応用力学論文集 Vol.11, pp.859-867 (2008年8月) 土木学会

非定常跳水を伴う開水路乱流のURANS計算

URANS calculation of open-channel flow with unsteady hydraulic jump

中山昭彦*・池永健太**
Akihiko NAKAYAMA and Kenta IKENAGA

*正会員 Ph.D. 神戸大学大学院教授 大学院工学研究科(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)
**学生会員. 神戸大学大学院 大学院工学研究科(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

An Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes (URANS) calculation method has been applied to open-channel flows past a trench downstream of a vertical drop which involve oscillating hydraulic jumps. The basic turbulence model is a low-Reynolds number two-equation model that can be used to calculate the near wall flow down to the surface using a fine calculation grid. This method has been found to reproduce unsteady fluctuations for which standard high-Reynolds number models can only give steady results. The reproduced fluctuations agree qualitatively well with the experimental observation. The represented unsteadiness is due to large scale oscillation instead of turbulent motions and is due to more two-dimensional coherent fluctuation much like unsteady vortex shedding off bluff bodies.

Key Words : *URANS , Unsteady hydraulic jump,low-Reynolds number turbulence model*

1. はじめに

Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)法はレイノルズ平均された運動方程式中のレイノルズ応力をモデル化し，レイノルズ平均量について解く方法で，長年研究され適用範囲に制限はあるものの，計算負荷が少なく工学的に広く応用されている（たとえばLaunder & Sandham[1]）．ラージ・エディー・シミュレーション（LES）法と異なり，レイノルズ応力を平均量でモデル化し，平均流について解くので時間的空間的に変動する乱流を再現するとは考えられていない．しかしその基礎方程式を時間発展として解く場合，非定常３次元乱流を解くLESのそれと変わりなく，使用する乱流モデル，適用する数値計算法，格子解像度により変動を捉えられる可能性がある[2]．実際ゆっくりした非定常性や大スケール変動の後流渦放出などが再現され[3)-5)]，Unsteady RANS (URANS)，あるいは研究者によってはTime-dependent RANS (T-RANS)と呼ばれている[4]．著者ら[6]も壁面近傍を非常に細かく刻み，１方程式モデルの渦粘性係数を減衰させることにより乱流変動に似た変動も捉えられことを示した．２方程式渦粘性モデルは，そのモデル係数が逆流などが起きない基本的流れを精度よく計算できるよう調節されており，特に壁乱流の場合LESより精度が良いのでLES法と組合せたHybrid model[7),8)]も提案されている．従って２方程式低レイノルズ数モデルを応用すれば精度良いURANS法になる可能性がある．

本研究では２方程式モデルで汎用性に優れ，壁面近傍の低レイノルズ数領域を巧く計算できる低レイノルズ数k-ωモデルを適用し，非定常な跳水を伴う開水路乱流に適用し，自由水面流れの非定常性あるいは乱れの一部が再現できるかどうかを検証する．計算はFujita[9]および 藤田・丸山[10]により計測されたトレンチ付き落差工をすぎる流れについて行う．この流れは水路段落ち下流部水路床に凹部のあるもので，凹部の形状により，跳水が発生する場合と発生しない場合があり，一定の条件では跳水が大きく振動するケースがある．この流れを標準k-εモデルで計算しても変動は全くでず定常解しか得られない[11]．また応力モデルでも計算されているが目立った非定常性は再現されていない[12]．この変動の大きい流れ

がURANS計算法で再現できるかどうかを調べるのが最大の目的である．

計算手法は２次元計算であるので不規則３次元性乱流変動は再現できないが，コヒーレント大規模乱れを一方向に平均したようなもの[5]は再現可能であるのでこういった乱流乱れ時間スケールに比べゆっくりした非定常性を再現することを目標とする．

2. URANS 法

URANS法は通常のレイノルズ平均運動方程式を時間進行の形で解く方法で，乱流時間スケールに比べゆっくりとした時間変化を計算できるものである．Speziale[2] はその基礎式の乱流応力項を乱れスケールと格子スケールに依存させることで乱流変動も計算できることを指摘し，本初著者ら（Nakayama & Miyashita[6]）も壁面近傍で，長さスケールを仮定した１方程式モデルを用い乱流に近い変動を再現した．

本研究では壁面まで２方程式を解く低レイノルズ数k-ωモデルを応用した非定常RANS計算を試みる．

3. 基礎式および数値計算法

URANS 法の基礎式は通常の RANS 法で用いるレイノルズ平均運動方程式と連続の式と同じであるが，変動を生成する小スケールとくに壁面近傍の小スケール運動をなるべく細かく解像し，時間発展式を解く．水平方向から下向きにθの角度で傾斜した水路床に沿った流下方向を x，それに垂直上向き方向を y とし，U, V をそれぞれ x, y 方向平均速度成分，p を平均圧力，g を重力加速度，ρを流体の密度とするとレイノルズ平均運動方程式は

