# 極限荷重を最大にするヒンジ最適位置の探索

OPTIMAL LOCATION OF HINGES BY LIMIT ANALYSIS

田村 武\*・佐藤 寛\*\*・西藤 潤\*\*\*・杉江 裕実\*\*\*\*

Takeshi TAMURA, Hiroshi SATO, Jun SAITO and Hiromi SUGIE

\*フェロー 工博 京都大学教授 大学院工学研究科社会基盤工学専攻 (〒 606-8501 京都市西京区京都大学桂 C-1) \*\*フェロー 工修 分割構造研究所所長 (〒 540-0024 大阪市中央区南新町 1-4-8) \*\*\*正会員 工博 京都大学助教 大学院工学研究科社会基盤工学専攻 (〒 606-8501 京都市西京区京都大学桂 C-1) \*\*\*\*学生会員 京都大学大学院 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒 606-8501 京都市西京区京都大学桂 C-1)

A method to find the optimal position of hinges inserted in the frame structure is proposed from a view point of the limit state analysis. The subdivision of structures is necessary to facilitate the pre-fabrication but the total strength of the frame is decreased if hinges are used to divide the original structure. In the present paper, the optimal location of hinges is considered to make the loss of critical load factor minimal. It is found that the solution for the infinite-span of frame is easy to be obtained and is quite useful for the finite-span frames as well.

Key Words : frame structutre, subdivision, collapse, limit analysis, hinge-location

1. はじめに

構造物の建設では構造物自体の建設費用の経済性に 重点が置かれて,建設後の維持費や補修費を反映する ことは比較的少ない.しかし,土木構造物設計ガイドラ イン<sup>1)</sup>の中にも謳われているように,施工能率の向上 を重視する設計の考え方へ転換して,総合価格を最小 にすることが主張されている.また,橋梁の技術革新の 1つの方向としてプレハブ化,プレキャスト化を挙げ ている報告書<sup>2)</sup>もある.さらに種々の損傷による修理 しやすさを考慮すべきという考え方もある.本研究は, このような考え方に極限解析を適用し,これまで一体 的に築いてきた構造物の一部の部材をヒンジ接合に置 き換えることによって,構造物の製作性と施工性の向 上,補修等の維持管理のしやすさを目指すものである.

ここでは多径間門型ラーメンを取り上げ,これにヒ ンジを挿入することにより構造物を「分割」しつつ,ヒ ンジを挿入したときに極限荷重の損失がもっとも少な くなるような挿入位置を求める手法を考察する.この 種の問題は,いわゆる形状最適化の1つであり,これ まであまり研究がなされていない.しかし,ここでと り上げるようなヒンジの最適挿入位置の問題は数値計 算が簡単であるばかりでなく,解析解も容易に導かれ る場合もある.その意味で,形状最適化の格好の例と もなる.このような視点から,数値解と解析解を関連 づけながら,構造物のヒンジ挿入による最適分割を検 討する.

## 2. 問題の設定

図-1(a) に示すようにスパン l の一様断面で両端固



(a) beam with both ends fixed



(b) bending moment





図-1 両端固定ばりの塑性崩壊

定の弾性はりの中央に集中荷重 P が作用しているとする.図-1(b)のように曲げモーメントの分布ははりの中央部では Pl/8,両端部では -Pl/8 である.はりの全塑性モーメント(塑性ヒンジの生じる曲げモーメント)を $M_u$ とする.荷重 Pを単調に増加していくと,

$$P_{cr0} = \frac{8M_y}{l} \tag{1}$$

において図-1(c) のように3箇所で塑性ヒンジが生じ て,不安定構造となり塑性崩壊を起こすことになる.さ て,図-2のように,このはりの対称の位置にヒンジを2



図-2 2 つのヒンジを挿入したはり



(a) beam with hinges









(a) beam with hinges



(b) bending moment

図-4 r が大きい場合

つ挿入する.両端からのヒンジの位置をrとする.図-3(a)のようにrが小さいと中間の単純ばり部の中央の 曲げモーメントが最大になり,図-3(b)のようにそれ が全塑性モーメントに達すると塑性崩壊を生じる.そ のときの荷重の大きさは

$$P_{cr} = \frac{2M_y}{\frac{l}{2} - r} \tag{2}$$

である.一方,図-4(a)のようにrが大きいと片持ち部の固定端の曲げモーメントが最大になり,図-4(b)のようにそれが全塑性モーメントに達すると塑性崩壊を 生じる.そのときの荷重の大きさは

