

非均質異方性材料中の弾性波伝搬解析のための イメージベース EFIT の開発と非破壊検査への応用

Development of Image Based EFIT for Simulation of Wave Propagation in
Inhomogeneous and Anisotropic Materials and Its Application to NDT

中畑和之*・廣瀬壮一**

Kazuyuki NAKAHATA and Sohichi HIROSE

*正会員 博(工) 愛媛大学准教授 大学院理工学研究科生産環境工学専攻(〒790-8577 愛媛県松山市文京町3)

**正会員 工博 東京工業大学教授 大学院情報理工学研究科情報環境学専攻(〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1)

The nondestructive testing (NDT) of an austenitic steel with welds is difficult due to the acoustical anisotropy and local inhomogeneity. The ultrasonic wave in the austenitic steel is skewed along crystallographic directions and scattered by boundaries of the weld. For reliable NDT, a straightforward simulation tool to predict the wave propagation has been desired. Here a combined method of the elastodynamic finite integration technique (EFIT) and the digital image processing is developed as a wave simulation tool for NDT. The EFIT is a grid-based explicit numerical method and easily treats different boundary conditions which are essential to model wave propagation in inhomogeneous materials. In this study, the formulation of the EFIT in anisotropic and inhomogeneous materials is described and the accuracy is checked in comparison to the boundary element method (BEM) for anisotropy. An example of a two dimensional simulation of a phased array ultrasonic testing is demonstrated. In our simulation, a cross-sectional picture of steel with a V-groove weld is scanned and fed into the image based EFIT modeling.

Key Words : *elastodynamic finite integration technique (EFIT), inhomogeneous and anisotropic materials, ultrasonic wave propagation, image based modeling, nondestructive testing*

1. はじめに

原子力プラント等に用いられているオーステナイト系鋼材(以下, 鋼材)の溶接部においては, 高温・高圧条件によって生じる応力腐食割れ(Stress Corrosion Crack: SCC)が問題となっている。超音波を用いた非破壊検査手法によって SCC を評価しようとしたときに問題となるのは, 溶接材料の結晶構造に起因する音響異方性と非均質性である。音響異方性によって超音波の伝搬経路は曲げられ, 非均質性によって超音波は散乱し減衰するため, 非破壊検査において狙った位置に超音波が到達していないという問題が生じる。従って, 非均質・異方性鋼材の波動伝搬をモデル化できる数値シミュレーション技術を開発することは, 検査の信頼性を向上させるためにも重要な課題である。

固体中の超音波の伝搬を模擬するために, 有限要素法(FEM), 有限差分法(FDM), 境界要素法(BEM)等, 種々の数値解析手法が提案されている¹⁾が, 本研究では動弾性有限積分法(Elastodynamic Finite Integration Technique: EFIT)に着目し, これを非均質・異方性材料中の波動の数値解析へ適用することを試みた。EFIT という名称は Fellingner ら²⁾によって使われ始められたようである。EFIT は FDM の一種である

が, FDM と離散化の概念で大きく異なる点は, 支配方程式(偏微分方程式)を微小四角形領域(セル)で積分した後に離散化を行うことである。この意味では, EFIT は有限体積分法(FVM)と類似なものであるとも言えるが, セルの形状は規則的な四角形に限られるため, 計算の精度を上げようとする場合はセルを適切に小さくする必要がある³⁾。EFIT の特徴は, 粒子速度 $\underline{v}$ と応力 $\underline{T}$ の積分セルが互いにずれた配置となっていて, 材料定数や密度は“垂直応力”の積分セル内で定義することである。これは, 異種材料界面の境界条件だけでなく, 波動の境界値問題で重要となる自由反射境界の取り扱いを明確にする。EFIT は非均質材料を容易に扱うことができる⁴⁾ため, 筆者らは等方性のコンクリート材料に対して EFIT を用いたイメージベース波動伝搬解析を既に提案している⁵⁾。イメージベース EFIT とは, EFIT のセル形状が四角形であることに注目し, 1 セルに写真等のデジタル画像を元に作成したビットマップ(BMP)データの1ピクセルを整合させることによって, 対象とする材料の外形・介在物の分布形態を正確にモデル化し波動解析を行うものである。

異方性 EFIT の場合は, 支配方程式の積分形式から決定した $\underline{v}$ の配置では評価できない節点があるため, 何らかの処理が必要である。また, 自由反射境界の取

り扱いにも等方性材料に比べて多少の工夫が必要である．本論文では、まず、異方性非均質材料中を伝搬する波動解析のための EFIT の定式化と離散化の詳細を述べる．次に EFIT の精度検証のために、同一の数値モデルを用いて、異方性波動解析のための BEM⁶⁾ と解の比較を行う．最後に、実際の V 形異材溶接部の写真をもとに座標データを作成し、これをイメージベース EFIT に入力することによって、鋼材に対するフェーズドアレイ超音波探傷⁷⁾ のシミュレーションを行う．なお、紙面の制約上、イメージベースモデリングを EFIT へ組み入れる方法は筆者らの前論文⁵⁾ を参考にして頂くこととし、詳細な記述は割愛する．

2. 動弾性有限積分法 (EFIT)

2.1 支配方程式

本論文では物理量を表す記号の下線 $\underline{\{\}}$ の本数でテンソルの階数を表す．物体の変位ベクトルは $\underline{\mathbf{u}}$ 、応力テンソルは $\underline{\mathbf{T}}$ 、物体力ベクトルは $\underline{\mathbf{f}}$ と表される．このとき、異方性材料中を伝搬する波動は次式の運動方程式と構成関係式を満足する．

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \rho \underline{\mathbf{u}}(\underline{\mathbf{x}}, t) = \nabla \cdot \underline{\mathbf{T}}(\underline{\mathbf{x}}, t) + \underline{\mathbf{f}}(\underline{\mathbf{x}}, t) \quad (1)$$

$$\underline{\underline{\mathbf{s}}} : \underline{\mathbf{T}}(\underline{\mathbf{x}}, t) = \frac{1}{2} (\nabla \underline{\mathbf{u}}(\underline{\mathbf{x}}, t) + \{\nabla \underline{\mathbf{u}}(\underline{\mathbf{x}}, t)\}^T) \quad (2)$$

