鋼板腐食に伴う応力再配分を考慮した

シェル要素による解析法の開発と実用問題への適用

Development and application of a finite element analysis based on shell element considering a redistribution of stress caused by corrosion 玉川 新悟*・三好 崇夫**・奈良 敬*** Shingo TAMAGAWA, Takao MIYOSHI and Satoshi NARA

*学生員	大阪大学	学大学院博士前期課程	工学研究科地球総合工学専攻	(〒565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1)
**正会員	工博	大阪大学大学院助教	工学研究科地球総合工学専攻	(〒565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1)
***正会員	工博	大阪大学大学院教授	工学研究科地球総合工学専攻	(〒565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1)

FEM analysis is a useful method of estimating the ultimate strength of damaged structures by corrosion. Actually, a large number of studies have been made on the ultimate strength of these structures by use of FEM analysis. However, most of them neglected effects of a redistribution of residual stress or dead load stress caused by volume change due to corrosion. This paper develops a finite element method that estimate the ultimate strength of corroded steel structures, and proposes a shell element that takes into consideration the change of mechanical behavior caused by volume change due to corrosion. Moreover, the effects of redistribution of residual stress or dead load stress on the ultimate strength of a steel plate are shown.

Key Word: FEM, Shell element, corrosion, redistribution of stress

1. はじめに

適切な維持管理の施されていない既設鋼構造物は、年 月の経過とともに徐々にその保有性能を失うため、老朽 化した構造物は時としてこれを使用する人々の安全を脅 かすものとなる. 鋼橋に着目した場合、その劣化の要因 は主に腐食と疲労が考えられ、中でも腐食による部材の 損傷は、鋼橋の架け替え理由の大きな要因であることが 報告されている¹⁾. 今後, 既設鋼橋の多くが高齢化を迎 える中で、腐食損傷に起因した鋼橋の架け替えや、補修・ 補強に対する需要が増大することが予想されるため、腐 食により損傷した橋梁が現時点で有する性能を残存耐荷 力などの工学的な指標に基づき評価した上で、補修・補 強もしくは架け替えの要否を判断する技術の確立が必要 であると考えられる. また, 我が国では, 今後急速に少 子高齢化が進行するため、劣化した構造物の補修・補強 に投入できる資金の減少が予想される. したがって、将 来にわたる構造物の劣化状況を定量的に予測可能となれ ば、鋼構造物の維持管理業務の一層の合理化が図れるこ とが期待される.

既設鋼構造物の残存耐荷力の予測を考えた場合,非破壊的手法である有限要素法は有力な手段の一つであり,

有限要素法を用いて既設鋼構造物の残存耐荷力の予測を 試みた多くの研究成果が報告されている 2)~8). これらの 研究では、腐食により体積欠損を生じた鋼部材・鋼板要 素に対する残存強度評価式や、有限要素法を用いて残存 強度を精度よく予測するための使用要素の選択、要素分 割数などが提案されている.しかしながら、実験結果と 有限要素法による再現解析結果の間に大きな差異がみら れるものも少なくない. この原因の一つとして、体積欠 損に伴い再配分される残留応力が考慮されていないこと が考えられる. また, 死荷重応力下での体積欠損過程で 生ずる、塑性化の発生に起因した不可逆的な変形の影響 を無視したモデル化にも疑問が残る. 後藤らは、この点 に着目し、体積欠損過程で生じる力学的挙動を考慮した 解析法をはり要素、ソリッド要素について提案している ^{9~11)}. ここで, 一般に鋼板で構成される土木鋼構造物を 対象とした場合、ソリッド要素によるモデル化は、複雑 な表面形状を有する鋼板の応力状態を表現するには適切 であるが、シェル要素などに比べ計算効率が悪化し、ま た、はり要素は、板要素の局部的な変形を表現できない などの欠点を有する. そこで、本研究では、シェル要素 を用いて、体積の欠損に伴う応力の再配分を考慮した有 限要素解析法を開発することを目的とした、このような

解析法の開発により、体積欠損時の応力再配分が残存耐 荷力に及ぼす影響を把握するとともに、健全な状態から 劣化が生じた現時点における鋼構造物の状態を予測する ことや、腐食進展シミュレーション手法との併用により、 将来にわたる鋼構造物の劣化予測等が可能となると考え られる.

本論文では、考案した解析法の概要を述べるとともに、 その妥当性を検証した数値計算結果を示し、さらに、実 用的な問題への適用例として、残留応力や死荷重応力の 再配分が周辺単純支持板の圧縮強度に及ぼす影響につい て調べたので、結果を報告する.

2. シェル要素を用いて体積欠損に伴う応力再配分を 考慮した弾塑性有限変位解析法

本章では、シェル要素を用いて体積欠損に伴う応力の 再配分過程を考慮した弾塑性有限変位解析法の概要を説 明する.本解析法の定式化では、更新された既知配置を 参照する更新Lagrange法にしたがった仮想仕事式を用い ている.なお、以下の諸量を記述するにあたり、その諸 量を生ずる擬似的な時刻を左肩符号として付して示すこ とにする.

2. 1 8節点アイソパラメトリックシェル要素

本解析法では、実用上、十分な精度を有するとされて いる8節点アイソパラメトリックシェル要素を採用した. この要素では、任意の時刻1における要素内の任意点で の位置ベクトル1xは次式で表わされる.

$${}^{t} \mathbf{x} = \sum_{n=1}^{8} N^{n t} \mathbf{x}^{n} + \frac{r_{3}}{2} \sum_{n=1}^{8} a^{n} N^{n t} V_{3}^{n}$$
(1)

ここに、図-1に示すように、 N^n : 節点n (n=1,2,...,8) における形状関数、' x^n : 位置ベクトル、 a^n : 初期板厚 および' V_3^n は板厚の方向を示す単位ベクトルであり、面 外せん断変形を許容する Mindlin-Reissner の仮定に従っ て、' V_3^n は変形間で直線を保つが必ずしも中立面に直交 する必要はないものとする.また、要素の板厚は、変形 によって変化しないものとし、後述するように体積欠損 のみによって変化するものとした.

