉛直方向流速，$-\overline{u'u'}$，$-\overline{u'v'}$，$-\overline{v'v'}$: レイノルズ応力の各成分，ρ : 水の密度，g : 重力加速度, p : 圧力である．これらの式は実際の数値解析ではシグマ座標系に変換した上で用いる．

圧力項については静水圧分と動水圧分に分離して次のように表す.

$$p=p_0+p'=g\int_y^H \rho\, dz+p'=\rho g(H-y)+p' \tag{4}$$

ここに，p' : 動水圧分，H : 水位である．動水圧については SOR 法による収束計算により各時間ステップごとに求める．

水位の変化については，次の運動学的条件を用いて計算する．

$$\frac{\partial H}{\partial t}+u\frac{\partial H}{\partial x}=v\,,\ \ H=y_b+h \tag{5}$$

ここに，y_b : 河床高，h : 水深である．

レイノルズ応力は非線形 k-εモデルを用いて次のように評価する．

$$-\overline{u_i'u_j'}=\nu_t S_{ij}-\frac{2}{3}k\delta_{ij}-\frac{k}{\varepsilon}\nu_t\sum_{\beta=1}^{3}C_\beta\left(S_{\beta ij}-\frac{1}{3}S_{\beta\alpha\alpha}\delta_{ij}\right) \tag{6}$$

ここに，ν_t：渦動粘性係数，δ_{ij}：クロネッカーのデルタ，k：乱れエネルギー，ε： 乱れエネルギー散逸率，C_β：（β=1,2,3）：モデル係数である．また，

$$S_{1ij}=\frac{\partial U_i}{\partial x_r}\frac{\partial U_j}{\partial x_r},$$

$$S_{2ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_r}{\partial x_i}\frac{\partial U_j}{\partial x_r}+\frac{\partial U_r}{\partial x_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_r}\right),\quad S_{3ij}=\frac{\partial U_r}{\partial x_i}\frac{\partial U_r}{\partial x_j} \tag{7}$$

などである．渦動粘性係数は次のように与える．

$$\nu_t=C_\mu\frac{k^2}{\varepsilon},\quad C_\mu=\min\left(0.09,\frac{0.3}{1+0.09\Phi^2}\right) \tag{8}$$

ここに，

$$\Phi=\max[S,\Omega],\ S=\frac{k}{\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{2}S_{ij}S_{ij}},\ \Omega=\frac{k}{\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{2}\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$$

$$S_{ij}=\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i},\ \Omega_{ij}=\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-\frac{\partial U_j}{\partial x_i} \tag{9}$$

k および ε については次の輸送方程式より求める．

【k-方程式】

$$\frac{\partial k}{\partial t}+u\frac{\partial k}{\partial x}+v\frac{\partial k}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial y}\right)+P_h-\varepsilon \tag{10}$$

【ε -方程式】」

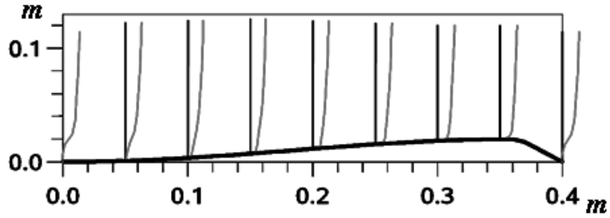
$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+u\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}+v\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right)+C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}P_h-C_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{11}$$

ここに，σ_k, σ_ε, $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$ はモデル定数であり，それぞれ, 1.0, 1.3, 1.44, 1.92 とする．生成項 P_h は次式で与える．

$$P_h=-\overline{u_i'u_j'}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tag{12}$$

壁面の境界条件は壁関数で与え，底面摩擦については粗面の対数則で評価する．このときの粗度高さ k_s は粒径の 2.5 倍とする．

水面付近の乱れエネルギー減衰を表すため，次の関数を渦動粘性係数に乗じる[12]．



図−1　非線形k−εモデルによるデューン上の流速分布の計算例

$$f_s=1-\exp\left(-B\frac{(h-y)\varepsilon_s}{k_s^{3/2}}\right),\ \mathrm{B}=10 \tag{13}$$

また，水面における k の境界条件は鉛直方向に勾配ゼロとし，ε については杉山による方法[13]を用いて次式で与えた．

$$\varepsilon_s=\frac{C_{\mu 0}^{3/4}k_s^{3/2}}{0.4\Delta y_s} \tag{14}$$

ここに，Δy_s : 水面から最初の ε 定義点までの距離，$C_{\mu 0}$: 定数（0.09）である．

数値計算法は有限体積法とし，完全陽解法で時間方向に計算を進める．また，移流項の空間スキームには Yabe[14]らによる CIP 法を用いる．計算スキームの詳細は文献を参照されたい[15]．

本モデルにより再現されたデューン上の乱流場の時間平均流速分布を図-1 に示す．デューンのスケールは，波長 0.4 m，波高 0.02 m であり，固定床条件で計算を行っている． デューン背後に剥離渦が形成されるなど，定性的に妥当な結果を与えていることがわかる．

(2) レイノルズ応力による乱れ成分時系列の再構築

本研究で用いた流体解析モデルはRANSモデルであるため，乱れの平均成分がレイノルズ応力として計算される．DEM による粒子追跡にはレイノルズ応力として計算された乱れ成分を各成分の時系列的乱れとして再構築する必要がる．これには関根ら[2]がサルテーションモデルで用いた方法を参考に，次のように行った．

主流方向への乱れ成分は，Δt 時間前の乱れ成分との自己相関関係が明らかにされており，さらに鉛直方向への乱れ成分は同時刻の主流方向の乱れ成分との強い相互相関性があると知られている．マルコフ連鎖モンテカルロシミュレーションモデルの解析手法を元に，各砂粒子に影響を及ぼす周囲流体の乱れを解析する．