ここで、 $\underline{\underline{\mathbf{s}}}$ は弾性コンプライアンスである．また、 $\underline{\underline{\mathbf{s}}}$ の逆は弾性スティフネス $\underline{\underline{\mathbf{c}}}$ である．いま、粒子速度を $\underline{\mathbf{v}} (= \partial \underline{\mathbf{u}} / \partial t)$ とし、式 (1) と (2) の積分形式を考えると次式を得る．

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \underline{\mathbf{v}} dV = \int_S \underline{\mathbf{n}} \cdot \underline{\mathbf{T}} dS + \int_V \underline{\mathbf{f}} dV \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \underline{\underline{\mathbf{s}}} : \underline{\mathbf{T}} dV = \int_S \frac{1}{2} (\underline{\mathbf{n}} \underline{\mathbf{v}} + \underline{\mathbf{v}} \underline{\mathbf{n}}) dS \quad (4)$$

上式では、ガウスの発散定理を用いており、 $\underline{\mathbf{n}}$ は領域 V (その境界は S) から外に向く法線ベクトルである．

離散化のためには指標標記が便利であるので、以下、総和規約を適用した指標標記を併用する．式 (3) と (4) を書き直せば、

$$\int_V \rho \dot{v}_i dV = \int_S T_{ij} n_j dS + \int_V f_i dV \quad (5)$$

$$\int_V s_{ijkl} \dot{T}_{kl} dV = \int_S \frac{1}{2} (v_i n_j + v_j n_i) dS \quad (6)$$

となる．ここで $\dot{\{\}}$ は時間微分作用素である．式 (6) は弾性スティフネスおよびその対称性を用いて次のようにも書ける．

$$\int_V \dot{T}_{kl} dV = \int_S c_{kl ij} v_i n_j dS \quad (7)$$

2.2 2次元波動場

直交座標系 $\{x_1, x_2, x_3\}$ とし、本解析では (x_1, x_3) の 2 次元面内波動場を考える．面外 x_2 方向の変化分は無視する ($\partial/\partial x_2 = 0$) のとすれば、式 (5) から次の 3 つの方程式が得られる．

$$\int_V \rho \dot{v}_1 dV = \int_S T_{11} n_1 + T_{13} n_3 dS \quad (8)$$

$$\int_V \rho \dot{v}_2 dV = \int_S T_{21} n_1 + T_{23} n_3 dS \quad (9)$$

$$\int_V \rho \dot{v}_3 dV = \int_S T_{13} n_1 + T_{33} n_3 dS \quad (10)$$

ここで物体力はゼロとおいた．一般異方性材料の場合、1 つの縦波 (P 波) と 2 つの横波 (S1 波と S2 波) が存在する⁸⁾．もし、2 つの横波のうちの S2 波が面外方向への純モード横波である場合、式 (9) は式 (8) と (10) から独立して解くことができる．純モード横波は、等方性材料を含め、横等方性材料、立方晶系材料等にみられ、これ以外の異方性材料でも座標系の回転によって現れる場合がある．本解析で対象とする鋼材は横等方性としているため、面内モード (P 波と S1 波) のみを対象とし、面外粒子速度である v_2 については無視して定式化を行う．従って、本研究で扱う運動方程式は式 (8) と (10) である．

一方、構成関係式を考えると、解くべき方程式は次の 3 つである．

$$\begin{aligned} \int_V \dot{T}_{11} dV \\ = \int_S C_{11} v_1 n_1 + C_{15} (v_1 n_3 + v_3 n_1) + C_{13} v_3 n_3 dS \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \int_V \dot{T}_{13} dV \\ = \int_S C_{15} v_1 n_1 + C_{55} (v_1 n_3 + v_3 n_1) + C_{35} v_3 n_3 dS \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \int_V \dot{T}_{33} dV \\ = \int_S C_{13} v_1 n_1 + C_{35} (v_1 n_3 + v_3 n_1) + C_{33} v_3 n_3 dS \end{aligned} \quad (13)$$

上式で、弾性スティフネスの Voigt 標記⁸⁾ を用いた．これを用いると、例えば $C_{16} = c_{1112}$ 等と表される．

2.3 空間の離散化

2 次元 EFIT のためには、式 (8), (10), (11)~(13) の 5 つの方程式を解く必要がある．はじめに式 (11) の離散化を述べる．積分領域 V として 1 辺の長さが Δx の正方形のセルを考える．体積積分においてはセル内で物理量が一定、面積積分では境界上で物理量が一定とすると、図-1 の上側に示すような節点の配置が決まる．

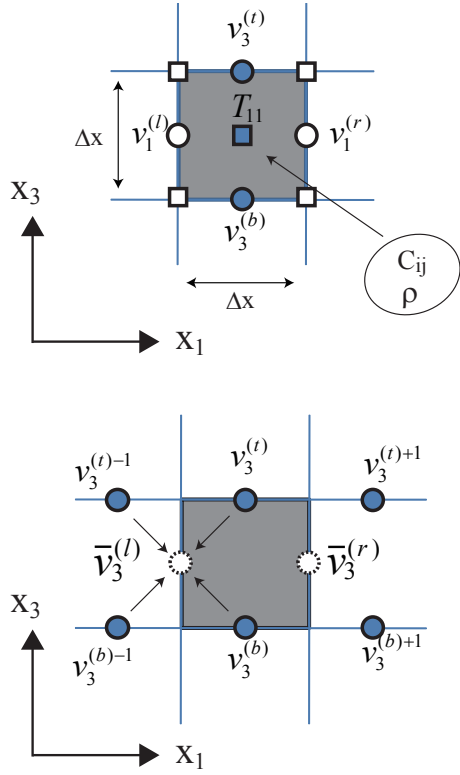


図-1 垂直応力 T_{11} の積分セルと節点配置（このセルで材料定数および密度が定義される）

従って、式 (11) は次のように離散化できる。

$$\dot{T}_{11} \cong \frac{1}{\Delta x} \left[C_{11} \left(v_1^{(r)} - v_1^{(l)} \right) + C_{15} \left(\bar{v}_3^{(r)} - \bar{v}_3^{(l)} + \bar{v}_1^{(t)} - \bar{v}_1^{(b)} \right) + C_{13} \left(v_3^{(t)} - v_3^{(b)} \right) \right] \quad (14)$$