2.2 応力再配分の解析法と接線剛性方程式

8 節点アイソパラメトリックシェル要素を用いて,体 積欠損に伴う応力の再配分の解析法,および接線剛性方 程式について示す.

まず,初期状態から表面力や物体力などの外力が作用 した際の既知のつり合い状態を時刻 t とした場合,この 時点における,有限要素へ離散化後の仮想仕事式は,外 力 'F と内力'Q を用いて次式で示される¹²⁾.

$$\delta U^{\prime \prime} F - \delta U^{\prime \prime} Q = 0 \tag{2}$$

ここに、*δU*は幾何学的に可容な仮想変位ベクトルであ



り,内力'Qは次式で表わされる.

$${}^{t}\boldsymbol{Q} = \sum_{i} \int_{1} \int_{1} \int_{1} {}^{t} \boldsymbol{B}_{L}^{T} \boldsymbol{T} \det^{i} \boldsymbol{J} dr_{1} dr_{2} dr_{3}$$
(3)

ただし、T: Cauchy 応力テンソルのベクトル表示、 B_L : 変位とひずみを関係づけるマトリックスであり、 $\Sigma(\bullet)$ は 各要素から構造全体系への重ね合わせを意味する.また、 各要素の Jacobian マトリックス J は次式で表わされる.

$${}^{t}\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial' x_{1}}{\partial r_{1}} & \frac{\partial' x_{2}}{\partial r_{1}} & \frac{\partial' x_{3}}{\partial r_{1}} \\ \frac{\partial' x_{1}}{\partial r_{2}} & \frac{\partial' x_{2}}{\partial r_{2}} & \frac{\partial' x_{3}}{\partial r_{2}} \\ \frac{\partial' x_{1}}{\partial r_{3}} & \frac{\partial' x_{2}}{\partial r_{3}} & \frac{\partial' x_{3}}{\partial r_{3}} \end{bmatrix}$$
(4)

次に,時刻 t のつり合い状態から体積が欠損した場合 を想定し,変形後のつり合いを考える.

図-2 に示すように、シェル要素を用いた本解析法で は、体積欠損を考慮する際に、各節点の板厚を上面、下 面ともに' V_3 "方向へ変化させた板厚減少量' a_{μ} " (' a_{μ} " ≥ 0)、 ' a_{μ} " (' a_{μ} " ≥ 0)を用いて表現する.

ここで,時刻tにおける体積欠損を表すパラメータ'ス₄, 'ス₆を次式で定義する.

$$t\lambda_{A}^{n} = \frac{\left(ta_{b}^{n} + ta_{u}^{n}\right)}{a^{n}}$$

$$\tag{5}$$

$$\lambda_B^n = \frac{\left({}^{\prime}a_b^n - {}^{\prime}a_u^n\right)}{a^n} \tag{6}$$

なお,体積欠損パラメータ'ル」は各節点の板厚の減少 率を表し, 'ル」は板厚減少量の上下非対称率を表す.

時刻 t から体積の欠損が生じたことによる変形後のつり合い状態を時刻 t+Δt とした場合,時刻 t+Δt における外

力
$$H^{\prime\prime}F$$
 と内力 $H^{\prime\prime}Q$ は次式を満たす.

 $\delta \boldsymbol{U}^{T \ t+\Delta \boldsymbol{F}} \boldsymbol{F} - \delta \boldsymbol{U}^{T \ t+\Delta \boldsymbol{Q}} \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{\theta}$ (7)

式(7)において、内力^{*Hdl*}Qは次式で表わされる. ^{*Hdl*}Q = $\sum_{l} \int_{l} \int_{l} \int_{l} \int_{l} r^{Hdl} B_{L}^{T Hdl} T \det^{Hdl} J dr_{1} dr_{2} dr_{3}$ (8)

ここで, Jacobian マトリックス ^{#4}J は, 次式で示され る時刻 *t+*Δ*t* での位置ベクトルで表わされ, 体積欠損パラ メータの関数になっている.

$${}^{\iota+\Delta\iota} \mathbf{x} = \sum_{n=1}^{8} N^{n} \left({}^{\iota+\Delta\iota} \mathbf{x}^{n} + \frac{{}^{\iota} \lambda_{B}^{n} a^{n}}{2} {}^{\iota+\Delta\iota} V_{3}^{n} \right) + \frac{r_{3}}{2} \sum_{n=1}^{8} \left(1 - {}^{\iota} \lambda_{A}^{n} \right) a^{n} N^{n \, \iota+\Delta\iota} V_{3}^{n}$$
(9)

式(7)で表わされる仮想仕事式を解くことで、体積欠損による再配分後の応力^{#d}Tを求めることができる.

弾塑性有限変位解析を想定した場合,式(7)は非線形方 程式として与えられるため,本解析法では,式(2)を時間 に関して増分分解し,有限な時間増分間における接線剛 性方程式を解き,反復法による収束計算を行う.

以下では、反復法に Newton-Raphson 法を用いて、各反 復間における接線剛性方程式を具体的に示す. なお、以 下では、時刻 t から $t+\Delta t$ 間の反復 $r(r=1,2,3,\cdots)$ 回目の諸 量に対し、反復回数を右肩に()を付して記述する.