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+g\sin\theta+\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu\frac{\partial U}{\partial x}-\overline{u^2}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial U}{\partial y}-\overline{uv}\right) \tag{1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}-g\cos\theta+\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu\frac{\partial V}{\partial x}-\overline{uv}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial V}{\partial y}-\overline{v^2}\right) \tag{2}$$

ここで $-\overline{u^2}$, $-\overline{v^2}$, $-\overline{uv}$ はレイノルズ垂直およびせん断応力であるが，URANS 法では時間変化する瞬時流れ場にかかる乱流応力と解釈する．連続の式は．

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}=0 \tag{3}$$

である．

境界条件は壁面で粘着条件

$$U=V=0, \tag{4}$$

水面では，せん断応力，垂直応力ともにゼロの応力条件

$$\nu\left(\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial x}\right)-\overline{uv}=0, \tag{5}$$

$$2\nu\frac{\partial V}{\partial y}-\overline{v^2}-\frac{p}{\rho}=0 \tag{6}$$

である．ここでは表面張力は無視されている．

水面位置は水深関数 $y=H(x,t)$ で表し，瞬時水面は流体とともに運動する条件をレイノルズ平均した

$$\frac{\partial H}{\partial t}+U_S\frac{\partial H}{\partial x}=V_S-\frac{\partial}{\partial x}\overline{uh}\bigg|_H \tag{7}$$

を満たす．ここで Us, Vs は水面での x, y 方向平均速度，$\overline{uh}\big|_H$ は水面での水平方向速度変動成分と水深変動の相関である．フィルタ平均を行う LES の場合，この項は水面変動を抑える効果があると指摘されている[13]が，RANS 法では通常無視されている．本計算でもこれを無視するが，水面変動が大きくなる場合，勾配拡散モデルの導入は可能である．

乱流モデルは Wilcox[14]による低レイノルズ k-ωモデルを基にしたもので，レイノルズ応力を線形渦粘性仮定を用い

$$\overline{u^2}=\frac{2}{3}k-2\nu_t\frac{\partial U}{\partial x},\quad \overline{v^2}=\frac{2}{3}k-2\nu_t\frac{\partial V}{\partial y},\quad \overline{uv}=-\nu_t\left(\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial x}\right) \tag{8}$$

と置き，渦動粘性係数ν_tを乱流エネルギーk と単位乱流エネルギーあたりのエネルギー散逸率ω，水面付近でν_tが減少する水面効果を表現するための減衰関数 f_s で

$$\begin{aligned}\nu_t&=f_s\alpha^*\frac{k}{\omega}\\ f_S&=1-f_rf_h\\ f_r&=\exp\left(-C_r\frac{H-x_2}{L_S}\right)\\ f_h&=\exp\left(-C_h\frac{h'}{L_S}\right)\\ L_S&=C_L\frac{\sqrt{k_S}}{\omega_S}\end{aligned} \tag{9}$$

と表す．ここでモデル定数の値は C_r=0.5, C_h=5.0, C_L=0.75 で，k_s, ω_s は水面での k, ω の値である．h' の求め方など詳細は中瀬[15]を参照されたい．k とωは次のようにモデル化された輸送方程式

$$\frac{\partial k}{\partial t}+U\frac{\partial k}{\partial x}+V\frac{\partial k}{\partial y}=P_k-\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial y}\right] \quad (10)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t}+U\frac{\partial \omega}{\partial x}+V\frac{\partial \omega}{\partial y}=\alpha\frac{\omega}{k}P_k-\frac{\beta}{\beta^*}\frac{\omega}{k}\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial \omega}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial \omega}{\partial y}\right] \quad (11)$$

を解いて求める．ここで

$$P_k=-\overline{u^2}\frac{\partial U}{\partial x}-\overline{uv}\left(\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial x}\right)-\overline{v^2}\frac{\partial V}{\partial y}\ ,\quad \varepsilon=\beta^*\omega k, \quad (12)$$

$\alpha, \alpha^*, \alpha_0^*, \beta, \beta^*, R_t, R_\beta, R_\omega, R_k, \sigma_k, \sigma_\omega$ はモデルパラメタで

$$\alpha^*=\frac{\alpha_0^*+R_t/R_k}{1+R_t/R_k}\ ,\qquad \alpha=\frac{5}{9}\frac{\alpha_0+R_t/R_\omega}{1+R_t/R_\omega}\left(\alpha^*\right)^{-1}$$
$$\beta^*=\frac{9}{100}\frac{5/18+\left(R_t/R_\beta\right)^4}{1+\left(R_t/R_\beta\right)^4}\ ,\quad R_t=\frac{k}{\omega\nu} \quad (13)$$
$$\beta=3/40\ ,\ \sigma_k=2.0\ ,\ \sigma_\omega=2.0\ ,\ \alpha_0^*=\beta/3\ ,\ \alpha_0=1/10$$
$$R_\beta=8\ ,\ R_k=6\ ,\ R_\omega=27/10$$

