

琵琶湖北湖の冷却期を想定した熱対流の数値実験と 確率モデルによる考察

Numerical Experiments on Thermal Convection during Cooling Period in the Northern Part of Lake Biwa
and Some Considerations by means of a Stochastic Model

細田 尚¹・磯野 太俊²
Takashi HOSODA and Takatoshi ISONO

¹正会員 工博 京都大学大学院教授 工学研究科都市社会工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 C1-3)

²正会員 工修 会計検査院事務総局第5局 (〒100-8941 東京都千代田区霞が関 3-2-2)

This paper describes the fundamental characteristics of vertical heat transfer due to thermal convection during the cooling period (September to February) in the northern part of Lake Biwa. The seasonal variations of the vertical water temperature and water quality distributions are firstly shown with the comparisons of calculated results by 1-D model and observed ones to explain the fundamental features of heat and mass transfer occurring in Lake Biwa through a year. Based on the examination of these results, it is pointed out that the thermal convection during the cooling period is the main mechanisms of DO transfer from the water surface to the bottom of lake. Then the mixing mechanism caused by thermal convection is investigated in detail numerically using 3-D CFD model. It is shown that thermal convection cells are observed in the computational domain, changing the positions of submerging portion temporally and promoting the mixing near the interface between the thermally stratified two layers. It is also pointed out that a fractal structure is observed in the flow generated by thermal convection.

A stochastic model with Monte-Carlo simulation, which is similar to Ising model and forest gap model, is proposed to consider the results of numerical experiments. It is pointed out that the spatial flow structures can be simulated by the stochastic model qualitatively.

Key Words: Lake Biwa, thermal convection, lake hydrodynamics, stochastic model, fractal

1. はじめに

近年、最深部の水深が約 100m の琵琶湖北湖において、富栄養化と温暖化による冬期気温の上昇に起因した湖底底層水溶存酸素濃度（以後 DO 濃度と略記する。）の減少が懸念されている¹⁾。Fig.1 は、滋賀県琵琶湖研究所（現滋賀県琵琶湖環境科学研究センター）による、水深約 100m の近江今津沖湖底での DO 濃度の観測結果である。短期間ではあるが、1mg/l より低い DO 濃度を示す期間が存在しており、底層に生息する生物への影響や、リン等の栄養塩溶出の増大が懸念されている。毎年このような低濃度が観測されているわけではないが（2001 年の観測結果である Fig.2 参照）、近年気温の上昇とともに DO も減少傾向にあることが熊谷等により報告されている¹⁾。

湖底への DO の輸送機構として、主として 9 月から始まる冷却期の熱対流による水面から底層への輸送が考えられている^{2,3,4)}。まずこの点を明確にするために、これまでに行なった鉛直 1 次元の簡易水理・生態モデルを用いて得られた溶存酸素濃度などの水質指標鉛直分布の季節変化に関する解析結果を示し、溶存酸素の底層への供給メカニズムについての知見を整理する。

次に、鉛直方向の対流混合の詳細を検討するため、3 次元熱流体シミュレーション法を適用する。琵琶湖北湖の空間スケールと表面冷却の条件を設定することで、冷却期の熱対流現象を再現し、得られた結果をもとに水温の鉛直分布形の時間変化過程や熱対流の空間構造について考察する。

さらに、熱対流シミュレーションによって再現された流れと水温場の空間構造に存在するフラクタル性について考察するために、簡単な確率モデルを提案する。フラクタル構造は現象が急激に相転移を生じる状況において顕著に生じることが知られており、確率モデルの構築と適用は、冷却期の琵琶湖北湖の環境を理解するために有用な方法論を提供することが期待される。

2. DO 輸送のメカニズムの検討

Fig.2 に示した水深約 100m の湖底付近での水温と溶存酸素の観測結果から、1 月中旬から下旬にかけて溶存酸素の急激な増加（回復）が生じていること、また、水温は溶存酸素の不連続な増加が生じるまで、変動しながら若干（約 0.8℃）上昇し、その後約 7℃まで減少している。この水温と DO の時間変化特性が、これま

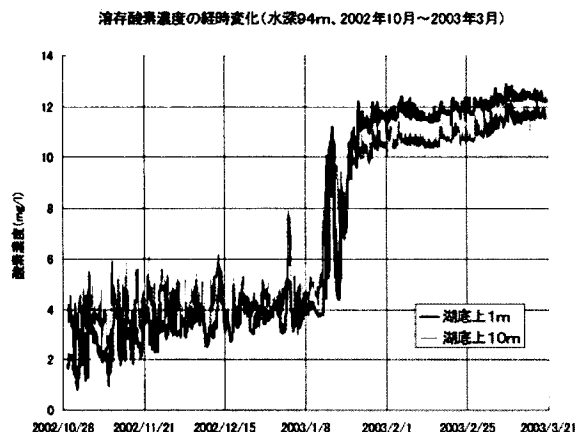


Fig.1 Observed data of DO near the bottom of the northern part of Lake Biwa, Res. Institute of Lake Biwa, Shiga Prefecture

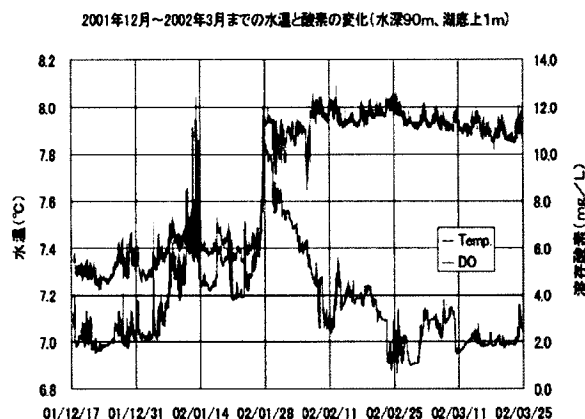


Fig.2 Observed data of DO and Water Temp. near the bottom of the northern part of Lake Biwa, Res. Institute of Lake Biwa, Shiga Prefecture