- - -

$$P_{cr} = \frac{2M_y}{r} \tag{3}$$

である. ヒンジのない場合の崩壊荷重  $P_{cr0}$  とこれらの 比を  $r(\leq l/2)$  との関係で示すと図-5 のようになる.こ れからわかるように予め両端から l/4 点に 2 つのヒン ジを挿入して,同様の載荷をしても,同じ荷重の大き



図-5 ヒンジ位置と崩壊荷重強度



図-6 門型ラーメン(柱部にヒンジ挿入)

さで塑性崩壊を起こす.なぜなら,ヒンジを挿入した2 点は,いつも曲げモーメントが0となる点であるから である.すなわち,ヒンジを入れると一般に構造物全 体の極限荷重は低下するにもかかわらず,この例のよ うに特定の荷重に対しては見かけの極限荷重がまった く変わらないようなヒンジの挿入位置がある.もしも これらの2つの点以外にヒンジを挿入すると崩壊荷重 の大きさは小さくなる.したがってはりの中点に集中 荷重が作用する場合には,このヒンジの位置は崩壊荷 重の大きさを最大にするという意味で最適である.な お,弾性変形時においても1/4点では曲げモーメン トは0であるから,この点にヒンジを挿入しても弾性 変形も変化しない.

次に上記の問題を少し拡張して,図-6(a)に示す高架 道路の橋脚のような1径間の門型ラーメン構造を取り あげる.門型部のスパンはl,高さはhとし,図-6(b) のように両方の柱の同じ高さにヒンジを挿入すること を考える.ヒンジまでの高さを $h_1$ ,残りの高さを $h_2$ と する.ここでは,はり部と柱部の材料は同一とし(引 張,圧縮)強度 $\sigma_y$ ,部材の断面の幅b,部材の断面で 曲げを受ける方向の高さaは共通(全塑性モーメント  $M_y = \sigma_y a^2 b$ も共通)としておくが,これは本質的な 制約ではない.完成時の構造全体のはり部中央に集中 荷重Vが,また,はり部左端に右向きの水平荷重Hが 作用するものとする.水平荷重Hは地震等によるもの を想定<sup>3)</sup>したものであり,H/V = 0.5を標準としてお く.目的は,塑性崩壊荷重係数を最大にすることにあ る. とくにヒンジのない構造の崩壊時に曲げモーメン トの値が0となる点があれば,そこがヒンジ挿入の最 適点となることを念頭に起きながら,多径間あるいは 多層ラーメン構造の柱部やはり部にヒンジを挿入する 場合に,最適な位置に関してどのような帰結が得られ るかについて考察する.

### 3. 塑性崩壊解析

### 3.1 塑性崩壊状態の定義

骨組み構造の使用時の状態を検討するために変形解 析が行なわれることに対し、その崩壊時の機構や極限 荷重を照査するためには崩壊解析が行なわれる.後者 では、一般に剛塑性モデルが適用されるため、必要な 材料定数の個数も少なく計算は容易である.骨組み構 造物の塑性崩壊状態とは、ある荷重のもとで形成され たいくつかの塑性ヒンジのために不安定な構造形式と なり、その荷重のもとで塑性変形が継続することを指 す.このような塑性変形の速度場をメカニズム(崩壊 機構)という.ここでは、部材の曲げ変形のみを考え、 軸方向の変形やせん断変形は無視する.このとき以下 の4つの条件が成立している.