と定義されている．詳細はWilcox.[14]を参照されたい．

数値計算では，離散化方法は差分法，計算格子は不等間隔直交格子を用い，変数配置に流速，圧力，水面位置はスタッガード配置，その他の変数は格子点上に変数を配置した．運動方程式は 2 次精度 Adams-Bashforth 法で時間進行させ，その後圧力と速度を連続式を満たすよう修正する HSMAC 法[16]を用いて解く．空間微分項の非線形項に 3 次精度風上差分，粘性，乱流応力項に 2 次中心差分を用いた．水面位置は運動方程式を時間進行させる時は移動させず，速度ベクトルを時間進行させた後水面での速度に合わせて移動させる手法で解く．

4. トレンチ流れの概要

本計算法は**図-1**に示すようなFujita[9]，藤田・丸山[10]により実験計測されているトレンチを有する段差工をすぎる流れに適用された．実験は**表-1**に示すような条件で行われている．トレンチ部の長さLと深さH_dで定義されるアスペクト比 As (=L/H_d)の違いにより様々な流況が現れる．上流端はフルード数

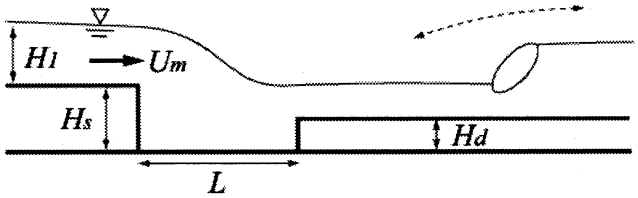


図-1 トレンチ流れの概要

表-1 トレンチ流れ実験条件

流量 (m^3/s)	0.00227
流入水深 H_1(cm)	1.95
流入平均流速 U_m(cm/s)	38.9
$Re=H_1U_m/\nu$	7590
$Fr=U_m/\sqrt{gH_1}$	0.889
H_s(cm)	2.0
H_d(cm)	1.0
L (cm)	0.0 – 11.0
水路勾配	1/500

