

SMCS を用いた既設構造物のための信頼性解析の問題点と精度評価

Issues and accuracy estimation of reliability analysis for existing structures with SMCS

吉田郁政*, 本城勇介**, 秋山充良***

Ikumasa Yoshida, Yusuke Honjo and Mitsuyoshi Akiyama

*博 (工), 東京都市大学教授, 工学部都市工学科 (〒158-8557 東京都世田谷区玉堤 1-28-1)

**博 (工) 岐阜大学教授, 工学部社会基盤工学科 (〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1)

***博 (工), 東北大学准教授 大学院工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

Reliability estimation for existing structures is important topics for its rational maintenance. It is however more difficult than that of newly constructed structures because probability density function of the updated model parameters are not expressed in a simple form when a nonlinear observation equation or non-Gaussian variable is involved. A new framework of reliability estimation for an existing structure is proposed with Sequential Monte Carlo simulation (SMCS). This paper discusses accuracy of reliability estimation with SMCS. We introduce effective sample size to indicate the degeneracy level and examine the relation between the degeneracy level and the accuracy, COV of estimated limit state probability by SMCS. Merging Particle Filter is introduced to alleviate the degeneracy problem and examined its efficiency for the estimation of limit state probability.

Key Words: reliability estimation, existing structure, sequential Monte Carlo simulation, particle filter, degeneracy,

キーワード: 信頼性評価, 既存構造物, シーケンシャルモンテカルロ, パーティクルフィルター, 縮退

1. はじめに

21 世紀の日本は既存ストックの効率的活用が重要な時代であり, 既存施設の維持管理への投資を財務管理の視点を含め広い視野からとらえるアセットマネジメントの考え方が注目されている¹²⁾. 合理的なアセットマネジメントにおいて点検データを適切に反映した既設構造物の劣化予測は大変重要な役割を担う. 劣化予測の不確定性は大変大きいことから確率指標を用いた予測が有効であり, 既設構造物を対象とした信頼性評価手法の開発は大変重要なテーマである.

既設構造物を対象とする場合, その信頼性解析は点検・観測データに基づくモデルの更新 (逆問題) とその更新されたモデルに基づく信頼性解析の 2 つの側面がある. 更新されたモデルパラメタの確率分布評価としては, 平均値周りのテーラー展開に基づく方法³⁾が考えられ, 最適観測点の検討のための情報エントロピー算定など, 1, 2 次モーメントに基づく検討では有効であるが, 限界状態を超過する確率 (以下, 限界状態確率と記す) の算定では精度の面で問題がある. つまり, 確率密度分布の平均周辺の情報だけではなく裾野付近の情報が重要となるためである. そこで, 既設構造物の限界状態確率算定のための方法として Sequential Monte Carlo simulation (以下, SMCS と記す) を用

いた信頼性評価が提案されている⁴⁾⁵⁾. SMCS⁶⁾⁷⁾は recursive MCS⁸⁾, Monte Carlo filter⁹⁾, (Bayesian) bootstrap filter¹⁰⁾, particle filter⁶⁾¹¹⁾ など様々な呼び方がされているが本論文では SMCS あるいは PF (particle filter) と呼ぶことにする. SMCS は地球物理等, 多くの分野で注目されている方法であり, データ同化 (data assimilation) のための手法として用いられることが多い. データ同化はパラメタ同定, モデル推定, 逆問題と基本的には類似の意味を持ち, 観測データとできるだけ整合するようにモデルを更新することを意味する. 土木工学の分野においても SMCS を用いたデータ同化の研究例として振動応答による損傷同定¹²⁾や圧密問題¹³⁾の例がある. 事前, 事後 (観測更新) の確率分布を MCS のように多数のサンプル (あるいは particle と呼ぶ) で近似する方法であることから, 信頼性評価への拡張も極めて簡単に行うことが可能である⁴⁾⁵⁾.

SMCS では degeneracy あるいは impoverishment と呼ばれる問題が生じ精度が低下する場合がある⁶⁾⁷⁾. 更新の結果, 特定のサンプルに重みが集中するために発生する現象であり, n 個のサンプルであっても通常の独立な n 個のサンプルによる MCS よりも精度が低下する. SMCS のような数値解析的手法を用いた確率評価において, その精度評価は重要な課題のひとつである. そこで, 有効サンプル比率の考え方を導入してその精度評価を試みる.

Merging Particle Filter¹¹⁾ (以下, MPF と記す) は単純な手順で degeneracy を緩和させることができる大変興味深い方法である. 遺伝的アルゴリズムの実数交叉¹⁴⁾とも共通点があり, その視点から MPF の拡張を試み, 精度の向上の可能性を検討する.

2. SMCS を用いた信頼性解析の概要

観測データによるモデルの更新, それに基づく信頼性評価のフローを図-1 に示す. 用語としては「観測」より「計測」, 「点検」あるいは「試験」の方がふさわしい場合もあるが定式化の説明においては「観測」で統一する. その他の用語についても基本的には状態空間モデル¹⁵⁾の用語や記号を用いる. 以下, 図-1 に従って計算アルゴリズムの概要を示す. 詳細については文献4)5)を参照されたい.

- 初期の確率分布に従いサンプル $\mathbf{x}_{0/0}^{(j)}, j=1, n$ を発生させる (式(1))
- 時間更新を行なう (式(3)).
- (観測更新1) 各サンプルについて尤度の計算 (式(7)) を行なう.
- (観測更新2) 基準化した重みを算定する (式(9)).
- (観測更新3) 重みに従ってリサンプリングを行なう.
- 次のステップがある場合には手順 b)へ

ステップ a) では初期の確率密度関数にしたがってサンプルを発生させるだけなので通常の MCS と同様である. 確率分布 $p(\mathbf{x}_{k/1} | \mathbf{Z}_{k-1})$ に従う n 個のサンプル (実現値) が得られたとする.

$$\mathbf{x}_{k-1/k-1}^{(1)}, \mathbf{x}_{k-1/k-1}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}_{k-1/k-1}^{(n)} \quad (1)$$

以下, 記号を次のように定義しておく. $\mathbf{x}_{k1/k2}^{(j)}$ は $p(\mathbf{x}_{k1} | \mathbf{Z}_{k2})$ による j 番目のサンプル実現値を表すこととする. $k-1$ ステップまでの観測情報によって更新された $k-1$ ステップの状態量を $\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{Z}_{k-1}$ あるいは $\mathbf{x}_{k-1/k-1}$ と表す. 大文字の $\mathbf{Z}_{k-1}$ は $k-1$ ステップまでの観測情報ベクトル全体を表し, 次式で定義する.

$$\mathbf{Z}_{k-1} = (\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_{k-1}) \quad (2)$$

ステップ b) の時間更新では確率変数の時間方向への変化をモデル化する状態方程式 $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ 用い, 各サンプルについて更新する.

$$\mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_{k-1/k-1}^{(j)}, \mathbf{w}_k^{(j)}) \quad (3)$$