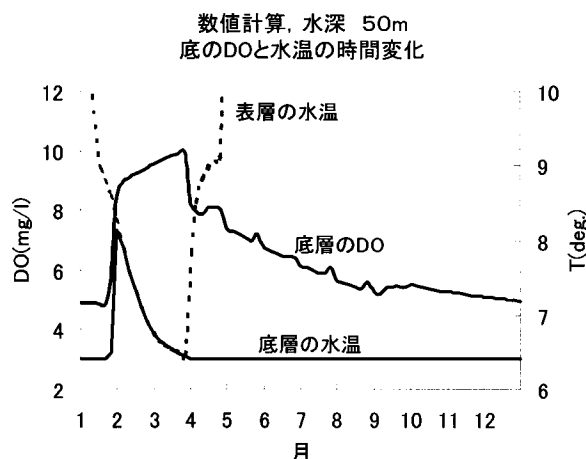


Fig.3 Calculated results of water temp. and DO at the bottom by 1-D simplified hydrodynamic and ecological model

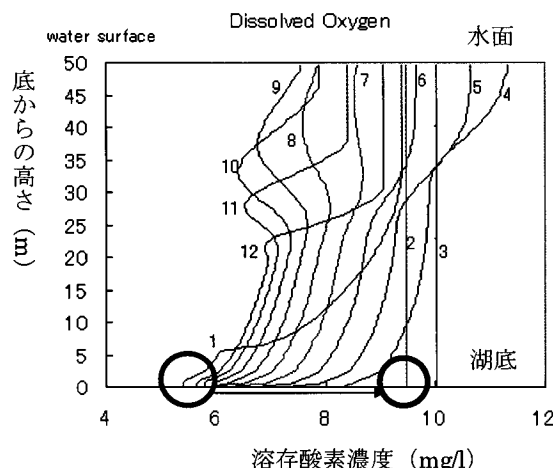


Fig.4 Vertical distributions of DO from Jan. to Dec.

で行なってきた琵琶湖北湖を対象とした1次元簡易水理・生態モデルの解析結果^{2,3,4)}の中に少なくとも定性的には再現されていることを示す。

琵琶湖北湖を対象として、1次元簡易水理・生態モデルを適用して得られた、底層におけるDOと水温の時間変化をFig.3に、月毎のDOと水温の鉛直分布を、それぞれFig.4とFig.5に示した。

Fig.5の月毎の水温鉛直分布をみると、1月に水温成層界面が底に到達し、鉛直方向に一様になっている。その時の水温の値は、12月までの底層の値より若干大きい。1月から2月にかけてさらに表面冷却が継続するため、鉛直方向に一様な分布形の状態で水温の値が減少し、2月の水温分布になる。成層界面が底に到達した時の底層の水温上昇とその後のさらなる冷却による水温減少が、Fig.3に示した底層水温の1月下旬における急激な上昇と、その後の減少に対応している。

一方、Fig.3の底層DOの時間変化と、Fig.4に示した月毎のDO鉛直分布をみると、水温成層界面が底に到達した時にDOの急激な増加が生じていることが分る。

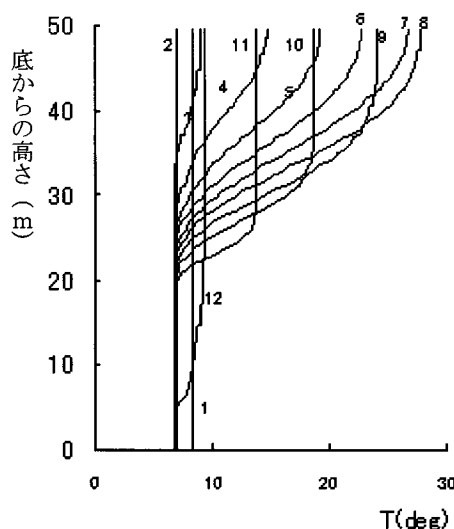


Fig.5 Vertical distributions of water temperature from Jan. to Dec.

3. 熱対流の数値シミュレーション

上述の1次元簡易モデルでは、対流混合現象を底からある高さの水の密度が、その高さよりも上方の平均密度より小さい場合、上方で強制的に混合が生じるとして解析を行っており、当然のことではあるが熱対流混合現象の詳細を検討することはできない。

琵琶湖北湖の流れに関しては、これまで受熱期、及び冷却期における水平環流の形成・維持機構について数値シミュレーションによる研究が行われてきたが⁵⁾、冷却期の熱対流によって生じる流れ場の詳細な検討は行われていない。

Fig.6に田村等による衛星画像解析(ASTER画像)を用いた1月の琵琶湖表層水温分布を示した⁶⁾。この図から、北湖の表層水温は1℃から2℃程度の範囲で平面的に変動していることが分る。観測結果を用いた空間変動の大きさやスケール等の詳細な検討は未だ行なわれておらず、水温の空間変動の主要因は解明されていないが、要因の一つとして、熱対流混合が挙げられる。

そこで本研究では、3次元熱流体モデルを適用して、琵琶湖北湖における冷却期を想定した熱対流現象の数値シミュレーションを行い、計算結果をもとに対流に起因する水温分布形の時間変化過程や流れ場の構造について考察する。

3. 1 数値シミュレーションの概要

基礎式は、Fig.7に示した座標系を参照して、3次元の連続式(1)、運動方程式(2a-c)、熱収支式(3)で構成される。本研究では乱流のモデル化を行わず、分子粘性係数、分子拡散係数の値を用いて計算を行った。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (2c)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

ここに、 (x, y, z) : 空間座標、 t : 時間、 (u, v, w) : 流速ベクトルの成分、 T : 水温、 p : 圧力、 ρ : 水の密

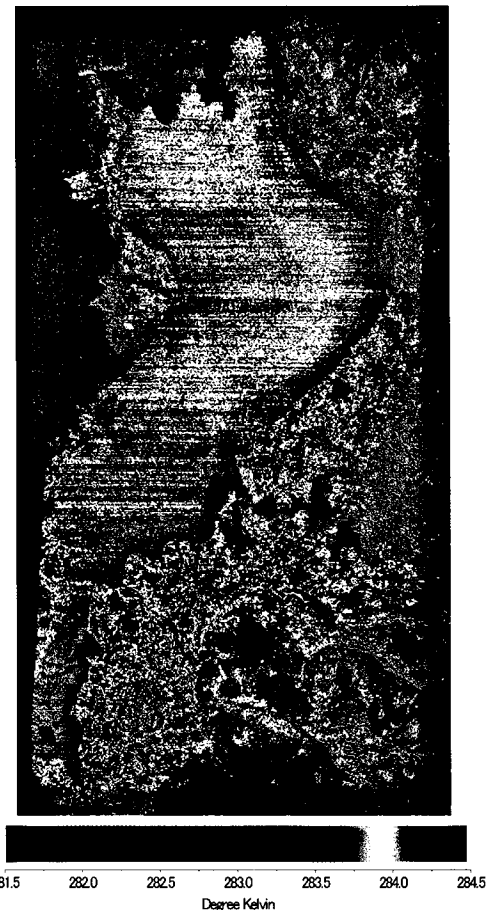


Fig.6 Water surface temperature at 10:53am, Jan.9, 2004 in Lake Biwa by satellite image analysis provided by Prof. Masayuki Tamura, Kyoto University (Ref.6)