- 部材力に関する境界条件を満たしながら,構造物 全体は曲げモーメント,軸力,せん断力のもとで つりあっている.
- 2) 任意点 i の曲げモーメント  $M_i$  の大きさはそこで 与えられた全塑性モーメント  $M_{iy}$  を超えない.
- 3) 変形に関する境界条件を満たしながら,節点変位 速度と塑性ヒンジにおけるたわみ角の速度には幾 何学的な適合条件が満たされている.ここに節点 変位速度とは構造全体の変形を支配する点の変位 速度を指す.
- 4) 塑性ヒンジが形成されている部分では,それに応じた全塑性モーメントが生じている.

部材力を集めたベクトルを $m{S}$ ,外力ベクトルを $m{F}$ ,荷 重係数を $\mu$ とすると条件 1)は

$$B^T \boldsymbol{S} = \mu \boldsymbol{F} \tag{4}$$

のように表される.ここに  $B^T$  はつりあい式を支配す る行列で,以下に説明する行列 B の転置行列である. また, $\mu$  は荷重係数である.この式は,外荷重  $\mu F$  と 構造物内の部材力 S がつりあっていることを示す.条 件1)を満たすような  $S, F, \mu$  の組み合わせを静力学的 可容という.条件2)は

$$|M_i| \le M_{iy} \tag{5}$$

のように書くことができる.一方,条件3)は,塑性変形に伴う節点の速度ベクトルをまとめたベクトル *u* と 全節点のたわみ角の速度 *θ* との間に



図-7 たわみ角の速度と曲げモーメント

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = B\dot{\boldsymbol{u}}$$
 (6)

なる関係があることを示す.この式により行列 B が定 義される.条件3)を満たす $\dot{u}$ , $\dot{\theta}$ の組み合わせを運動 学的可容という.また条件4)は,塑性ヒンジが生じて いる点iの曲げモーメント  $M_i$ は,そのたわみ角の速 度 $\dot{\theta}_i$ の応じて全塑性モーメント  $M_{iy}$ に正負の符合を 付けた値に等しいことを指し

$$M_i = M_{iy} \frac{\dot{\theta}_i}{|\dot{\theta}_i|} \tag{7}$$

のように表現される.これは図-7のようにたわみ角の 速度 $\dot{\theta}$ が正であれば,その点における曲げモーメント Mは $M_y$ となり,反対に負であれば $-M_y$ となること を意味する.ただし $\dot{\theta}$ が0の場合,曲げモーメントMは $|M| \leq M_y$ の範囲で不定となる.

塑性論によれば,条件1)から4)を満たすような塑 性崩壊状態における荷重係数には一意性があることが 示される.しかしそれに対応する変形の速度場には,一 般に一意性はない.

### 3.2 上界法

極限解析の方法では,下界法と上界法の2つが代表 的である.前者は応力法であり,上記の条件1)および 2)を満たしながら荷重係数 μ を最大にする方法で,こ の最大値が正解の荷重係数となる.一方,後者は変位 法であり,外力仕事率と内部消散率を等値した式:

$$\iota \boldsymbol{F}^T \dot{\boldsymbol{u}} = D(\dot{\boldsymbol{u}}) = \boldsymbol{M} (\dot{\boldsymbol{\theta}})^T \dot{\boldsymbol{\theta}}$$
(8)

から得られる荷重係数  $\mu$  を最小にするようなメカニズ ムを探索する方法である.ここで  $M(\dot{\theta})$  は,仮定した 節点変位速度  $\dot{u}$  から式(6)および式(7)を通して得 られる曲げモーメントを指す.なお,この方法は,外 力仕事率を

$$\boldsymbol{F}^T \dot{\boldsymbol{u}} = 1 \tag{9}$$

のように(正)の一定値にしながら,内部消散率:

$$D(\dot{\boldsymbol{u}}) = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta})^T \boldsymbol{\theta}$$
(10)