ここで、上付きの l は図-1 に示すようにセル上の節点の位置 (r:右, l:左, t:上, b:下) を表している。式 (14) では、 v_3 はセルの上下に配置しているため、直接的に $\int_S C_{15} v_3 n_1 dS$ を評価できないことがわかる。従って、図-1 の下側に示すように、ここでは近傍の v_3 の加算平均をとることで、仮想的にセルの左右に節点 $\bar{v}_3^{(r)}$ と $\bar{v}_3^{(l)}$ を配置する。加算平均による補間は、以後 $\{\}$ と表す。同様のことが、 $\int_S C_{15} v_1 n_3 dS$ を評価するときにも適用される。以上より、補間された粒子速度は次のようになる。

$$\bar{v}_3^{(r)} = \frac{1}{4} \left(v_3^{(t)+1} + v_3^{(t)} + v_3^{(b)+1} + v_3^{(b)} \right) \quad (15)$$

$$\bar{v}_3^{(l)} = \frac{1}{4} \left(v_3^{(t)} + v_3^{(t)-1} + v_3^{(b)} + v_3^{(b)-1} \right) \quad (16)$$

$$\bar{v}_1^{(t)} = \frac{1}{4} \left(v_1^{(r)+1} + v_1^{(r)} + v_1^{(l)+1} + v_1^{(l)} \right) \quad (17)$$

$$\bar{v}_1^{(b)} = \frac{1}{4} \left(v_1^{(r)} + v_1^{(r)-1} + v_1^{(l)} + v_1^{(l)-1} \right) \quad (18)$$

次に、式 (12) の離散化を述べる。先ほどと同様に、積分領域 V として 1 辺の長さが Δx の正方形のセルを考え（図-2）、体積積分においてはセル内で物理量が

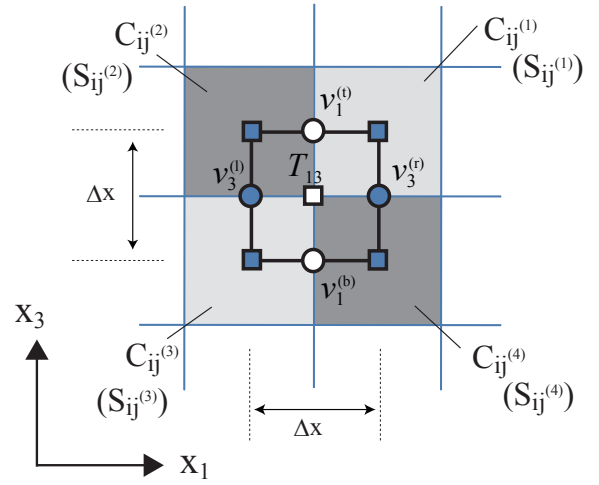


図-2 せん断応力 T_{13} の積分セルと節点配置

一定、面積積分では境界上で物理量が一定として離散化すると次式を得る。

$$\dot{T}_{13} \cong \frac{1}{\Delta x} \left[\bar{C}_{15} \left(\bar{v}_1^{(r)} - \bar{v}_1^{(l)} \right) + \bar{C}_{55} \left(v_3^{(r)} - v_3^{(l)} + v_1^{(t)} - v_1^{(b)} \right) + \bar{C}_{35} \left(\bar{v}_3^{(t)} - \bar{v}_3^{(b)} \right) \right] \quad (19)$$

EFIT では材料定数は垂直応力のセルで定義されるため、上式のようにせん断応力のセルを離散化するときには、近接する 4 つの垂直応力のセルで定義される弾性コンプライアンスの平均化処理が必要である。

$$\bar{C}_{ij} = \{\bar{S}_{ij}\}^{-1} = \left\{ \frac{1}{4} \left[S_{ij}^{(1)} + S_{ij}^{(2)} + S_{ij}^{(3)} + S_{ij}^{(4)} \right] \right\}^{-1} \quad (20)$$

式 (19) では、 T_{11} セルと同様に粒子速度の補間をする必要がある。

最後に、式 (8) の離散化を述べる。ここでも 1 辺の長さが Δx の正方形の積分セルを考えて（図-3）、離散化する。

$$\dot{v}_1 \cong \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{1}{\Delta x} \left[T_{11}^{(r)} - T_{11}^{(l)} + T_{13}^{(t)} - T_{13}^{(b)} \right] \right\} \quad (21)$$

密度 ρ は垂直応力の積分セルで与えられているので、ここでも平均化処理 $\bar{\rho} = (\rho^{(r)} + \rho^{(l)})/2$ が適用される。

以上と同様の離散化が、式 (10) と (13) についても行われる。

2.4 時間軸の離散化

時間 t に対して、 $\underline{v}$ および $\underline{T}$ を中心差分近似する。

$$\{\underline{v}\}^z = \{\underline{v}\}^{z-1} + \Delta t \{\dot{\underline{v}}\}^{z-\frac{1}{2}} \quad (22)$$

$$\{\underline{T}\}^{z+\frac{1}{2}} = \{\underline{T}\}^{z-\frac{1}{2}} + \Delta t \{\dot{\underline{T}}\}^z \quad (23)$$

ここで、 Δt は時間ステップ幅である。式 (21) で計算された左辺の値を用いて、式 (22) では整数次の時間ステップ z の $\underline{v}$ が求まる。次に、式 (14) や (19) の左辺の