はじめに各砂粒子に影響するレイノルズ応力の平方根を各方向の乱れ強度 σ_u, σ_v とする．

$$\sigma_u=\sqrt{\overline{uu}},\quad \sigma_v=\sqrt{\overline{vv}} \tag{15}$$

また，相互相関係数を次式で表す．

$$\rho_{uv}=\frac{\overline{u'_f\,v'_f}}{\sigma_u\sigma_v},\quad \overline{u'_f\,v'_f}=\overline{uv} \tag{16}$$

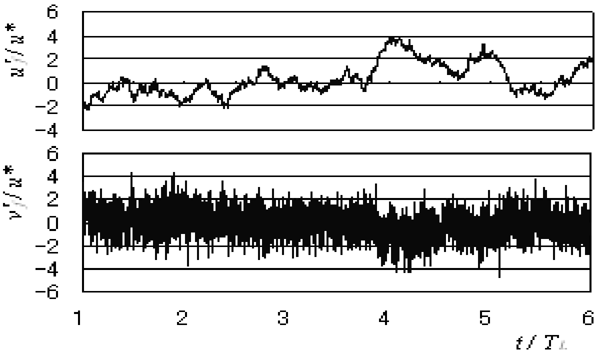


図-2　流体乱れの時系列データ

式(2), (3)を用いて，σ'_u, σ'_vを求める.

$$\sigma'_u = \sqrt{1-\rho_t^2} \times \sigma_u,\ \sigma'_v = \sqrt{1-\rho_{uv}^2} \times \sigma_v \quad (17)$$

ここで，分散がσ'_u, σ'_v, 平均が 0 の正規乱数ϕ_u, ϕ_vを発生させる．これは，各方向への乱れ成分$u'_f(t)$, $v'_f(t)$の生起確率密度分布はマルコフ連鎖の考え方に基づき，次の式(18)-(21)で表される条件付分布として表されるからである.

$$p\left(u'_f(t) \middle| u'_f(t-\Delta t)\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_u'} \exp\left[-\frac{\left(u_f'(t)-m_u\right)^2}{2\sigma'^2_u}\right] \quad (18)$$

$$m_u = \rho_t \times u_f'(t-\Delta t) \quad (19)$$

$$p\left(v'_f(t) \middle| u'_f(t)\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v'} \exp\left[-\frac{\left(v_f'(t)-m_v\right)^2}{2\sigma'^2_v}\right] \quad (20)$$

$$m_v = \rho_{uv}(\sigma_v/\sigma_u) \times u_f'(t) \quad (21)$$

これらの正規乱数ϕ_u, ϕ_vを用いて乱れ速度の時系列データ$u'_f(t)$, $v'_f(t)$を生成する.

$$u_f'(t) = \rho_t \cdot u_f'(t-\Delta t) + \phi_u \quad (22)$$

$$v_f'(t) = \rho_t \cdot u_v'(t-\Delta t) + \phi_v \quad (23)$$

ここで，ρ_t：自己相関係数であり，T_Lを乱れの Lagrange 的な寿命時間として定義すると次式で与えられる.

$$\rho_t = \exp(-\Delta t / T_L) \quad (24)$$

$$T_L = \begin{cases} \dfrac{0.52}{\sigma_u}\sqrt{zh} & (z/h \le 0.6) \\ \dfrac{0.4}{\sigma_u} h & \cdots (z/h > 0.6) \end{cases} \quad (25)$$

図-2 に，ある粒子に影響を及ぼす乱れの時系列データの一例を示す.

なお，本来はレイノルズ応力構成則から水路横断方向乱れを求め，粒子の横断方向移動分を加味したステップレンクスを算出すべきである．本手法は横断方向乱れ輸送を無視しているため，その分ステップレンクスを過小評価することになるが，その影響は一般に極めて小さいと考えられる.

３．粒子運動解析モデル

2.2 粒子運動の解析モデル

本研究では, Tchen (1947)によって導かれた乱流中の単一球の運動方程式[8,9]を用いて粒子の挙動を解析する．また，河床付近における粒子は河床との接触を繰り返すため，河床構成粒子との運動量の受け渡しを適切に評価しなければならない．本研究では後藤[8]，伯野[9]によって確立された DEM を用いて粒子間衝突による運動量の解析を行う．通常の DEM では揚力は無視される場合が少なくないが，今回の解析では，掃流砂は速度勾配の大きな底面付近で運動を行うため揚力（Saffman 揚力）の影響を多大に受けると考え，田中[16]の導いた式を用いて Saffman 揚力を考慮する．流水中で回転する球に作用するトルクの一般的な評価式は提案されていなく，計算の簡略化のためにも，今回は回転粒子に作用するトルク，そして粒子の回転による揚力の項を省略して計算を行う．なお，2 次元 DEM の場合，粒子を単位奥行きの円柱形状として取り扱う場合が多い．しかし，本研究では抗力を抗力係数を用いて評価するため，粒子形状を球形として取り扱う.

以下に今回用いた砂粒子の運動方程式を示す.

$$\sigma A_3 d^3 \frac{d\mathbf{u_{pi}}}{dt} = \frac{1}{2} C_D \rho A_2 d^2 \left|\mathbf{u}-\mathbf{u_{pi}}\right|\left(\mathbf{u}-\mathbf{u_{pi}}\right) + \rho A_3 d^3 \frac{d\mathbf{u}}{dt} + A_3 d^3 (\sigma-\rho)\mathbf{g} + \mathbf{F_{LS}} + \mathbf{F_{pINTi}} \quad (26)$$

$$I \frac{d\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{pi}}}{dt} = \mathbf{T_{pINTi}} \quad (27)$$