を最小にする方法と等価である.本論文では,崩壊時 のメカニズムを直接に描けるこの上界法を用いる.解 法には線形計画法を用いるが,主問題に対する双対問



図-8 一般的なメカニズム

題を作れば、それは下界法の定式化と一致する.簡単のために図-6(a) に対する上界法の手順を示すと以下のようである.図-8の破線のように一般的な崩壊メカニズムを仮定する.軸方向の変形は考えないので両肩部の水平速度は等しい.また、両肩部の鉛直変位はないので独立な節点変位速度は、この水平速度iと荷重点の鉛直変位速度iの2つである.この2つの変位速度を用いて5つの節点のたわみ角の速度 $\dot{\theta}_i$  (i = 1, 2, 3, 4, 5)を表現する.

$$\begin{cases} \theta_1 = \frac{u}{l} \\ \dot{\theta}_2 = \frac{\dot{u}}{l} \\ \dot{\theta}_3 = \frac{2\dot{v}}{l} - \frac{\dot{u}}{l} \\ \dot{\theta}_4 = \frac{4\dot{v}}{l} \\ \dot{\theta}_5 = \frac{2\dot{v}}{l} + \frac{\dot{u}}{l} \end{cases}$$
(11)

また,式(9)に相当する条件は

$$H\dot{u} + V\dot{v} = 1 \tag{12}$$

である.こられの制約条件のもとで,式(10)に相当 する内部消散率:

$$D(\dot{u}, \dot{v}) = \sum_{i=1}^{5} M_{iy} |\dot{\theta}_i|$$
(13)

を最小にする線形計画問題に帰着される.この門型ラー メンの問題でも,はり部と柱部で全塑性モーメントが 異なる場合や,3つ以上の部材が連結されている節点 では,節点の左右上下のどの位置に塑性ヒンジが生じ るかを区別する必要がある.実際には,各節点の回転 速度も独立した未知量として定式化を行なった.また 数値解法には2段階単体法を用いた.

### 3.3 門型ラーメン(柱部にヒンジ)

図-9 はヒンジのない門型ラーメンに H/V = 0.5 の 荷重が作用した場合の崩壊時のメカニズムを示してい る.図中の両肩にあるやや太い線は隅角部の回転速度 を表す.この問題で隅角部の回転速度を未知数に組み 込む必要はないが,柱とはり部で全塑性モーメントが 異なる場合や,あとに説明するような3つ以上の部材 が交わる節点では回転速度を未知数に組み入れる必要



図-9 ヒンジのない場合の崩壊機構(1径間)



図-10 上部にヒンジのある場合の崩壊機構(1径間)



図-11 中点にヒンジのある場合の崩壊機構(1径間)



図-12 下部にヒンジのある場合の崩壊機構(1径間)

がある、図-10,図-11および図-12はそれぞれ2つの 柱の下から4/5点,1/2点および1/5点にヒン ジを挿入した場合の崩壊時のメカニズムである.柱に ヒンジを挿入するとその点における水平速度が新たに 未知量に加わる、一般にヒンジを挿入すると崩壊荷重 は小さくなるが,ヒンジがない場合の崩壊荷重係数を 1として,ヒンジの位置によってどのように崩壊荷重 が変化するかを示したのが図-13である.これからわ かるように,ヒンジが柱の中央高さにある場合の崩壊 時の荷重係数がもっとも大きく,ヒンジのない場合の8 割以上の値をもつ.また,図-10,図-11および図-12 から,ヒンジの位置が柱の中央部より上部に移動する とメカニズムの特性が変化するように見える.

#### 3.4 1層3径間ラーメン(柱部にヒンジ)

図-14 から図-18 は 1 層 3 径間ラーメンの場合の同 様な結果を示している. *H*/*V* = 0.5 なる荷重が 3 組作 用している.いくつかの例外を除いて基本的には柱部 の端部に塑性ヒンジが生じている.図-18 からわかる



図-13 ヒンジの高さと極限荷重係数(1径間)



図-14 ヒンジのない場合の崩壊機構(3径間)



図-15 上部にヒンジのある場合の崩壊機構(3径間)



図-16 中点にヒンジのある場合の崩壊機構(3径間)

ように3径間ラーメンでも柱の中央高さにヒンジを挿入したときに崩壊荷重がもっとも大きくなり,ヒンジのない場合の9割以上の値となる.また,メカニズム もヒンジのない場合と類似していることがわかる.