反復 r-1 回目における応力を体積欠損後の領域で積分 することで求まる残存内力 ^{+dt} $H^{(r-1)}$ を次式で定義する. ^{++Δ} $H^{(r-1)} = \sum_{e} \int_{1} \int_{1} \int_{1} \int_{1} (+\Delta B_{L}^{(r-1)T} + \Delta T^{(r-1)} \det^{(+\Delta J)} dr_{1} dr_{2} dr_{3})$

(10)

ただし、式(10)において、'** $B_L^{(0)}='B_L$ 、'** $T^{(0)}='T$ とする、'** $J^{(0)}$ に関しては、残存体積を表現するため、次式で表わされる体積欠損後の位置ベクトル'** $x^{(r-1)}\Big|_{r=1}$ から求められる。

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{x}^{(r-1)} = \sum_{n=1}^{8} N^n \left({}^{t+\Delta t} \mathbf{x}^{n(r-1)} + \frac{{}^t \lambda_B^n a^n}{2} {}^{t+\Delta t} V_3^{n(r-1)} \right) + \frac{r_3}{2} \sum_{n=1}^{8} \left(1 - {}^t \lambda_A^n \right) a^n N^{n t+\Delta t} V_3^{n(r-1)}$$
(11)

残存内力を用いて、各反復点における不平衡力ベクト ル**R⁽⁺¹⁾は、**次式で表わされる.

 $\boldsymbol{R}^{(r-1)} = {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{F} - {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{H}^{(r-1)}$ (12)

反復回数 r-1 から r 間の増分変位ベクトルを AU^のとした場合,式(12)で示される不平衡カベクトルを用いることで,接線剛性方程式が次式で表わされる.

 $^{\iota+\Delta t}\boldsymbol{K}^{(r-1)}\Delta \boldsymbol{U}^{(r)} = \boldsymbol{R}^{(r-1)}$ (13)

ここに、K は接線剛性マトリックスであり、構成則マトリックスDを用いて次式で表わされる.

 $= \sum_{e} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{t+\Delta t} \boldsymbol{B}_{NL}^{(r-1)^{T}} + \Delta t \boldsymbol{T}^{(r-1)t+\Delta t} \boldsymbol{B}_{NL}^{(r-1)} \det^{t+\Delta t} \boldsymbol{J}^{(r-1)} dr_{1} dr_{2} dr_{3}$ $+ \sum_{e} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{t+\Delta t} \boldsymbol{B}_{L}^{(r-1)^{T}} + \Delta t \boldsymbol{D}^{(r-1)t+\Delta t} \boldsymbol{B}_{L}^{(r-1)} \det^{t+\Delta t} \boldsymbol{J}^{(r-1)} dr_{1} dr_{2} dr_{3}$

(14)

式(13)から増分変位ベクトル ムレやが求まり、ムレやの節



図-4 非対称減厚で生ずる節点間のずれ

点 n における並進変位ベクトル $\Delta u^{n^{(r)}}$ を用いて節点 n の 位置ベクトル^{++ ω} $x^{n^{(r)}}$ は次式で更新される.

 $^{^{\iota+\Delta\iota}}\boldsymbol{x}^{^{n(r)}} = {}^{^{\iota+\Delta\iota}}\boldsymbol{x}^{^{n(r-1)}} + \Delta \boldsymbol{u}^{^{n(r)}}$ (15)

以上で示した収束計算過程の概念図を図-3に示す.

また、板厚の方向を示すベクトル⁺⁴⁴ $V_3^{n(r)}$ は、次式で表 されるように、有限回転行列⁺⁴⁴ $L^{n(r)}$ を用いて更新する. ⁺⁴⁴ $V_3^{n(r)} = {}^{+44}L^{n(r)}V_3^{n}$ (16)

$$L^{n(r)} = \boldsymbol{I} + \frac{\sin\omega}{\omega} L^{n(r)} + 2\left(\frac{\sin\omega}{2}\right)^2 \left(L^{n(r)}\right)^2 \qquad (17)$$

ここに、 $I: 単位行列, ``<math>\omega \sigma^{n^{(e)}}: 回転軸を表すベクト$ ルを成分に持つ反対称マトリックス、 $\omega: `` V_3^{(e)}$ の回転角である.

2.3 非対称減厚に伴う剛性方程式の変換

式(9)は、図-4 に示すように各節点の板厚が上下非対称に減厚した際に、シェル要素の中央面を移動させることを表している.このため、非対称減厚が生じた場合、各節点には非対称減厚に起因した見かけ上の変位が生じ、同一節点間にずれが生ずる.

そこで、本解析法では、接線剛性方程式を構造全体系 で重ね合わせる際に、見かけ上の変位が生じた後の節点 位置で求めた要素接線剛性方程式を見かけ上の変位が生 じる前の節点位置における剛性方程式に変換して、これ を重ね合わせた全体系の剛性方程式を解くことで、ずれ による影響を考慮する.

以下では,見かけ上の変位が生ずる前後での節点を区 別するため,前者を実節点,後者を従属節点と称し,従 属節点の変位ベクトル,不平衡力ベクトルにはすべて

「 ^ 」記号を付して表わす.

反復回数 r-1 から r で生ずる実節点の増分変位ベクト ル^{++*} $\Delta U^{n(r)}$ と従属節点の増分変位ベクトル^{++*} $\Delta \hat{U}^{n(r)}$ の 成分を次式で定義する.

 ${}^{t+\Delta t}\Delta \boldsymbol{U}^{n(r)} = \begin{pmatrix} {}^{t+\Delta t}\Delta \boldsymbol{U}^{n(r)}, {}^{t+\Delta t}\Delta \boldsymbol{V}^{n(r)}, {}^{t+\Delta t}\Delta \boldsymbol{W}^{n(r)}, {}^{t+\Delta t}\Delta \boldsymbol{\theta}_{1}^{n(r)}, {}^{t+\Delta t}\Delta \boldsymbol{\theta}_{2}^{n(r)} \end{pmatrix}^{T}$ ${}^{t+\Delta t}\Delta \hat{\boldsymbol{U}}^{n(r)} = \begin{pmatrix} {}^{t+\Delta t}\Delta \hat{\boldsymbol{U}}^{n(r)}, {}^{t+\Delta t}\Delta \hat{\boldsymbol{V}}^{n(r)}, {}^{t+\Delta t}\Delta \hat{\boldsymbol{W}}^{n(r)}, {}^{t+\Delta t}\Delta \hat{\boldsymbol{\theta}}_{1}^{n(r)}, {}^{t+\Delta t}\Delta \hat{\boldsymbol{\theta}}_{2}^{n(r)} \end{pmatrix}^{T}$

 $(18)_{1,2}$

ここに、右辺の 1~3 項は全体座標系を参照した並進変 位成分であり、4,5 項は、節点局所座標系を参照した回転 変位成分である.ただし、節点局所座標は、 $(+\Delta t V_3^{n(r-1)})$ と これに直交する単位ベクトル $(+\Delta t V_1^{n(r-1)})$ 、 $(+\Delta t V_2^{n(r-1)})$ で定義 される.