度、 g : 重力加速度、 ν : 分子粘性係数、 λ : 熱の分子拡散係数である。

分子粘性係数 ν の値は $0.01(\text{cm}^2/\text{sec})$ 、熱の分子拡散係数 λ の値は $0.0013(\text{cm}^2/\text{sec})$ とした。

数値計算法として有限体積法を用い、圧力の収束計算にはHSMAC法を採用した。また、運動方程式、熱収支式の移流項の離散化にはQUICKスキームを用いた。

3. 2 シミュレーションの諸条件

対象とする流れ場の領域として、本研究では、単純な、水平方向 $8\text{km} \times 8\text{km}$ ×水深方向 80m (北湖の最深部の水深は約 100m)の直方体の水槽を考えた。計算格子の大きさは $\Delta x, \Delta y = 200\text{m}, \Delta z = 2\text{m}$ 、計算時間間隔は $\Delta t = 0.5(\text{sec})$ である。

水温の初期条件は、Fig.7に示すように、琵琶湖北湖の12月の状況を想定して、水底から 20m の水温を 7°C 、 20m から水面までの水温を 9°C とした。ただし、Fig.7(b)に示したように、表層中央の4格子の水温を周囲より 1°C 低い 8°C として初期擾乱を発生させた。これは、初期擾乱を与えない場合、表層水温が平面的に一様に減

少し、対流が生じなかったためである。

水表面での冷却は、熱収支式(3)を解くときに、次式で与えられる境界条件として考慮した。

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{Q_0}{\rho_0 c_p} \quad (4)$$

ここに、 Q_0 は単位面積、単位時間当たりの水から大気に移動する熱量（以後冷却速度と呼ぶ）であり、本シミュレーションでは、水温鉛直分布の時間変化のスケールが、琵琶湖北湖での12月から1月の時間変化のスケールと同一となるように、一定値 $0.005 \text{ (cal/cm}^2\text{sec)}$ を与えた。また、基準密度 ρ_0 、比熱 c_p はそれぞれ $1 \text{ (g/cm}^3\text{)}$ 、 $1 \text{ (cal/g} \cdot \text{deg)}$ とした。

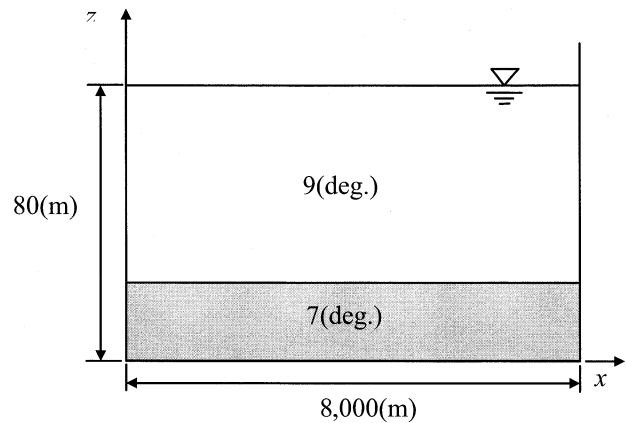
3. 3 シミュレーション結果の考察

Fig.8に、計算開始後17日、19日、21日、および29日後の水温と流速場の側面図（ $y = 4000 \text{ (m)}$ の位置の $x-z$ 断面）を示した。熱対流は局所的に冷却された水塊が落下するような形態で生じ、落下水塊の周辺では逆に上昇流が生じている。落下水塊は水温が不連続な境界面（初期状態では水底から20mの位置に設定）より下方には侵入できず、境界面で界面波を発生させながら成層付近で混合が生じるとともに、界面位置が低下していく様子が再現されている。

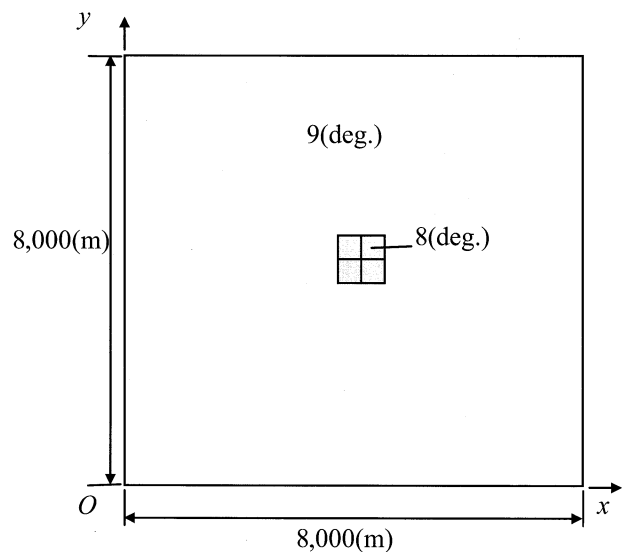
Fig.9は、 $x-y$ 平面内の中央地点における水温鉛直分布の時間変化を計算開始から5日ごとに示したものである。この図をみると、対流混合によって上下層の界面位置が下降していくことが分かる。水面のごく近傍で水温が急変しているが、この水温変化については、今後、鉛直方向の格子を水面付近でより細かくしたシミュレーションを行い、水面ごく近傍での熱対流の発生についてより詳細に検討する必要があると考えている。計算開始から30日目には成層界面は底層に到達し、水温は鉛直方向にほぼ様な分布となっている。界面が到達したときの鉛直方向に様な水温の値は、初期下層水温より 0.7°C 程度上昇するが、さらに冷却が続くため、鉛直方向に様な分布形を保ちながら水温が減少していく様子が再現されている。

次に、Fig.10に計算開始200時間後の水表面での水温の水平分布を示した。この図をみると、冷却と対流による水温変動に対応した温度の低い水塊が表層にいくつかの塊として分散して存在していることが分かる。