ここで，ρ：流体密度，σ：粒子密度(σ/ρ=2.65)， C_M：付加質量係数(=0.5)，C_D：抗力係数，A_2：砂粒子の 2 次元形状係数(=π/4), A_3:砂粒子の３次元形状係数(=π/6), d：粒径，$\mathbf{u}$：周囲流体速度，$\mathbf{u_{pi}}$：砂粒子速度，I：慣性モーメント，$\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{pi}}$：粒子の角速度ベクトルである．抗力係数は$R_e$ >1000 の時にC_D =0.4 で与え，R_e <1000 の際には Schiller・Naumann の式を用いて次のように与える.

$$C_D = \frac{24}{R_e}\left(1 + 0.15 R_e^{0.687}\right) \quad (28)$$

$$R_e = \frac{\left|\mathbf{u}-\mathbf{u_{pi}}\right| d}{\nu} \quad (29)$$

ここに，ν：動粘性係数である．Saffman 揚力項$\mathbf{F_{LS}}$は次式で与える.

$$\mathbf{F_{LS}} = 1.61 d^2 \sqrt{\mu\rho / |\nabla \times \mathbf{u}|} \left(\mathbf{u} - \mathbf{u_{pi}} \right) \times \left(\nabla \times \mathbf{u} \right) \quad (30)$$

ここで，μ：粘性係数．$\mathbf{F_{pINTi}}$ は粒子間作用力項，$\mathbf{T_{pINTi}}$ は粒子間トルク項であり，後藤[8]と同様のフレームワークで求めた．

2.3 河床のモデル

本研究は河床波上の流砂運動を主な検討対象としているが，河床波の形成過程そのものの再現を目指すのではなく，基本的に固定された河床上の個別粒子の運動を計算していく．粒子間の衝突に DEM を用いるため，河床面も粒子の集合として表現する必要がある．最も単純な方法としては，固定粒子を規則正しく整列させて河床面を構成することが考えられる．しかし，この方法は次の２つの理由で問題がある．

一つは，現実の河床面では砂粒子がある程度空間的に乱れた配置で存在するという点である．関根ら[17]は平坦河床の実験結果からマクロ的に平坦床であっても，ミクロ的には河床構成粒子の中心位置は平均河床のまわりに $d/3$ の分散における正規分布をすることを示した．デューン上での粒子配置分布に関する知見は得られていないが，近似的に同様な粒子分布が成り立つことが予想される．このような粒子配置の不規則性は，粒子運動に影響を及ぼすと考えられるため，不規則性を反映させた河床モデルを構築する必要がある．

もう一つの問題点は，河床粒子は固定したものではなく，流体力や粒子の衝突によって弾塑性的な変形を生じるという点である．このような河床の可塑性は，特に粒子の停止過程に影響を及ぼすことが予想される．

もしも河床を多数の砂粒子から構成し，DEM によりその移動を取り扱えば,上記の問題点は生じない.しかし，本研究の目的は，静止したデューン上，あるいは平坦床上の個別の粒子運動を追跡することにあるため，河床面そのものが大きく変形するモデルは適切ではない．河床面の乱れと衝突による可塑性を考慮しつつ，ある程度その形状が固定された河床面を構成するために，本研究ではDEMで良く陥られる落下法によるパッキング手法（計算領域を重力場とみなし，領域内にランダムに粒子を配置し自由落下させ河床に堆積させる手法）を応用し，次のような手順で河床面を構成する．

(1) 平均河床形状の想定

実験結果などをもとに，シミュレーションの対象とする平均河床面形状をあらかじめ想定する．

(2) 固定粒子の規則配置

(1)で想定した河床面に沿って,固定粒子を規則的に配置する．

(3) 落下法によるパッキング

(2)で作成した固定河床面上に，落下法により数層の粒子をパッキングする．デューン形状はクレスト部付近で他の部分より鋭角な角度を持つ．そのため，通常の重力でパッキングを行うとクレスト部付近の堆積層が薄くなってしまう．その問題を解消するため，particle level set method を用いる．これは河床とパッキングされる粒子の距離が一定未満になると，その距離に反比例させて重力方向を河床面の鉛直方向に向かせる手法である．

(4) 表層粒子の排除

Particle level set method を用いると，クレスト部付近で河床の堆積が他の部分よりも厚くなる．そのため，最下床面から 4mm の高さ以上に粒子中心位置が存在している粒子を初期河床から除外する処理を行った．

(5) 表層粒子配置の妥当性の検証

最後に，表層粒子の空間配置の分散を計算し，関根らの結果と矛盾がないか検証する．

以上の手順で作成された河床モデルを本研究ではソフト固定河床と呼ぶことにする．ソフト固定河床モデルではシミュレーション中のデューン形状の変形を避けるため，外力としては掃流砂の衝突のみを考慮し，流体力は無視する．また，計算中の重力の作用方向についても，河床材料については particle level set method において与えた河床面に垂直な方向を維持させた．ただし，掃流砂粒子については通常通り鉛直下向きの重力を与える．

3. 平坦床上の流砂シミュレーション

3.1 目的

最初に，本手法の粒子運動追跡の可能性について確認し，既往のステップレンクスモデルとの適合性を検証するため，平坦床上の流砂運動のシミュレーションを実施する．

平坦床における砂粒子の挙動については今までに様々な研究が行われている．中川・辻本[7]は実験的な検討からステップレンクスの生起確率分布を求める式を示した．

$$f_x(L) = \frac{1}{\Lambda} \times e^{-\frac{L}{\Lambda}} \quad (31)$$

ここで，L：ステップレンクス，Λ：平均ステップレンクスである．以下，式(31)を辻本の式と称することにする．さらに，中川・辻本は，平均ステップレンクスΛが流径 d に関係し，およそΛ=50d～250d となることを実験的に示している．本研究で提案する DEM-RANS カップリングモデルで再現される砂粒子のステップレンクスの平均値，確率密度分布が，これらの既往の知見と適合するか否かについて検討を実施する．