一方,反復r-1回目に生ずる実節点の不平衡カベクト ル⁺⁺ **R**^{n(r-1)} と従属節点の不平衡カベクトル⁺⁺ **Â**^{n(r-1)}を次 式で定義する.

 ${}^{t+\Delta t}\boldsymbol{R}^{n(r-1)} = \begin{pmatrix} {}^{t+\Delta t}F_1^{n(r-1)}, {}^{t+\Delta t}F_2^{n(r-1)}, {}^{t+\Delta t}F_3^{n(r-1)}, {}^{t+\Delta t}m_1^{n(r-1)}, {}^{t+\Delta t}m_2^{n(r-1)} \end{pmatrix}^{T}$ ${}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\hat{R}}^{n(r-1)} = \begin{pmatrix} {}^{t+\Delta t}\hat{F}_1^{n(r-1)}, {}^{t+\Delta t}\hat{F}_2^{n(r-1)}, {}^{t+\Delta t}\hat{F}_3^{n(r-1)}, {}^{t+\Delta t}\hat{m}_1^{n(r-1)}, {}^{t+\Delta t}\hat{m}_2^{n(r-1)} \end{pmatrix}^{T}$

 $(19)_{1,2}$

(22)

ここに,右辺の1~3項は全体座標系を参照した不平衡 カベクトルの成分であり,4,5項は,節点局所座標まわ りのモーメントベクトルの成分である.

これらを用いて^{*i*+Δ} $\Delta U^{n(r)}$ と^{*i*+Δ} $\Delta \hat{U}^{n(r)}$, また^{*i*+Δ} $R^{n(r-1)}$ と ^{*i*+Δ} $\hat{R}^{n(r-1)}$ には次式で示される関係が成り立つ.

 ${}^{\iota+\Delta t}\Delta U^{n(r)} = {}^{\iota+\Delta t} L_{U}^{n(r-1)} {}^{\iota+\Delta t}\Delta \hat{U}^{n(r)}$ (20)

 ${}^{\iota+\Delta t} \mathbf{R}^{n^{(r-1)}} = {}^{\iota+\Delta t} \mathcal{L}_{F}^{n^{(r-1)}\iota+\Delta t} \hat{\mathbf{R}}^{n^{(r-1)}}$ (21)

ただし、 ^{$t+\omega$} L_v^{n} ^(r-1) と ^{$t+\omega$} L_F^{n} ^(r-1) は実節点と従属節点間に おける変換行列であり、次式で表わされる.

$${}^{\iota+\Delta\iota}\boldsymbol{L}_{U}^{n}{}^{(r-1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{\iota\lambda_{B}^{n}a^{n\,\iota+\Delta\iota}\boldsymbol{V}_{21}^{n(r-1)}}{2} & \frac{-\iota\lambda_{B}^{n}a^{n\,\iota+\Delta\iota}\boldsymbol{V}_{11}^{n(r-1)}}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{\iota\lambda_{B}^{n}a^{n\,\iota+\Delta\iota}\boldsymbol{V}_{22}^{n(r-1)}}{2} & \frac{-\iota\lambda_{B}^{n}a^{n\,\iota+\Delta\iota}\boldsymbol{V}_{12}^{n(r-1)}}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{\iota\lambda_{B}^{n}a^{n\,\iota+\Delta\iota}\boldsymbol{V}_{23}^{n(r-1)}}{2} & \frac{-\iota\lambda_{B}^{n}a^{n\,\iota+\Delta\iota}\boldsymbol{V}_{13}^{n(r-1)}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$t+\Delta t L_n^{n(r-1)}$$

 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-t^{n} \lambda^{n}_{B} a^{n t + \Delta t} V_{21}^{n(r-1)}}{2} & \frac{-t^{n} \lambda^{n}_{B} a^{n t + \Delta t} V_{22}^{n(r-1)}}{2} & \frac{-t^{n} \lambda^{n}_{B} a^{n t + \Delta t} V_{22}^{n(r-1)}}{2} & \frac{-t^{n} \lambda^{n}_{B} a^{n t + \Delta t} V_{23}^{n(r-1)}}{2} & 1 & 0 \\ \frac{t^{n} \lambda^{n}_{B} a^{n t + \Delta t} V_{11}^{n(r-1)}}{2} & \frac{t^{n} \lambda^{n}_{B} a^{n t + \Delta t} V_{12}^{n(r-1)}}{2} & \frac{t^{n} \lambda^{n}_{B} a^{n t + \Delta t} V_{13}^{n(r-1)}}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (23)

式(22), (23)の"⁺"_i"^(r-1)はベクトル""_i"の全体座標

系j成分である.

従属節点における不平衡力ベクトルと増分変位ベクト ルの間に成立する要素接線剛性方程式の節点*i*, *j*に対応 する剛性マトリックスを^{++*} $\hat{k}_{ij}^{(r-1)}$ とすると,実節点にお ける要素接線剛性方程式は,式(20),(21)を用いて次式で 示される.



以上のようにして,非対称減厚により同一節点間にず れが生じる場合は、実節点における要素接線剛性方程式 を立て,これを重ね合わせた接線剛性方程式を解いて実 節点における増分変位ベクトルを求めればよい.