$\mathbf{w}_k$ は k ステップにおけるプロセスノイズであり上添え字 (j) がある場合はそのサンプル実現値を表す. 式(3)のサンプル値をもとに近似的な分布関数が以下のように求められ

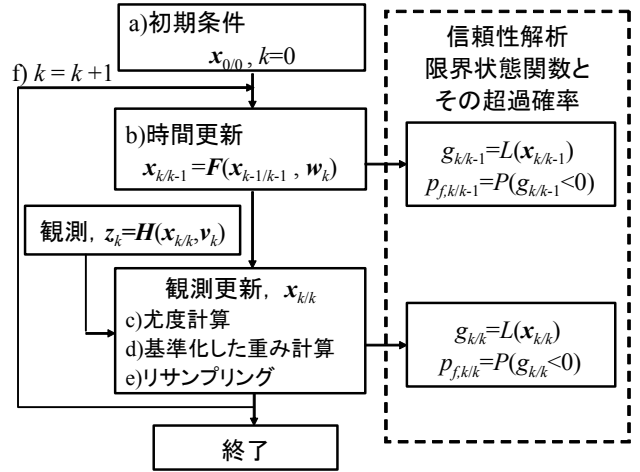


図-1 観測更新を伴う信頼性解析のフロー

る. これを経験的分布関数と呼ぶ.

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{k-1}) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{F}(\mathbf{x}_{k-1/k-1}^{(j)}, \mathbf{w}_k^{(j)})) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)}) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで, δ はディラックのデルタ関数である. 限界状態確率もこれらのサンプル値を用いて次のように求めることができる.

$$\begin{aligned} p_{f,k/k-1} &= p(g_{k/k-1} < 0) \\ &= 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n U(g(\mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)})) \end{aligned} \quad (5)$$

ここで, g は限界状態関数であり負の場合限界状態の超過を意味する. 添え字の意味は確率変数の場合と同様である. また, U はステップ関数であり, $()$ 内の値が非負であれば1, 負であれば0であることを表す.

ステップ c) から e) では観測情報に対する更新を行なう. 更新後の確率密度分布は式(4)を用いて次式で表される.

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_k) &= \frac{p(\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{Z}_{k-1})} \\ &= \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \mathbf{Z}_{k-1}) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{k-1})}{\int p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \mathbf{Z}_{k-1}) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{k-1}) d\mathbf{x}_k} \\ &= \frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)})}{\int p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)}) d\mathbf{x}_k} \end{aligned} \quad (6)$$

$p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$ は観測量 $\mathbf{z}_k$ を固定して考えると状態量 $\mathbf{x}_k$ に対する尤度を表している. サンプル値 $\mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)}$ に対する尤度 $q_k^{(j)}$ を次式で求める. これがステップ c) となる

$$q_k^{(j)} = p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)}) \quad (7)$$

式(6)について分母の積分の実施, さらに式(7)を代入して

整理を行なうと更新後の経験的確率密度分布として次の式が得られる。

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_k) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{q_k^{(j)}}{\sum_{i=1}^n q_k^{(i)}} \right) \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)}) \quad (8)$$

$$= \sum_{j=1}^n a_k^{(j)} \delta(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)})$$

ここで、 $a_k^{(j)}$ は次式の基準化された尤度を表している。

$$a_k^{(j)} = \frac{q_k^{(j)}}{\sum_{i=1}^n q_k^{(i)}} \quad (9)$$

一例として、式(10)で表される m 個の観測量があり、観測量誤差 v が平均 0、標準偏差 σ_a の独立な正規分布の場合を想定すると尤度は式(11)で表される。

$$z_{ki} = h_{ki}(\mathbf{x}_k) + v, \quad i=1, m \quad (10)$$

$$q_k^{(j)} = \prod_{i=1}^m c \exp \left(- \frac{(z_{ki} - h_{ki}(\mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)}))^2}{2\sigma_a^2} \right) \quad (11)$$

ここで、係数 c は式(9)の計算の際にキャンセルされるので数値計算上は 1.0 と置いておけばよい。ここまですてップ d)である。

ステップ e)では各サンプルの重みが等しくなるように、サンプル集合 $\mathbf{x}_{kk-1}^{(j)}$, $j=1, 2, \dots, n$ から尤度比に従って $\mathbf{x}_{kk}^{(j)}$, $j=1, 2, \dots, n$ を抽出し直す。この操作をリサンプリングと呼ぶ。たとえば、尤度比が全てのサンプルで等しければ、期待値的には全てのサンプルが一つずつ抽出されリサンプル前後で両者は全く同じになるが、一般にはサンプルごとに尤度に差が生じるので大きいものは複数個選ばれ、小さいものは 1 個も選ばれないことになる。

3. 有効サンプル比率と精度評価

3.1 有効サンプル比率の考え方

SMCS では degeneracy あるいは sample impoverishment と呼ばれる問題が生じ精度が低下する場合がある。更新の結果、特定のサンプルの尤度が大きくなり、リサンプルの際にそのサンプルが集中的に選ばれるために発生する現象であり、 n 個のサンプルであっても通常の独立なサンプルによる n 個の MCS よりも精度が低下する。通常の MCS により確率 p を算定する場合の変動係数 COV は以下の式で求められる。

$$COV = \sqrt{\frac{1-p}{np}} \quad (12)$$

この式で求められる値は完全に独立な n 個のサンプルの場合の変動係数なので以下の数値実験では理論的な下限

値として扱う。

degeneracy の程度、すなわち尤度の不均質さを表す指標として式(13)に示す有効サンプル数が提案されている⁷⁾。

$$N_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (a_k^{(j)})^2} \quad (13)$$

式の形からわかるように全ての尤度が同じであれば、

$a_k^{(j)} = 1/n$ となり $N_{eff}=n$ となる。逆の極端な例として特

定の 1 個の基準化された尤度が 1.0 でそれ以外が 0 とすると $N_{eff}=1$ となる。有効サンプル数をサンプル数で割った指標を有効サンプル比率と呼ぶことにする。

$$R_{eff} = \frac{N_{eff}}{n} \quad (14)$$

3.2 例題とした RC 構造物の塩害劣化モデルの概要

SMCS による限界状態確率算定において、その精度が有効サンプル比率とどのような関係にあるかについて、数値実験による検討を行なう。数値実験の対象として RC 構造物の塩害劣化を取り上げる。塩害劣化の限界状態関数やその不確定性要因についてその概要を簡単に以下に示すが、詳細については文献 4)5)を参照されたい。

限界状態確率は、限界状態関数を $g=R-S$ で表現した場合、 $g < 0$ となる確率のことであり、本論文では 3 つの限界状態関数、i) 限界状態 1：鉄筋腐食の発生、ii) 限界状態 2：腐食ひび割れの発生、iii) 限界状態 3：加速期と劣化期の境界点、それぞれに対して限界状態確率を算定する。

