

圧縮性間隙水を有する砂地盤の地震時液状化／締固め挙動の計算

Seismic liquefaction/compaction behavior of loose sandy ground with compressible pore water

竹内秀克*・野田利弘**・浅岡顕**

Hidekatsu Takeuchi, Toshihiro Noda and Akira Asaoka

*工修 (株)不動産テトラ 地盤技術部(〒103-8543 東京都中央区日本橋小網町 7-2)

**工博 名古屋大学大学院教授 工学研究科(〒464-8603 名古屋市千種区不老町)

Co-seismic liquefaction/compaction and post-seismic behavior of loose sandy grounds is investigated by using a soil-water coupled dynamic/static finite deformation computation. The SYS Cam-clay model is used as a constitutive model of the soil skeleton, and the compressibility of the pore water is accounted. The main new findings are as follows. (1) In the area of highly compressible pore water within the ground, compaction occurs without any significant reduction of mean effective stress during earthquake, while liquefaction occurs in the other area of low compressibility (2) The final settlement of the ground showing compaction is less than that of the ground showing liquefaction. (3) When an embankment exists on the highly compressible area, the lateral displacement near the area is also reduced.

Key Words: Liquefaction, Compaction, Soil-water coupled analysis

キーワード：液状化, 締固め, 水～土骨格連成解析

1. はじめに

ゆるい砂は、微小な繰返し排水せん断を受けると、拘束圧 p' の増大が無くとも容易に大圧縮し、超過圧密な状態に至る(締固め)。ところがこれまでの砂の液状化解析に用いられてきた殆どすべての構成式は、非排水(等体積)条件に特化しているため、締固めを表現することはできない。したがって、締固まるか液状化するか、事前には判然としない問題には、このような「液状化解析」は全くと言っていいほど無力である。液状化予測にしても、等体積専用の構成式は、大抵の場合、同じ砂でも密度(間隙比)が違えば、それぞれの実験に基づいてパラメータを決め直す必要がある。液状化予測は、構成式と計算がしているというよりも、その前の実験がしているといっても過言ではない。これに対し、著者らは砂の圧縮メカニズムが、微小な塑性変形の進展のもとでさへ進行する「構造の急速な破壊」に求められることを、「構造概念」の上負荷面による定式化¹⁾²⁾によって示し、この結果、ゆるい砂の非排水(等体積)条件下での液状化現象と、ゆるい砂の微小な繰返し排水せん断での大圧縮とは、同じことのウラオモテであり、同じ理論で説明(モデル化)可能な現象であることを明らかにしてきた。つまりこれによって、同じ砂でも「ゆるい砂と密な砂は別」で「パラメータは密度(間隙比)ごとに決める」制約が外され、砂の境界値問題は同じ材料定数で一貫して解かれることになり、液状化するか締め固まるかなど、何が起るかは境界条件等に依存して、解析の結果ようやく決まることになった。このことを、上述の構造概念を有す

る弾塑性モデル(SYS カムクレイモデル)による砂のエレメント応答例として図-1～図-3に示す。図-1は非常にゆるい砂から大変密な砂までの、初期拘束圧を同じにしたときの側圧一定非排水 3 軸圧縮試験での応力～ひずみ曲線と有効応力経路である。ここに、平均有効応力 p' とせん断応力 q は $p' = -\text{tr} \mathbf{T}' / 3$, $q = \sqrt{3/2} \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}$ で定義され、 $\mathbf{T}'$ は Cauchy 有効応力テンソル(引張を正), $\mathbf{S}$ は偏差応力テンソル, $\mathbf{I}$ は等方テンソルである。ゆるい砂も密な砂も密度(間隙比)が違うだけで同じ砂である。なお、密な砂は図-2のようにゆるい砂を締め固めてつくる。締め固めでき

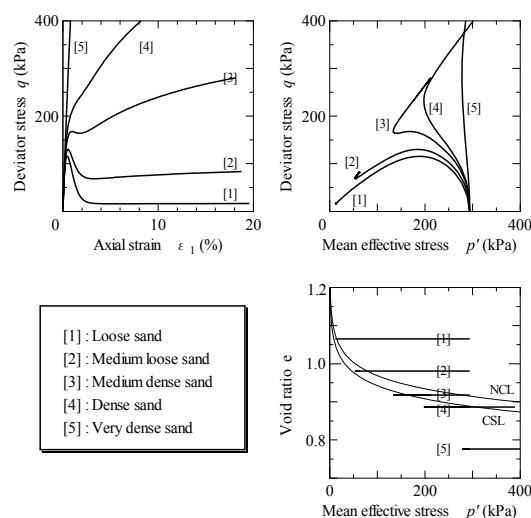


図-1 拘束圧が等しく密度が異なる砂の非排水圧縮せん断応答²⁾

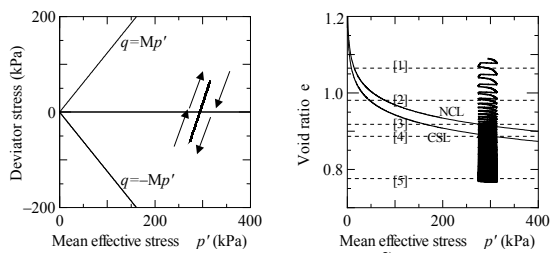


図 - 2 砂の締固め²⁾

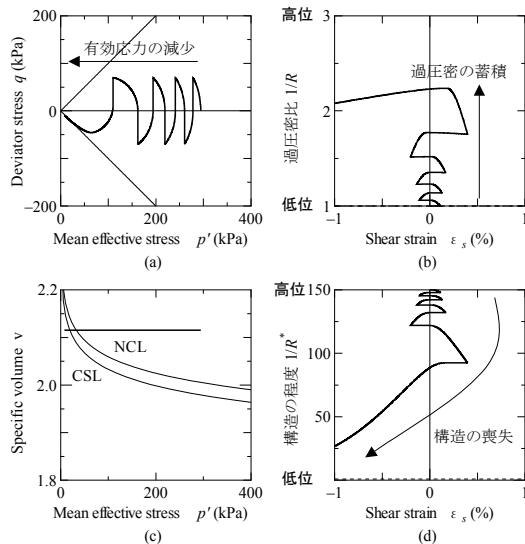


図 - 3 ゆるい砂の繰り返せん断(液状化)²⁾

るようなゆるい砂は、非排水で繰り返せん断すれば容易に液状化する(図 - 3)。

ところで、水～土連成解析(有効応力解析)では、殆どが飽和土地盤を解析対象にするため、間隙水は非圧縮流体として扱われる。一方、不飽和土地盤に対しては飽和度の低下を液相のみかけの圧縮性の増大として扱われる(八嶋ら³⁾)。このような場合、ゆるい砂地盤では過剰水圧の発生が抑えられ、平均有効応力の減少が生じないまま繰り返せん断が行われ、液状化ではなく締固めが発生すると考えられる。そこで、本研究では、土骨格の弾塑性構成式に上述のSYSカムクレイモデルを用いるとともに、圧縮性流体を考慮でき、また静的と動的とを問わない水～土連成解析^{4,5)}を実施することにより、間隙水の圧縮性の大きさのみを変更して与えた場合、ゆるい砂質地盤が地震時および地震後にどのような応答を示すかを調べた。具体的には、間隙水に圧縮性を持たせた部分の上部に盛土がある場合の地盤の挙動などを調べた。なお、この間隙水の圧縮性を考慮した水～土連成解析の支配方程式の概要については付録1に示す。

2. 計算条件

図 - 4 は計算に用いた有限要素メッシュ図と境界条件を、表 - 1 は計算に用いた材料定数(弾塑性パラメータ・発展則パラメータ)と地盤の初期値を示す。地盤は砂層のみの縦20m、横100mの均質地盤とした。地盤の初期状態は、ゆ