3. 数値解析例を通した解析コードの妥当性の検証

本章では、開発した解析法を導入した解析コードの妥 当性を検証するために行った数値解析の一例を示す.解 析例は、弾性および弾塑性有限変位解析とする.弾塑性 有限変位解析で用いた降伏条件式、硬化則は、それぞれ Mises の降伏条件式、等方硬化則とし、弾塑性構成則は 加工硬化を考慮したバイリニア型を仮定した.また、弾 塑性解析の手法には、応力増分を算出する際に、当初か ら降伏曲面上に存在する応力を得ることが可能な後退 Euler型積分法を採用し、この積分法と整合した整合接線 剛性を用いた.

なお、以下の解析では減厚率βを次式で定義する.

 $\beta = \frac{t_0 - t}{t_0} \times 100 \quad (\%) \tag{25}$

ここに、t₀:初期板厚、t:現在の板厚である.

3.1 一方向引張荷重下で体積欠損による円形孔食 を生じる平板の弾性有限変位解析

開発した解析コードでは、腐食により一部の要素の板 厚が無くなるような問題にも対処するため、そのような 場合には、板厚がゼロとなった要素に関する剛性方程式 の項を消去することで処理している.

そこで、本解析コードの妥当性の検証として、図-5 に示すような引張荷重下にある平板に円形状の孔食を生 じさせる解析を行った.ただし、孔食は孔内部の腐食領 域で板厚が一定となるようにモデル化している.

ここでは、体積欠損過程で塑性化の発生による不可逆 的な変形履歴を生じない弾性有限変位解析とする.この ため、本解析コードの妥当性は、当初から孔食による貫 通孔を有する平板に分布荷重 *p*=100N/mm²を引張載荷し た解析結果と、孔食の無い平板に分布荷重 *p*=100N/mm² だけ引張載荷した後に、この荷重を一定に保った状態で、 孔食部に位置する要素の板厚を表裏面から対称に 0.05mm ずつ減厚させていき、最終的に貫通孔を生じさ



平板長さ2L = 60mm, 平板幅2B = 30mm, 円孔半径a = 5mm分布荷重 $p = 100 N/mm^2$, 弾性係数E = 200 GPa, ポアソン比v = 0.3



図-7 荷重と載荷辺変位の関係

せた解析結果を比較することで検証する.応力の再配分 を考慮していない解析コードを用いた前者の解析ケース を Case-1,本解析コードを用いた後者を Case-2 とする.

両解析ケースの解析モデルは、対称性を利用して図ー6 に示すような1/4モデルとした.

解析結果として、分布荷重 p と載荷辺中央の載荷方向 変位 U を孔食が無い平板の載荷方向変位 U で除したパ ラメータの関係を図-7 に示す.また Y 軸近傍の積分点 に沿った、板厚中央面 (Z=0) における載荷方向直応力 分布の体積欠損に伴う変化を図-8 に示す.図-8には、 Case-1 における解析終了時の応力分布も併せて示してい る.図-7より、Case-1 と Case-2 における解析終了時の 変形状態は一致している.また図-8 の応力分布の変化 をみると、減厚率βの増加に伴い健全部へ応力が配分さ れていき、体積欠損が終了して貫通孔が生じた時点 (β=100%)で Case-1 と Case2 の応力状態が一致しているこ とがわかる.以上より、要素の板厚がなくなるような問 題に対し、本解析コードは妥当であると考えられる.

3.2 集中荷重下で体積欠損を生じる周辺固定支持 板の弾塑性有限変位解析

次に、中央点に面外集中荷重を載荷した状態にある周 辺固定支持正方板の体積を欠損させる弾塑性有限変位解 析を行った.ここでは、本解析コードの妥当性の検証と して、シェル要素を用いた本解析法による解析結果と、 著者らが別途開発した 20 節点ソリッド要素を有する解 析コードによる解析結果を比較する.

本解析法を用いた解析モデルは図-9 に示すように対



図-6 孔食を生じる平板の解析モデル





図-9 シェル要素を用いた周辺固定支持板の解析モデル

称性を利用した 1/4 モデルとし、体積欠損は、全要素の 板厚を表裏面から上下対称に初期板厚の半分になるまで 一様に欠損させた.また、ソリッド要素による解析では、 図-10に示すように、板厚方向の体積欠損部に予め細か い要素分割を施し、荷重載荷後のつり合い状態から、徐々 に体積欠損部の要素を消去する方法を用いており、本解 析法とは異なった方法である。解析結果として、減厚率 βと載荷点における面外変位 Wの関係を図-11 に示す。 図-11 より、本解析法を用いた解析結果は、ソリッド要



素による解析結果と良好に一致しており、弾塑性問題に おいても、体積欠損過程における変形挙動を適切に評価 できていることがわかる.

4. 体積欠損に伴う応力再配分が周辺単純支持板の 圧縮強度特性に及ぼす影響

本章では、開発した解析法を用いて弾塑性有限変位解 析を行い、腐食に伴う体積欠損過程で生ずる残留応力や 死荷重応力の再配分を把握し、これが周辺単純支持板の 圧縮強度に及ぼす影響に関する考察を行う.

周辺単純支持板の解析モデルは、図-12に示すように、 1辺200mmの正方形板とし、分割数は縦横ともに16等 分割とした.幅厚比パラメータの違いは、初期板厚なを 変化させることで考慮した.なお、降伏後の応カーひず み関係は簡単のため硬化型のバイリニア曲線とし、降伏 関数および硬化則はそれぞれ Mises の降伏関数、等方硬 化則とした.

また、腐食を模擬した体積欠損領域として、図-13 に 示すように Type-A から Type-D までの4 つの領域を設定 した.いずれのタイプも、斜線部で示される領域を最大 で初期板厚の半分になるまで徐々に減厚させた.