(1) 限界状態1：鉄筋腐食の発生, g_1

鉄筋腐食の発生は、鉄筋位置の塩化物イオン濃度と鉄筋腐食発錆の限界塩化物イオン濃度の比較から判定した。限界状態関数 g_1 を以下に示す。

$$g_1 = x_7 C_T - C(c, C_0, D_c, t) \quad (15)$$

$$C = x_6 C_0 \left(1 - \operatorname{erf} \frac{0.1(c + x_5)}{2\sqrt{D_c t}} \right) \quad (16)$$

ここで、 C_T ：鉄筋腐食発生の限界塩化物イオン濃度、 x_7 ： C_T に関するばらつき、 C ：鉄筋位置の塩化物イオン濃度 (kg/mm^3)、 C_0 ：表面塩化物イオン濃度 (kg/m^3)、 x_6 ：拡散予測式のばらつき、 D_c ：見かけの拡散係数 ($\text{cm}^2/\text{年}$)、 t ：経過時間 (年)、 c ：かぶり (mm)、 x_5 ：かぶりの施工誤差 (mm)、 $\operatorname{erf}(s)$ ：誤差関数、である。表面塩化物イオン濃度 (kg/m^3) C_0 、見かけの拡散係数 ($\text{cm}^2/\text{年}$) D_c は以下の式で求める。

$$C_0 = x_4 0.988 C_{air}^{0.379} \quad (17)$$

表-1 不確定要因の一覧

不確定変数名		確率分布	平均値	変動係数
x_1	平均風速 u の ばらつき, 新潟市	正規	1.0	0.0715
x_2	距離減衰式	対数正規	1.06	1.25
x_3	拡散係数	対数正規	1.89	1.84
x_4	$C_0 - C_{air}$ 変換式	対数正規	1.43	1.08
x_5	かぶりの施工誤差	正規	8.5mm	16.6mm 標準偏差
x_6	拡散予測式	対数正規	1.24	0.906
x_7	鋼材腐食発生の限 界塩化物イオン濃 度	正規	1.0	0.375
x_8	限界腐食量	対数正規	3.86	0.352
x_9	ひび割れ発生前後 の腐食速度 v_1, v_2 のばらつき	対数正規	1.00	0.580

注意 v_1, v_2 はそれぞれ 6.1, 79.3mg/cm²/year

$$D_c = x_3 10^9, q = -6.77(W/C)^2 + 10.10(W/C) - 3.14 \quad (18)$$

ここで, $x_4: C_0 - C_{air}$ 変換式のばらつき, C_{air} : 飛来塩分量 (mdd), x_3 : 見かけの拡散係数のばらつき, W/C : 水セメント比(%), である. さらに, 飛来塩分量 C_{air} は以下の式で求める.

$$C_{air} = x_2 1.29r(x_1 u)^{0.386} d^{-0.952} \quad (19)$$

ここで, x_2 : 飛来塩分量に関する距離減衰式のばらつき, r : 海風比率 (海風が吹く時間の比率), u : 平均風速(m/s), $x_1: u$ のばらつき, d : 海岸線からの距離(km)である.

確率変数 $x_1 \sim x_7$ の統計量の具体的な値を表-1にまとめて示す.

(2) 限界状態2: 腐食ひび割れの発生, g_2

腐食ひび割れの発生は, 鉄筋腐食量と, 腐食ひび割れ発生時の限界腐食量の比較から判定する. 限界状態関数 g_2 を以下に示す.

$$g_2 = R_{W2} - S_W \quad (20)$$

ここで, R_{W2} は腐食ひび割れ発生に対応する限界腐食率(%), S_W は発生腐食率 (%)である. R_{W2} は限界腐食量 W_c (mg/mm²)より変換する. W_c の算定式を以下に示す.

$$W_c = x_8 \frac{\rho_s}{\pi(\gamma-1)} \times \left(\alpha_0 \beta_0 \frac{0.22\{2(c+x_5)+\phi\}^2 + \phi^2}{E_c(c+x_5+\phi)} f_c^{2/3} + \alpha_1 \beta_1 \frac{c+x_5+\phi}{5(c+x_5)+3\phi} w_{cr} \right) \quad (21)$$

ここで, x_8 : 腐食量算定式のばらつき, ρ_s : 鉄筋密度 [=7.85(mg/mm³)], γ : 腐食生成物の体積膨張率(=3.0), ϕ : 鉄筋径(mm), f_c' : コンクリートの圧縮強度(N/mm²), E_c : コンクリートの弾性係数(N/mm²), w_{cr} : ひび割れ幅 ($W_{cr}=0.1$ mm)である. $\alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1$ はかぶり, 鉄筋

表-2 劣化度とひび割れ幅, 発生腐食率

劣化度	ひび割れ幅 W (mm)	発生腐食率 S_W (%)
I	$W < 0.1$	$S_W < 2.3$
II	$0.1 \leq W < 0.2$	$2.3 \leq S_W < 5$
III	$0.2 \leq W < 0.5$	$5 \leq S_W < 20$
IV	$0.5 \leq W$	$20 \leq S_W$

径, およびコンクリート圧縮強度の影響を考慮する補正係数¹⁶⁾である. f_c' は以下の水セメント比 W/C との関係式より求め, E_c は f_c' から求めた¹⁷⁾.

$$f_c' = -20.5 + 21.0/(W/C) \quad (22)$$

これに対して, 作用項 S_W は, 供用開始後 t 年での鉄筋腐食量であり, 次式より算定する.

$$S_W = \begin{cases} 0, & t_1 > t \\ (t-t_1)v_1x_9, & t_2 > t > t_1 \\ (t_2-t_1)v_1x_9 + (t-t_2)v_2x_9, & t > t_2 \end{cases} \quad (23)$$

ここで,

$$t_1 = \frac{1}{4D_c} \left\{ \frac{0.1(c+x_5)}{\operatorname{erf}^{-1}\left(1 - \frac{x_7 C_T}{x_6 C_0}\right)} \right\}^2 \quad (24)$$

$$t_2 = t_1 + \frac{R_{W2}}{v_1 x_9} \quad (25)$$

ここで, v_1 は腐食ひび割れ発生前の鉄筋の腐食速度を, x_9 はそのばらつきを, erf^{-1} は誤差関数の逆関数を表している. v_2 は腐食ひび割れ発生後の鉄筋腐食速度である. 腐食ひび割れ発生後の腐食速度 v_2 も, 腐食速度 v_1 に腐食速度増加率 α_v (=13.0) を確定値として乗じ, 腐食ひび割れ発生前の腐食速度との完全相関を仮定している.