また、Fig.11は湖底上40mの地点で計算領域を切断した水平面（ $x-y$ 平面）上での水平方向と鉛直方向流速分布を示したものである。水平方向流速はベクトルとして、鉛直流速は下向きを正としてカラーコンターとして示した。鉛直流速分布の平面図を見ると、対流が生じている場所や下降している水塊の空間スケールを把握することができる。（カラーコンターの赤の部分が強い下降流の位置を示す。）また、時間の経過と



(a) Side view of computational flow domain and the initial condition



(b) Plan view of the initial condition at the water surface

Fig.7 Subjected flow domain and initial conditions for numerical simulation

ともに沈み込みの位置が変化していることが分かる。

Fig.12は、水平面内中央で底から上10m地点における、計算開始後23,040min~23,940min(計算開始後16日目)の、水温変動の周波数スペクトルを示した。水温のようなスカラー量の乱流変動の場合、波数スペクトル $S(k)$ には式(5)で表される-5/3乗則と呼ばれる慣性領域の存在が知られている。

$$S(k) \propto \varepsilon_T \varepsilon k^{-5/3} \quad (5)$$

ここに、 ε : 乱流エネルギー散逸率、 ε_T : 水温変動強さの散逸率、 k : 波数である。

開水路流れのように卓越した一方向流が存在する場合、スカラー変動の周波数スペクトル $S(f)$ においても凍結乱流の仮定が成立し、周波数スペクトル中に-5/3乗則が存在することが知られている⁷⁾。しかし、本研究で対象としている流れ場には卓越する一方向流が存在しないため凍結乱流の仮定が成立せず、周波数スペクトルの慣性領域は次元解析から次式で表される-2乗