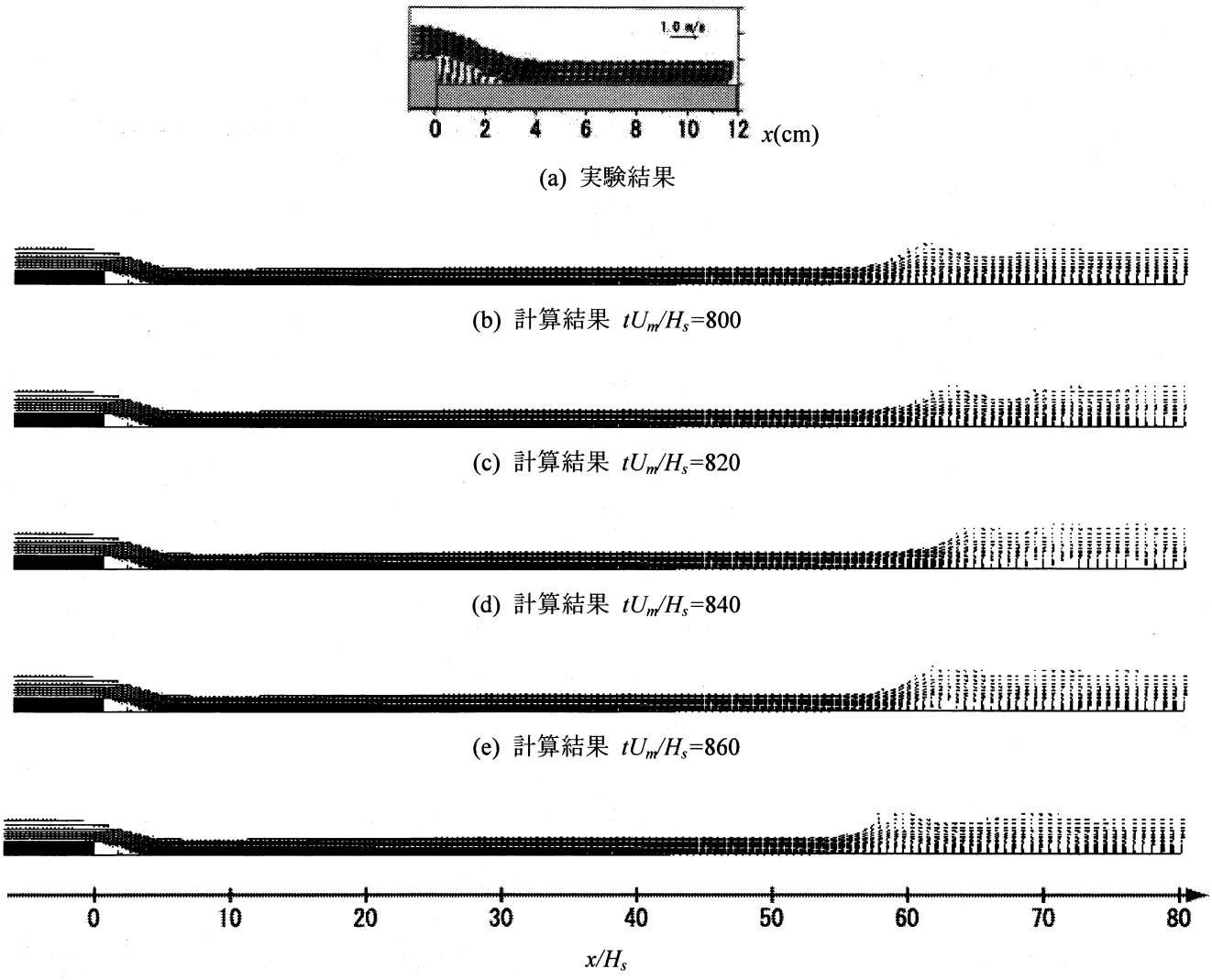
表-2 計算条件と格子数

計算ケース	L(cm)	アスペクト比 $As=L/H_d$	計算格子数
A	0.0	0.0	391×42
B	6.5	6.5	440×63
C	11.0	11.0	436×65

Fr=0.889の常流であるが段落ち部で加速し射流となる．$L=0$ の場合トレンチはなく，射流の状態がつづき水路下流端条件により跳水が発生し常流になる．Lが大きくなるにつれて跳水位置は上流側に近づき，トレンチ下流端に近づくと不安定になり周期的な変動を見せる．藤田・丸山[10]はこのような周期的な跳水位置の変化を振動跳水と呼んでおり，**表-1**の示した水理条件の場合はAsの値が6から9.5の時，跳水の位置が水路の下流からトレンチ部にまで移動する振動跳水が発生する．

5. 計算条件

計算は**表-1** に示す水理条件で，**表-2** に示すアスペクト比の異なる 3 つのケースについて行われた．計算格子数は**表-2** に示されているとおりで，鉛直方向格子間隔は水路床近傍で細かくとり粘性距離



(a) 実験結果

(b) 計算結果 tU_m/H_s=800

(c) 計算結果 tU_m/H_s=820

(d) 計算結果 tU_m/H_s=840

(e) 計算結果 tU_m/H_s=860

(f) 計算結果 tU_m/H_s=880

図-2 流速ベクトルの時間変化(As=0)

にして0.5程度に解像されている．計算領域は十分長くとり，段落ち上流に $50H_s$ 下流に $100H_s$ とっている．下流端には自由流出条件を用い，とくに水深の設定はせず，堰なども設けていない．初期条件として水路全体に一様な等流速度分布を仮定し，上述のように時間発展計算を行った．

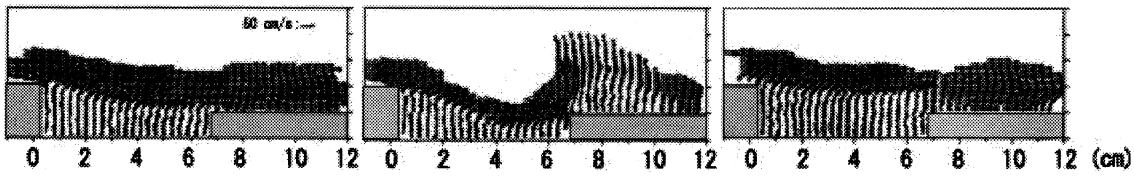
6. 計算結果

6.1 流れ全体と水面形状の非定常性

全体的流れ場の計算結果を見るため，**図-2, 3, 4**にそれぞれケースA,B,Cの流速ベクトル分布の時間変化を示す．流れ方向，鉛直方向とも一点置きの計算点で表示してある．広い計算領域を図示しているため流速の値は読めないが流れ場の状況は見て取れる．**図-2**はトレンチのない段落ち流れ，**図-3, 4**はケースB, C のアスペクト比がAs=6.5 とAs=11 の計算結果である．それぞれの場合の実験結果のデータはトレンチ周辺のみであるが合わせて示してある．As=6.5の場合は非定常な跳水が周期的に振動するケースで複数時間の実験結果を示してある．