(3) 限界状態3: 加速期と劣化期の境界点, g_3

部材の耐力に有意な低下が生じる点は, 鉄筋腐食量が質量減少率 20%に達した時点と仮定する. 限界状態関数 g_3 を以下に示す.

$$g_3 = R_{W3} - S_W \quad (26)$$

(4) 観測情報のモデル化

観測情報として目視点検による劣化ランクとコンクリート中の塩化物イオン濃度の2種類を想定した. 目視点検では一般にRC構造物の表面に発生する腐食ひび割れの長さ・幅, 剥離・剥落の程度, 錆汁, エフロッセンスの有無等の調査が行われる. それらのうち, 腐食に伴うひび割れ幅は定量化を図りやすく, また鉄筋腐食率との対応が良いと考えられる観測情報である. 本研究では表-2に示すように鉄筋腐食率に基づいて劣化ランクを2.3%以下, 2.3から5%, 5から20%, 20%以上の4つのランクに分類した. それぞれの腐食率に対応する腐食ひび割れ幅はランク1と2の

表-3 観測情報の不確定性

		腐食ひび割れ幅ランク(目視点検)			
		I	II	III	IV
鉄筋腐食率ランク	1	0.811	0.159	0.031	0.000
	2	0.268	0.410	0.313	0.009
	3	0.019	0.120	0.600	0.261
	4	0.000	0.004	0.219	0.776

表-4 数値計算のための基本条件

条 件	値
平均風速 u (m/s)	3.69
海風比率 r	0.344
海岸からの距離 d (km)	0.1
水セメント比 W/C	0.45
鋼材腐食発生の限界塩化物イオン濃度 C_r (kg/m ³)	2.03
鉄筋径 ϕ (mm)	31.8
かぶり c (mm)	100

閾値は0.1mm, ランク2と3は0.2mm, ランク3と4は0.5mmとした。観測量としては目視点検に基づく劣化ランクが与えられることを想定しており, 劣化ランクに対応した表の形で観測量誤差をモデル化する必要がある。本研究で用いる観測量誤差モデルを表-3に示す。各列はひび割れ幅, すなわち目視点検に基づくランクを, 各行は鉄筋腐食量に基づくランクを表している。表-3に基づき対応する尤度を計算する。ここでは観測情報のモデル化の概要を示した。詳細については文献18)を参照されたい。

一方, 塩化物イオン濃度に関する観測方程式は以下の式で与える。

$$z = x_6 x_4 0.988 C_{air}^{0.379} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \frac{0.1(d + x_5)}{2\sqrt{D_c t}} \right\} + v \quad (27)$$

ここで, z はコンクリート表面からの深さ d における塩化物イオン濃度を表している。また, v は観測量誤差を表している。その他の記号についてはこれまでと同様である。後述の計算例では表面から10, 30, 50, 70, 90mmの5点で塩化物イオン濃度の情報が得られることを想定した。

(5) 対象構造物と観測情報

解析対象構造物は, 竣工後30年が経過した鉄筋コンクリート橋脚とし, かぶり100mm, 軸方向鉄筋径D32, コンクリートの水セメント比 (W/C) 0.45が設計時に使用されていることを想定した。建設地点は新潟市として海岸線からの距離0.1kmとした。これら解析対象構造物および解析地点の基本情報を表-4にまとめて示した。

観測情報として竣工後30年目の目視検査結果I, IIあるいはIIIが与えられた場合, 詳細試験により塩化物イオン

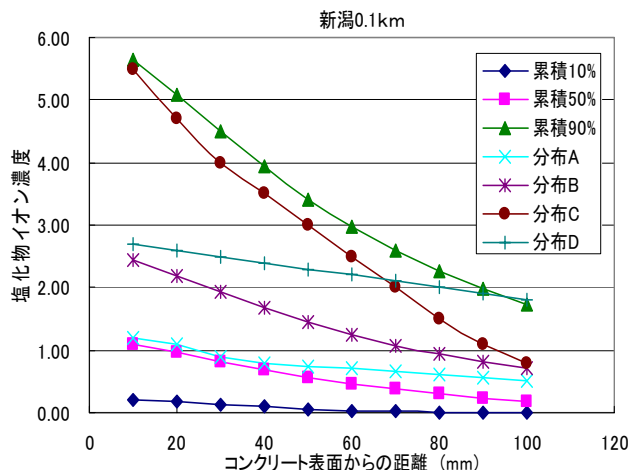
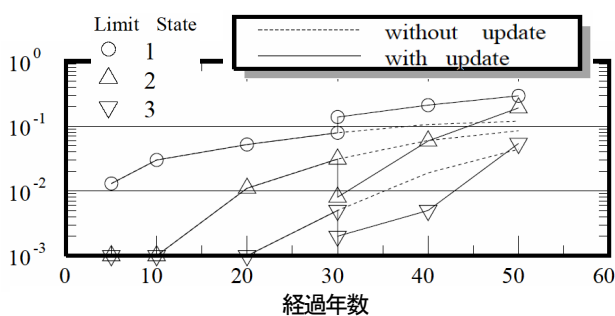
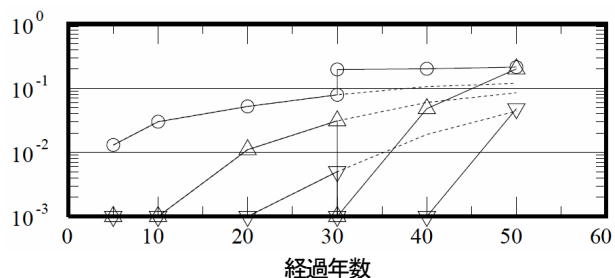


図-2 想定した塩化物イオン濃度の分布



(1) 観測量誤差の標準偏差1.0



(2) 観測量誤差の標準偏差0.5

図-3 限界状態確率の推移, 塩化物イオン濃度分布C濃度分布が与えられた場合を想定した。観測情報として想定した塩化物イオン濃度分布を図-2に示す。図中累積10, 50, 90%として示した分布は, 前述の対象構造物, 条件に対してMCSによって求めた30年後の塩化物イオン濃度のパーセンタイル値である。これらを参考にAからDの分布を想定した。分布AからCの順番で塩化物イオン濃度が大きくなっている。また, 分布Dはコンクリート表面でも鉄筋付近でも塩化物イオン濃度に大きな違いがなく, 拡散係数が大きい場合を想定して設定した分布である。

3.3 限界状態確率の精度と有効サンプル比率

前述の3種類の限界状態に対して, 5年後から50年後までの限界状態確率についてSMCSを用いて算定した。サンプルサイズ(試行回数)は10000回とした。一例として30年後に詳細試験により塩化物イオン濃度分布Cが得られ, 観測量誤差の標準偏差が1.0あるいは0.5の場合