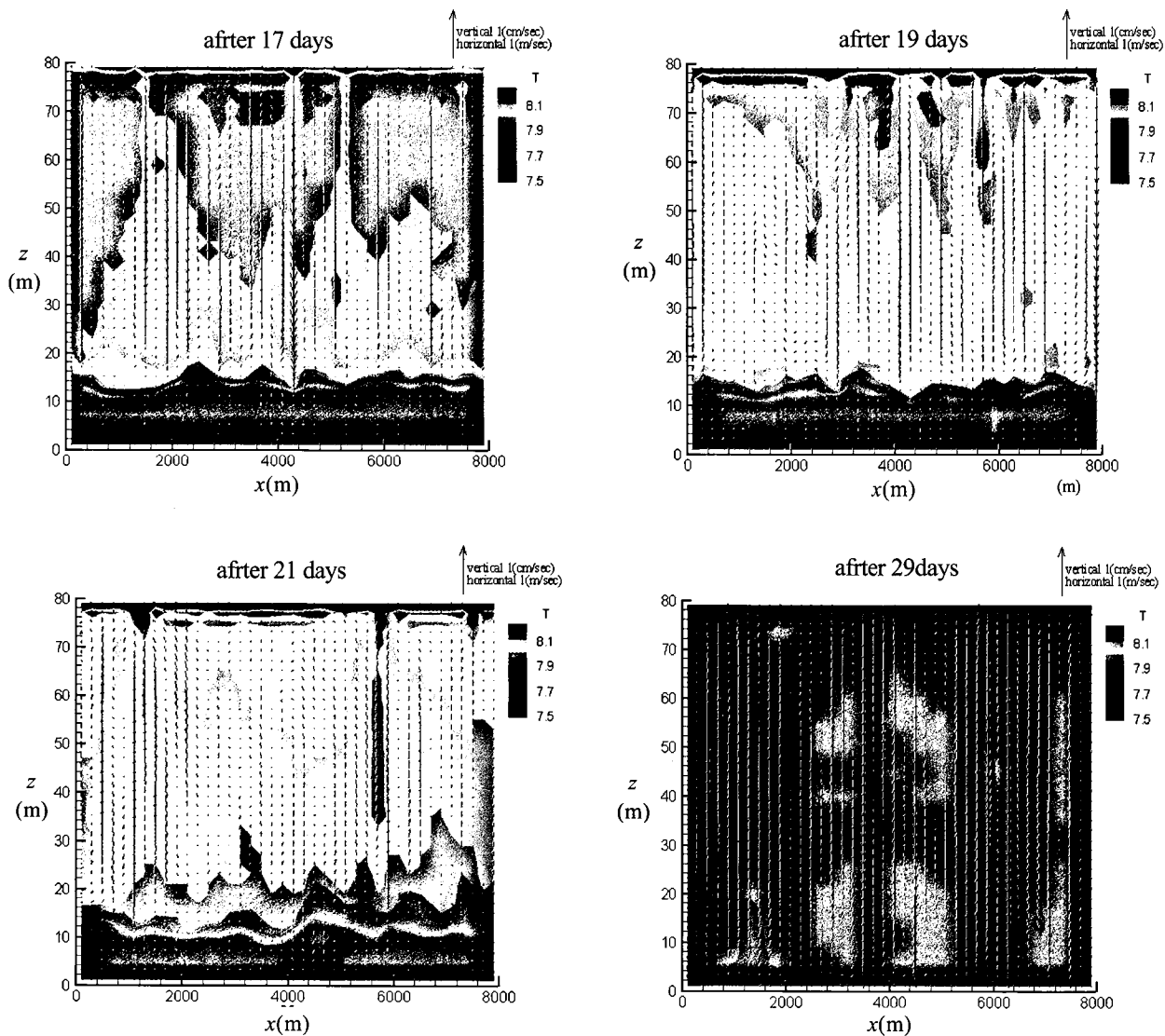


Fig.8 Side view of the flow pattern induced by thermal convection

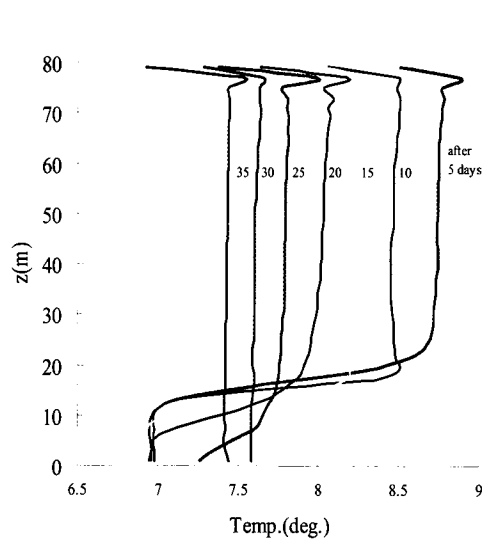


Fig.9 Temporal change of vertical temperature distributions after cooling

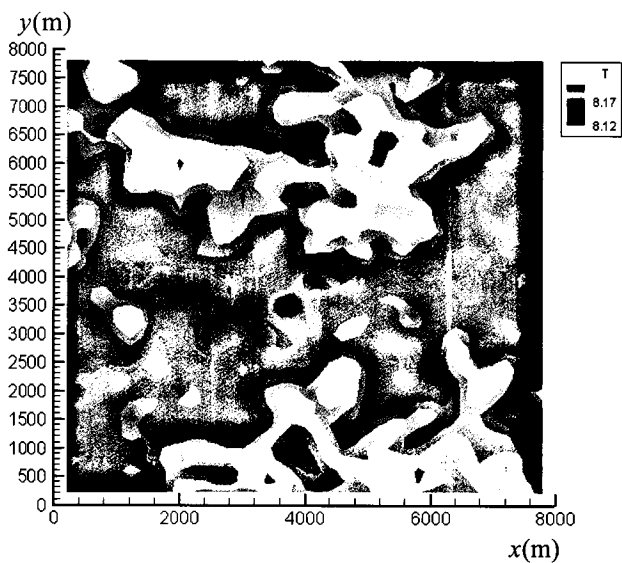


Fig.10 Plan view of temperature distribution at the water surface

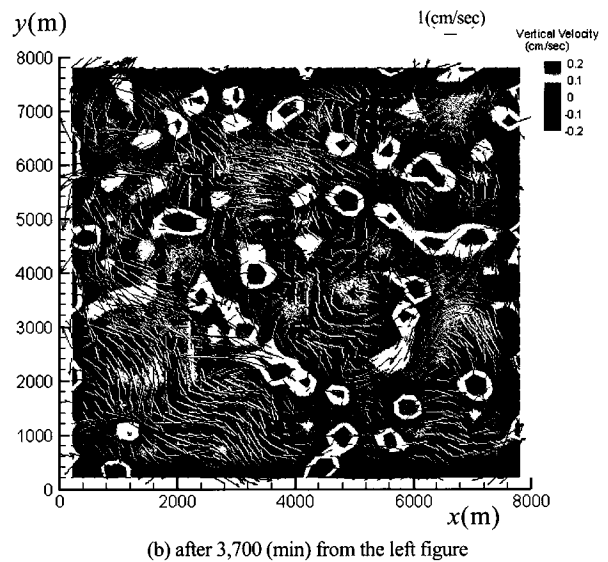
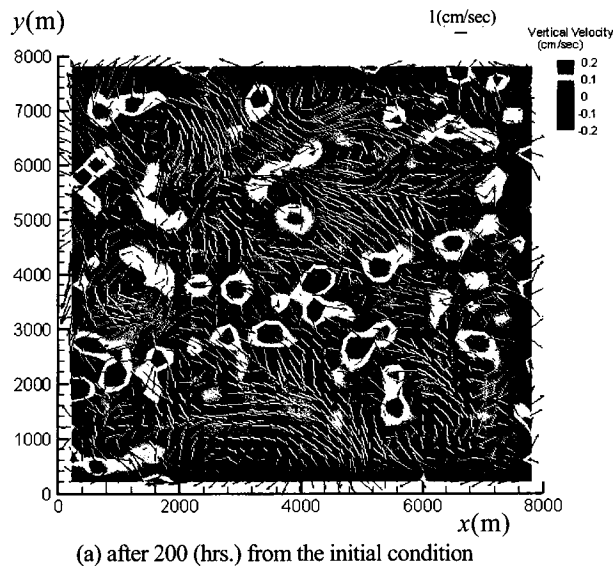


Fig.11 Plan view of horizontal and vertical velocity field at 40m above the bottom (vectors; horizontal velocity vectors, color contour; vertical velocities)

則に従うと考えられる。

$$S(f) \propto \varepsilon_T f^{-2} \quad (6)$$

Fig.12 に示した水温変動の周波数スペクトルには-2乗則に従う領域が存在しており、本シミュレーション結果は乱流変動を再現していると考えられるが、乱流の再現性については今後より詳細な検討が必要と考えている。

Fig.13 は、Fig.11(b)に示した下向き鉛直流速（カラーコンター）が 0.09(cm/sec)以上の領域を図示したもので、強い沈み込みが生じている場所とその水塊の規模を表している。水塊の規模の頻度分布、すなわち Fig.13 の着色面積が同じ大きさの落水水塊の個数と着色面積の関係を、多くの異なる計算時間の結果を平均することで求め図示したものが Fig.14 である。

この図から、切断面での水平面積が同一の落水水塊の個数が、その水平面積の-3/2 乗に従う領域があること確認できる。このべき乗則の存在は、流れの空間構造にフラクタル性が存在することを示しているが、このことは以下のように説明することができる⁸⁾。

落水水塊の水平面積を s 、面積の確率密度関数を $f(s)$ とおいたとき、水平面積が s より大きい水塊の存在確率 $F(s)$ は次式で与えられる。

$$F(s) = \int_s^\infty f(s) ds \quad (7)$$

上述したように、 $f(s)$ が s のべき乗で表されるとすると、 $f(s)$ の分布関数である $F(s)$ も s のべき乗で表されることになる。このことは、例えば Fig.11 の縮尺を変えて α 倍にしたとしても、縮尺を変える前後の分布関数の関係は $F(s) \propto F(\alpha s)$ 、すなわち $s^n \propto \alpha^n s^n$ となり、分布関数の形は変化しないことを意味している。このように、縮尺を変えて現象や構造をみたとしても、それらの違いを判別できないような特徴的な長さの存

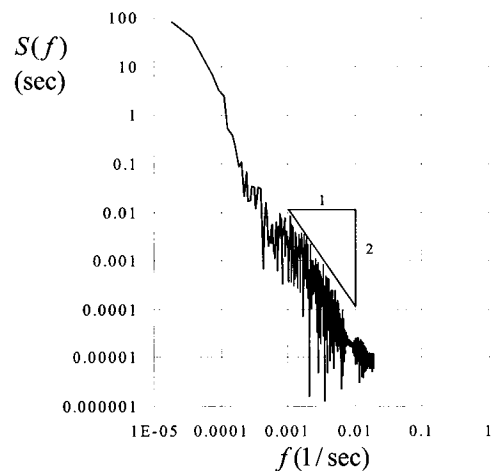


Fig.12 Frequency spectrum of temporal water temperature variations at 10m above the bottom