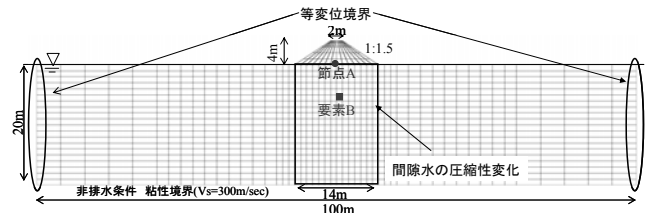


図 - 4 有限要素メッシュ図と境界条件(盛土あり)

表 - 1 地盤の材料定数と初期値

材料定数	原地盤	盛土
圧縮指数 λ		0.05
膨張指数 κ		0.012
限界状態定数M		1.00
正規圧密線の切片N		2.00
ポアソン比 ν		0.3
構造低位化指数 a, b, c	2.2, 1.0, 1.0	
正規圧密土化指数 m		0.1
回転硬化指数 b_r		3.5
回転硬化限界定数 m_b		0.7
透水係数 k (cm/sec)		1.0×10^{-3}
土の密度 ρ_s (t/m ³)		2.65
初期値		
構造の程度 $1/R^*_0$	4.0	1.3
過圧密比 $1/R_0$	5.0	40.0
間隙比 e	0.95~1.15	0.93~1.03
異方性の程度 $\zeta_0 = \sqrt{3/2} \ \beta_0\ $	0.0	0.0
応力比 $\eta_0 = q_0 / p'_0$	0.75	0.75

るい砂で構造・過圧密比・初期側圧の初期値を地盤全域で等しいと仮定し、比体積は重力を考慮して土被り圧に応じて鉛直方向に分布させた⁶⁾。地盤上面は地表面と水位面が一致するように水圧は常にゼロとし、地盤側方・下面は非排水境界とした。また、地盤両側面の同じ高さにある全節点に等変位条件を課した(「周期境界」)。

解析ケースは上載荷重がない場合とある場合について、それぞれ同じ箇所の間隙水の圧縮性を3通り変化させて計6ケース実施した(表2)。上載荷重がない場合の計算は上述の初期状態を計算した後、上載荷重がある場合の計算は上載荷重を盛土とし2相系弾塑性体でモデル化し、有限要素追加の手法⁶⁾により4m高まで載荷して圧密を終了させた後、地震動を与えた。盛土内は完全飽和とし、盛土表面が大気圧になるように間隙水圧を設定している。地震動は地盤底面全節点の水平方向に八戸波(図 - 5)を加速度制御で与え、地震後は沈下が収束するまで計算を実施した。なお、下端面は粘性境界($V_s=300\text{m/sec}$)としている。間隙水の圧縮性については、地震動を与える直前に、全域盛土直下部分(図 - 4 太線枠内)における間隙水の圧縮性を変更しないまま行う場合(CASE1,4: 圧縮性小、体積圧縮係数 $K_f=2.0 \times 10^7 \text{ kPa}$ (「通常値」))と、圧縮性を増大させた場合(CASE3,6: 圧縮性大、 $K_f=2.0 \times 10^9 \text{ kPa}$)、とその中間値(CASE2,5: 圧縮性中、 $K_f=2.0 \times 10^2 \text{ kPa}$)を比較した。それ以外の部分の間隙水の圧縮性は通常値を設定した。なお、間隙水の圧縮性を変更する場合は、付録2の式(A.8)を参照して、体積圧縮係数 K_f を変化させる前後で応力(間隙水圧と有

効応力) 状態が変化しないように、基準水圧 u_0 のときの間隙水の単体の基準密度 ρ_0 は変化させるが、 ρ' 自体は変化しないように計算した。またこの計算で、選んだ間隙水の体積圧縮係数 K_f は、付録 2 に示すように、供試体レベルで供試体内部の土要素の挙動が大きく変化したためである。

表 - 2 解析ケース

間隙水の 体積圧縮係数	盛土なし	盛土あり
$K_f=2.0 \times 10^7$ kPa	CASE1	CASE4
$K_f=2.0 \times 10^2$ kPa	CASE2	CASE5
$K_f=2.0 \times 10^0$ kPa	CASE3	CASE6

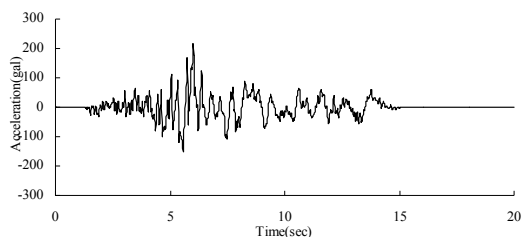


図 - 5 入力波形(八戸波)

3. 計算結果

3.1 上載荷重がない場合

上載荷重がない水平地盤の計算結果について説明する。図 - 6 は間隙水の圧縮性を変更させた範囲の地表面中央(図 - 4 A 点)における時間～沈下量関係を示す。地震終了直後(地震発生から 20 秒後)における沈下量は CASE3(圧縮性大)が 20cm 発生し、その後ゆっくりとさらに 20cm 生じる。これに対し、CASE1(圧縮性小)では、地震発生から約 1000 秒経過後、正の過剰水圧の消散を伴って沈下が始まり、50cm 程度圧密沈下(揺すり込み沈下)を示し、両ケースの沈下量が逆転する。CASE2(圧縮性中)は CASE1 とほぼ同様の挙動を示す。最終沈下量は若干大きい。間隙水自身の圧縮が起因している。

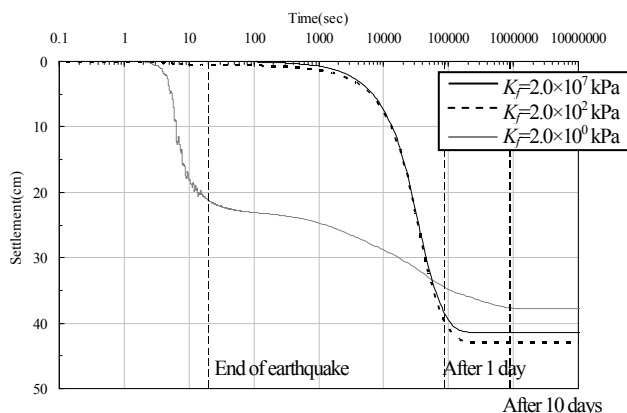


図 - 6 地震発生からの時間～沈下量関係(節点 A)