## 4. 1層無限径間ラーメンの場合

#### 4.1 崩壊解析

図-19 に示すように門型ラーメンが水平方向に連続 した無限径間のラーメンを考える.長さ*l* で全塑性モー メント *M<sub>b</sub>* のはり部中央に鉛直荷重 *P* が,また高さ *h* で全塑性モーメント *M<sub>c</sub>* の各柱部上端に水平荷重 *kP* が作用する.ここで*k* は正のパラメーターである.水



図-17 下部にヒンジのある場合の崩壊機構(3径間)



図-18 ヒンジの高さと極限荷重係数(3径間)



図-19 無限径間ラーメン

平方向に連続していることから,個々の径間の左右で は同じ境界条件が与えられる.ここではこれを周期性 境界条件という.この周期性境界条件のため,有限径 間のラーメンと比べ,変形の自由度はかなり少なくな る.実際に,無限径間ラーメンにこのような荷重系を 設定した場合の塑性崩壊時のメカニズムは図-20に示 す7つのモードで尽くされる.ここで各脚部とはりと 柱の接合部に太いアングル状のものが描かれているが, これらは, 接合部のどの位置で塑性ヒンジが生じるか を区別するためのものである.脚部では一通りしかな いが, 複数の部材が接合する箇所では, このような区 別が必要となる、ところで外力が正の仕事をするとい う条件の範囲では,図-20に示すモードのうち,モー ド5,6および7はありえないことがわかる.たとえば モード5や6では,はりと柱の接合部で曲げモーメン トのつりあい条件が満足しない.また,モード7では 右向き荷重 kP に対して柱部のつりあい条件が満足さ れない. すなわち, つりあい条件等を考察することで 実際上で起こりえないモードを除去することができる.



図-20 無限径間ラーメンの崩壊モード

これは,上界法の立場からいえば,他のモードの上界 値よりも明らかに大きい塑性崩壊荷重 Pを与えるとい うことと等価である.

モード1~4のうち, いずれのモードが生じるかは, 与えられた条件に依存する.この問題では,はりと柱 の長さl, h,はりと柱の全塑性モーメント $M_b, M_c$  お よび水平荷重kPにかかる係数kに依存する.それぞ れの場合で,塑性崩壊時の条件,特に,つりあい条件が 満たされるかどうかを判断すればいいのであるが,もっ とも簡単な方法として上界法を用いることにする.つ まり,モード1~4についてそれぞれの場合の塑性崩壊 時の荷重の大きさPを上界法の式から求め,その4つ 値のうちでもっとも小さい値をもつモードが正解のメ カニズムである.そこで4つのメカニズムについて荷 重の大きさ $P_i$  (i = 1, 2, 3, 4)を求めると以下のように なる.径間数が無限にあるので,単位の径間当たりに ついて上界値を計算する.まず,モード1について式 (8)を適用すると

$$kP_1\dot{u} = 2M_c\frac{u}{h} \tag{14}$$

より

$$P_1 = \frac{2M_c}{kh} \tag{15}$$

を得る.ここで *i* ははり部の水平変位速度である.式 (14)の左辺は1組の荷重(この場合は*kP*のみ)の行 なう外力仕事率, また, 右辺は単位径間当たりの内部 消散率である.これを等値した式(14)が上界法の式 であり, これから求めた荷重 *P*<sub>1</sub> が上界値となる. 同様 にモード2について式(8)を適用すると

$$kP_2\dot{u} = (2M_b + M_c)\frac{u}{h} \tag{16}$$

となり

$$P_2 = \frac{2M_b + M_c}{kh} \tag{17}$$

を得る.また, *v*をはり部中央の鉛直下向き変位速度 として,モード3について式(8)を適用すると

$$kP_3\dot{u} + P_3\dot{v} = 8M_b\frac{\dot{v}}{l} + M_c\frac{\dot{u}}{h} \tag{18}$$