図-2のAs=0の場合上流端では常流であるが，段落ち部で加速し，段落ち下流では射流となっている．x/Hs=60 近傍で跳水を介し常流になっている，通常こういった跳水の位置も強度により時間的に変動し水面形状も変化する．計算では下流端は自由流出条件を用い堰上げはしていない．計算領域を長くとっているので摩擦損出が無視できず跳水が起こっている．**図-2**から跳水位置の変動は水深の数倍程度であるが周期的に移動しているのが見られる．

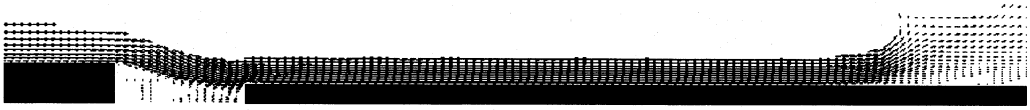
図-3はAs=6.5のケースBであるが，この場合実験結果では跳水が周期的に水路下流端からトレンチ下流



T=0/6 sec　　T=5/6 sec　　T=9/6 sec

(a) 実験結果

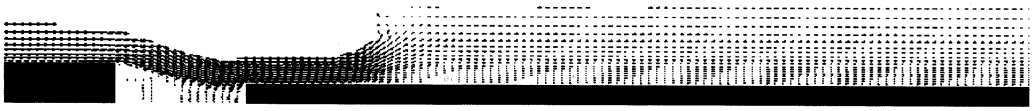
(b) 計算結果 tU_m/H_s=550



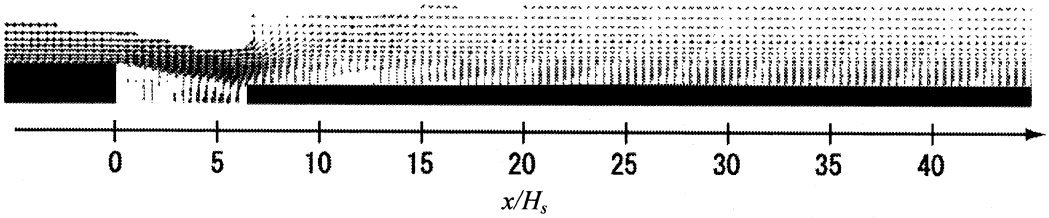
(c) 計算結果 tU_m/H_s=580

(d) 計算結果 tU_m/H_s=610

(e) 計算結果 tU_m/H_s=640



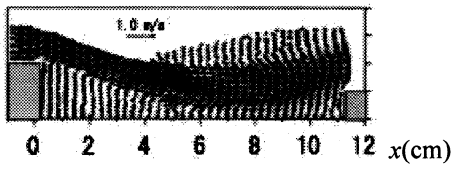
(f) 計算結果 tU_m/H_s=670



(g) 計算結果 tU_m/H_s=700

図-3 流速ベクトルの時間変化(As=6.5)

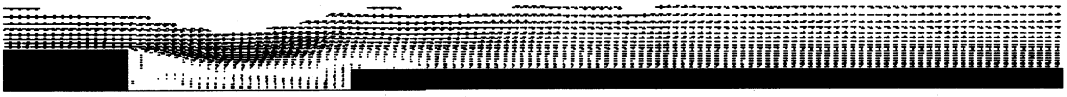
端の段上がり部近傍まで移動し，流れ全体が大きく変動する．従って変動の１周期内の３パターンの結果を示している．計算結果は無次元時間 tU_m/H_s=550から700まで間隔30の結果であるが，この跳水位置が下流に移動した（**図-3**(b)）あと上流に移動していく状況を良く捉えている．tU_m/H_s=700の結果は実験のT=5/6の結果に非常に近い．tU_m/H_s=700の後，砕波し崩れるので一価関数の水深関数を用いた本計算では継続できないが，この後波は崩れ下流に流され**図-3**(b)の状態にもどると予想される．この周期は無次元時間 tU_m/H_sで約120から150で，実験の実時間に直すと5から7secで実験値の1.5secに比べかなり長い．