図 - 7 は全ケースの図 - 4 の要素 B(GL-5m)の要素の挙動を示す。左上図はせん断応力 q ～せん断ひずみ ε_s 関係、

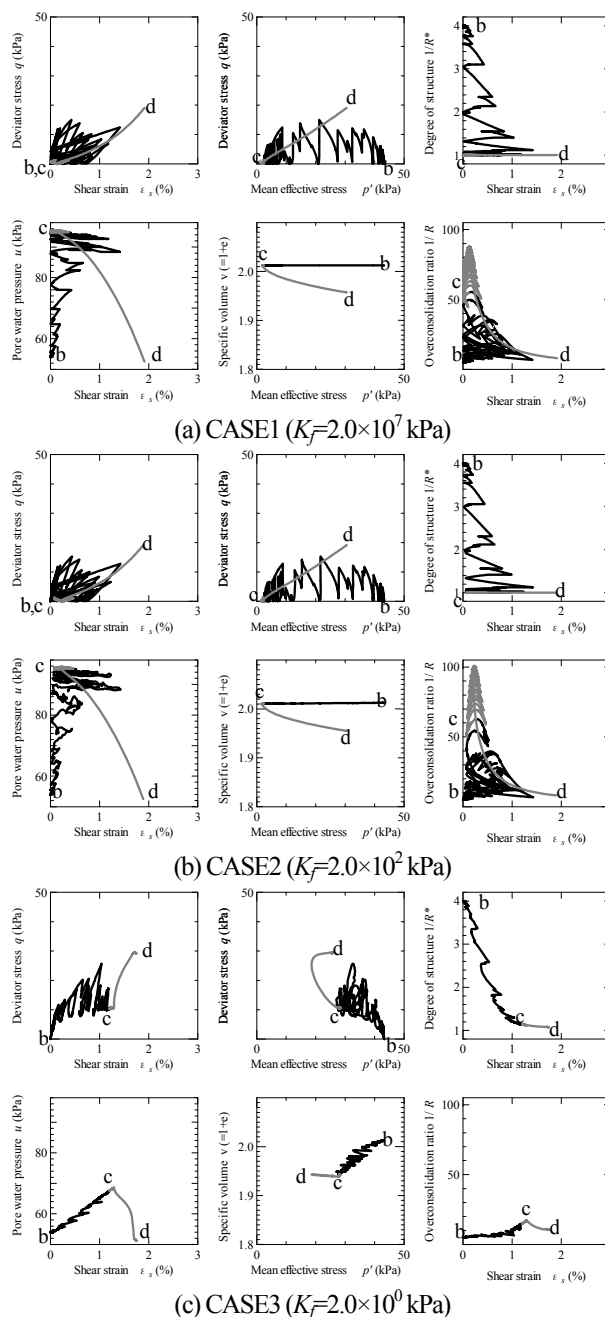
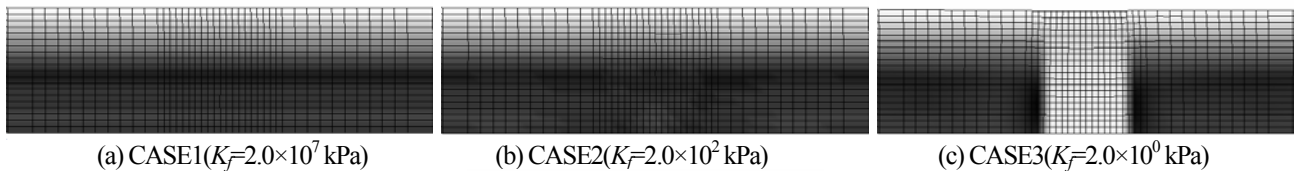


図 - 7 要素の挙動

上中図は q ～平均有効応力 p' 関係(有効応力パス), 左下図は ε_s ～間隙水圧 u 関係, 下中図に比体積 v ～ p' 関係, 右上図は ε_s ～構造の程度 $1/R^*$ (構造が高位なほど $1/R^*$ が大きい) 関係および右下図は ε_s ～過圧密比 $1/R$ 関係を示す。図中の b-c 間は地震中, c-d 間は地震後から圧密終了までの挙動を示す。特に地震中の挙動に着目すると、全ケースでもともに構造が低位化するものの、CASE1 ではほぼ v が一定(非排水)のまま p', q とも大きく低下して「液状化」に向かうのに対し、CASE3 では q の上昇を伴いながら v が小さくなり、「締め固め」を示している。CASE2 は CASE1 と同様にほぼ「液状化」挙動を示しているが、極僅かに地震中に比体積減少も見られる。構造の程度 $1/R^*$ は地震中にどのケースでも低減している。このことから「液状化」では非排水条件下での塑性圧縮に伴う弾性膨張による有効応力減少、



0 kPa 90 kPa
図 - 8 過剰間隙水圧分布(地震発生 20 秒後)

「締固め」では塑性圧縮による体積圧縮が発生する。過圧密比 $1/R$ は CASE1,2 では地震中に増大しその後も増大が継続するが、振動が収まり過剰間隙水圧消散に伴い解消に転じ正規圧密化する。CASE3 では比体積が減少するため CASE1,2 に比べ、過圧密の蓄積が小さい。なお、通常の間隙水の体積圧縮係数を用いた CASE1($K_f=2.0 \times 10^7$ kPa)は、完全非圧縮($K_f=2.0 \times 10^{20}$ kPa の場合)の計算結果と別途比較し、同様であった。

図 - 8 は各ケースの地震直後の過剰間隙水圧分布を示す。CASE1 の地震後はほぼ全域において過剰間隙水圧が発生している。CASE2 も同様である。一方、CASE3 では間隙水の圧縮性を増大させた範囲においてほとんど過剰間隙水圧が発生していない。図 - 9 は地表面中央(図 - 4 A 点)における加速度の経時変化を示す。CASE1 および CASE2 は液状化による減衰効果が見られ、あまり地表面でも増幅しない。対して、CASE3 はより加速度が入力に対して増幅する結果となっている。締固めにより液状化が抑止され、加速度が減衰しないためである。

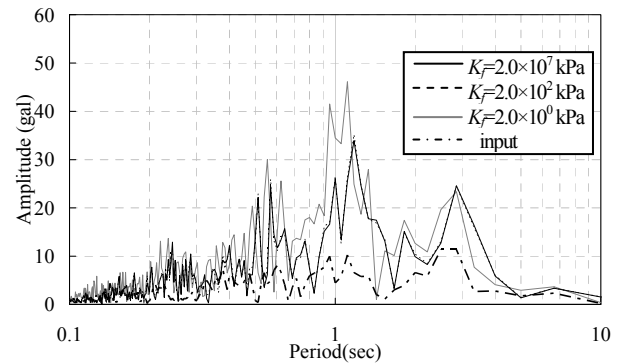


図 - 10 離散フーリエ変換結果

図 - 10 に離散フーリエ変換結果を示す。周期 1 秒付近で大きな増幅があるが、CASE3 では締固めによりその 1 秒付近で見られる卓越周期がやや短くなっている。上部構造物設計の際には、このような加速度応答特性の把握も重要である。

3.2 上載荷重がある場合

約 4m 高の盛土を想定し、この盛土を瞬間荷重にて造成し圧密放置した。盛土直下では約 1 日で 30cm 強の沈下が発生した。この状態までは間隙水の圧縮性については通常値($K_f=2.0 \times 10^7$ kPa)を使っている。この状態から CASE4 ではそのまま、CASE5 および CASE6 では図 - 4 に示す盛土直下の範囲の間隙水の圧縮性を増大させて計算した。(既設の土構造物直下を「不飽和土化」することを想定した。)なお、体積圧縮係数 K_f を変化させる前後で、水圧 u_0 のときの間隙水単体の(基準)密度 ρ_0 は変化させるが、 ρ' 自身は変化しないように計算している。