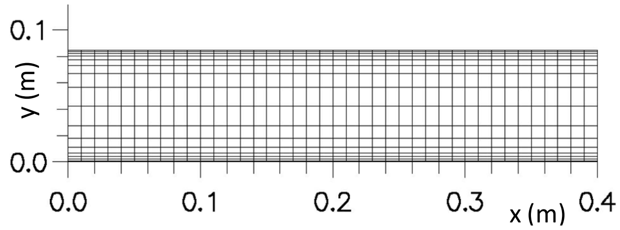
表－１　平坦床条件における水理パラメータ

u^*/w_0	粒径 d	平均水深 h(m)	勾配 i
0.643	0.5 mm	0.082 m	0.002

3.2 計算の条件

計算の対象とする流れの水理条件は，表－１に示す通りとする．この流れ場の条件のもとであらかじめ液相のみの計算を 2.1 で述べた手法で実施し，十分発達した流

れ場を得る．この際の計算領域の x 方向の長さは 40cm とし，上下流は端には周期境界条件を用いる，計算格子は図―3 に示す通りであり，計算格子セル数は流れ方向が 40，鉛直方向を 15 である．



図－3　流れ場の計算に用いた計算格子

3.3 ソフト固定河床モデルの検証

最初に 2. 3 で述べた手法に基づき，ソフト固定河床を形成する．河床構成粒子の総数は 13000 個とした．パッキング前の粒子のランダム配置の様子を図-4 に，重力法によるパッキング後のソフト固定河床の様子を図-5 に示す．重力の作用によりほぼ平坦な河床が形成されている様子がわかる．

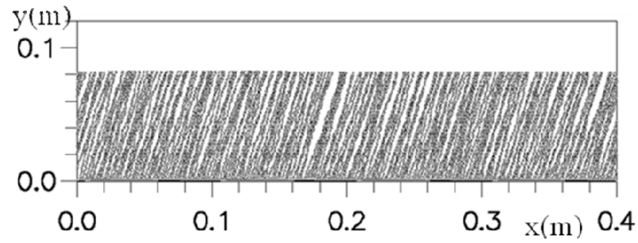


図-4 パッキング（重力法）前の粒子配置

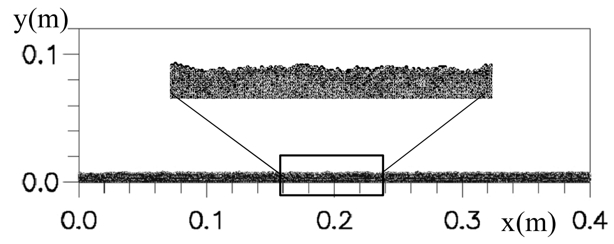
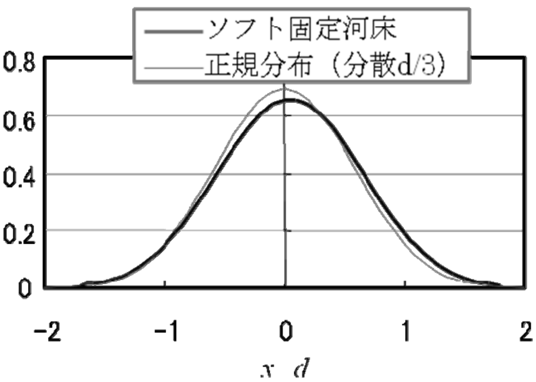


図-5 パッキング後のソフト固定河床

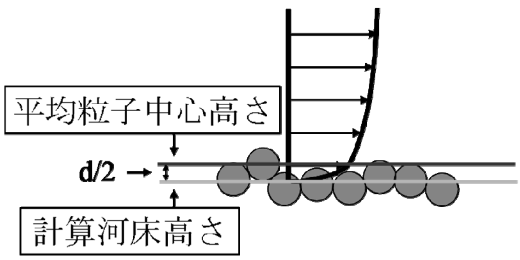


図－6 ソフト固定河床面の粒子空間分布と正規分布（分散 d/3）の比較

次に，このようにして形成された河床の表面粒子の空間的な配置のばらつきをみるため，河床表層構成粒子の中心座標について検証を行う．ランダムなかみ合わせを有する粒子群から表面粒子を抽出する作業は煩雑であり，これを避けるため，次のような方法を採った．

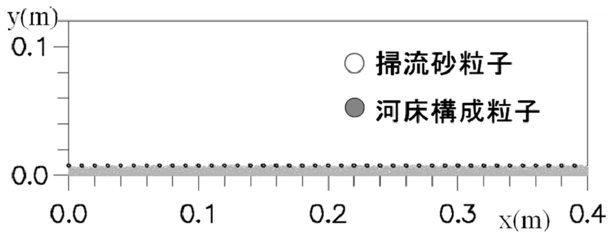
パッキング終了後の河床面の上のある高さ（ここでは 1cm とした）に，計算領域の水平幅に隙間無く粒子を一列に並べる．これを河床面上に落下させ，その停止位置を求める．これらの落下粒子の高さのばらつきが河床表層構成粒子のばらつきに近似的等しいと仮定し，その確率密度分布や分散を求めた．

図－6 は，このようにして求めた河床表面構成の確率密度分布である．図中には関根らの研究によって示された分散 d/3 の正規分布を合わせて示している．この図から，本ソフト固定河床の粒子空間分布はほぼ正規分布となっていることがわかる．またその分散は 0.37d であり，この値は関根ら [17]の結果の $d/3$ と近い．よって，本手法によって形成されたソフト固定河床は現実の平坦河床面の特性をほぼ再現していると考えられる．



図―7　計算河床面高さの設定

本研究では，あらかじめ RANS モデルにより計算された乱流場を与え，これを固定した条件のもとで DEM の計算を進める One-way Method を用いる．この場合，流れの計算結果の河床面とソフト固定河床面とを接合させる位置が問題となる．本研究では試行錯誤の結果，図―7 に示すように，平均粒子中心高さより d/2 下げた位置に計算河床面を設定した．