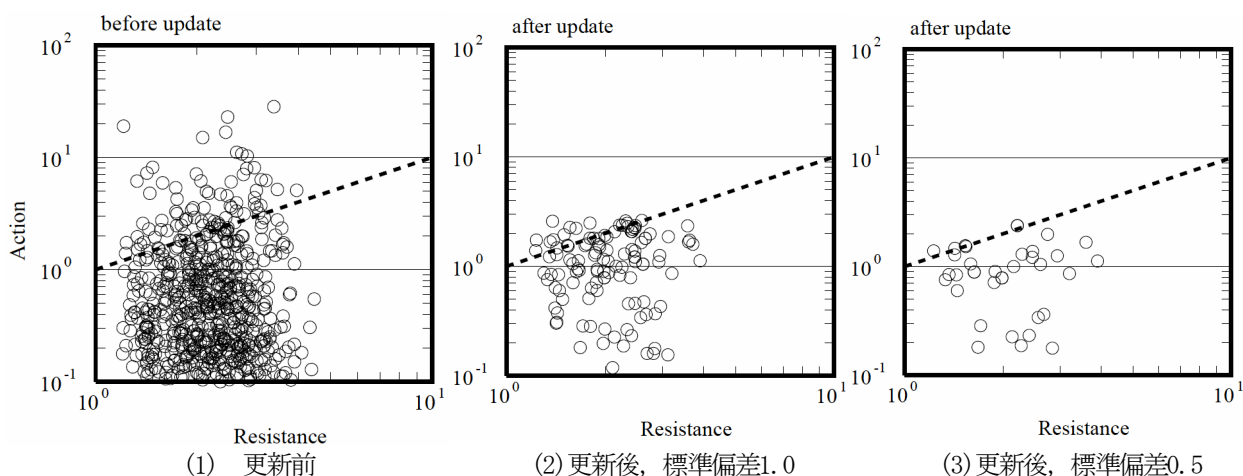


図-4 限界状態1の抵抗(Resistance), 作用(Action)の分布, 塩化物イオン濃度分布C, 30年

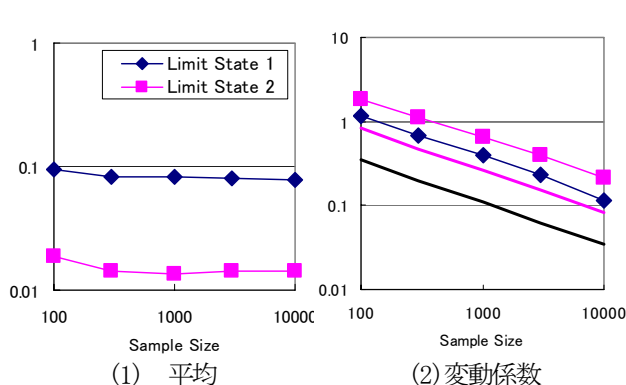


図-5 精度とサンプル数の関係, 有効サンプル比率0.05
詳細点検C, 標準偏差1.0, 30年, (2)の実線は理論的下限值

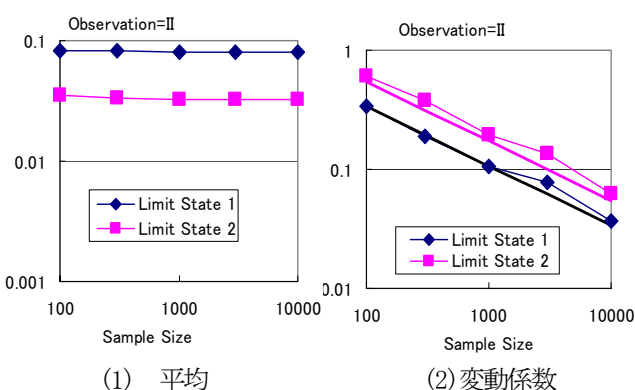


図-6 精度とサンプル数の関係, 有効サンプル比率0.97
目視点検II, 30年, (2)の実線は理論的下限值

の限界状態確率の推移を図-3 に示す。図には比較のため観測情報がない場合の結果についても示している。観測量誤差の標準偏差が小さいほうが観測更新による確率の変化が大きくなっている。得られた情報の不確実性が小さい場合にはよりははっきりとした判断ができることを示している。30 年時点の観測更新前, 更新後の限界状態1に関する作用と抵抗の分布状態を図-4 に示す。更新後はサンプル数が少なくなっているように見えるが, 前述のように一度発生させたサンプルについて尤度評価を行ない尤度の大きさに従ってリサンプリングを行なうため, 同じサンプルが複数選ばれ同じ場所に複数のサンプルがプロットされているためである。前述の degeneracy の状態になっており, その傾向は誤差の標準偏差が小さい0.5の方が強い。標準偏差が小さいと尤度の差がより大きくなり少数のサンプルに集中するためである。

こうした degeneracy が厳しい場合には精度の低下が予想される。そこで精度の評価を行なうために SMCS による限界状態確率評価を乱数の種を替えて 100 回行ない, その変動係数の算定を行なった。変動係数の下限値は全てのサンプルが独立な場合の式(12)によって与えられる。サンプルサイズは 100, 300, 1000, 3000, 10000 の 5 ケースとした。30 年後に詳細試験により塩化物イオン濃度分布 C

が与えられ, 観測量誤差の標準偏差 1.0 である場合についての結果を図-5 に示す。図には限界状態 1, 2 についての 100 個の限界状態確率の平均値と変動係数を示している。平均についてはほぼ水平な線が, 変動係数に関しては右下がりの線が得られている。式(14)で求められる有効サンプル比率は 0.05 であり, 更新後の尤度の差が比較的大きい場合に相当する。変動係数は式(12)で求められる下限よりも大きくなっており, 下限に対する比率は 2.2 から 3.7 となっている。次に目視点検結果 II が与えられた場合について同様に図-6 に示す。図中には式(12)による変動係数の下限値も示しているが数値計算による変動係数とほぼ重なっている。このケースの有効サンプル比率は 0.97 であり, 更新後もほぼ均質の重み, すなわちほぼ均等な尤度となっている。そうした場合にはほぼ通常の MCS と同様の変動係数となることがわかる。下限値に対する変動係数の比率は 1.0 から 1.4 程度となっている。

目視点検 I, II, III のいずれか, あるいは詳細試験による塩化物イオン濃度分布 C か D が 30 年時点で与えられたとしてサンプルサイズ 10000 の計算を 100 回行ない, その精度と有効サンプル比率の関係を調べた。限界状態確率は限界状態 1, 2, 3 のすべてを対象としたが 100 回の計算による確率の平均が 1.0^2 以上のケースを選んで図-7 に示し

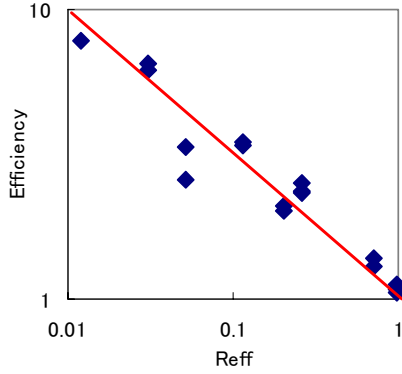


図-7 有効サンプル比率Reffと精度の関係
精度(Efficiency)：変動係数の下限値に対する比率

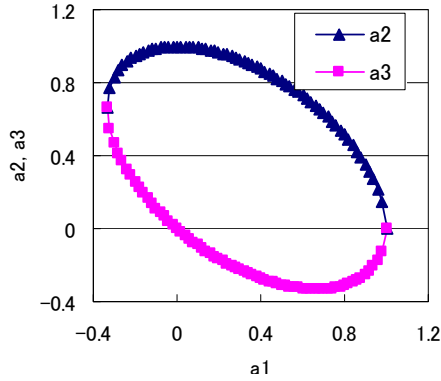


図-8 merging filterの3つの係数の関係

た. 小さな標準偏差を与えると有効サンプル比率が小さくなることを利用して有効サンプル比率が0から1.0の範囲でバランスよく分布するように, 分布 C に対しては観測誤差の標準偏差を0.5, 1.0, 2.0, 4.0, 分布Dに対しては0.5, 1.0として計算を行なった. 図中の縦軸の精度(Efficiency)は変動係数の下限値 (式(12)) に対する, 数値計算により得られた変動係数の比率を表しており, ほぼ有効サンプル比率の平方と比例関係がある. よく知られているように通常のMCSの精度はサンプル数の平方に比例する. SMCSの場合は式(13)の有効サンプル数に比例しており, 有効サンプル数からSMCSによる確率算定の大まかな精度評価が可能であることがわかる.