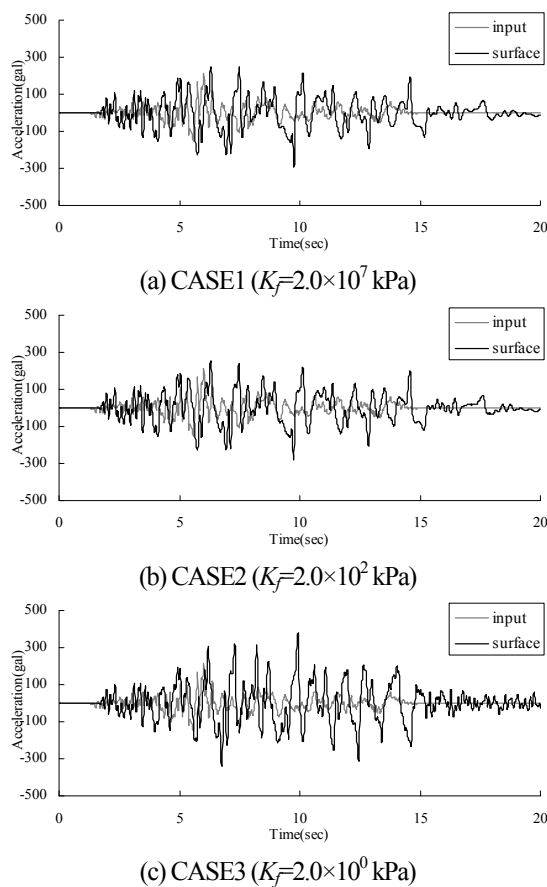


図 - 9 加速度応答

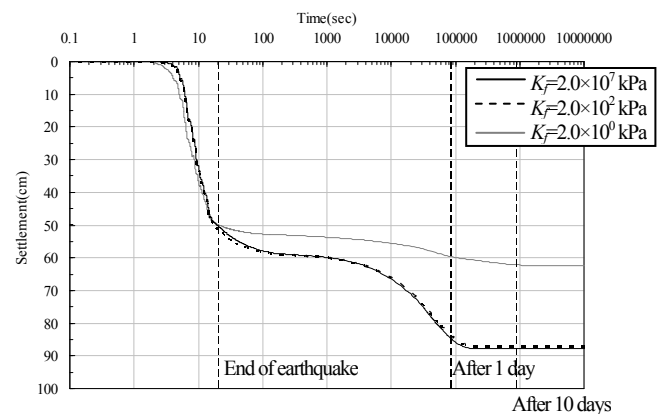
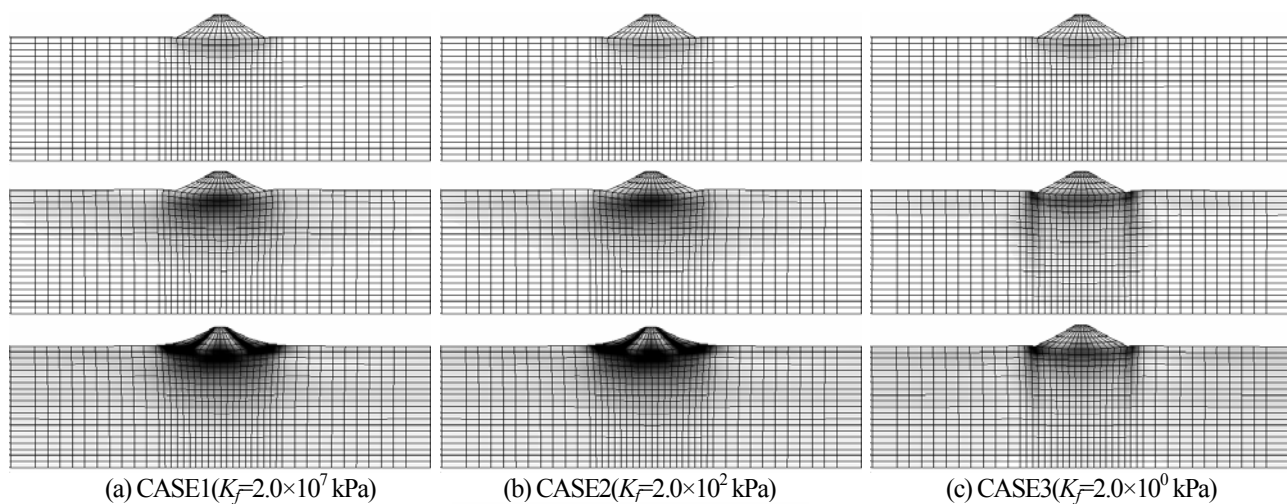
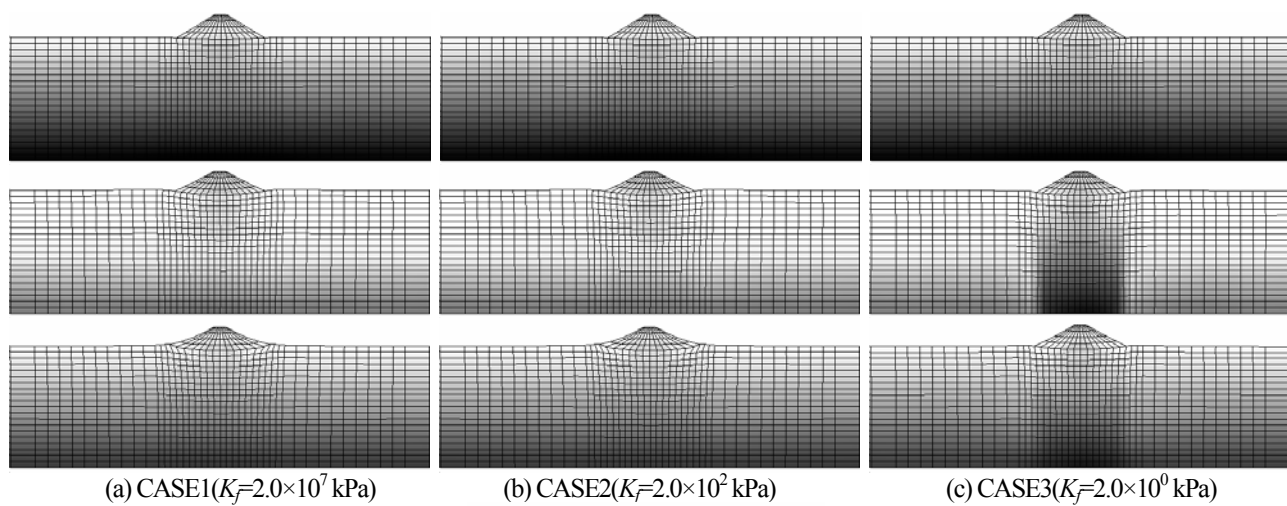


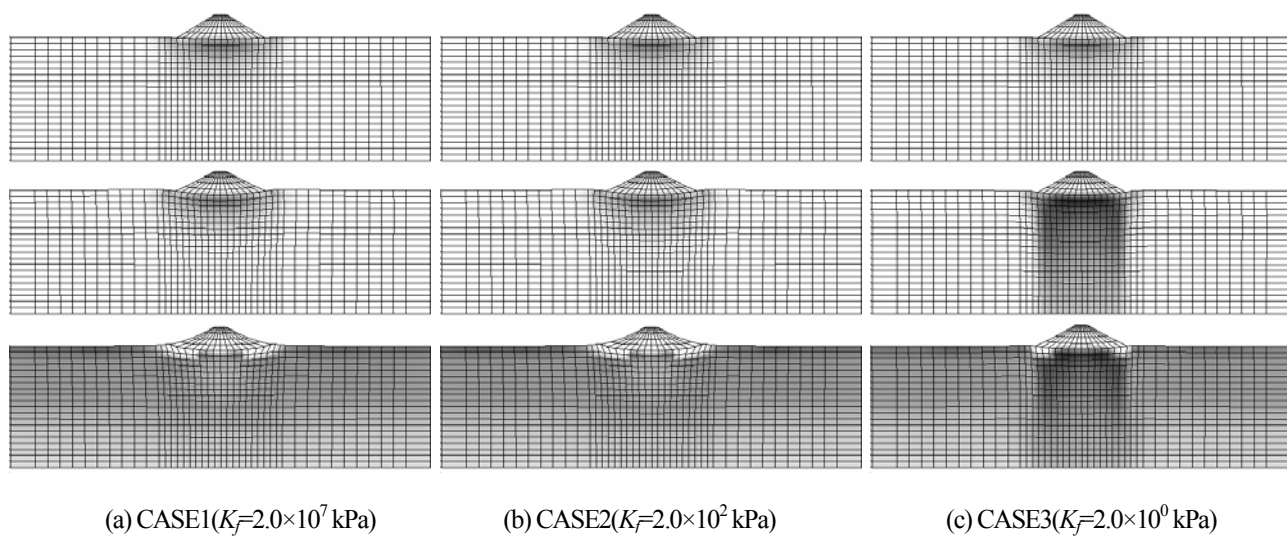
図 - 11 地震発生からの時間～沈下量関係(節点 A)