図－8　掃流砂粒子の初期配置

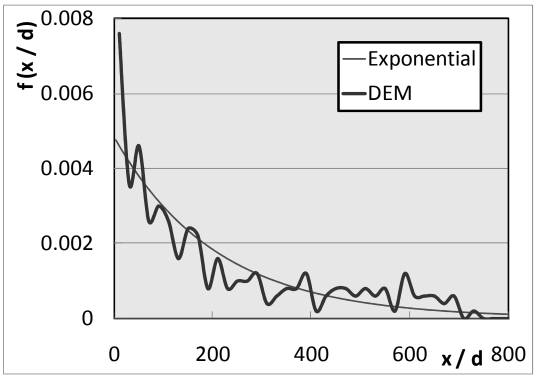
3.3 平坦床上の計算結果と考察

掃流砂シミュレーションを実行するにあたり，まず，3. 2 で作成したソフト固定河床上に掃流砂に相当する移動粒子配置する．このとき，移動粒子の数が多すぎると河床面に堆積した粒子が凹凸を形成し，平坦床の仮定が壊れるため，図－8 に示すように比較的疎に配置する．また，計算を進めていくと，河床の同一部分に集中して粒子が停止し，その部分だけ河床が削られる現象が生じ

た．このため，長時間継続して計算を行うと河床面分布に偏りが出来てしまう．これを避けるため，パッキングによって構成された初期河床をあらかじめ５ケース用意し，一定時間（本研究では２秒毎）経過すると河床構成粒子と掃流砂粒子を新たな初期配置に設定しなおして計算を行った．

ステップレンクスの定義は移動を開始した粒子が停止するまでの距離とし，滑動，転動，躍動という３つの移動形態については区別を行っていない．上記の計算手順により，計算領域全体で 2000 個のステップレンクスのデータをサンプリングし，その平均値と確率密度分布を求めた．

以上に示したシミュレーション結果における平均ステップレンクスは粒径の 205 倍となった．この値は中川・辻本 [7]の示した平均ステップレンクス($50d$～$250d$)の範囲内にある．一方，図―9 はシミュレーションによって求められたステップレンクスの確率密度分布を示したものである．図中には，平均値が 205d の指数分布を合わせて示している．DEM による数値計算結果にはサンプル数が十分でないことに起因すると思われる凹凸がみられるが，ほぼ指数分布と適合していると判断される．これより本モデルで推定される掃流砂のステップレンクスは，実際の掃流砂のステップレンクスの特性を良好に再現しているものと推測される．



図－9　平坦河床条件におけるステップレンクスの確率密度分布

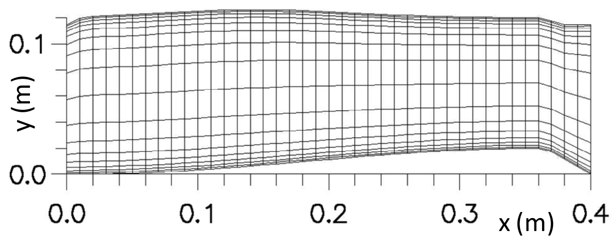
４．デューン上の掃流砂シミュレーション

4.1 計算条件

デューン上の掃流砂のシミュレーションは，表－２に示す通り，掃流力の異なる２通りの水理条件のもとで行った．デューン形状については，両ケースとも波長 40cm，波高 2cm とし，実験におけるデューン形状を参考に，クレスト上流側はコサイン関数で，クレスト下流側の斜面は勾配 45° の直線として形成した．流れ方向の計算領域はデューン１波長分とし，上下流端には周期境界条件を用いる．計算格子はシグマ座標系とし，水面の揺動に追従して鉛直方向の格子幅が変化する．格子セル数は，平坦床の場合と同様に，主流方向を４０，鉛直方向を１５としている．計算に用いたデューン形状と計算格子の様子を図―10 に示す．図は Case I のものであり，水面形状は式(5)の運動学的条件を用いて計算されている．

表－２　デューン上掃流砂シミュレーションにおける水理条件

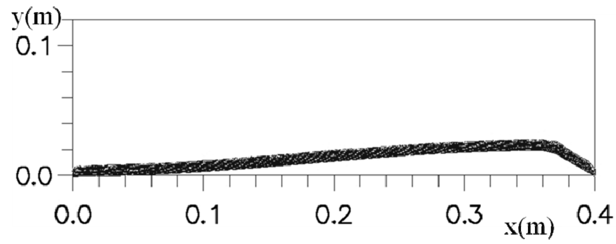
case	u^*/w_0	d(mm)	平均水深h(m)	勾配i
Ⅰ	0.75	0.5	0.112	0.002
Ⅱ	1.72	0.5	0.155	0.002



図－10　デューン条件における計算格子

4.2 デューン河床面の形成

デューン形状を有するソフト固定河床は，前述のように Particle level set method を用いた重力法によるパッキングで形成する．



図－11　パッキング直後の河床構成粒子の様子

図－11 はパッキング直後の河床構成粒子の様子である．クレスト下流側で堆積厚が不均一になり，背面の勾配が大きくなっているため，前述のように最下床面から 4mm の高さ以上に粒子中心位置が存在している粒子を初期河床から除外する処理を行った．このようにして構成したソフト固定河床面の粒子位置の空間分布は，平坦床の場合と同様にほぼ分散が $d/3$ の正規分布に従うことが確認された．