4. 精度向上のための試み

4.1 Merging Particle Filter の考え方

SMCSの精度改善のための方法として Merging Particle Filter¹⁰⁾の考え方が提案されている. 以下, MPFと略記する. 2章で示したステップe)のリサンプリングの際に単純に尤度に従って選ぶのではなく, 尤度に従いランダムに選んだ3個のサンプル p_1, p_2, p_3 から次式によって新しいサンプル c を作成する.

$$c = a_1 p_1 + a_2 p_2 + a_3 p_3 \quad (28)$$

係数 a_1, a_2, a_3 は次の2つ条件を満たすように決める.

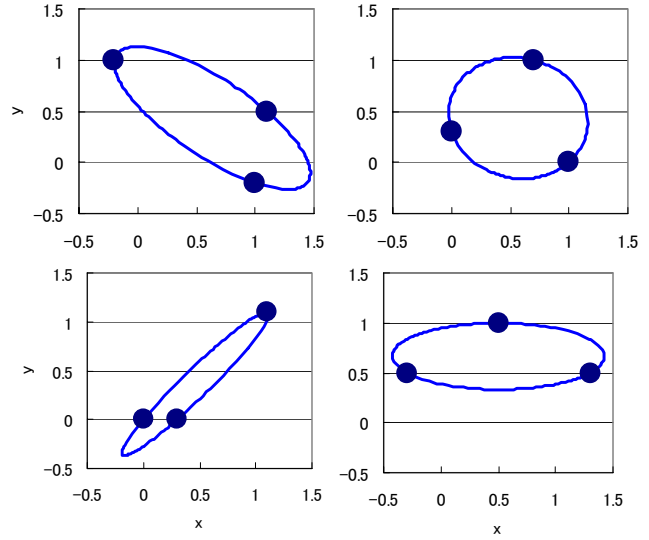


図-9 mergingによる新しいサンプルの位置

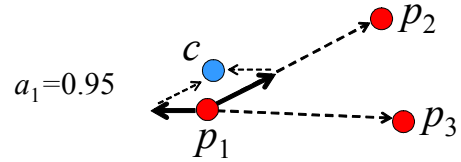


図-10 mergingの意味についての幾何的解釈

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1, \quad a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1 \quad (29)$$

新しく選ばれたサンプル c の平均, 共分散は元の集団と一致する. 式(29)の条件から係数 a_1, a_2, a_3 は $-1/3$ から1の範囲の数値となり, どれかひとつが決まると残りの係数は図-8に示すように自動的に決まる. また, どれかひとつの係数は負になっていることがわかる. 適当に選んだ3個のサンプル p_1, p_2, p_3 に対して係数 a_1 を $-1/3$ から1の範囲まで動かした場合の c の位置を, 2次元空間を例として(確率変数の数が2個)図-9に示す. このように3個のサンプルを通る楕円上に新しいサンプルが生成される. 上記のMPFの式について係数の総和が1.0になる条件から係数 a_1 を消去すると次の式が求められる.

$$c = p_1 + a_2(p_2 - p_1) + a_3(p_3 - p_1) \quad (30)$$

式(30)は図-10に示すように p_1 から p_2 に向かうベクトルと p_3 に向かうベクトルから新しいサンプルが作られることを意味している. 係数 a_1 を1.0に近い数値とすると残りの係数は0に近い正と負の数値となり, p_1 付近で p_2 に近づき p_3 から遠ざかる, あるいは p_3 に近づき p_2 から遠ざかる点に新しいサンプルが作られる. 複数のサンプルをもとに新しいサンプルを作成する考え方は遺伝的アルゴリズムの実数交叉¹³⁾の考え方と共通点がある. 実数交叉では係数も確率変数として扱い多様性を維持している. そこでMPFの係数 a_1 を $-1/3$ から1を領域とする一様分布変数と

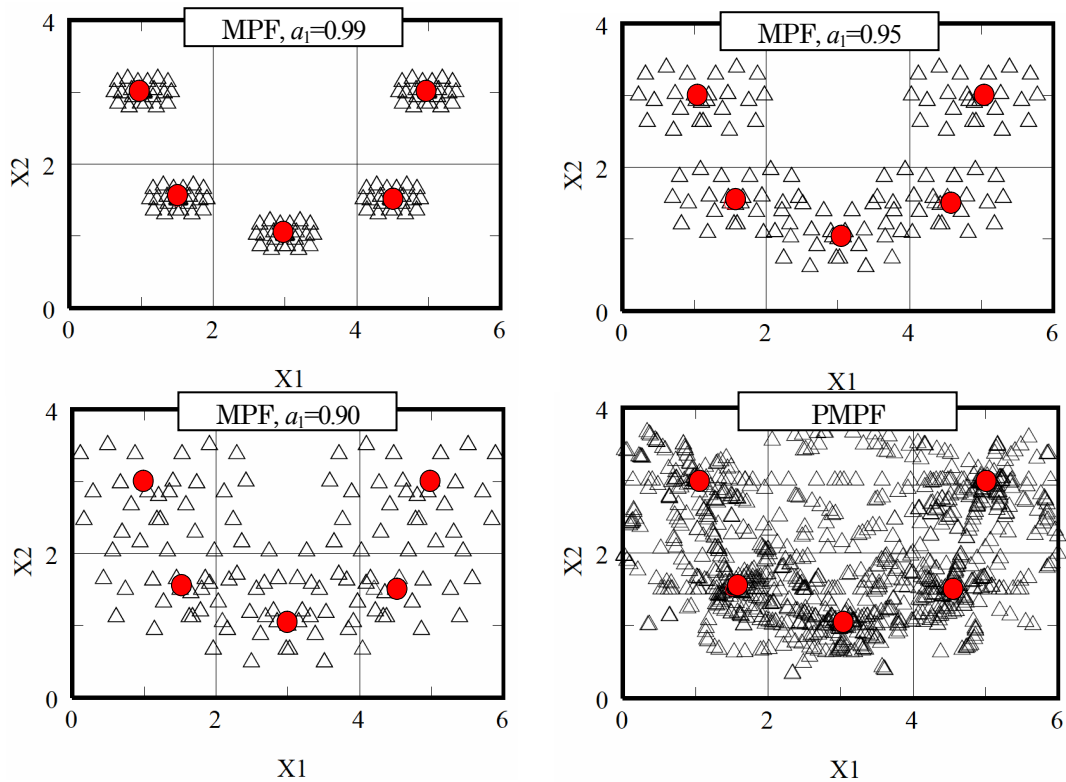


図-11 5個のサンプル ● から1000個のサンプル △ の生成

PF : Particle Filter, MPF : Merging Particle Filter, PMPF : Probabilistic Merging Particle Filter