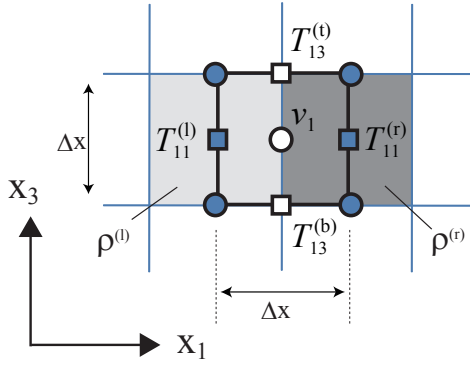


図-3 粒子速度 v_1 の積分セルと節点配置

値を用いて、式 (23) で半整数次の時間ステップ $z + \frac{1}{2}$ における $\underline{T}$ が求まることになり、この過程を交互に実行することで陽的に解が求まる。なお、数値的に安定して解析を実行するために、一般的な FDM と同様に、 Δt は次のような CFL 条件 (Courant-Friedrichs-Lewy Condition) を満足する必要がある。

$$\Delta t \leq \frac{1}{c_{\max}} \frac{\Delta x}{\sqrt{2}} \quad (24)$$

ここで、 $c_{\max}$ は非均質材料の音速のうち、最も速い音速である。

2.5 自由反射境界条件

自由反射境界では、表面力 $\underline{t}$ がゼロである。すなわち、 $\underline{t} = \underline{T} \cdot \underline{n} = \underline{0}$ である。ここで、図-4 に示すような左側が空洞の場合を考える。このとき、表面力がゼロであるから、

$$t_1 = T_{11}n_1 + T_{13}n_3 = 0, \quad t_3 = T_{13}n_1 + T_{33}n_3 = 0 \quad (25)$$

が成り立つ。図-4 の左側面では $n_1 = -1$ と $n_3 = 0$ であるから、上式より T_{11} と T_{13} は共にゼロでなければならない。 T_{13} は境界上に節点があるので問題はないが、 T_{11} を境界上でゼロとするために、空洞部に仮想節点 $T_{11}^{(l)}$ を設ける。境界上において $(T_{11}^{(r)} + T_{11}^{(l)})/2 = 0$ を満足するので、これを式 (21) に代入すると次式を得る。

$$\dot{v}_1 \cong \frac{1}{\rho^{(r)}} \left[\frac{2T_{11}^{(r)}}{\Delta x} \right]. \quad (26)$$

また、式 (14) を自由反射境界に適用する場合の粒子速度の補間であるが、図-4 の下図に示すような仮想節点 $v_3^{(t)-1}$ と $v_3^{(b)-1}$ を設けて、固体部と空洞部の粒子速度は等しい ($v_3^{(t)-1} = v_3^{(t)}$, $v_3^{(b)-1} = v_3^{(b)}$) として計算を行う。

結局、EFIT では応力と粒子速度をずらして配置して、Leap-frog scheme で解を求めていくが、この意味では弾性波版 FDTD 法⁹⁾ に類似する。しかしながら、EFIT では波動方程式を領域積分することによって節

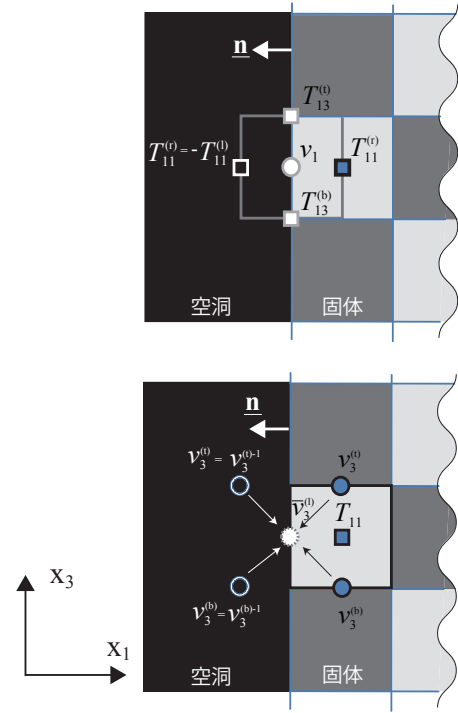


図-4 自由反射境界付近の節点の取り扱い

点の配置が決定され、材料定数を設定するセルが明確に定義される。これによって、イメージベースモデリングによってデジタル画像データから計算モデルを作成しようとするときに、材料定数を定義するセルとデジタル画像のピクセルを一対一に対応させることができる。FDTD 法だけでなく従来の FDM でも、異種界面を取り扱う場合に様々な境界値の設定法が提案されており (例えば文献¹⁰⁾)、時に煩雑となるか、あるいは経験的に決定される場合があるが、EFIT では 3 次元波動場に適用したとしても、上述のような一貫したコンセプトで異種界面・自由反射境界を取り扱うことができることが離散化の特徴である。また、EFIT は陽的解法であるために、並列計算による計算効率が非常に良いことが知られている⁵⁾。

3. EFIT の検証

EFIT は解析対象を小さな四角形の集合で近似するため、散乱体あるいは外側境界が曲線形状をしている場合でも階段状にしか表せないという欠点がある。このため、できるだけ小さくセルの長さを確保するのが望ましいが、むやみに小さく設定すれば計算機のメモリが不足してしまうし、大きすぎれば散乱体の形状を正確に模擬できないだけでなく、弾性波の伝搬を表現できない (人工的な数値分散) といった問題が生じる。この問題を回避するための必要十分なセル長について、筆者らは等方性 SH 波動場において既に検討を行っている⁵⁾。等方性では、波動成分のうちの最小波長を $\lambda_{\min}$

とすると

$$\Delta x \leq \frac{1}{12} \lambda_{\min} = \frac{1}{12} \frac{c_{\min}}{f_{\max}} \quad (27)$$

として、セル長を決定していた．ここで $c_{\min}$ は非均質材料の音速のうち最も遅い音速であり、 $f_{\max}$ は入射波の最大周波数である．本節では、EFIT によって計算された波動が解析的に決定した速度で伝搬しているか、また異種界面および自由反射境界の散乱を正確に模擬できているかを調べるために次の検討を行った．

3.1 伝搬曲面の可視化

異方性材料には、波の位相面の移動速度である位相速度と、エネルギーの伝搬速度である群速度の2種類が存在する．なお、等方性材料中ではこれらの方向・速度は一致する．波動場を可視化した場合、波動エネルギーの移動は群速度曲面として現れるため、ここでは解析的に求めた群速度と EFIT の可視化結果を比較する．