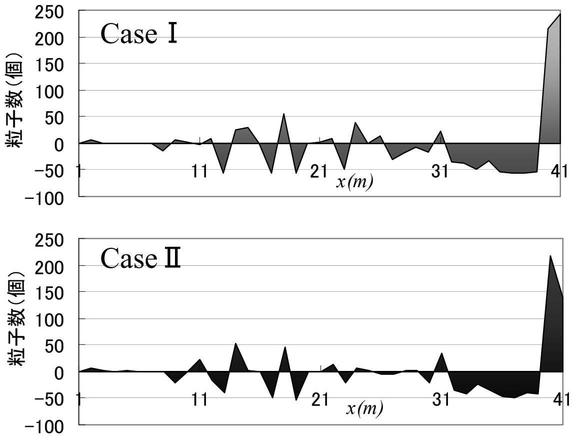
ソフト固定河床上の掃流砂の初期配置は平坦床の場合と同様とした．また，計算を進めていくにつれて掃流砂粒子がトラフ部に堆積する現象が見られたため，２秒ごとに掃流砂粒子の再配置を行った．ステップレンクスサンプル数は，後述のように掃流砂のピックアップ領域を５つに分割して検討を行う関係から，各領域ごとに 1000 個のサンプルを取得した．

4.3 結果の考察

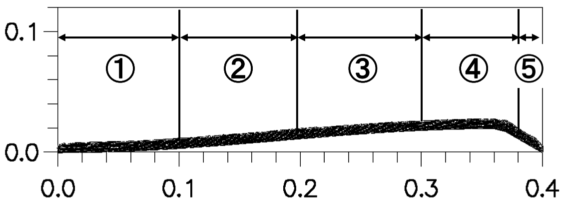
(1) 掃流砂の空間分布特性

はじめに，河床変動がデューンのどの部分で特徴的に起こるかを予測するため，デューン各地点におけるピッ

クアップと堆積の状況を検証する．図−12 はデューン各地点におけるデポジット数（掃流砂が停止した数）からピックアップ数（掃流砂が飛び出して行った数）を引いた値を示している．なお，この計算は，領域を分割せず，全域で 1000 個のステップレンクスをサンプリングした結果である．Case I， II の条件でともにクレスト部付近でマイナスの値が続いており，クレスト部背後のトラフ部でプラスの値が顕著になっていることがわかる．このことから，河床波が徐々にクレスト部からトラフ部側に動くことで，河床形態を変形させていると予測され，デューンの流れ方向への進行と対応していると考えられる．一方，デューン背面にみられるグラフの凹凸は，おそらくサンプル数の不足によるばらつきと思われるが，この点については今後の検討が必要である．



図−12　粒子堆積数の空間分布

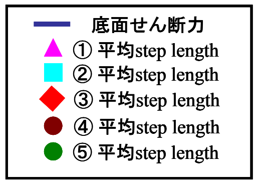


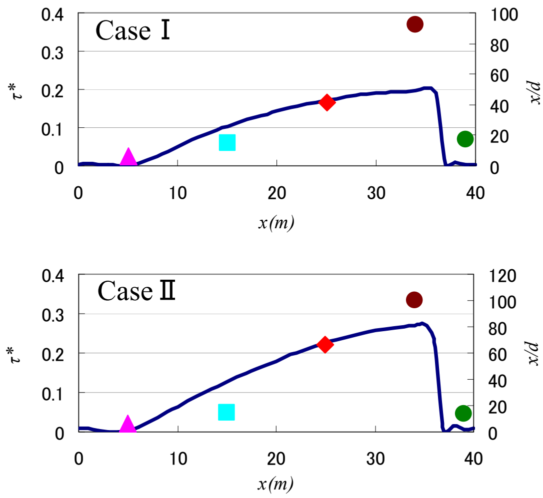
図−13 デューン上の検査区間の分割の様子

次に，この図−12 を参考に，掃流砂挙動に特徴のあらわれる部分を五つの区間に分割し，各々の区間のステップレンクスの特性を検証する．区間分割の様子を図−13 に示した．

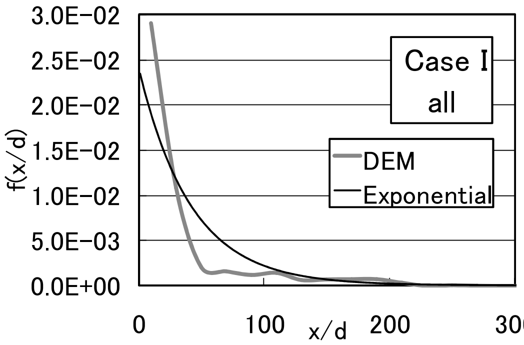
5 つの区間ごとの平均ステップレンクスと底面せん断応力の比較を図−14 に示す．なお，ステップレンクスについては，当該区間からピックアップされるものをカウントしている．図−14 から，クレスト部付近を除き底面せん断力と平均ステップレンクスは強い相関関係にあるということがわかる．また，全体の平均ステップレンクスは掃流力の大きい case II においてより大きい値を示しているが，区間ごとのステップレンクスの値は区間③，④を除いてその差は比較的小さい．このため，ステップレンクスを決定する要因は河床せん断力のみではなく，河床形状の影響も考慮しなくてはならないものと予想さ