4.1 体積欠損に伴う初期不整の変化と板の圧縮強 度に及ぼす影響に関する考察

ここでは、体積欠損に伴う初期不整の変化と、これが 周辺単純支持板の圧縮強度に及ぼす影響を考察する.対 象とする周辺単純支持板は、体積欠損の無い状態の幅厚 比パラメータ R が 0.6, 0.8, 1.0, 1.2 の場合を設定し、 体積欠損は板の表裏面から対称に減厚させることで与え た.残留応力分布は、図-12 示すように、板の長さ方向 成分のみを考え、引張部に $\sigma_n = \sigma_r$, 圧縮部に $\sigma_n = -\sigma_r/3$ とし、自己平衡条件を満たすように導入した. また、初期たわみは三角関数の半波形で与え、初期たわ みの最大値 W_0 は、b/150とした.ここで、一般的に相関



関係にあると考えられる残留応力と初期たわみを独立に 与えた場合,不平衡力が発生し,当初仮定した残留応力・ 初期たわみ形状を再現できなくなることが広く知られて いる.そこで本研究では,この不平衡力を打ち消す仮想 的な外力の導入により,当初仮定した残留応力分布や初 期たわみ形状を強制的に再現する仮想外力法を用いた. ただし,導入する仮想的な外力は,初期導入時の釣合い 条件を満足させるためのものであり,残留応力の再配分 時の不平衡力は,体積欠損部が有する残留応力分から得 られた解放力のみを考慮した.

(1)残留応力再配分に伴う初期不整の変化

残留応力の再配分挙動を把握するため、残留応力を導入した解析モデルに対し、Type-AからType-Dまでの体積欠損を与える解析を行った.ただし、解析は、残留応力の配分のみに着目するため、無載荷状態で行った.

残留応力の再配分時の境界条件には、載荷辺の面内方 向変位を拘束する条件と、拘束しない条件が考えられる. 面内方向変位を拘束しない場合、残留応力の再配分は板 要素内において自己つり合いを満たすように行われるが、 実際の橋梁における応力配分は隣接板要素間を通じて行 われるため、必ずしも適切でないと考えられる.そこで、 残留応力再配分時の境界条件として、載荷辺を面内方向 に拘束する条件を用いた.このため、本節における境界 条件は、再配分後の残留応力が必ずしも自己つり合いを 満たさず、近隣要素からの支持を受けることを前提とし たものである.

解析結果として、各欠損領域での残留応力再配分挙動 を減厚率 β とともに図-14に示す.ただし、幅厚比の違 いによる影響はみられなかったため、幅厚比パラメータ Rが 0.8 の場合を代表させて示す.図-14には、板の面 内方向における再配分挙動を把握するため、板厚方向の 中央面上の中央部近傍(X=0)と載荷辺近傍(X=a/2)の 2 箇所における応力分布を示している.

図-14 より得られた結果について考察すると以下の ようである.

Type-A における残留応力再配分挙動は、体積欠損に伴 い中央部で圧縮残留応力の増加がみられ、載荷辺近傍で 圧縮残留応力の減少がみられる.これは、圧縮残留応力 域の体積が欠損したことで、発生した不平衡力は欠損部 を圧縮する方向へ作用するため、中央部では、圧縮力が 働き圧縮残留応力が増加したと考えられる.また、載荷 辺近傍では、欠損部を圧縮する方向へ作用する不平衡力 と載荷辺の拘束条件により、引張力が働いたことで圧縮 残留応力が減少したと考えられる.

Type-B では、中央部で圧縮残留応力の減少がみられ、 載荷辺近傍で圧縮残留応力の増加がみられる.これは、 Type-A と同様に、載荷辺近傍における圧縮残留応力域の 体積が欠損することで、欠損部を圧縮する不平衡力と載



図-14 体積欠損に伴う残留応力の再配分挙動(R=0.8)

荷辺の拘束条件により、欠損部には圧縮力が働き、また、 中央部では、両側からこの不平衡力が作用することで引 張力が働いたためと考えられる.以上の考察は、Type-A における中央部と載荷辺近傍に見られた挙動に対する考 察と全く逆であり、Type-Aの中央部、載荷辺近傍におけ る応力再配分挙動が、それぞれ Type-Bの載荷辺近傍、 中央部における再配分挙動と一致していることからも妥 当であると考えられる.

Type-C では、引張残留応力域の体積が欠損することで、 欠損部には、引張の不平衡力が働き、欠損部と載荷辺近 傍で挟まれた領域には圧縮力が働く.ここで、中央部の 引張残留応力は降伏応力に達しており、これ以上の大き な応力の増加を見込めないため、不平衡力の大部分を載 荷辺近傍が受け持つ形となり、載荷辺において圧縮残留 応力の増加と引張残留応力の大きな減少がみられる.

Type-D では、Type-A と Type-C の一部を組み合わせた 領域を欠損させており、中央部の圧縮残留応力の増加や 引張残留応力の減少は、Type-A で考察した影響であり、 載荷辺近傍の圧縮残留応力の増加と引張残留応力の減少 は Type-C の影響であると考えられる.

次に,残留応力再配分過程における X=0 上の面外たわ み分布を図-15に示す.なお、図-15は、幅厚比パラメ ータRが0.8の解析モデルにおける、減厚率が50%時の ものである. 図-15 より, Type-A, B, Dの欠損領域を 有する解析ケースでは、初期たわみに比べて欠損後の面 外たわみが減少していることがわかる.この原因として、 Type-A では、載荷辺の面内変位を拘束したことで、中央 部に生ずる圧縮の不平衡力が、初期たわみを減少させる 向きの偏心モーメントを生じさせるため、面外たわみは 小さくなったものと考えられる. Type-B では、板中央部 が両載荷辺近傍から引張の不平衡力を受けることで、初 期たわみを減少させる向きの偏心モーメントが生じたた めと考えられる. Type-D では、板中央部付近の欠損部に おいて、Type-A と同様のメカニズムで初期たわみの減少 が生じたため、たわみの最大値が欠損部以外で発生して いる. また、Type-A、B、D のいずれも幅厚比パラメー タの増加により、初期たわみの変化量が大きくなる傾向 となった.一方, Type-C では,若干の初期たわみの減少 がみられるものの、導入時の初期たわみに比べて大きな 違いは見られず、また、幅厚比パラメータに関わらず、 ほぼ同様の変化量となった.この原因として、体積欠損 に伴うX軸方向の不平衡力による偏心モーメントの発生 が、面外たわみの変化に大きな影響を与える板中央部で なく、板幅方向(Y軸方向)の両側辺で起こったためと 考えられる.