となるが

$$\dot{v} = \frac{\dot{u}}{h} \times \frac{l}{2} \tag{19}$$

なる関係があるので

$$P_3 = \frac{8M_b + 2M_c}{l + 2kh}$$
(20)

を得る.最後にモード4について式(8)を適用すると

$$P_4 \dot{v} = 8M_b \frac{\dot{v}}{l} \tag{21}$$

となり

$$P_4 = \frac{8M_b}{l} \tag{22}$$

を得る.

これらの4つのモードの極限荷重の大きさをいくつ かの場合に分けて検討する.問題を定義するパラメー ターは崩壊荷重強度 Pのほかに,水平荷重の大きさを 定める k, はりと柱の全塑性モーメント  $M_b$ ,  $M_c$  およ びはりと柱の長さl, hである.式(22)で示す $P_4$ が kについて定数であるので,この値を基準値とした他 の崩壊荷重の大きさ  $P_i/P_4$  を縦軸に,一方,横軸には 水平荷重の係数 k をとる. グラフのパラメーターとし て $M_c/M_b$ およびh/lの2つをとった.この2つのパ ラメーターのいくつかの組み合わせに対して, P<sub>i</sub>/P<sub>4</sub> ~ kの関係を図-21から図-25に示す.それぞれの kの 値に対して P<sub>i</sub>/P<sub>4</sub> がもっとも小さいモードが実際のメ カニズムとなる.たとえば,図-21 は $M_c/M_b = 0.5$ , h/l = 1の場合であるが,kが0に近いわずかの範囲で モード4( $P_i/P_4 = 1$ )が生じ,モード3を経て,すぐ にモード1となる. つまり, k の十分小さい部分を除 いて,ほとんどのkに対してモード1が生じることに なる.なお,モード間の遷移点ではいずれかのモード あるいは両者を合成したモードが出現する.図-22は  $M_c/M_b = 1$ , h/l = 1の場合, すなわち, はりと柱の 長さと全塑性モーメントが等しい場合であるが,図-21 と比べてモード4および3の生じるkの範囲が少し大 きくなっている.また,図-23は $M_c/M_b=2$ ,h/l=1の場合であるであるが,このようにモード4および3 の範囲がさらに拡大するとともに, k の大きいところ では,モード1とモード2が重なって生じることにな



図-21  $M_c/M_b = 0.5, h/l = 1$ の場合



図-22  $M_c/M_b = 1, h/l = 1$ の場合



図-23  $M_c/M_b = 2$ , h/l = 1の場合

る.さらに図-24のように柱の全塑性モーメントが大 きくなるとモード4および3が卓越し,この範囲の に対してモード1は出現しない.柱が相対的に強くな るとモード4が出現しやすくなるのは当然である. 一方,部材の長さによる違いは,図-22を基準にし



図-24  $M_c/M_b = 4$ , h/l = 1の場合



図-25  $M_c/M_b = 1$ , h/l = 0.5 の場合



図-26  $M_c/M_b = 1$ , h/l = 2の場合

て図-25 や図-26 と比較すればわかる.柱が高くなる とモード1が卓越し,逆に低くなると他のモードが出 現しやすくなる.