	全体 step length
case I	34.6*d*
case II	41.1*d*

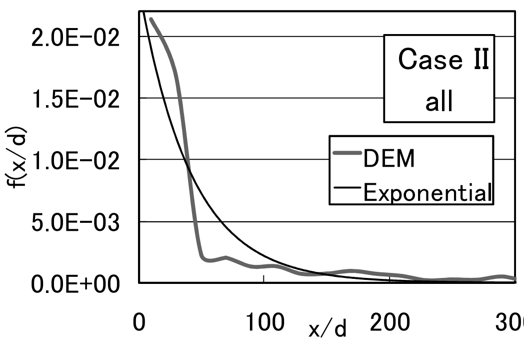




図−14　河床せん断力と平均ステップレンクス

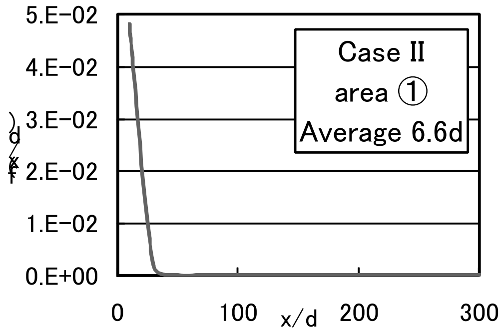


図−15　Case I における領域全体のステップレンクスの確率密度分布

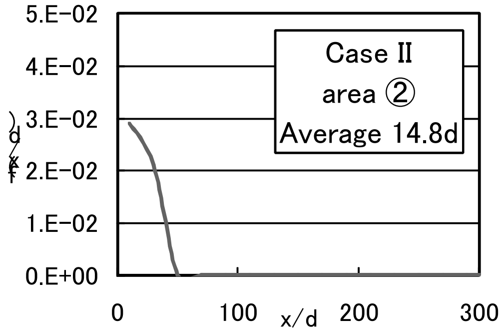


図−16　Case II における領域全体のステップレンクスの確率密度分布

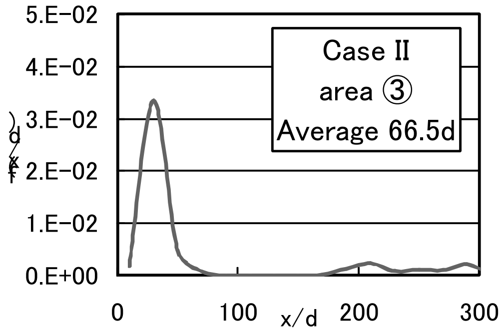
れる．また，クレスト部においてはステップレンクスの値が他の区間よりも突出して大きい．これは，デューン背後の流れの剥離域の存在とも関係していると考えられるが，この点のメカニズムについてはさらに詳細な検討が必要である．一方，クレスト部の無次元掃流力は Case I, II でそれぞれ，0.21， 0.28 となっており，先の平坦床



図－17　Case II 領域①の確率密度分布



図－18　Case II 領域②の確率密度分布

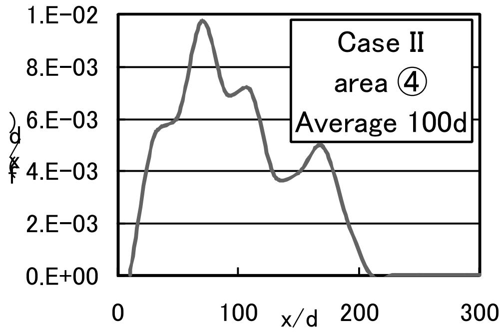


図－19　Case II 領域③の確率密度分布

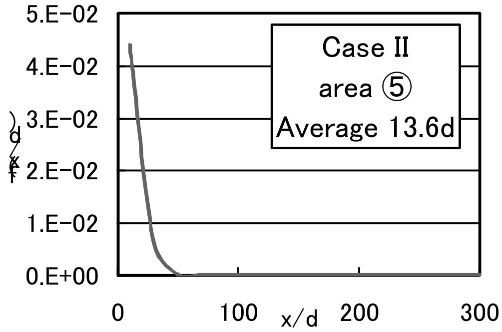
の無次元掃流力(=0.2)よりも大きい．にもかかわらず，クレストからのステップレンクスの平均値はいずれも100d程度であり，平坦床のステップレンクスの半分程度の値となっている．河床波の形成によりステップレンクスが小さくなることは従来から指摘されており，本シミュレーション結果はこの知見と合致している．

次にステップレンクスの確率密度分布について検討する．図－15および図－16は各ケースにおける領域全体の確率密度分布について示したものである．平均ステップレンクスは，Case I では36.1d，Case II では41.1dとなった．図—15，図—16には，それぞれのケースの平均ステップレンクスを平均値とする指数分布を合わせて示している．平坦床の場合と異なり，シミュレーション結果の分布は指数分布とは適合していない．いずれのケースも50d付近以降の確率密度が急激に小さくなる折れ線状の分布を示している．

次に，①～⑤の５つの領域ごとの確率密度分布について考察する．図—17～図—21は５つの領域ごとのステップレンクスの確率密度分布を示したものであり，紙面の



図－20　Case II 領域①の確率密度分布



図－21　Case II 領域②の確率密度分布

制約上Case II についてのみ示したが，Case I の場合もほぼ同様な結果となっている．

区間ごとの分布の特徴をみていく．トラフ部に相当する区間①では平均ステップレンクスは6.6dと極端に小さく，ステップレンクスが40dを超える確率はゼロとなっている．これより，トラフ部の砂粒子が長距離を移動しにくい状況であることがわかる．これは，トラフ部の上方の流れ場が剥離域に相当し，流れの方向が逆向きになっていることや，トラフの下流側の河床こう配が逆勾配となっていることが原因と考えられる．区間②でも区間①と同様の傾向が見られるが，平均ステップレンクス14.8dと区間①の２倍以上となり，トラフ部に比べて粒子が移動しやすくなっていることがわかる．ただし，この区間でも40dを超えるステップレンクスは現れなかった．区間③の特性は区間①，②と異なり，ステップレンクスが30d付近に集中し，ピークを形成している．この値は全体のステップレンクス平均値とほぼ同じ値であり，区間③からpick-upされる粒子の数が他の区間に比べて多いことを示している．また，区間③では今までみられなかった200d～300dの長距離のステップレンクスの分布もわずかながらみられるようになる．これは，この区間からピックアップされた粒子の一部は下流部のトラフを飛び越えていくことに対応している．区間④では一転して，幅広くステップレンクスの値が分布している．区間④はデューンのクレスト部であり，クレスト部から勢い良く飛び出す粒子や，剥離渦に巻き込まれる粒子など，粒子の複雑で多様な運動が見られる区域である．確率密度分布はこのような特性を反映したものといえる．平均ステップレンクスは100dであり，５区間のうち最大となっている．もう一つの特徴は，20d以下の小さいステッ