(2)残留応力の有無が体積欠損を有する板の圧縮強度 に及ぼす影響

再配分後の残留応力が,体積欠損を有する周辺単純支 持板の圧縮強度に及ぼす影響を調べるため,残留応力の



図-15 減厚率 50%時の X=0 上のたわみ形状 (R=0.8)

再配分を考慮した解析モデルと、残留応力を無視した解 析モデルに対し、圧縮力を載荷する弾塑性有限変位解析 を行った.残留応力の再配分を考慮した解析は、前項で 示した条件下で残留応力を再配分させた後、載荷辺を強 制変位させることで圧縮力を載荷した.ただし、体積欠 損領域は Type-A から Type-D で、それぞれ減厚率が25% と 50%を設定した.

解析結果として図-16に、残留応力の再配分を考慮した解析ケースと残留応力を無視した解析ケースにおける 終局荷重 P_U を降伏荷重 P_Y で除したパラメータと幅厚比 パラメータ R の関係を各体積欠損タイプ (Type-A から Type-D) について示す.また、図-17 は、各欠損タイプ で残留応力を考慮した場合の終局荷重 P_U^* と無視した場 合の終局荷重 P_U の比として定義する強度比 P_U^*/P_U と幅 厚比パラメータ R の関係を示したものである.

図-16より、すべての解析ケースにおいて、幅厚比パ ラメータと減厚率の増加に伴い、終局荷重は低下してお り、これらは板厚の減少に起因した強度低下であり当然 の結果である.

各体積欠損タイプの終局荷重を比較すると、板中央部 の体積が欠損する Type-A, Type-B の終局荷重に比べ、 板側辺部の体積が欠損する Type-C, Type-D の終局荷重 の低下が大きく、この傾向は、幅厚比パラメータと減厚 率が増加することでより顕著に現れている.これは、幅 厚比パラメータの増加に伴い、早期に座屈し、面外変位 を生じることで板幅方向の応力分布は、不均一となり、 板側辺部の荷重分担が増えるのに対して、Type-C、 Type-D では、荷重を多く負担する側辺部の板厚が減少す ることが原因と考えられる.

図-17より,残留応力の有無による強度低下を考察す ると,幅厚比パラメータが 0.6 の場合,残留応力を考慮 したいずれの体積欠損タイプを有する解析モデルにおい ても,残留応力を無視した場合に比べて強度低下は小さ く,最大でも 3%程度の低下であった.これは,板厚が



図-16 各欠損領域を有する解析モデルの終局荷重と幅厚比パラメータの関係

大きい場合, Type-A, Type-B では, 圧縮残留応力域が降 伏した後, 板側辺部で抵抗できるため, 結果として圧縮 残留応力の影響が小さいためであると考えられる.また, 側辺部が欠損する Type-C, Type-D では, 板中央部が急 激に面外変形すると, 殆ど側辺部のみで有効に圧縮力を 伝達するが, 残留応力を考慮したモデルは, この段階で 引張残留応力が側辺部の降伏の発生を遅らせるよう有効 作用したのに対して, 残留応力を無視したモデルは, 側 辺部で早期に降伏したため, 結果的に両者の強度に大き な違いが現れなかったものと考えられる.

幅厚比パラメータが0.8~1.2の領域では、Type-Cの減 厚率50%の場合を除き、残留応力を考慮した解析結果は、 無視した場合に比べ低下している.Type-Cでは、残留応 力の有無による影響は少なく、残留応力を無視した解析 モデルが、欠損部において早期に降伏し、著しく強度を 低下させるのに対し、残留応力を考慮したモデルでは、 欠損部に存在する引張残留応力が圧縮力に抵抗するため、 両者に大きな違いが現れず、 部の解析結果では残留応 力を考慮した強度が無視した強度を上回ったと考えられ る.

このように,残留応力の有無が体積欠損を有する周辺 単純支持板の圧縮強度に及ぼす影響は、体積の欠損領域、 また欠損量に大きく依存する結果となった.

4.2 死荷重作用下で体積欠損を有する周辺単純支 持板の終局挙動に関する考察

死荷重下で腐食が進行する実橋の部材をモデル化する 際に、体積欠損に伴う死荷重応力の再配分に起因した塑 性化などの不可逆的な変形履歴により、死荷重下で体積 欠損させた解析モデルと、無載荷状態で体積欠損させた 後、死荷重を載荷させる、従来用いられてきた解析法に



おいて,その終局挙動に違いが現れることが考えられる. そこで、本節では、応力の再配分を無視した解析法を用 いて、腐食を模擬した体積欠損を当初から与えたモデル に、死荷重や活荷重などの外力を想定した荷重を載荷し た解析ケースと、本解析法により、体積欠損の無い健全 なモデルに死荷重を載荷し、死荷重下で体積欠損の進行 後に、荷重を載荷した解析ケースで得られた結果を比較 した.前者を Case-1、後者を Case-2、また健全なモデル に荷重を載荷する解析ケースを Case-0 とする. ただし、 死荷重応力の再配分のみに着目するため残留応力は無視 し、初期たわみは前節で設定したものを用いた.また、 死荷重下で体積欠損を進行させる Case-2 は、死荷重の大 きさに応じて複数設定し、いずれも体積欠損中に塑性化 が生じるように設定した.

対象とする周辺単純支持板の初期板厚は、4、6、8mm(それぞれ幅厚比パラメータ R=0.92、0.61、0.46に対応)とし、体積欠損は、図-13の Type-A、Type-C で示された領域を初期板厚の半分になるまで片面を-Z 側表面から一様に減厚させた. なお、この例題では、非対称減厚時に欠損部と健全部の境界に位置する節点間にずれが生ずるた



図-19 減厚率と面外変位の関係

め、2.3節で述べた解析法を用いている.