在しない構造は、一般にフラクタル構造と呼ばれている⁸⁾。

4. 確率モデルの検討

Fig.13 は、外部磁場と温度の変化による磁石の磁性の挙動を表現する確率モデルであるイジング・モデルや⁹⁾、森林ギャップの動的平衡を表現する森林ギャップモデル¹⁰⁾の結果と類似している。これらの現象では、確率モデルを用いて現象の特性が急変する臨界値が存在することや、臨界値近傍での現象の空間構造について検討が行われてきた^{11,12)}。

そこで本研究では、これまで検討してきた熱対流現象を定性的に再現できる確率モデルを考え、確率モデルを用いたシミュレーション結果と前節までの数値実験結果について若干検討を試みる。

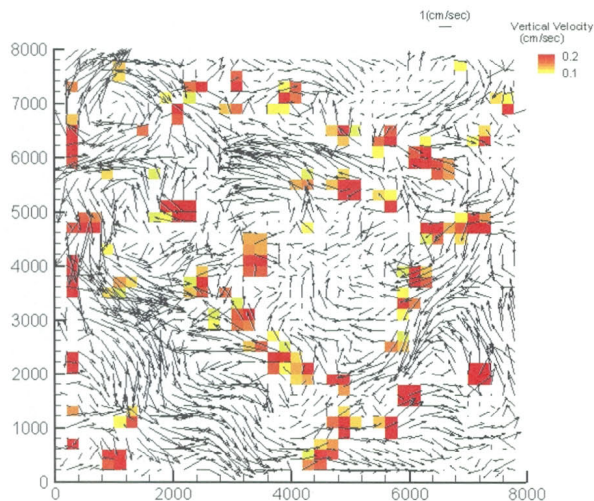


Fig.13 Submergence area of water body with the vertical velocity more than 9(mm/sec) in Fig.11(b)

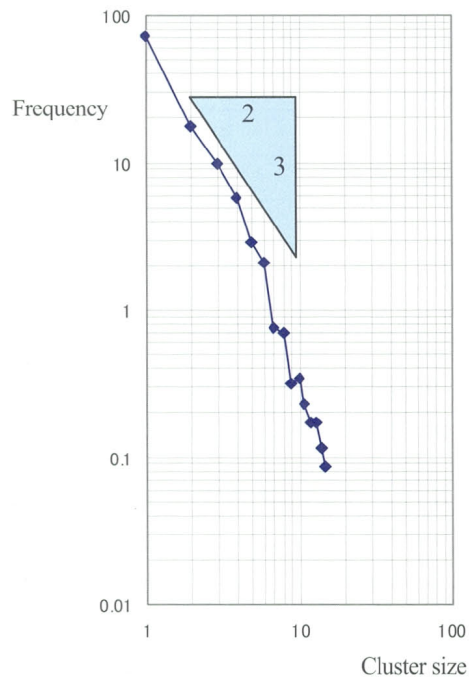


Fig.14 Relation between size of submerging water body and frequency using Fig.13

4. 1 琵琶湖北湖の熱対流に関する確率モデル

簡単のため、水温が高いか低いかを表現する変数 σ_i を導入し、高い場合に $\sigma_i=1$, 低い場合に $\sigma_i=0$ として、 σ_i の動的平衡を表現する確率モデルを考える。

ある格子の水温が、周囲の水温より低い場合(Fig.15 ①), その格子の水塊は落下しやすく、周囲に水温が同一の格子があれば落下しにくいと考えられるため、このことを確率モデルに考慮する。

さらに、熱対流シミュレーション結果 (Fig.8) を見ると、落下水塊の周辺では下降流を補償する鉛直上向きの流れが発生し、その結果、高水温の水塊が表面に輸送されて水面の水温が上昇するため、落下した格子の水温は上昇すると考える。

このような状況をモデル化するために、冷却により水塊が落下し、その後水温が上昇する箇所を空間パターンにより場合分けする。空間パターンは Fig.15 に示した 5 パターン存在するので、それぞれのパターンに中央水塊が落下しその後水温が上昇する確率を与える。

試みとして、シミュレーションに用いた、Fig.15 のパターンに対応した具体的な落下の確率を Table 1 に示したが、確率の評価の妥当性については今後理論的に検討する必要がある。A は確率を与えるための定数である。一方、冷却による水温の低下 (σ_i が 1 から 0 に変化) は周囲の状態に関係なく一定の確率で発生するとし、この確率を B とする。

4. 2 シミュレーション結果の考察

本研究ではまず 51×51 の格子を有する平面を用い

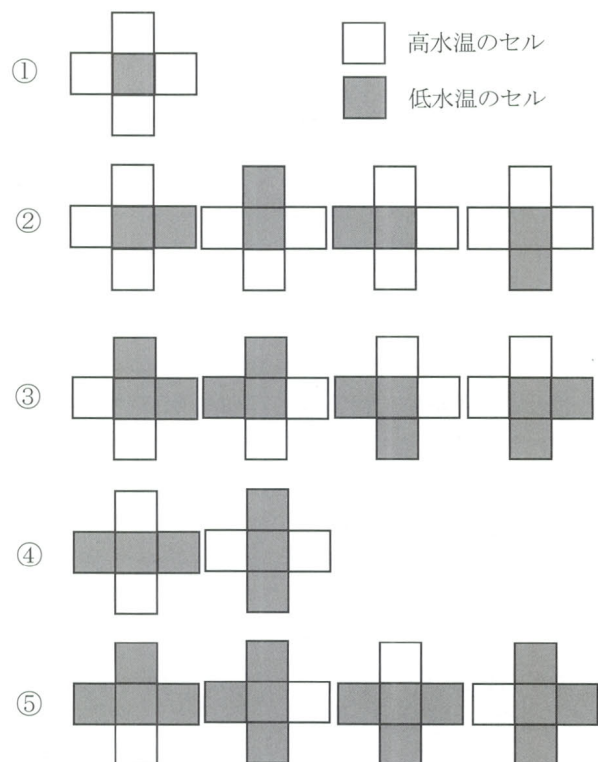


Fig.15 Classification of spatial patterns of cell temperature

てシミュレーションを行った。初期条件として、変数 $\sigma_i=0$ と $\sigma_i=1$ の値を格子に互い違いに配置した。

また、水塊落下とその後の水温上昇の発生確率に関わる A を一定値 0.3 とし、表面冷却による水温低下箇所の発生確率である B を変化させてシミュレーション

Table 1 Probability of submerging of water body
at the central cell shown in Fig.15