群速度を解析的に求める方法を以下に簡単に記す．群速度を求める前に位相速度を求める．位相速度 v を求めるために、以下の Christoffel 方程式⁸⁾ を解く必要がある．

$$(\Gamma_{ij} - \rho v^2 \delta_{ij}) d_i = 0 \quad (28)$$

ここで、 $\underline{d}$ は波動の偏向ベクトルであり、 $\underline{l}$ は位相の進行方向と弾性スティフネス $\underline{c}$ からなるテンソルである．上式は進行方向 $\underline{l}$ の平面波に対する固有方程式と見なすことができ、3つの実数固有値とそれに対応する固有ベクトルが存在する．この方程式から求められる3つの固有値 v^α が P, S1, S2 波の位相速度に対応する．一般的には、位相速度の逆数を表示することが多い．これをスローネス曲面と呼ぶ．

$$s_k^\alpha = \frac{1}{v^\alpha} l_k, \quad (\alpha = P, S1, S2) \quad (29)$$

また、次式によって、位相速度から群速度を求める．

$$g_j^\alpha = \frac{1}{\rho v^\alpha} c_{ijkl} d_i d_l l_k \quad (30)$$

図-5 に、三方晶系結晶構造を持つ石英を伝搬する波動の EFIT 解析と、式 (29) と (30) から解析的に求めたスローネス・群速度曲線を示す．石英の弾性スティフネスは、 $C_{11}=86.74$, $C_{12}=6.99$, $C_{13}=C_{23}=11.91$, $C_{14}=C_{56}=-C_{24}=-17.91$, $C_{33}=107.2$, $C_{44}=C_{55}=57.94$, $C_{66}=39.875$ GPa であり、密度は $\rho=2651$ kg/m³ である．ここでは、上記の弾性スティフネスから x_3 軸周りに 90 度座標を回転⁸⁾ させ、S2 波が純モード横波となるようにした．EFIT の波動伝搬解析では、解析領域の中心で x_3 の負の向きにパルス外力 (中心周波数 1.5 MHz) を与えることで波動を発生させ、各時刻で変位の絶対値 $|\underline{u}|$ をプロットしている．なお、セル長は 0.05 mm とし、解析領域

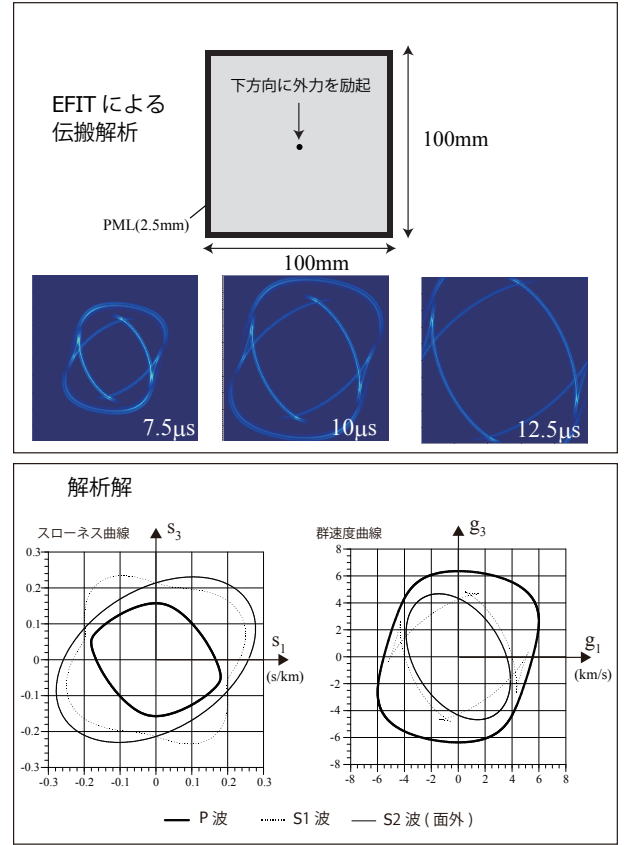


図-5 石英中を伝搬する波動の EFIT 解析 (上) と解析的に求めたスローネス・群速度曲線 (下)

の四辺には PML¹¹⁾ による無反射境界を実現している．本解析では面外モードは対象外であり、面内モードである P と S1 波が計算される．図-5 を見れば、解析的に求めた群速度曲線に従って EFIT から計算された波動は伝搬しているのがわかる．

3.2 異方性 BEM と解の比較

図-6 の上側に示すような数値モデルを用いて、曲率を有する自由反射境界および異種界面の散乱が正確に模擬できているかを調べる．ここでは一般異方性材料に対する時間領域 BEM⁶⁾ を用いて、同じ形状に対して波動解析を行った場合の解と比較する．図-6 の下側に示すような入射波が半径 a の円形空洞あるいは円形介在物の下から入射した場合の A, B, C 点の変位を比較する．入射波は最大振幅 $u_{\max}$ で正規化している．EFIT では計算領域の最下部の応力 T_{33} を一様に正弦波形で励振させることで平面波を発生させているため、固体内部では正弦波の後に微小な振幅が見られる．しかし、この微小振幅を含む波形を BEM の入射波としているため、解析精度の比較という観点では問題とはならない．この入射波形の大凡の波長は a である．すなわち円形散乱体の半径と同程度の波長の波動が入射する．母材は横等方性とし、その弾性スティフネスは、 $C_{11}=C_{22}=45.91$, $C_{12}=41.87$, $C_{13}=C_{23}=1.84$, $C_{33}=3.98$, $C_{44}=C_{55}=1.0$, $C_{66}=2.02$