図-27 崩壊時曲げモーメント分布

#### 4.2 柱部ヒンジの最適高さ

1層無限径間ラーメンのすべての柱の同じ高さにヒン ジを挿入することを考える.下界定理を想定すればす ぐに分かるように,構造物にヒンジを挿入すると,一 般に塑性崩壊に対して弱くなる.ここでは,前節の結 果を踏まえて,塑性崩壊荷重の損失が最小となるよう なヒンジの挿入高さを検討する.まず,先述の4つの崩 壊モードにおける曲げモーメントの分布を求める.こ れは,塑性ヒンジの生じている接合部での曲げモーメ ントがはりでは  $\pm M_b$ ,柱では  $\pm M_c$  であることのほか に, 外力 P および kP の大きさをつりあい条件に代入 して計算される.ただし,一部のモードについては曲 げモーメントが決定できない場合もある.分布の概形 を図-27 に示す.柱に沿う分布にはハッチを施してい る.また,塑性ヒンジが生じている部分は太線で示し た.なお,剛塑性モデルから計算できない不定のモー メント分布は破線で表す. 図中(a)のモード1につい ては,柱の両端で塑性ヒンジが生じるので全塑性モー メント  $\pm M_c$  が生じていることがわかる.しかし,は り部は剛体のように挙動するため,曲げモーメントの 絶対値は不定である(同様に軸力も不定である.)した がって,モード1が生じるような条件のもとでは,柱 の中央部で曲げモーメントが0となり,ここにヒンジ を挿入しても塑性崩壊荷重は減少しない.したがって, 最適高さ hopt は

$$h_{opt} = \frac{1}{2}h\tag{23}$$

となる.モード2の場合は容易に曲げモーメント分布 を計算することができる.とくに柱の上端で $2M_b$ ,下 端で $M_c$ なので,曲げモーメントは柱の下端からヒン ジ挿入の最適位置は

$$h_{opt} = \frac{M_c}{M_c + 2M_b}h\tag{24}$$



図-28  $M_c/M_b = 0.5, h/l = 1$ の場合



図-29  $M_c/M_b = 1$ , h/l = 1の場合

である.モード3の場合,柱全体の力のモーメントの つりあい条件から,柱の上端の曲げモーメント *M<sub>t</sub>* は

$$M_t = \frac{8khM_b - lM_c}{l + 2kh} \tag{25}$$

となるので,ヒンジの最適高さは

$$h_{opt} = \frac{(l+2kh)M_c}{kh(8M_b + 2M_c)}h$$
(26)

となる.最後のモード4の場合,柱下端の曲げモーメ ントは不定であるが,上端の曲げモーメントはいつも 0であるので, $k \neq 0$ であるかぎり,ヒンジの挿入は上 端の接合部ということになり

$$h_{opt} = h \tag{27}$$

となる.k = 0の場合は鉛直荷重のみとなり,柱には 曲げモーメントが生じないので,柱のどの位置もヒン ジの最適高さとなる.以上のこと踏まえて図-21から 図-26に合わせてヒンジの最適高さを図示すると図-28 から図-33のようになる.

以上は理論的な考察であったが,これらを数値解析 的に検証してみる.ここでは $M_c/M_b = 1$ ,h/l = 1を 仮定した.ヒンジのない場合と3つのヒンジの高さに 対する崩壊機構を図-34から図-37に示す.塑性ヒンジ



図-30  $M_c/M_b = 2$ , h/l = 1の場合



図-31  $M_c/M_b = 4$ , h/l = 1の場合



図-32  $M_c/M_b = 1$ , h/l = 0.5の場合

はすべて柱部のみに生じている.図-38からわかるように無限径間ラーメンでも柱の中央高さにヒンジを挿入したときに崩壊荷重がもっとも大きくなり,しかも ヒンジのない場合と同一の値となる.また,メカニズ ムもヒンジのない場合と類似していることがわかる.



図-33  $M_c/M_b = 1, h/l = 2$ の場合



図-34 ヒンジのない場合の崩壊機構(無限径間)



図-35 上部にヒンジのある場合の崩壊機構(無限径間)



図-36 中点にヒンジのある場合の崩壊機構(無限径間)

## 4.3 はり部ヒンジの最適位置

次に無限径間ラーメンの各はり部の中央点に関する 対称の位置に2つのヒンジを入れる場合を考える.図-39ははりのやや端部に2つのヒンジを挿入したときの メカニズムであり,図-40ははりのやや中央部に2つ のヒンジを挿入したときのメカニズムである.両者と も同様なタイプの崩壊メカニズムを示している.図-41 はヒンジの水平位置と崩壊時の荷重係数の関係を表す が,この場合,ヒンジの位置によらず,ヒンジがない 場合の1/2の大きさで一定となる.