0% 15%以上
図 - 12 せん断ひずみ分布 (上段：地震前，中段：地震後 20 秒，下段：圧密終了後)



0kPa 160kPa
図 - 13 平均有効応力分布 (上段：地震前，中段：地震後 20 秒，下段：圧密終了後)



0.00 以下(膨張側) -0.15(圧縮側)
図 - 14 間隙比変化分布 (上段：地震前，中段：地震後 20 秒，下段：圧密終了後)

図 - 11 に盛土中央直下(図 - 4 A 点)における地震発生からの時間～沈下量関係を示す。前章の上載荷重がない場合には、間隙水の圧縮性を大きくしたケースで締め固まり地震中の沈下量が大きくなったが、上載荷重がある場合は全ケースではほぼ同等であった。ただし沈下発生メカニズムは大きく異なる。CASE4($K_f=2.0 \times 10^7$ kPa)は、盛土による局所的な荷重によりせん断ひずみが発生し、体積一定ながらも横方向に変形(側方流動)するため沈下量が発生する。一方、CASE6($K_f=2.0 \times 10^0$ kPa)は、上載荷重が無い場合と同様、間隙水の圧縮性が小さいため盛土下部の土要素が締め固まり、体積圧縮により地盤は沈下する。その量が本ケースでは沈下量にするとたまたま同じであった。(これについては、異なる入力地震波形を用いて行った比較結果として後述する。)また、地震後の最終沈下量については上載荷重がない場合と同様CASE4(通常値)の方が大きい。

図 - 12 に全ケースの地震発生からのせん断ひずみ、図 - 13 に平均有効応力分布および図 - 14 に比体積変化の推移を示す。この図からもCASE4では地震発生20秒後にほぼ全域で比体積は変化せず平均有効応力が低下しており、「液化化」に向かう。CASE5 もほぼ同様である。対してCASE6では間隙水の圧縮性を増大させた範囲は、比体積は減少し平均有効応力はほとんど変わらない(「締め固め」)。つまり地震終了直後の過剰間隙水圧は、上載荷重がある場合もCASE4では間隙水の圧縮性を増大させた部分(盛土直下)は過剰間隙水圧の発生が少ない。その後は、通常の圧密と同様に間隙水圧消散程で地盤全域で比体積減少をしながら沈下する(砂の「圧密」)。CASE6でも圧縮性を変化させていない周辺地盤は、CASE4とCASE5と同様に挙動し圧縮性を変化させた領域が周辺に及ぼす影響はほとんど無い。また、せん断ひずみから圧密終了後の盛土の変形

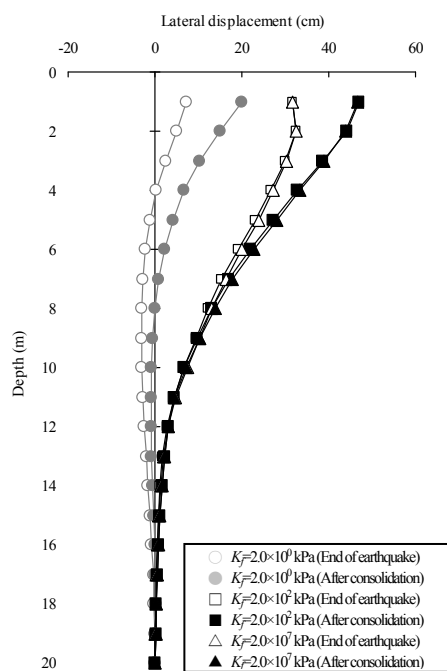


図 - 15 地中水平変位分布

はCASE4では法尻部に大きな変位が見られるが、間隙水の圧縮性を増大させたCASE6では、特に拘束圧が小さい浅い部分で変形抑止効果が顕著である。図 - 15 に盛土の右側の法尻部の地中水平変位を示すが、CASE4、CASE5に比べ、CASE6は圧倒的に小さく、上述のことを裏付けている。

さらに、図 - 16 に盛土直下(図 - 4 の要素 B)の挙動を示す。図中 a-b 間は盛土載荷～放置、あとは図 - 8 と同様である。盛土直下では、CASE4 は上載荷重があるため、平均有効応力 p' が原点に大きく近づかないものの減少するが、CASE6 は上載荷重がない場合と同様、地震中に締め固めが生じている。水圧の上昇の様子もまったく異なる。CASE5 では、今回の境界条件・外力ではCASE4(通常)の挙動とほとんど差異がみられなかった。

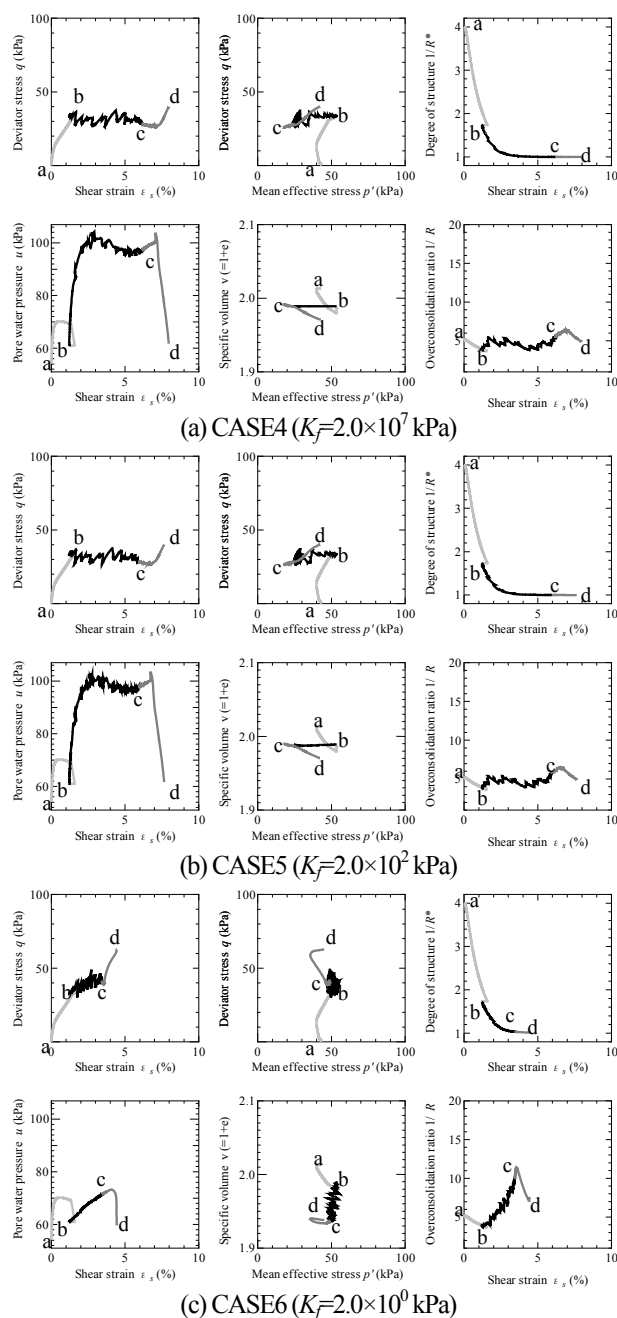


図 - 16 要素の挙動

図 - 17 には盛土天端中央での加速度応答を示す。CASE4($K_f=2.0 \times 10^7$ kPa)はCASE6($K_f=2.0 \times 10^0$ kPa)に比べ、加速度が増幅する結果となった。また図 - 18 には離散フーリエ変換結果を示す。盛土自体は強固な状態を想定しているため、前章の上載荷重がない場合と同様な結果となった。