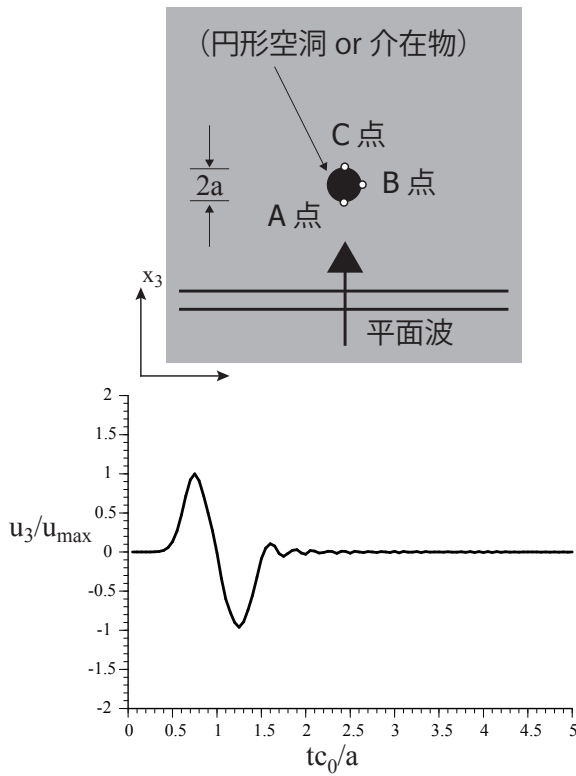


図-6 数値モデル（円形空洞および円形介在物）と入射平面波の波形

であり、すべて C_{55} で割ることによって無次元化した量である。また、介在物は等方性であり、その弾性ステイフネスは、 $C_{11}=C_{22}=C_{33}=3.0$, $C_{12}=C_{13}=C_{23}=1.0$, $C_{44}=C_{55}=C_{66}=1.0$ であり、これも母材の C_{55} で無次元化している。EFIT ではセル長を $0.06a$ 、時間ステップを $0.005a/c_0$ とした。また、BEM では円形境界を一定要素で 64 等分し、時間ステップを $0.05a/c_0$ とした。

図-7 に、円形空洞上の点の変位の比較をした結果を示す。ここでは、 x_3 方向に偏向した P 波が入射するので、A と C 点では u_1 の変位はゼロである。 u_3 について、A と B 点はほぼ一致しているが、C 点については位相は一致するものの振幅に若干のずれがある。これは、EFIT は曲線を四角形で近似するために生じる誤差であり、特に入射波が曲線境界に沿って進む場合には誤差が大きくなる。一方、図-8 に示すような円形介在物の場合、円形空洞よりも良い一致を示している。介在物の場合に精度が良くなることは、等方性材料の場合であるが Schubert ら³⁾ によっても示されており、異方性材料にも同様なことが言えることがわかる。

以上の検討により、EFIT は BEM と同程度の精度で解析が可能であることが示された。本論文では紙面の制約上記載していないが、EFIT のセル長を等方性材料の推奨条件 $\Delta x \leq \frac{1}{12}\lambda_{\min}$ を満たすような $\Delta x=0.08a$ の場合には、あまり良好な一致が得られなかった。異方性 EFIT では、空洞境界や界面を計算する際には前

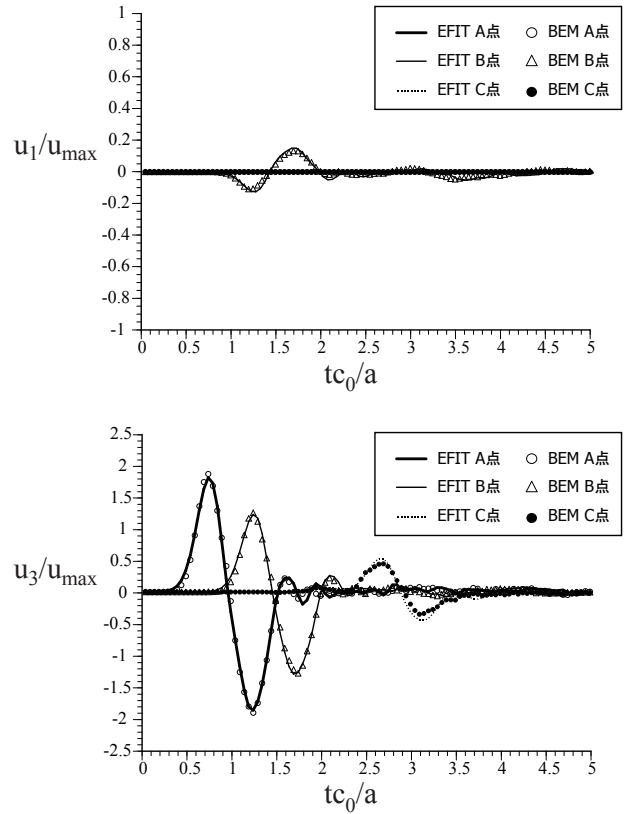


図-7 円形空洞に平面波が入射したときの A, B, C 点の変位

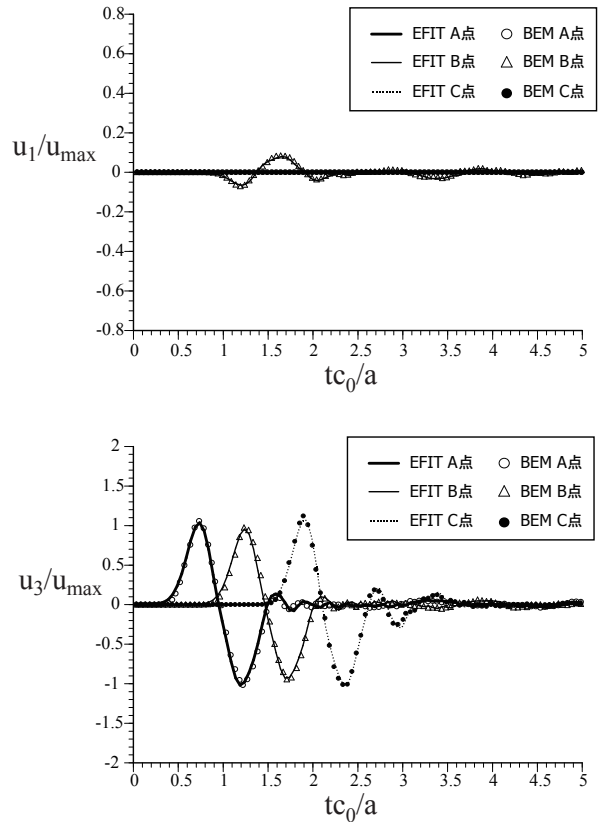


図-8 円形介在物に平面波が入射したときの A, B, C 点の変位

述式 (14) のように物理量の補間処理をする必要があるため、等方性 EFIT のセル長よりも小さくする必要がある。一般異方性材料に対して BEM と同程度の精度を要求する計算の場合には、異方性 EFIT は

$$\Delta x \leq \frac{1}{16} \lambda_{\min} = \frac{1}{16} \frac{c_{\min}}{f_{\max}} \quad (31)$$