図-37 下部にヒンジのある場合の崩壊機構(無限径間)



図-38 ヒンジの高さと極限荷重係数(無限径間)



図-39 はり端部にヒンジのある場合の崩壊機構(無限径間)



図-40 はり中央部にヒンジのある場合の崩壊機構(無限径間)

### 5. まとめ

土木構造物の施工や修理にあたって,工場製作,ヤー ド作業を増やし現場施工をなるべく簡素にすることを 目的として,構造物の分割を力学的な観点から検討し た.ここでは1層の骨組構造物の変形をなるべく小さ くしながら,かつ,塑性崩壊荷重をなるべく大きくす るような分割位置(ヒンジ挿入位置と仮定)の探索を 行なった.このような最適分割法の研究は,施工方法 や補修方法に1つの視点を与えるものであると期待さ れる.本研究を通して得られた知見をまとめると以下 のようになる.

1)1径間の門型ラーメン構造でも多径間の1層ラー



図-41 ヒンジの位置と極限荷重係数(無限径間)

メン構造においても,柱にヒンジを挿入して分割 を行なう場合,柱の中間高さがヒンジの最適な位 置と見ることができる.

- 2) とくに,無限径間の場合には塑性崩壊荷重を最大にするような柱部のヒンジ挿入位置を解析的に求めることができる.
- 3) 径間数が多くなると,柱中間高さにヒンジを挿入しても,変形および崩壊強度はヒンジがない場合とほとんど変わらない.
- 4) 図-39 および図-40 からわかるように,はり部に ヒンジを挿入する場合は,たとえ最適位置であっ ても変位は急増することに注意しなければならな い.また,塑性崩壊解析の立場からは,崩壊荷重 はヒンジ位置に鈍感であるが,ヒンジがない場合 と比べて崩壊強度は半減する.

本研究ではかなり限定された条件の範囲で議論を行 なったが,多層系などのもっと複雑な構造や荷重形式 についても同様な結論が導かれるかどうかが興味ある ところである.また,座屈に対する照査<sup>10)</sup>も必要とな る.今後,それらを明らかにするとともに,より一般 的な分割方法を検討する予定である.

#### 参考文献

- 1) 建設省大臣官房技術調査室,土木研究所(監修):土木構造物 設計設計ガイドライン,1996.
- 関西道路研究委員会道路橋調査委員会:構造計画小委員会報告 書-橋梁の技術革新-,1994.
- 3) 日本道路協会:道路橋示方書(I.共通編, II.鋼橋編), 1973.
- 4) 土木学会:構造システムの最適化-理論と応用-,構造工学1,1988.
- 5) 小西一郎 (編): 鋼橋 (基礎編 II), 丸善, 1977
- 6) 佐藤 寛,田村 武:土木構造物の分割施工導入に関する基礎的 考察,第 55回土木学会全国大会講演概要集,VI-276,2000.
- Tamura, T., Kobayashi, S. and Sumi, T.: Limit analysis of soil structure by rigid plastic finite element method, Soils and Foundations, Vol.24, No.1, pp.34-42, 1984.
- Tamura, T., Kobayashi, S. and Sumi, T.: Rigid-plastic finite element method for frictional materials, Soils and Foundations, Vol.27, No.3, pp.1-12, 1987.
- 9) Tamura, T.: Rigid-plastic Finite Element Method in Geotechnical Engineering, Computational Plasticity, pp.135-164, Elsevier, 1990.
  10) 鉄道総合研究所(編):鉄道構造物等設計標準・同解説(鋼・合)
- (40) 鉄道総合研究所(編):鉄道構造物等設計標準・同解説(鋼・合成構造物),丸善,1992.

(2009年4月9日受付)