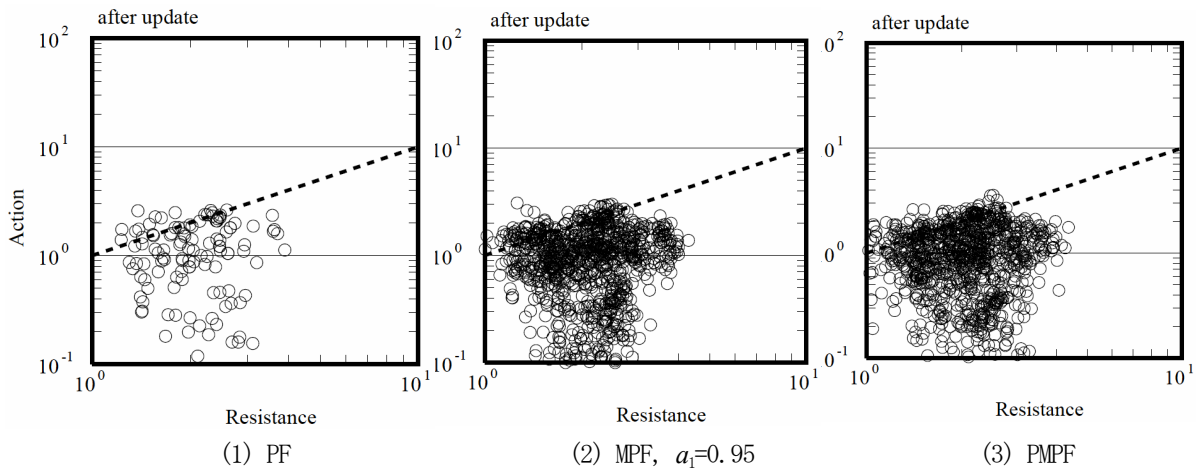


図-12 更新後の抵抗, 作用の分布 分布C, 30年, 標準偏差1.0の場合

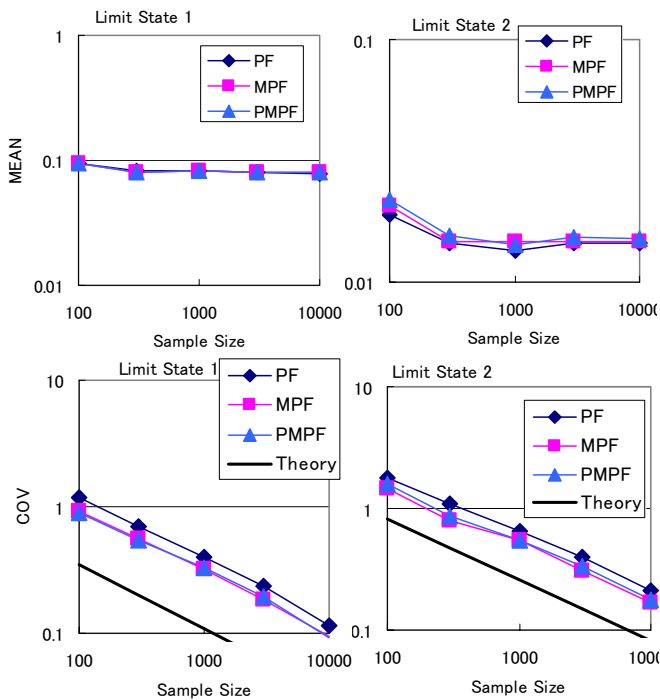
する方法を **Probabilistic Merging Particle Filter** (以下, **PMPF** と記す) と呼び, **MPF** との比較を行う。

極端な例として5個のサンプルから1000個のサンプルを生成する問題を考える。MPFの係数 $a_1=0.99, 0.95, 0.9$ の場合, 及びPMPFによる結果を図-11に示す。この元となる5個のサンプルからランダムに3個選び, 式(28)あるいは式(30)から1個のサンプルを生成する手順を1000回繰り返している。MPFでは係数 a_1 を1に近づけると p_1 の近くに生成され, 小さくすると離れた場所にも生成されることがわかる。MPFでは $5^3=125$ 種類のサンプルを発生することができ, PMPFでは無限のサンプルを発生させることができる。1000個のリサンプリングの

数値実験で平均, 共分散を算定したところもととなる5個のサンプルの平均と共分散が保持されることを確認した。

4.2 RC 構造物の塩害劣化を対象とした精度評価

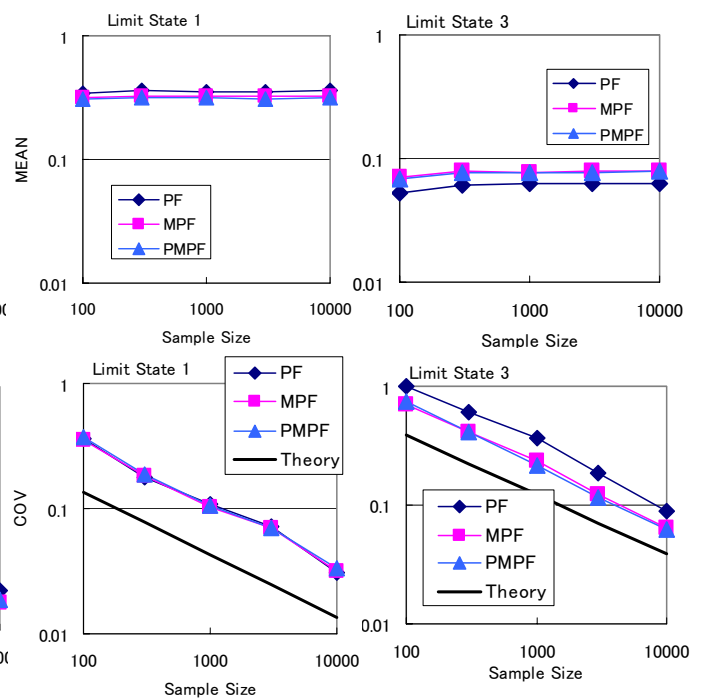
4.1で述べたMPF, PMPFの考え方を前出の塩害劣化の問題に適用して精度の向上がみられるかについて検討した。塩化物イオン濃度分布Cが30年時点で作られ, 標準偏差が1.0の場合, すなわち図-4(2)のケースについて更新後の限界状態1の抵抗(Resistance), 作用(Action)の分布を図-12に示す。MPF, PMPFともにサンプルの多様性が増し