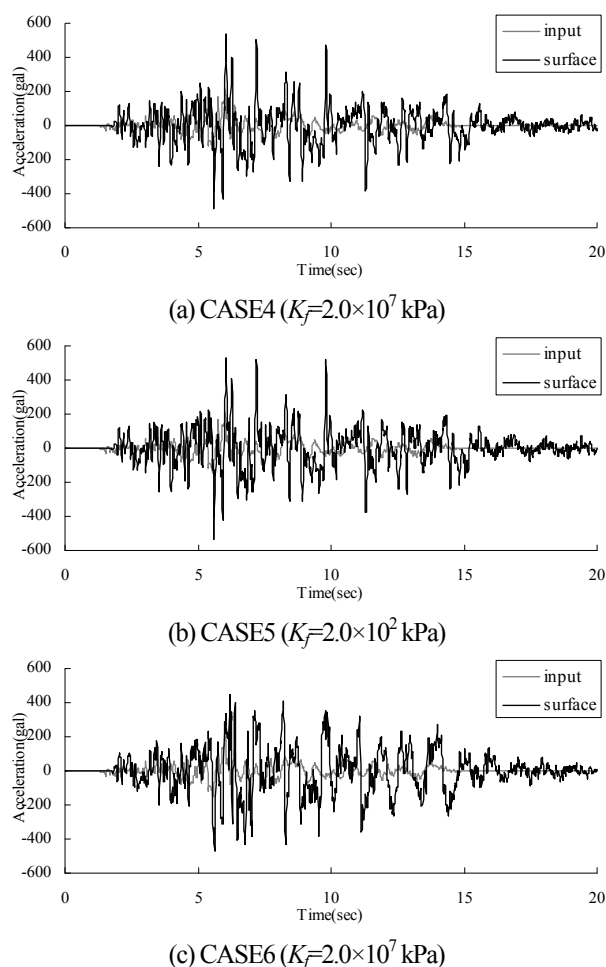


図 - 17 加速度応答(盛土天端中央)

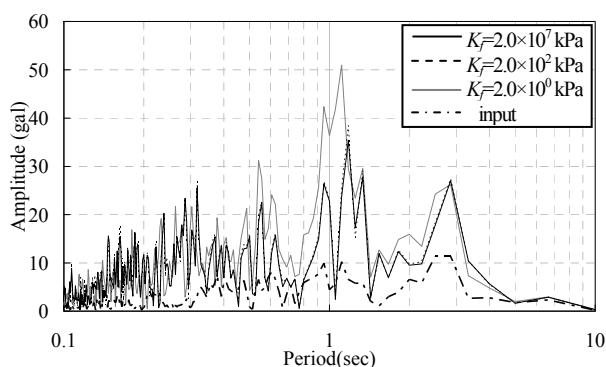


図 - 18 離散フーリエ変換結果(盛土天端中央)

また、比較のため、別途入力地震波形を変更して同様の計算を実施した。図 - 19 にその入力地震波形を示す。内閣府中央防災会議より提供を受けたもの⁷⁾で、想定東南海・東海連動地震による名古屋大学地点の基盤波である。

最大加速度は八戸波とあまり変わらないが継続時間が120秒と長い。この結果として、図 - 20 に盛土直下中央の地震発生からの時間～沈下量関係を示す。地震終了までの沈下量はCASE4($K_f=2.0 \times 10^7$ kPa)とCASE6($K_f=2.0 \times 10^0$ kPa)で大きく異なった。沈下発生のメカニズムが上述のように異なるので、沈下量も応じて異なる。その他の挙動も定量的には大きくなるが傾向は八戸波のものと同様であるので省略する。

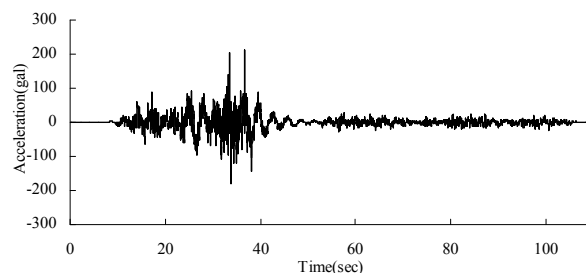


図 - 19 入力波形(東南海・東海連動地震)

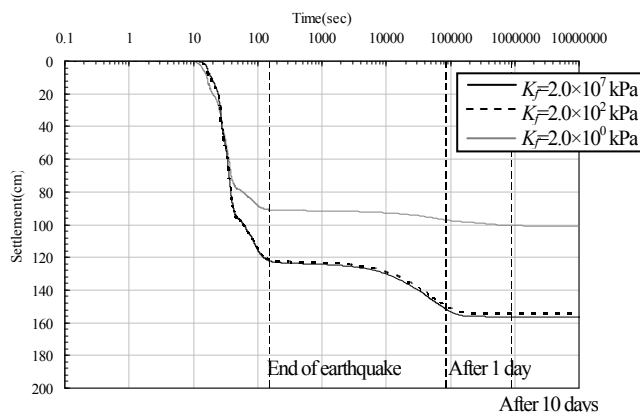


図 - 20 地震発生からの時間～沈下量関係(節点 A)
(東南海・東海連動地震)

4. おわりに

間隙水の圧縮性の違いに伴うゆるい砂地盤の地震中・地震後の変形挙動の違いを、All Soils All States All Round Geo-Analysis Integration (GEOASIA)¹⁾²⁾⁴⁾⁵⁾により調べた。ここで用いた弾塑性構成式(SYS カムクレイモデル)は、境界条件に応じてゆるい砂の「液状化」と「締固め」の両挙動が自動的に表現される。今回の解析で得られた知見を以下に列挙する。

- 1) 上載荷重が無い場合の計算：間隙水の圧縮性が小さい(通常値)のものは地震により平均有効応力がほぼゼロに達して「液状化」を示すが、一方で間隙水の圧縮性を変更して大きくしたもの(圧縮性大)はその部分で平均有効応力が変化しないまま「締固め」を示す。地震中は圧縮性大の場合沈下が大きく生じるが、その後の過剰間隙水圧消散に伴う圧密沈下量が少ないため、最終沈下量は通常値の場合よりも小さい結果となった。

加速度応答特性に関しては、通常値の場合液状化による減衰効果が見られ、地表面であまり増幅しない。これに対して、圧縮性大の場合は締固めにより、加速度が減衰しない結果となった。卓越周期は両者とも1秒付近であるが、圧縮性が大きいと締固めにより1秒付近での卓越周期が若干短くなった。

- 2) 上載荷重がある場合の計算：1)と同様、間隙水の圧縮性が通常値の場合地盤は液状化に向かうが、圧縮性大の場合は締固めを示す。沈下特性については上記1)と異なり、地震中に両者とも沈下する。このメカニズムは K_f が通常値の場合は局所的な上載荷重による非排水状態での側方流動を伴うものであり、圧縮性大の場合は締固めによる体積圧縮によるものである。このため、入力地震動に応じて沈下量も異なった。ただし最終沈下量は、今回の計算の場合、入力地震動によらず、圧縮性大の場合の方が小さくなった。また、水平変位に対しても圧縮性大の場合変形抑制効果がみられ、周辺に対する影響も小さくなった。加速度応答は、通常値の場合、圧縮性大の場合に比べ、加速度が増幅する結果となった。

今回の計算は飽和度が低い土に対する最も単純な仮定での計算によるが、このような圧縮性の違いに伴う挙動の違いは非排水状態(液状化)に限定した砂の構成式を用いる計算手法では表現できない。なお、間隙水の圧縮性増大そのものは例えば地盤に空気を注入する場合⁸⁾などに期待できるが、地盤の変形に伴う間隙水と気泡の相対運動や不均質な気泡発生も考えられ、本解析手法の適用に当たってはモデル化の妥当性を含む各種検証が必要である。

付録1 有限変形場における飽和土の速度型運動方程式を含む支配方程式⁹⁾

有限変形場における、飽和土の速度型運動方程式を含む、支配方程式群を説明する。

二相混合体理論に基づき、混合体の構成要素である土骨格および間隙水を、それぞれ固相および液相として定式化するが、以下では、固相(土骨格)に対する液相(間隙水)の相対加速度が固相の加速度よりも十分に小さいことを仮定する(基本仮定)