プレンクスがほとんどみられない点である．これは，クレスト部からピックアップされた粒子がトラフに落ち込む急勾配部では停止しにくいことに対応していると考えられる．区間⑤においては，平均ステップレンクスが 13.6d と急激に小さくなり，区間①あるいは区間②と同様な分布特性が見られる．

以上の結果から，デューン上のステップレンクス分布は指数分布に従わず，デューンを有する場での河床変動計算においては非平衡流砂モデルの改良の必要性が示唆された．また，クレスト部付近の流砂の挙動は他の区間と大きく異なっており，モデル化に際してはこの点に留意する必要があるといえる．

５．おわりに

本研究は，DEM－RANS カップリングアプローチを用いて，デューン上の掃流砂の挙動に関して数値解析的に検討を行ったものである．解析モデルの構築にあたっては，デューン背後の剥離を正確に予測できる非線形 RANS モデルを採用し，デューン形状をある程度維持しつつ砂粒子と河床粒子の衝突とかみ合わせの変化を考慮てきるソフト固定河床モデルを採用した点などで独自の工夫を試みている．まず，平坦床を対象に解析を行いモデルの適用性と平坦床に関する従来の知見の妥当性を検証した後，デューン上の掃流砂の挙動を検討した．本研究で得られたおもな成果をまとめると次のようである．

i) 今回点案したソフト固定河床モデルにおいては，平坦床条件，デューン条件ともに河床表面の粒子の空間分布が分散 d/3 の正規分布にほぼ一致し，既往の知見と矛盾しないことが示された．
ii) 今回提案する DEM-RANS アプローチによって予測された平坦床上の掃流砂のステップレンクスは，平均が 205d の指数分布にほぼ一致し，中川・辻本の提案する非平衡流砂モデルと適合することがわかった．
iii) デューンが形成されると，掃流力に対するステップレンクスが小さくなることが示された．
iv) デューン上のステップレンクスの分布は指数分布には従わず，クレスト部とそれ以外の領域で異なる分布特性を有することが示された．
v) デューン上のステップレンクスは局所的な掃流力と強い相関があることが示された．

今後の課題として，Soft 固定河床モデルの妥当性のさらなる検証や粒子の運動を流れの計算に反映する Two-Way Method の導入などを行っていきたい．

謝　辞

研究を遂行するにあたり，北海道大学大学院工学研究科准教授，渡部靖憲先生から数値計算上の御助言をいただいた．ここに記して深甚なる謝意を表する．

参考文献

1) Nakagawa, H and Tsujimoto, T.: Sand bed instability due to bed load motion, *Proc. ASCE 106*, 2029-2051, HY12, 1980.
2) 関根正人・小川田大吉・佐竹宣憲：Bed Material Load の流送機構に関する研究，土木学会論文集，No.545/II-36, pp.23-32, 1996
3) 後藤仁志・酒井哲郎・原田英治：移動床上のsaltation粒子の衝突・反発機構，水工学論文集，第43巻，pp.647-652, 1999.
4) Giri, S. and Shimizu, Y.: Numerical computation of sand dune migration with free surface flow, *Water Resources Research*, Vol.42, w10422, doi:10.1029/2005WR004588, 2006.
5) Kimura, I and Hosoda, T.: A non-linear k-ε model with realizability for prediction of flows around bluff bodies, *International Journal For Numerical Methods In Fluids,* Int. J. Numer. Meth. Fluids 2003; **42**: 813-837 (DOI: 10.1002/fld.540).
6) 音田慎一郎・細田尚：水深積分モデルによる小規模河床波の発生・発達過程と流れの抵抗則の数値解析，水工学論文集，第48巻，pp.973-978, 2004.
7) 中川博次・辻本哲郎：掃流過程に対する確率モデルとその一般化，土木学会論文集報告書，第291号，pp73-83, 1979.
8) 後藤仁志：数値流砂水理学，森北出版株式会社，2004.
9) 伯野元彦：破壊のシミュレーション，森北出版株式会社，2004.
10)Nezu, I. & Nakagawa, H.: Turbulence in Open-Channel Flows, IAHR Monograph, Belkema, Rotterdam, Netherlands, 1993.
11)牛島省・竹村雅樹・山田修三・禰津家久：流体力評価精度の高いDEMの提案と底質粒子初期移動過程への適用，海岸工学論文集，第50巻，pp.506-510, 2003.
12)細田尚：開水路流れにおける乱流拡散機構に関する水理学的研究，京都大学博士学位論文，1990.
13)Sugiyama, H., Akiyama, M., and Matsubara, T. 1995. Numerical simulation of compound open channel flow on turbulence with Reynolds stress model, J. Coast. Envir. Eng., 515/II (31), 55-65 (in Japanese).
14)Yabe, T., Ishikawa, T., Kadota, Y. and Ikeda, F. 1990. A multidimensional cubic-interpolated pseudoparticle (CIP) method without time splitting technique for hyperbolic equations, *PSJ*, Vol.59, pp.2301-2304.
15)Shimizu Y. 2004. A method for simultaneous computation of bed and bank deformation of a river, *Proc. Int. Conf. Fluv. Hydraul.*, Louvain, Belgium, 793-801.
16)田中敏嗣：粒子追跡法による粒子系混相流解析の基礎と粒子間相互作用の導入法について，第27回混相流レクチャーシリーズ，pp.46-57, 2002.
17)関根正人・吉川秀夫：掃流砂の停止機構に関する研究，土木学会論文集，第399号/ II-10, pp.105-112, 1988.

（2009 年 4 月 9 日　受付）