(a) 実験結果

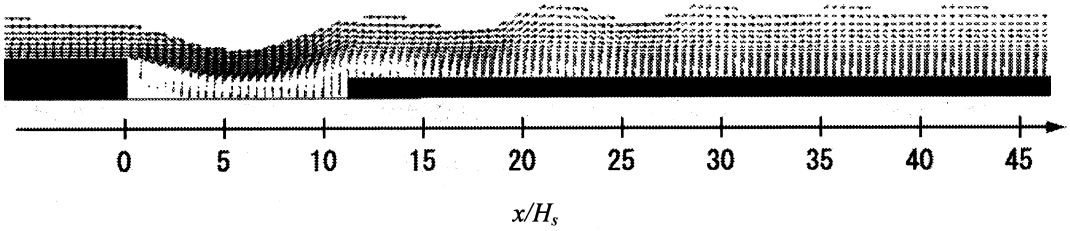
(b) 計算結果 tU_m/H_s=200

(c) 計算結果 tU_m/H_s=250



(d) 計算結果 tU_m/H_s=300

(e) 計算結果 tU_m/H_s=350



(f) 計算結果 tU_m/H_s=400

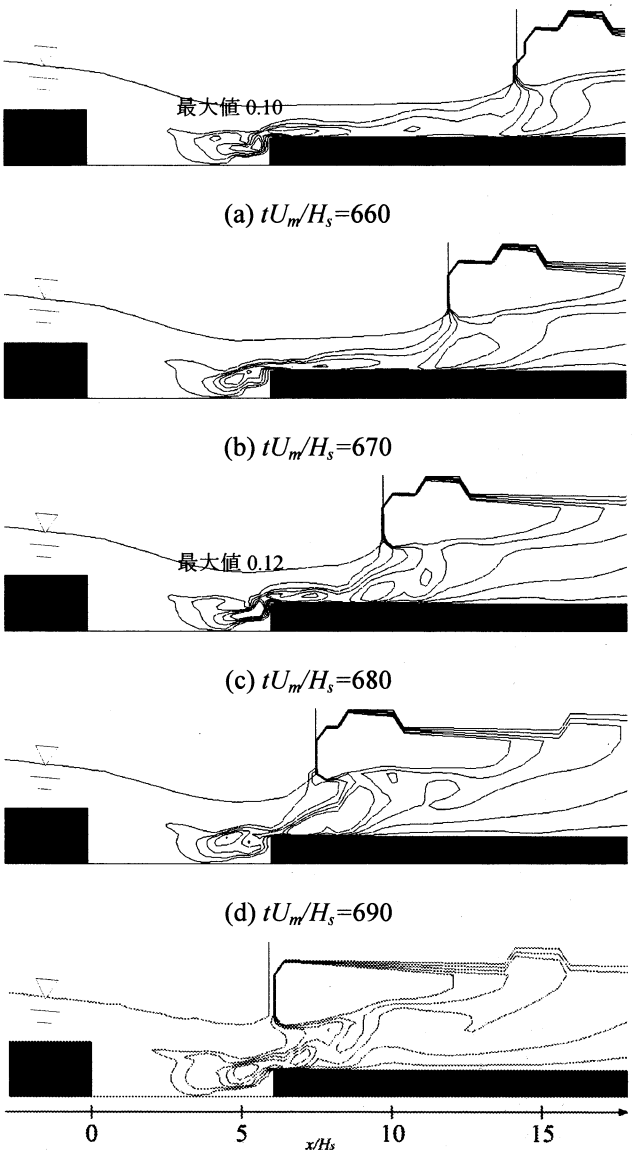
図-4 流速ベクトルの時間変化(As=11.0)

しかしこれは下流条件や水路勾配により，また底面抵抗によっても変化する．本計算結果で振動周期が長くなっている最大の理由は跳水の崩れがうまく再現できていないためである．

図-4は As=11のケースであるが，この場合実験では弱い跳水がトレンチ内に定常的に発生している．計算結果からも波状跳水がトレンチ下流端近傍に変動しながら常駐しているのが見られる．下流では振動はしているが定常的な水面波が見られる。トレンチ内底面近傍では実験，計算とも逆流が見られる．トレンチ内水面は上下に振動している．計算では水面近傍での逆流は見られない．この逆流は段落ち部で剥離した流れがトレンチ下流端に強く衝突することによりおきている．衝突部で流れの再現性が良くないのは，乱れの非等方性に起因しており，線形渦粘性モデルを用いる乱流計算に共通の弱点である．非等方応力を表現できる応力モデルを用いた計算[12]ではやや改善している．