Spatial pattern	Probability
① (1通り)	A
② (4通り)	$(3/4)A$
③ (4通り)	$(1/2)A$
④ (2通り)	$(1/2) \cdot (1/4)A$
⑤ (4通り)	$(1/4) \cdot (1/4)A$

を行った。その後シミュレーション結果を用いて、クラスター (σ_i が 0 である格子が繋がった領域) の分布状態を考察した。

Fig.16 に σ_i の空間分布を示した。

この結果から求められる格子の変数 σ_i が 0 である確率を p とおく。青で示す $\sigma_i = 0$ の格子に着目すると、 $p = 0.17$ ではクラスターサイズが小さなもの (クラスターサイズ 10 程度以下のもの) が離散的にしか出現していない。 $p = 0.74$ では系に占める割合が非常に大きなクラスターが一つ出現し、それ以外のクラスターサイズが 10 以下の小さなものばかりになっている。一方、 $p = 0.45$ ではクラスターサイズが小さなものから大きなものまで共に存在している様子がわかる。

様々な p に対する空間分布の状態を考察するため、平均クラスターサイズ (クラスターの格子個数の平均値) $S(p)$ と p との関係を示したものが Fig.17 である。

$S(p)$ は、 $p = 0.45$ 付近で関数の形が下に凸の状態から、上に凸の状態に変化しており、 $S(p) - p$ 曲線の変曲点となっていることがわかる。上述したイジング・モデルや森林ギャップ・モデルや、その他パーコレーションなど同様の確率モデルが適用可能な現象に関するこれまでの研究では、 $S(p) - p$ の関係に見られる急変点において現象の特性が不連続に変化すること、および、この急変点近傍での空間構造にフラクタル構造が出現することが知られている^{11,13)}。

そこで Fig.16 に示した 3 通りの p の値に対して、 25×25 , 101×101 の格子を用いて同様のシミュレーション結果も加えて、クラスターサイズとその出現割合の関係を両対数グラフに示したのが Fig.18 である。

$p = 0.45$ の結果は、熱対流シミュレーションと同じべき乗である $-2/3$ 乗の関係に従うクラスターサイズの範囲が $p = 0.17$ と 0.74 の場合より広いが、Fig.18 から $p = 0.45$ の結果の特別な特異性を結論付けることはできない。今後、初期の水温の空間配置をランダムに設定してシミュレーションを行い、 $S(p) - p$ の関係の急変点近傍の特異性について詳細な検討を行ないたい。

このことにより、本研究において熱対流シミュレーションの結果として得られた流れ場、さらには琵琶湖北湖の冷却時の流れと水温の空間構造についての知見

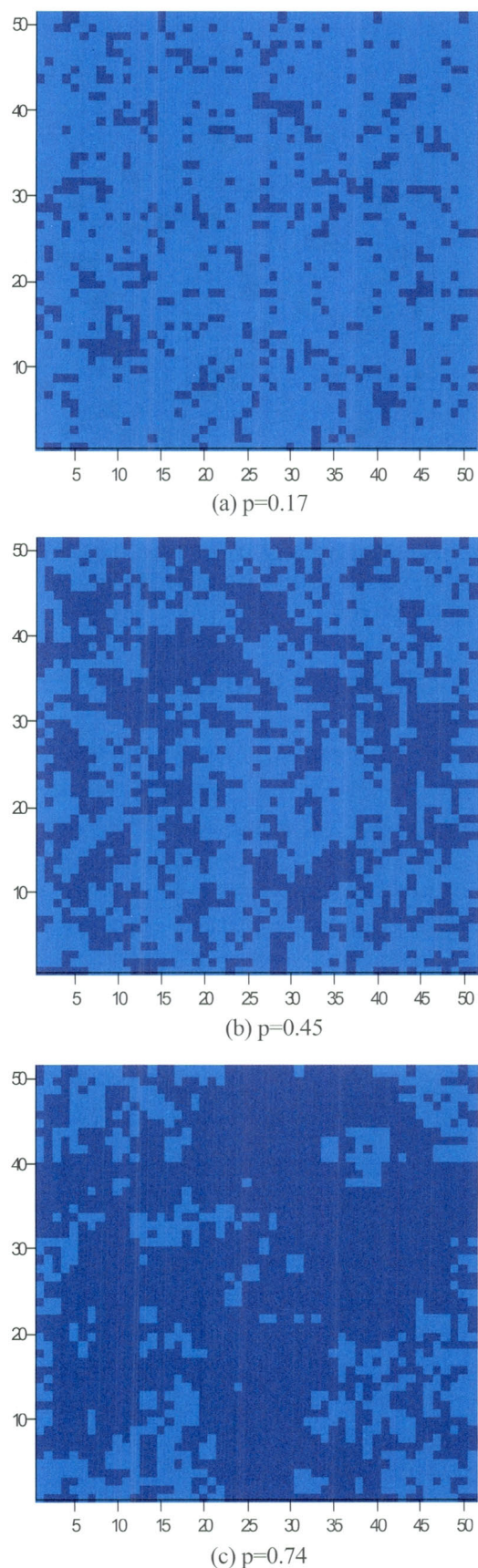


Fig.16 Spatial distribution of clusters

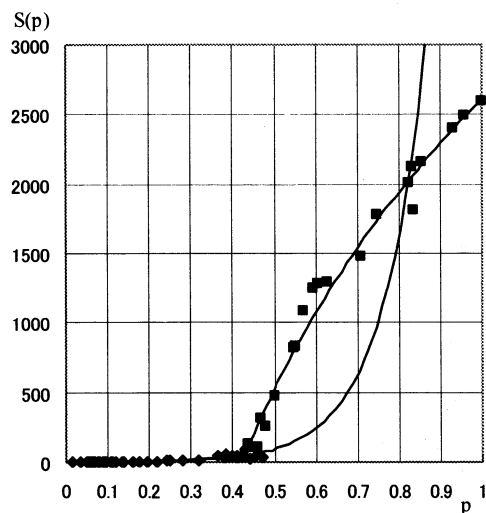


Fig.17 Relation between averaged cluster size and probability of $\sigma = 0$

も得られると考えている。さらに、熱対流現象と確率モデルの関係について、基本的な検討を行なう必要もあると考えている。

5. おわりに

本研究では、琵琶湖北湖の冷却期（12月）の条件下で、熱対流シミュレーションを行い、その結果をもとに水温の鉛直分布形の時間変化過程や熱対流の空間構造について考察した。熱対流シミュレーションによって再現された流れの空間構造に見られるフラクタル性について考察するために、イジング・モデルや森林ギャップ・モデルに類似の確率モデルを提案した。確率モデルのシミュレーション結果には、熱対流シミュレーションと同様にクラスターサイズの頻度がサイズのべき乗に従う領域が存在すること、冷却速度を変化させたとき、空間分布特性が不連続に変化する臨界点が存在することを示した。