「 $u-p$ formulation」(変位と間隙水圧の解析)に基づく飽和土の支配方程式を示す。このとき、解析対象となる飽和土(混合体)の刻々の幾何形状変化を考慮する updated Lagrangian として有限変形解析を実施するため、西村⁹⁾に従って、飽和土の運動方程式は「速度型」で与える。なおここでは、間隙水の運動は等方性を、土粒子と間隙水はともに非圧縮性を仮定した場合だけを示す(が実際には間隙水の「圧縮性」は重要である)。固相と液相の各諸量は、下付添字 s および f を用いて表す。

(1) $u-p$ formulation に基づく飽和土の速度型運動方程式

固相と液相の間では相互作用偶力を除く相互作用力のみが働くとし、各相の運動方程式の和をとれば、「 $u-p$ formulation」により、飽和土の運動方程式は次式になる。

$$\rho \dot{\mathbf{v}}_s = \text{div } \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (\text{A.1})$$

ここに、 $\mathbf{T}$ は全応力テンソル(引張が正)を、 $\mathbf{b}$ は単位質量あたりの物体力ベクトルを表し、後者は定ベクトルとする。変数の上付き“ $\cdot$ ”はその変数の下付き添字の相に関する物質時間微分を表す。すなわち、式(A.1)の $\dot{\mathbf{v}}_s$ は固相の速度の固相から見た物質時間微分(固相の加速度)を表す。準静的問題となる場合は、自ずと左辺の加速度項が消える。また、 ρ は飽和土の密度で、次式として表される。

$$\rho = (1-n)\rho^s + n\rho^f, \quad n = \frac{v-1}{v} = \frac{e}{1+e} \quad (\text{A.2})$$

ここに、 ρ^s と ρ^f はそれぞれ単体で存在するときの土粒子と間隙水の密度を、 n は間隙率を表し、 n は比体積 v または間隙比 e でも表している。

次に、土骨格の構成式に増分型を用いるため、式(A.1)を混合体の体積で積分した式(積分形)について固相から見た物質時間微分をとって再び局所形をとると、混合体(飽和土)の速度型の運動方程式は、次式のように書かれる。

$$\rho \dot{\mathbf{v}}_s + \{n\mathbf{D}_s \rho^f + \rho^f (\text{tr } \mathbf{D}_s)\}(\mathbf{v}_s - \mathbf{b}) = \text{div } \mathbf{D}_s \mathbf{S}_t, \quad \mathbf{D}_s \mathbf{S}_t = \mathbf{D}_s \mathbf{T} + (\text{tr } \mathbf{D}_s) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}_s^T \quad (\text{A.3})$$

ここに、 $\mathbf{D}_s$ は固相から見た物質時間微分を表し、 $\mathbf{D}_s \mathbf{S}_t$ は固相から見た公称応力速度で矢富ら¹⁰⁾の表記法に倣っている。 $\mathbf{L}_s$ と $\mathbf{D}_s$ はそれぞれ固相の速度勾配テンソルとストレッチングテンソルで、後述の適合条件式で示す。また、幾何的非線形性を支配方程式(運動方程式)の段階から考慮しているため、左辺に混合体の幾何形状変化に伴う密度変化が、右辺には応力の移流項が考慮され、左辺第一項には土骨格の躍度 $\dot{\mathbf{v}}_s$ が含まれる。なお、速度、加速度または躍度には客観性がないため、式(A.1) または式(A.3)の形で表される運動方程式は客観性がない。このため、これらの式の使用を慣性系に限定するものとし、以下ではこれ以上客観性のない法則は用いないものとする⁹⁾。

(2) 水～土骨格連成式(飽和土の連続式および平均的な間隙水の流速式)

(2-1) 飽和土の連続式(土骨格と間隙水の幾何的制約条件)

各相の質量保存則の和と、土粒子と間隙水とに非圧縮性を仮定すると、飽和土の連続式として次式が得られる。

$$\text{div } \mathbf{v}_s + \text{div} \{n(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s)\} = -\frac{n}{\rho_f} \mathbf{D}_f \rho^f \quad (\text{A.4})$$

ここに、 $\mathbf{D}_f$ は液相から見た物質時間微分を表す。また、固相に対する液相の相対速度 $\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s$ に飽和

土に占める液相比率である間隙率 n を乗ずれば、飽和土における間隙水の平均的な流速を与えるので、式(A.4)は、飽和土における土骨格と間隙水の幾何学的制約として、『飽和土に占める土骨格の時間的体積変化率は、飽和土に流出入する単位時間当たりの間隙水量』を表すことが分かる。

(2-2) 間隙水の平均的な流速式（いわゆる「Darcy 則」の一般化）

間隙水の平均的な流速式は次式で与える。

$$n(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) = -\frac{k}{\gamma_w}(\text{grad } u - \rho^f \mathbf{b}) - \dot{\mathbf{v}}_s \times \frac{\rho^f k}{\gamma_w} \quad (\text{A.5})$$

ここに、 k は透水係数、 g は重力加速度（すなわち式(1)の $\mathbf{b}$ の大きさ）、 $\gamma_w = \rho^f g$ で水の単位体積重量である。なおこの誘導過程では「 u - p formulation」の基本仮定を用いている。この結果、式(A.5)で右辺第二項は固相の加速度を含むが、準静的問題の場合はこの項が消え、通常知られる Darcy 則となる。式(A.4)は式(A.5)を代入後（「水～土骨格連成式」）、飽和土の速度型運動方程式（式(A.1)）と連立させる。

(3) 有効応力原理

Terzaghi の有効応力原理に従い、次式で与える。

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}' - u\mathbf{I} \quad (\text{A.6})$$

ここに、 u は間隙水圧（圧縮が正）、 $\mathbf{I}$ は等方テンソルである。

(4) 土骨格の構成式

計算では、土骨格の構成式に SYS Cam-Clay model²⁾を用い、 $\mathbf{T}'$ と $\mathbf{D}_s$ の線形関係は、次式で与えている。

$$\dot{\mathbf{T}}' = L[\mathbf{D}_s], \quad \dot{\mathbf{T}}' = \mathbf{T}' + \mathbf{T}'\Omega_s - \Omega_s\mathbf{T}' \quad (\text{A.7})$$

ここに、本論文の計算事例では $\dot{\mathbf{T}}'$ は $\mathbf{T}'$ の Green-Nagdhi の速度¹¹⁾である。 Ω_s は $\Omega_s = \mathbf{R}_s \mathbf{R}_s^T$ で表される固相の物質スピンテンソルで、 $\mathbf{R}_s$ は固相の変形勾配テンソルから得られる回転テンソルである。

(5) 間隙水の状態方程式

間隙水は間隙水圧の大きさによって、次式で与える。

$$\rho^f = \rho_0 \exp\left\{(u - u_0)/K_f\right\} \quad (\text{A.8})$$

ここに、 ρ_0 は水圧 u_0 のときの間隙水の単体の密度、 K_f は間隙水の体積弾性係数である。この式は、固相から見た物質時間微分をとって式(A.3)および式(A.5)に代入する。

(6) 適合条件式

ここでは、固相の速度勾配テンソル $\mathbf{L}_s$ とストレッチングテンソル $\mathbf{D}_s$ の定義を示す。

$$\mathbf{L}_s = \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial \mathbf{x}}, \quad \mathbf{D}_s = \frac{1}{2}(\mathbf{L}_s + \mathbf{L}_s^T) \quad (\text{A.9})$$