を満たすセル長が推奨される。

4. 鋼材溶接部の超音波伝搬シミュレーションへの応用

前節で EFIT の妥当性が示されたので、ここでは EFIT を鋼材溶接部の超音波探傷シミュレーションに適用することを試みる。鋼材溶接部の超音波探傷試験を困難にしているのは、金属の結晶構造に起因する音響異方性と非均質性である。音響異方性は溶接凝固組織のために結晶方位が揃ってしまうことによって引き起こされ、しかもその方位が局部的に異なるため溶接部は非均質材料となる。これらの要因によって、超音波の伝搬経路は屈曲・散乱するため、狙った位置に超音波が到達しないという問題が生じている。ここでは、フェーズドアレイ探触子を用いた超音波探傷シミュレーションの一例を示す。

溶接部内の結晶構造およびその周辺部は、Köhler

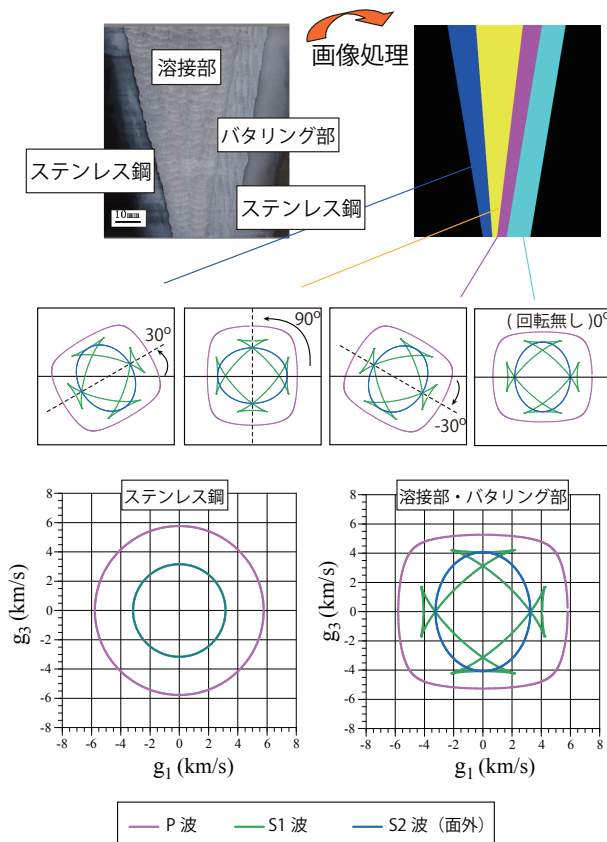


図-9 鋼材溶接部のイメージベースモデリングと群速度の分布

ら¹²⁾の過去の事例を参考にして図-9のようにモデル化を行った。母材は等方性のステンレス鋼 ($C_{11}=C_{22}=C_{33}=259.7$, $C_{12}=C_{13}=C_{23}=103.9$, $C_{44}=C_{55}=C_{66}=77.9$ GPa, $\rho=7800$ kg/m³) とし、V形溶接部とバタリング部は異方性のオーステナイト系鋼材 ($C_{11}=262.8$, $C_{12}=98.25$, $C_{13}=C_{23}=145.0$, $C_{33}=216.0$, $C_{44}=C_{55}=129.0$, $C_{66}=82.25$ GPa, $\rho=7800$ kg/m³) とする。イメージベースモデリングのために母材は黒の BMP カラー、バタリング部はシアンとした。溶接部は3つの部分(青、黄色、桃色)に分けており、これらは弾性スティフネスは共通だが結晶方向が異なる。この場合、溶接部の3つの領域とバタリング部で S2 波は純モード横波となるため、本解析では計算されない。このときの群速度の分布を図-9の中央に示している。