解析結果として、図-18 に、作用荷重 P を降伏荷重 P_Y で除したパラメータと、板中央点(X=0,Y=b/2)における面外変位 Wを初期板厚 $_6$ で除したパラメータの関係を示し、図-19 に、減厚率 β と板中央点の面外変位 Wの関係を示す.ただし、図-18、図-19 には、Type-A と Type-C における初期板厚が 4mm の解析ケースで得られた解析結果を代表させて示している. Case-2 括弧内の値は、死荷重の降伏荷重に対する比率を示している.

図-18、図-19より,死荷重下で体積欠損を進行させた Case-2 から得られた解析結果は、体積欠損の無い状態での死荷重載荷によって変形し、一定の死荷重レベルに到達後、図-18の棚部、および図-19のβ-W/t₀関係の立ち上がり部として見られるように、死荷重下での体積欠損の進行によって変形が進行していることがわかる.

ここで、Case-2 における体積欠損終了時における面外 変位と、Case-2 と同じ大きさの死荷重載荷後の Case-1 に おける面外変位を比較すると、両者は良好に一致してお り、さらに荷重を載荷した後の挙動を見ても両者に違い は現れず、荷重一変位曲線と終局点は一致していること がわかる.これらの結果は、板厚が6、8mmの場合も同 様であった.

このように、死荷重下での体積欠損過程を考慮した解 析と無視した解析では、体積欠損中の塑性化の発生によ る応力履歴は必ずしも一致しないものの,圧縮を受ける 周辺単純支持板の場合,両者の終局強度に大きな違いは 現れない結果が得られた.

5. まとめ

本文では、シェル要素を用いて、腐食による体積欠損 で生ずる応力の再配分を考慮できる解析法を提案し、そ の概要を示すとともに、妥当性の検証を行い、適用の一 例として、残留応力や死荷重応力の再配分が周辺単純支 持板の圧縮強度に及ぼす影響について考察した.

本研究で得られた結論を要約すると以下のようになる.

- ① 提案した解析法は、シェル要素の板厚変化として体積 欠損を表現し、体積欠損前後の不平衡力が0となるように収束計算することで、応力再配分後の平衡状態を 求めることができる.また、非対称な減厚による節点 間の見かけのずれに対しては、剛性方程式を変換する ことで対処できる.
- ② ソリッド要素を有する解析コードなど,他の解析法との数値解析結果の比較から,提案した解析法の妥当性が示された.
- ③ 周辺単純支持板の体積欠損過程における,残留応力再 配分と面外たわみの変化に関する検討から,引張残留 応力域の体積欠損により圧縮残留応力は減少し,圧縮 残留応力域の体積欠損により圧縮残留応力は増加す

る傾向が見受けられた.また,近隣要素への応力配分 を考慮して,載荷辺の面内変位を拘束すると,欠損個 所から離れた位置の残留応力の配分挙動は,体積欠損 個所とは逆であり,体積欠損に伴う初期たわみの変化 は欠損に伴い減少する傾向にあった.

- ④ 残留応力の有無が体積欠損を有する周辺単純支持板の圧縮強度に及ぼす影響は、体積欠損個所、欠損量に大きく依存する.
- ⑤ 一様圧縮を受ける周辺単純支持板に関しては、体積欠 損過程の応力履歴の数値解析上の取扱いは、体積欠損 後の漸増載荷過程での荷重-変位関係や、終局圧縮強 度には影響を及ぼさない。

参考文献

- 1)名取 暢,西川 和廣,村越 潤,大野 崇:鋼橋の腐食 事例調査とその分析,土木学会論文集,第668 号/I-54, pp.299-311,2001.
- 2) Vo Thanh Hung, 永澤洋, 佐々木栄一, 市川篤司, 名取 暢: 腐食が原因で取り替えられた実鋼橋支点部 の載荷実験および解析, 土木学会論文集, No.710/I -60, pp.141-151, 2002.
- 3)森猛、渡邊一,正井資之:腐食した鋼板の表面形 状シミュレーションと腐食鋼桁の曲げ耐力,構造工学 論文集,Vol.49A,pp.675-686,2003.
- 海田辰将,藤井 堅,原 考志,中村秀治,上野谷 実:腐食鋼板のせん断耐力とその評価法,構造工学論 文集, Vol.50A, pp.121-130, 2004.

- 5) 海田辰将,藤井 堅,中村秀治:腐食したフランジの 簡易な圧縮強度評価法,土木学会論文集,No.766/I -68, pp.59-71, 2004.
- Vo Thanh Hung, 佐々木栄一, 市川篤司, 三木千壽: 腐食を模擬した模型桁のせん断耐荷力に関する実験お よび解析, 構造工学論文集, Vol.48A, pp.1099-1105, 2002.
- 7) 杉浦邦征,田村功,渡邊英一,伊藤義人,藤井堅,野 上邦栄,永田和寿:腐食鋼板の圧縮強度の簡易評価法 に関する検討,土木学会論文集 A, Vol.63 No.1, pp43-55, 2007.
- 8) 野上邦栄,山沢哲也,小栗友紀,加藤美幸:腐食減厚 に伴う合成1桁および1断面柱の残存耐力評価に関す る一考察,構造工学論文集,Vol.47A, pp.93-102, 2001.
- 9)後藤芳顯,川西直樹:腐食や補修の影響を考慮した長期間の力学性能評価のための構造解析法の開発,土木学会論文集,No.689/I-57,pp.85-100,2000.
- 10) 後藤芳類,川西直樹:腐食と補修履歴を考慮した鋼構造物の耐震性能評価のための解析手法,土木学会論 文集,No.738/I-64, pp.233-244, 2003.
- 後藤芳顯,川西直樹:腐食などの体積欠損による鋼構造物の残留応力・残留たわみの変化の解析と圧縮板の残存耐荷力評価,構造工学論文集,Vol.51A,pp127-138,2005.
- (12) 久田 俊明,野口 裕久: 非線形有限要素法の基礎と応用,丸善,2004.

(2008年4月14日 受付)