(1) 限界状態 1

(2) 限界状態 2

図-13 精度とサンプル数の関係, 有効サンプル比率0.05
詳細点検C, 標準偏差1.0, 30年



(1) 限界状態 1

(2) 限界状態 3

図-14 精度とサンプル数の関係, 有効サンプル比率0.26
目視点検III

ていることがわかる。MPFとPMPFでは分布状態からはあまり明確な差は見られない。MPF, PMPFについてこれまでと同様に限界状態確率評価を乱数の種を替えて100回行ない、その変動係数の算定を行なった。図-13にその結果を示す。通常のSMCSによる方法を以下、PFと記す。図中のtheory (黒の実線) は理論的下限値を示している。限界状態1, 2ともに平均に関しては3種類の方法, PF, MPF, PMPFでほぼ同じような結果が得られている。変動係数COVに関してはMPF, PMPFはPFに比較してほぼ平行に小さくなっておりサンプルサイズに関わらずほぼ一定の精度の向上が見られる。MPFとPMPFではほぼ同じような結果となり明確な差は見られない。次に30年後に目視点検IIIが得られた場合について同様に図-14に示す。限界状態1では3つの方法でほぼ同じような平均、変動係数となっており精度の向上は認められない。限界状態2では変動係数に精度の向上がみられるものの平均にも差がみられ偏差が生じていることがわかる。mergingの操作は平均や共分散の保持は保証するもののそれ以上の高次の特性に関しては保証されないため、限界状態確率の算定のような確率分布の裾野が重要になるような問題に対しては偏差が生じる可能性があり注意を要することがわかる。

5. 結論

本論文では既存構造物の信頼性評価を対象としてSMCS(Sequential Monte Carlo Simulation)を用いる方法に注目し、その精度と精度改善のための工夫について報告した。その主な結果は以下のようにまとめることができる。

- 1) SMCS では degeneracy とよばれる精度劣化の問題があるが、SMCS を用いた信頼性評価において有効サンプル数 (比率) が精度評価の目安となることを示した。通常のMCSではサンプル数の平方が確率評価の精度 (変動係数) に比例するが、SMCSにおいても有効サンプル数の平方とほぼ比例関係にある。この関係から所定のCOVに対応するサンプル数を決めることができる。
- 2) Merging Particle Filter の考え方はサンプルの多様性を増加させる上で有効と思われるが、本論文で対象とした限界状態確率の算定に対しては効果が見られる場合と見られない場合があった。また、ケースによっては偏差が生じる場合もあり注意が必要である。
- 3) Merging Particle Filter によって生成するサンプルの多様性をさらに増加させるため Probabilistic Merging Particle Filter を提案し、数値実験により性能比較を行ったが、Merging Particle Filter に比較して明確な性能向上は示さなかった。

本論文中には示していないが、より degeneracy が厳しいケース (有効サンプル比率が小さいケース) では Probabilistic Merging Particle Filter の方が Merging Particle Filter よりも

COV が小さくなったが、やはり偏差が生じるという問題があり、信頼性解析への応用には困難がある。本論文で取り上げた例題のように一回一回の計算が軽い問題の確率算定では通常の SMCS (PF)を用い、十分に大きなサンプル数で計算することが現実的なアプローチと考えている。必要なサンプル数の目安は結論 1)で述べたように有効サンプル比率をもとに必要とする精度 (変動係数) から決めることができる。

なお、degeneracy への対応の立場からは更新後の重みが大きくなる領域にサンプルを多く設定すること、信頼性解析の立場からは破壊点付近にサンプルに多く発生させることが好ましい。そのための具体的方法については今後の課題としたい。

参考文献

- 1) 土木学会, 特集社会資本へのアセットマネジメント導入に向けて, 土木学会誌, Vol.89, 8月号, 2004
- 2) 特集: 戦略的な道路構造物マネジメント, 土木技術資料, 48-11, 2006
- 3) 吉田郁政, 豊田耕一, 星谷勝: 時間更新を考慮した逆解析と観測点配置の評価指数, 土木学会論文集, No.543/I-36, pp.271-280, 1996
- 4) 吉田郁政, 秋山充良, 鈴木修一, 第Ⅲ編 4章既設構造物の耐久性信頼性評価の例示, コンクリート構造物の信頼性設計に関する研究小委員会 (336 委員会) 成果報告書, コンクリート技術シリーズ 83, 土木学会, pp.III51-III70, 2008
- 5) 吉田郁政, 秋山充良, 鈴木修一, 山上雅人: Sequential Monte Carlo Simulation を用いた維持管理のための信頼性評価手法, 土木学会論文集 A, Vol. 65, 2009. (掲載決定)
- 6) Arulampalam, S., Maskell, S., Gordon N. and Clapp, T., A Tutorial on Particle Filters for On-line Non-linear/Non-Gaussian Bayesian Tracking, IEEE transactions on signal processing, vol.50, no.2, pp.174-188, 2002.
- 7) Ristic, B., Arulampalam, S. and Gordon, N., Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications, Artech House, 2004.
- 8) Bergman N., Recursive Bayesian Estimation: Navigation and Tracking Applications, PhD thesis 579, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Linköping, Sweden, 1999.
- 9) Kitagawa, G., Monte Carlo Filter and Smoother for Non-Gaussian State Space Models, Journal of Computational and Graphical Statistics, Vol.5, No.1, pp.1-25, 1996.
- 10) Gordon, N., Salmond, D. and Smith, A., A novel approach to nonlinear / non-Gaussian Bayesian state estimation, Proceedings of IEEE on Radar and Signal Processing, 140, pp.107 - 113, 1993
- 11) Nakano, S., Ueno, G., and Higuchi, T., Merging particle filter for sequential data assimilation, Nonlin. Processes Geophys., 14, pp.395-408, 2007.
- 12) Yoshida, I. and Sato, T., Health monitoring algorithm by the Monte Carlo Filter based on non-Gaussian noise, Journal of Natural Disaster Science, Vol.24, No.2, pp.101-107, 2002.
- 13) 村上章, 西村伸一, 藤澤和謙, 中村和幸, 尾崎曹斗, 粒子フィルタを用いた地盤挙動のデータ同化, 地盤工学会研究発表会, 講演概要集, 2009
- 14) 小林重信・小野功: 進化型計算に基づくシステム最適化, 計測と制御, 35-7, pp.508-513, 1996
- 15) 加藤寛一郎: 最適制御入門, 東京大学出版会, 1987
- 16) Qi Lukuan, 関博: 鉄筋腐食によるコンクリートのひび割れ発生状況及びひび割れ幅に関する研究, 土木学会論文集, No.669/V-50, pp.161-171, 2001.
- 17) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 I 共通編, 2002.
- 18) 鈴木修一, 堤知明, 吉田郁政, 大下英吉: 塩害を受ける RC 構造物の目視点検情報のモデル化, コンクリート工学年次論文集, Vol.31, No.2, pp.1543-1548, 2009.

(2009年4月9日 受付)