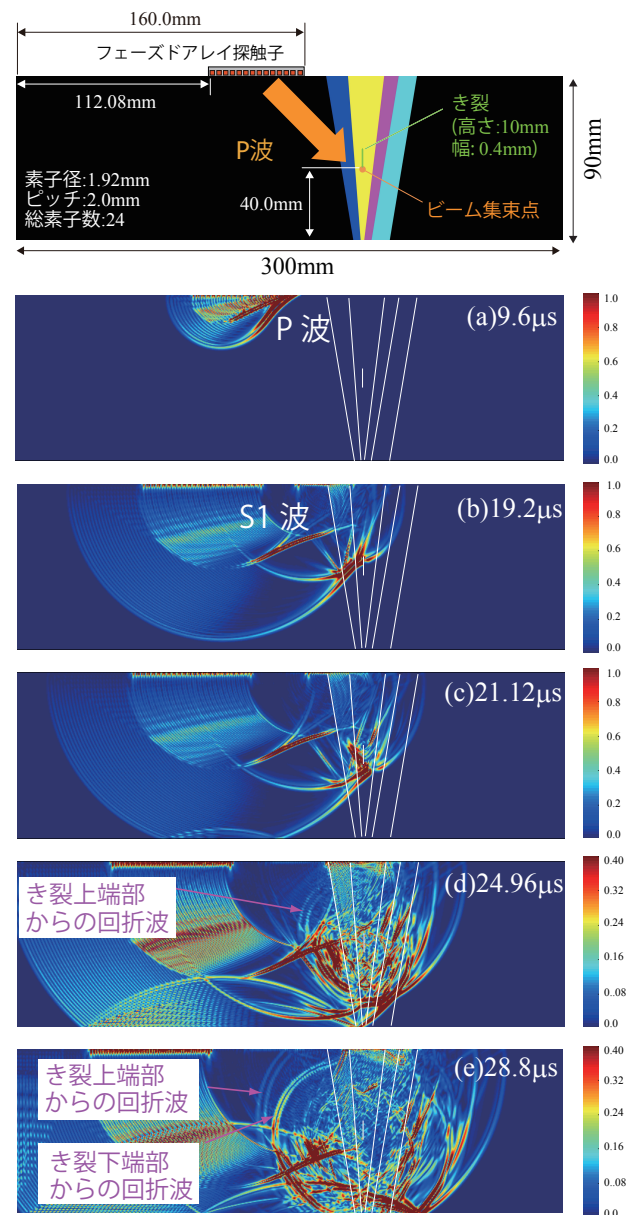


図-10 EFIT による鋼材溶接部の波動伝搬シミュレーション

フェーズドアレイ探触子から発せられた超音波が溶接内部に設定した高さ 10mm のき裂に向かって伝搬し、散乱する様子を図-10 に示す。フェーズドアレイ探触子は総素子数 24、ピッチ (2 素子の距離) は 1.92mm であり、中心周波数 1.5MHz (最大周波数 3MHz) の 1.5 波のパルスを送信している。EFIT では表面力を励起することによって超音波を発生し、ディレイ (時間差) を適切に設定することによってき裂の下端部に向かって P 波が集束するようにしている。詳細は省略するが、ビーム集束点から超音波を逆伝搬させ、集束点から個々のアレイ素子までの伝搬時間を予め計算することで、ディレイを求めた。EFIT の解析条件として、 $\Delta x=0.04\text{mm}$ 、 $\Delta t=3\text{ns}$ で 10000 ステップの時刻更新を行い、可視化は変位の絶対値 $|u|$ を各時刻でプロットしている。なお、固体内の変位の大きさは、最大変位で各々を割ることで無次元化している。図-10(a) では P 波が発生しており、続いて (b) では S1 波も発生している。S1 波は探傷に不必要な成分であるが、ピッチ・ディレイ・周波数の設定次第でこの例のように探傷領域内に発生してしまう場合がある。図-10(b) ではき裂の上端部に、(c) ではき裂の下端部に P 波が到達している。図-10(d) ではき裂上端部からの回折波が観察でき、(e) はそれに加えてき裂下端部からの回折波が見られる。き裂の下端部に超音波を集束させているため、き裂下端部からの回折波は上端部のそれよりも振幅が大きいことが分かる。これらの結果から、ディレイを適切に設定することで、非均質性・異方性を呈するオーステナイト系鋼材の溶接部に存在するき裂からのエコーを十分捉えることができることを示した。なお、図-10 では、回折波が見やすくなるように各時刻でカラスケールを変更している。計算時間は京都大学学術情報メディアセンターの 64 スレッド並列計算機を用いて 2.5 時間程度であった。

5. 結言

オーステナイト系鋼材中を伝搬する波動をシミュレーションするために異方性 EFIT を開発した。本論文の前半で EFIT の定式化と離散化を述べ、BEM と比較することで EFIT の解析精度の検証を行った。EFIT は曲線を四角形で近似するために、解析精度を保証するためにはセル長を適切に設定する必要がある。等方性 EFIT に比べて、異方性 EFIT はより細かいセル長が必要であることを示した。本技術の特徴は、EFIT のセルの長さやデジタルデータのピクセル長を揃え、これらを一対一に対応させることによって、対象とする材料の外形・非均質性・異方性を忠実に EFIT に取り込むことができるイメージベースモデリングである。解析例として、鋼材の V 形溶接部の写真を読み取り、溶

接部の形状、結晶方向、局所的な非均質性を考慮した数値モデルを作成してフェーズドアレイ探傷のシミュレーションを示した。

今後はレーザー変位計等を用いて計測した実験波形と比較しながら、より詳細な溶接モデルを構築すること、さらには欠陥同定のための逆解析とリンクさせながら本技術を使用したいと考えている。

参考文献

- 1) 西村直志: 計算力学の手法について, 土木学会誌, Vol.88, No.8, pp.9-11, 2003.
- 2) Fellingner, P., Marklein, R., Langenberg, K.J. and Klaholz, S.: Numerical modeling of elastic wave propagation and scattering with EFIT -elastodynamic finite integration technique, *Wave Motion*, Vol.21, pp.47-66, 1995.
- 3) Schubert, F. and Köhler, B.: Three-dimensional time domain modeling of ultrasonic wave propagation in concrete in explicit consideration of aggregates and porosity, *Journal of Computational Acoustics*, Vol.9, No.4, pp.1543-1560, 2001.
- 4) Marklein, R., Langenberg, K.J., Bärmann, R. and Brandfass, M.: Ultrasonic and electromagnetic wave propagation and inverse scattering applied to concrete, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol.15(B), pp.1839-1846, Plenum Press, 1996.
- 5) Nakahata, K., Tokunaga, J., Kimoto, K. and Hirose, S.: A large scale simulation of ultrasonic wave propagation in concrete using parallelized EFIT, *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, Vol.2, No.11, pp.1462-1469, 2008.
- 6) Wang, C.-Y., Achenbach, J.D. and Hirose, S.: Two-dimensional time domain BEM for scattering of elastic waves in solids of general anisotropy, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.33, No.26, pp.3843-3865, 1996.
- 7) 河野尚幸, 中畑和之, 廣瀬壮一: フェーズドアレイ探触子のモデリングと欠陥エコーのシミュレーション, 日本機械学会論文集, A 編, 73 巻, 725 号, pp.88-95, 2007.
- 8) Auld, B.A.: *Acoustic Fields and waves in solids*, Volume 1, Kreiger Publishing, Malabar, 1990.
- 9) Virieux, J.: SH-wave propagation in heterogeneous media: velocity-stress finite-difference method, *Geophysics*, Vol.49, pp.1933-1957, 1984.
- 10) Cherukuri, A.P. and Shawki, T.G.: A finite-difference scheme for elastic wave propagation in a circular disk, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol.100, pp.2139-2155, 1996.
- 11) Collino, F. and Tsogka, C.: Application of the PML absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media, *Rapport de Recherche, INRIA*, N3471, 1998.
- 12) Köhler, B., Müller, W., Spies, M., Schmitz, V., Zimmer, A., Langenberg, K.J. and Mletzko, U.: Ultrasonic testing of thick walled austenitic welds: modeling and experimental verification, *Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, Vol.25(A), pp.57-64, American Institute of Physics, 2006.

(2009 年 4 月 9 日 受付)