6.2 跳水近傍の流速と乱れの非定常性

次に跳水の起きている位置の前後の時空間変動の詳細を調べるため**図-5, 6** に振動跳水の起こるケース



(a) tU_m/H_s=660

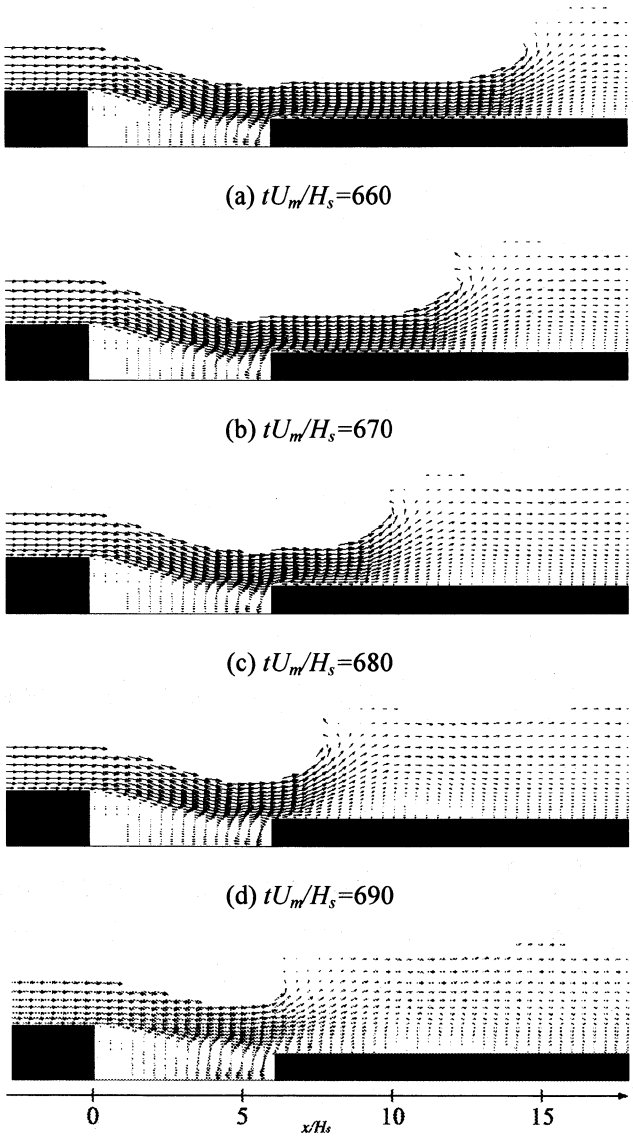
(b) tU_m/H_s=670

(c) tU_m/H_s=680

(d) tU_m/H_s=690

(e) tU_m/H_s=700

図-5 乱流エネルギーの時間変化(As=6.5)
コンタ間隔は $0.02U_m^2$



(a) tU_m/H_s=660

(b) tU_m/H_s=670

(c) tU_m/H_s=680

(d) tU_m/H_s=690

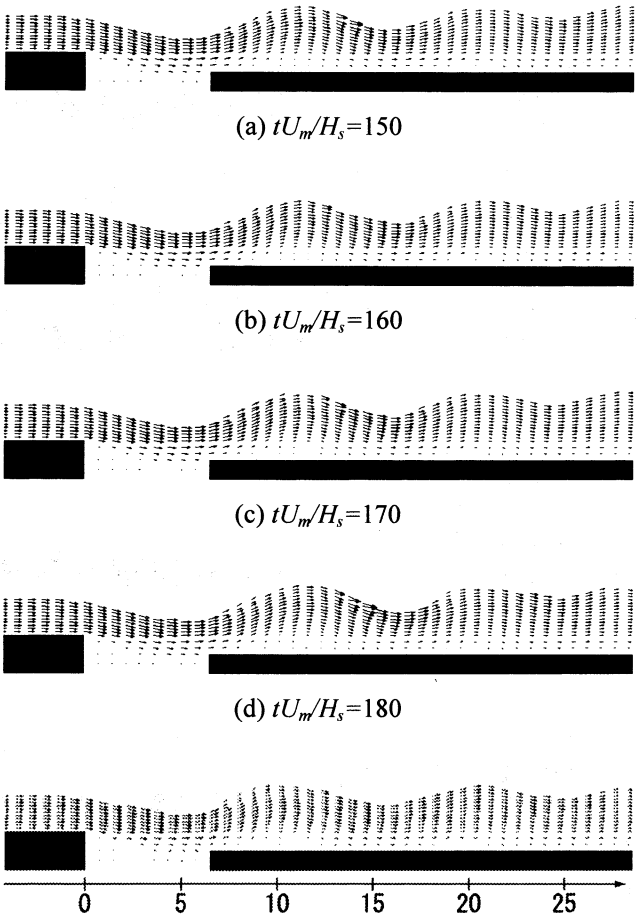
(e) tU_m/H_s=700

図-6 流速ベクトルの時間変化(As=6.5)

B の流れのトレンチ近傍拡大部での乱流エネルギーと流速分布を，細かい時間刻みで出力したものを示す．乱流エネルギーは U_m^2 で無次元化され，コンタラインは間隔 0.02 で描かれている．コンタラインは内挿されているので，跳水先端で乱れの大きいところでは水面の外側にも見える．乱れは段上がり部上流側で大きくなっている。また段上がりの角で剥離しその下流でも大きい値になっている．時間変動は主に水面の盛り上がり位置が上流に移動するに従って盛上り部すぐ下で大きな乱れになっている。実験結果の乱流エネルギー最大値は $0.1U_m^2$ で本計算結果と同様な値であるが，実験では最大値を取るのは段上がり角下流と水面すぐ下である．用いた水面近傍減衰関数は低フルード数開水路流には有効性は確認されているが，本計算例のように跳水の起こる場合には減衰させすぎている可能性がある．