(7) 境界条件・初期条件と解法

(1)の運動方程式から(6)の適合条件式までで、未知数と方程式の数が等しくなり、あとは境界条件および初期条件を与えて問題を解くことになる。実際には、式(3)の弱形式を取って有限要素離散化を図り、式(5)を代入後の式(4)に Christian¹²⁾、田村¹³⁾法を拡張^{5,9)}して用いると、空間座標と間隙水圧に関する3階の常微分方程式を解くことになる。このために計算では、「線形加速度法」を加速度ではなく躍度が線形に変化するものとして陰解法を適用し、時間積分を施している。また非線形項が多く含まれるために各時間ステップではイタラティブに処理している^{4,5)}。

付録2 振動三軸圧縮/伸張試験のシミュレーション

微小な荷重振幅を与えた場合の振動三軸圧縮/伸張試験のシミュレーション結果を示す。

図 - A.1 は計算に用いた有限要素メッシュ図と境界条件を示す。計算は簡単のため、円筒供試体と载荷条件の上下・軸対称性を仮定して供試体の 1/4 断面を用いて行う。上端は剛・摩擦のペダスタルの条件を表現するために節点間に束縛条件（長さ不変、角度不変）を課し¹⁴⁾、隅角部に変形の自由度を上げるための処理¹⁵⁾を施した。荷重は、側圧一定条件下で、上端のペダスタル中央部（すなわち図 - A.1 では左端の節点）に点荷重として与え、正弦波で振幅 31kPa 相当の鉛直応力を 20 回与えた。その繰返し载荷の周波数は、周期 1sec とした。水理境界条件は周囲を非排水とした。間隙水の圧縮性を表 2 の 3 通りで解析を実施した。

この結果、図 - A.1 中要素 A の挙動を図 - A.2 に示す。
(a) $K_f=2.0 \times 10^7$ kPa では、繰返し回数 5 程度で、水圧が大きくなり p' が減少する典型的な「液状化」の様相を呈した。対し、(c) $K_f=2.0 \times 10^0$ kPa では非排水試験にもかかわらず、間隙水圧はほとんど発生せず、むしろ有効応力パスは排水経路を辿りながら比体積が減少する「締固め」の様相を呈した。間隙水の圧縮性が大きいと、その束縛力が働かずこのような応答を示すものと考えられる。(b) $K_f=2.0 \times 10^2$ kPa では、その中間値であるため、挙動も中間的であり、間隙水圧がある程度発生しながらも、比体積減少が起こる挙動となった。

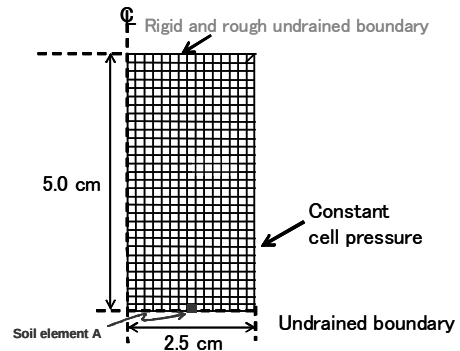


図 - A.1 有限要素メッシュ図と境界条件

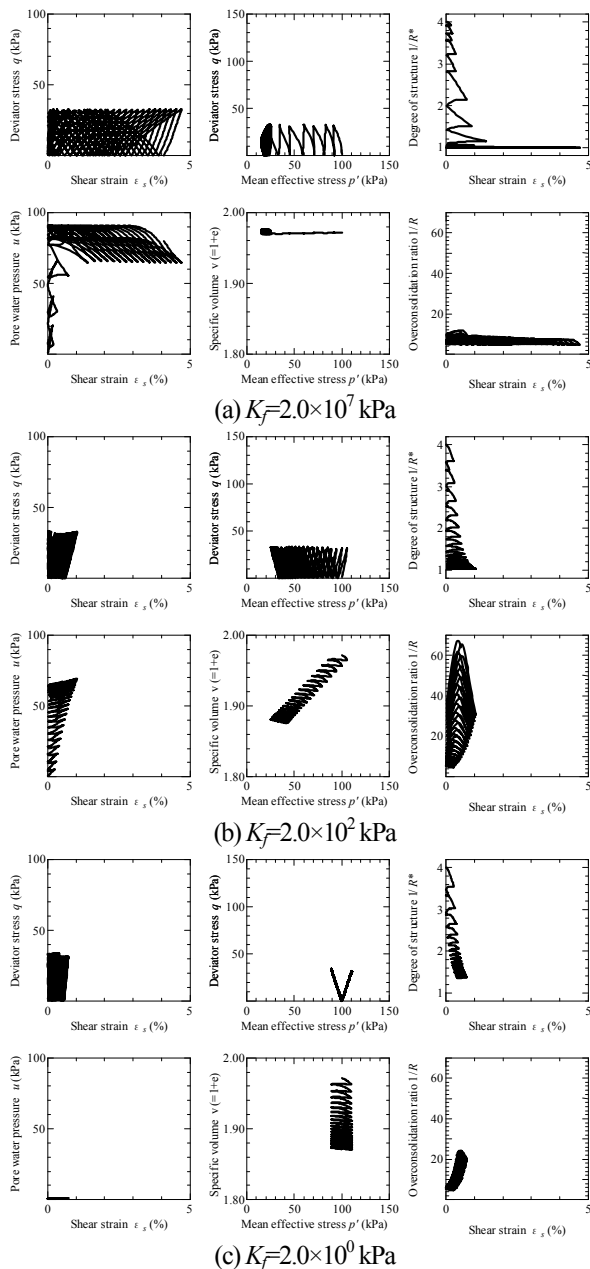


図 - A.2 要素 A の挙動

参考文献

- 1) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils and Foundations*, 40(2), pp.99-110, 2000.
- 2) Asaoka A., Noda T., Yamada E., Kaneda K. and Nakano M.: An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanics of soils, *Soils and Foundations*, 42(5), pp.47-57, 2002.

- 3) 八嶋厚, 岡二三生, 田口洋輔, 立石章: 水の圧縮性を考慮した3次元液状化解析, 第40回地盤工学シンポジウム発表論文集, pp.257-264, 1995.
- 4) Asaoka, A. and Noda, T.: All soils all states all round geo-analysis integration, International Workshop on Constitutive Modelling - Development, Implementation, Evaluation, and Application, Hong Kong, China, pp.11-27, 2007
- 5) Noda, T., Asaoka, A. and Nakano, M.: Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, *Soils and Foundations*, 48(6), pp.771-790, 2008
- 6) 竹内秀克, 高稲敏浩, 野田利弘: 飽和粘土地盤の圧密変形に及ぼす幾何学的非線形性の効果, 応用力学論文集, Vol.9, pp.539-550, 2006.
- 7) 内閣府中央防災会議: 東南海, 南海地震公開データ, 2004.
- 8) 岡村未対: 空気注入による安価な液状化対策工法, 土と基礎, Vol.54, No7, pp.28-30, 2006.
- 9) 西村直志: 地盤工学ハンドブック(第3章土質力学), 地盤工学会, pp.51-64, 1999.
- 10) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: General theory of shear bands formulation by a non-coaxial Cam-clay Model, *Soils and Foundations*, 29(3), pp.41-53, 1989.
- 11) Green, A.E. and Naghdi, P.M.: A general theory of an elastic-plastic continuum," *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 18, pp.251-281, 1965.
- 12) Christian, J. T.: Undrained stress distribution by numerical method, *Proc. of ASCE*, 94, SM 6, pp.1333-1345, 1968.
- 13) 赤井浩一, 田村武: 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文集, 第269号, pp.95-104, 1978.
- 14) Kodaka T., Asaoka A. and Pokharel, G.: Model tests and theoretical analysis of reinforced soil slopes with facing panels. *Soils and Foundations*, 35(1), pp.133-145, 1995.
- 15) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behaviour of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, 34 (1), pp.91-106, 1994.

(2009年4月9日 受付)