今後、熱対流シミュレーションと確率モデルの関係について詳細に検討するとともに、確率モデルの結果に現れた臨界点の物理的意味について、琵琶湖の流れと水温構造の観点から考察したい。さらに、Fig.6 に示した冷却期の琵琶湖北湖の表層水温分布とシミュレーション結果についても比較・検討も行ないたい。

参考文献

- 1) 熊谷道夫・焦 春萌・石川可奈子・青田容明, 平成14-16年度琵琶湖北湖低酸化問題検討委員会最終報告書（滋賀県琵琶湖研究所）, 第1章 気候変動と琵琶湖の環境変化, pp.1-20, 2005.3.
- 2) 細田 尚, 平成14-16年度琵琶湖北湖低酸化問題検討委員会最終報告書（滋賀県琵琶湖研究所）, 第10

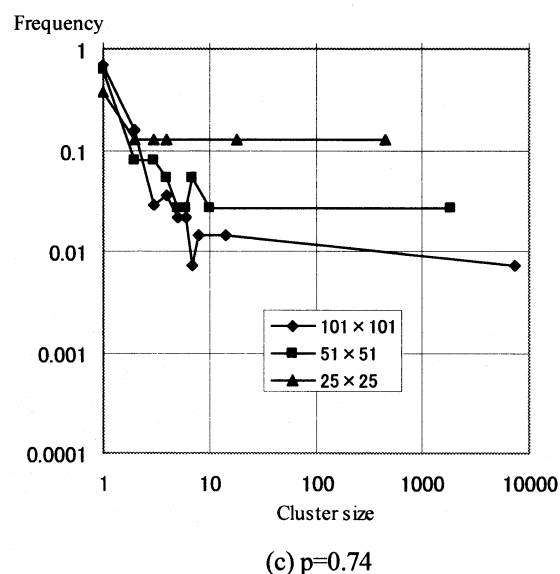
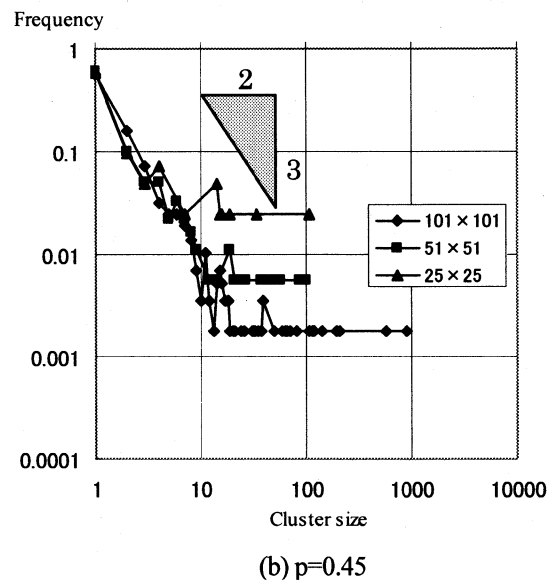
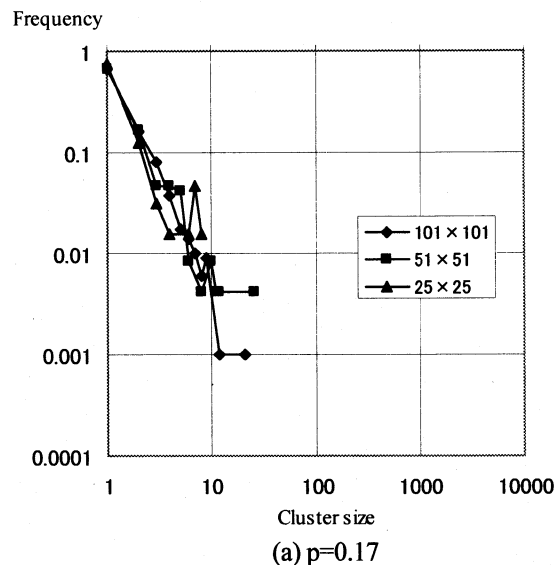


Fig.18 Relation between frequency and cluster size using different grid sizes

章 簡易モデルによる底層水貧酸素化の要因分析, pp.201-222, 2005.3.

3) 細田 尚・細見知彦, 琵琶湖北湖の水質鉛直分布の季節変化に関する簡易モデルと温暖化の影響への適用, 河川技術論文集, 第8巻, pp.495-500, 2002.

4) Hosoda, T. and Hosomi, T., A simplified model for long term prediction on vertical distribution of water qualities in Lake Biwa, Sustainable Development of Energy, Water and Environmental Systems, Afgan, Bogdan & Duic(eds), Swets & Zeitlinger, Lisse, pp.357-365, 2004.

5) Akitomo, K., Kurogi, M., and Kumagai, M.; Numerical study of a thermally induced gyre system in Lake Biwa, Limnology 2004.5, pp.103-114, 2004.

6) 古跡晃久, 田村正行: 衛星センサ MODIS による湖面温度の測定精度の検証, 日本リモートセンシング学会 第41回学術講演会論文集, pp.299-300, 2006.

7) 細田 尚, 開水路流れにおける乱流拡散機構に関する水理学的研究, 京都大学博士論文, 1990.

8) 高安秀樹, フラクタル, 朝倉書店, 1986.

9) 長岡洋介, 岩波基礎物理シリーズ7・統計力学, 1994.

10) 久保拓弥: ギャップの動態と攪乱の役割: 格子モデル, 日本生態学会誌, 第46巻, pp.63-68, 1996.

11) 香取眞理, 複雑系を解く確率モデル こんな秩序が自然を操る, 講談社ブルーバックス, 1997.

12) Kizaki S. and Katori M. : Analysis of Canopy-Gap Structures of Forest by Ising-Gibbs States - Equilibrium and Scaling Property of Real Forests -, Journal of the Physical Society of Japan, Vol.68, No8, pp.2553-2560, 1999.

13) 小田垣孝: パーコレーションの科学, pp.1-51, 裳華房, 2007.

(2008年4月14日受付)