参考として標準k-εモデルを用いた計算を As=6.5 のケースについて行った結果を**図-7** に示す．波状跳水はおきているものの，時間変動が殆どないことが分かる．また逆流も再現されていない．

以上壁面近傍を解像し，低レイノルズ数 RANS 方程式を時間発展的に解くことで得られた，時間的，空間的変動は数値不安定による振動ではなく，実験で見られる跳水位置の変動を捉えたものといえる．



(a) tU_m/H_s=150

(b) tU_m/H_s=160

(c) tU_m/H_s=170

(d) tU_m/H_s=180

(e) tU_m/H_s=190

図-7 標準 k-ε モデルを用いた計算の流速ベクトルの時間変化 (As=6.5)

7. 結論

低レイノルズ数２方程式モデルを用いた RANS 法をトレンチを有する段落ちをすぎる非定常開水路流れの計算に適用し，通常の高レイノルズ数乱流モデルでは捉えられない，流れの非定常性が再現できるかを検証した．計算結果はトレンチ部のアスペクト比により大きく変わる流況をよく再現している．跳水の振動する場合の変動の詳細もとらえられているが乱流成分が表れているとは言い難い．本 URANS 計算では乱れスケールより大きくゆっくりした２次元的変動がとらえられたと言える．さらに小さいスケールの乱れを再現するには３次元解析が望まれるが，運動方程式以外に乱流パラメータの輸送式を解かなければならず完全な３次元時間発展を解く LES に比べ計算負荷が多くなることからその利点についてはさらなる検討が必要である．

謝辞

本研究を行うにあたり神戸大学の藤田一郎教授には実験データの提供と有意義な意見をいただきました．ここに感謝の意を表します．

参考文献

1) Launder, B.E. and Sandham, N.D.:*Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows*, Cambridge University Press, Cambridge, U.K. 2002.
2) Speziale, C. G. : Turbulence modeling for time-dependent RANS and VLES: a review, *AIAA J.* Vol.36, No. 2, pp.173-184, 1998.
3) Schiestel R. and A. Dejoan, "Towards a new partially integrated transport model for coarse grid and unsteady turbulent flow simulations," *Theor. Comput. Fluid Dyn.* Vol.18, pp.443-450, 2005.
4) Hanjalic, K. and Kenjeres, S.:Reorganization of turbulence structure in magnetic Rayleigh-Benard convection: a T-RANS study, *J. Turbulence,* Vol.1, No.8, pp.1-22, 2000.
5) Kimura, I., Hosoda, T.:A non-linear k-e model with realizability for prediction of flows around bluff bodies, *International. Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.42, pp.813-837, 2003.
6) Nakayama, A. and Miyashita, K. : URANS simulation of flow over smooth topography, *Int. J. Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol.11 No.8, pp.723-743, 2001.
7) Bagget, J.S. : On the feasibility of merging LES with RANS for the near-wall region of attached turbulent flows, Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research, Stanford University, pp. 267-277, 1998.
8) Hamba, F. : A hybrid RANS/LES simulation of turbulent channel flow., *Theor. Comput. Fluid Dyn.* Vol. 16. No.5, pp. 387-403, 2003.
9) Fujita, I. :Particle Image Analysis of Open-channel Flow at a Backward Facing Step Having a Trench , Journal of Visualization, Vol.5, No.4, pp.335-342, 2002.
10) 藤田一郎，丸山達弥：トレンチ付き落差工流れの水理特性，水工学論文集，第 45 巻，pp.403-408, 2001.
11) Nakayama, A., Yokojima, S. and Nakase, Y.: Modeling equations for turbulent flows with free-surface fluctuation, *Proc. 3rd Symp. on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, Vol.1, pp.395-400, 2003.
12) Yokojima, S. and Street, R.L.:A Level-set Simulation

of Incompressible Free-surface Flow over a Trench, Proc. 5th Int. Conf. on Multiphase Flow, Yokohama, paper No. 235, 2004.

13) 横嶋哲，中山昭彦：開水路乱流の LES における水面変動のフィルタリング効果，水工学論文集，第 46 巻，pp.379-384, 2002.

14) Wilcox, D.C.: *Turbulence modeling for CFD*(2nd ed.), DCW Industries, La Canada, California, 1998.

15) 中瀬幸典：乱流モデルを用いた非平衡開水路乱流の数値計算法，修士論文，神戸大学大学院自然科学研究科博士課程前期課程建設学専攻，2002.2.

16) Hirt, C. W. and Cook, J. L. : Calculating three-dimensional flow around structure and over rough terrain, *J. Comp. Phys*. pp.324-340, 1972.

(2008 年 4 月 14 日受付)