斜面上の波動場における組織渦構造と気体交換機構

Organized Vortex Structures and Air-Water Gas Transfer in the Wave Field on a Sloping Bed

杉原裕司*・河津那由他**・桜木幸司*** Yuji SUGIHARA, Nayuta KAWAZU and Koji SAKURAGI

*正会員 博士(工)九州大学大学院准教授 総合理工学研究院(〒816-8580 福岡県春日市春日公園 6-1) **非会員 修士(工)新日本製鐵株式会社(〒100-8071 東京都千代田区大手町 2-6-3) ****非会員 修士(工)JFE スチール株式会社(〒100-0011 東京都千代田区内幸町 2-2-3)

The gas transfer of CO_2 at the air-water interface when regular surface waves run up a sloping flat bed is investigated experimentally. The CO_2 absorption process is visualized by using a laser-induced fluorescence technique (LIF). We found out in the vicinity of the air-water interface, organized vortices whose rotation direction is opposite to that of the offshore vortex train, which was reported by Matsunaga et al. The counter-rotating vortices are found to promote efficiently the gas transfer at the wavy air-water interface in the offshore zone. The local gas transfer velocity is obtained from an image processing for LIF images. It is quantitatively confirmed that the transfer velocity increases due to the organized vortices.

Key Words: gas transfer, organized vortex, offshore vortex, air-water interface, LIF

1 序論

気液界面での気体交換量を定量化することは、地球温暖 化に代表されるような環境変動の予測手法を確立する上 で重要な課題である. CO₂ や O₂ などの低溶解性の気体の 交換は、主として液相側の流体運動に支配されている. 海 洋に風が吹くと水表面にせん断力が作用し、それに起因す る流速シアーによって水表面近傍に乱流渦が形成される. Kamran et al.¹⁾は、風洞水槽において、PIV を用いて風波下 の流速場を計測し、得られた流速データから気体交換を促 進する大規模な乱流秩序構造を抽出した. そのような大規 模な乱流渦が存在する領域は、その他の領域に比べて気体 交換速度が 2.8 倍も大きく、全気体交換のおおよそ 60%を 担っていることが示された. このように、風応力が作用す る風波下の水中は乱流的であり、そのことが気体交換を促 進する大きな要因になっている.

風応力の作用しない非砕波波動場には、気体交換を促進させる機構は特に存在しないように思われる.しかし、 斜面上を波が伝播する場合、砕波帯外においても、砕波点で生成された乱れが定常循環流に乗って移流してくることにより、波動場が渦動的になることが知られている. Matsunaga et al.^{21,31}は、そのような斜面上の砕波帯外において組織的な渦列(offshore vortex train)が形成することを実験的に見出した.砕波点から放出された乱れが沖向きの定常流に乗って砕波帯外に移流し、定常循環流のシアーから渦度が供給されることで、組織的な渦列が形成されると考えられている.ここで、この砕波帯外の渦運動により、波動 気液界面での気体交換が促進されているのではないかという仮説が成り立つ.このような組織渦が、気液界面での CO2輸送にどのような役割を果たしているのかを調べることは、環境流体力学の立場からも極めて興味深い問題である.

Woodrow and Duke⁴は、O₂をトレーサー気体とするレー ザー誘起蛍光法(Laser-induced fluorescence technique: LIF) を用いて規則波による波動場の濃度境界層厚さを計測し、 波の位相によって境界層厚さが変化して、気体交換速度が 波の谷の部分で最大になることを示した.これは、波動運 動によって水表面が伸縮し、それに伴い境界層厚さが変動 することに起因していると考えられる.従って、波動気液 界面には、層流的な気体交換の促進機構も存在していると 思われるが、そのような機構についての研究例が少なく、 より多くの実験的知見が求められている.

本研究の目的は、斜面上を伝播する2次元規則波動場に おいて、組織渦による気体交換過程をレーザー誘起蛍光法 (以下 LIF)を用いて直接可視化することである.また、 得られた LIF 画像から、波の位相に沿った局所的な気体交 換速度を算出し、組織渦がどの程度気体交換に寄与してい るのかについても定量的に検討する.

2. 実験装置および実験方法

図-1に、本研究で用いた実験装置の概略図を示す.実験には透明アクリル板で作られた長さ 6.2m,深さ 0.5m,幅 0.15m の 2次元造波水槽を用いた.水槽の一端には造波



図-1 LIF に関する実験装置の概略図



図-2 LIF による可視化の一例 (撮影領域:横18cm×縦12cm)

機が取り付けられており、他端には長さ 5.0m の斜板が設置されている. 斜板の勾配 θ は 2.68° に固定されており、 水平床における平均水深は 0.20m である. 造波板の振動周 期 T は 1.25s であり、斜板上に入射する規則波の沖波波長 L_0 と沖波波高 H_0 は、それぞれ 2.4m および 0.06m である. L_0 は $gT^2/2\pi$ から、 H_0 は水平床部で撮影された水面変動の デジタルビデオ画像を解析することによって評価した. こ こで、g は重力加速度を示す. なお、これらの実験条件は、 Matsunaga et al.³によって報告された組織渦の形成条件を 満足していることに注意する. また、組織渦が形成されて いるか否かを確認するために、この条件に加えて T=0.71s、 2.50s の条件の可視化実験も別途行った.

LIFを行う際に作業流体に溶解させる蛍光物質として水溶性蛍光染料のフルオレセインナトリウム(C₂₀H₁₀O₅Na₂)を用いた.フルオレセインナトリウム水溶液がCO₂を吸収するとその部分のpHが局所的に低下し、その結果蛍光強度が低下する性質を利用して溶存CO₂の濃度分布を定性的に可視化できる.すなわち、流体中にレーザー光を挿入した場合、高いCO₂濃度の流体塊は相対的に暗くなり、低い流体塊は明るく見えることになる.なお、水溶液のフルオレセインナトリウム濃度が 2.5×10⁶mol/l の場合に蛍光強度が最大になることが過去の研究⁵からわかっているため、本研究でもフルオレセインナトリウム水溶液の濃度が



図-3 offshore vortex と surface offshore vortex (撮影領域:横18cm×縦12cm)

その値になるように調整した. 本実験では、アルゴンイオ ンレーザーのスリット光を水槽直上から水表面に挿入し, 水槽に対して固定されたデジタルビデオカメラによって 水表面の下から角度をつけて撮影を行った. その際, CO, を水槽の奥行き方向に一様に 51/min の流量で供給した.ま た、デジタルビデオカメラの解像度は 640×480pixels,フ レームレートは 30 frames/s であった. 撮影領域は 18 cm× 12cm であり、本実験ではカメラの角度による画像の歪み 補正は行っていない. カメラのレンズには透過限界波長が 520nm のシャープカットフィルターを装着し, 蛍光のみを 撮影するようにした.本実験では規則波を対象としており, レーザーシート光は波の伝播方向に沿って挿入している ため、レーザーの屈折・散乱の影響はかなり小さく、カッ トフィルター以外の特別な補正は行っていない. 撮影は, 砕波点から沖側 1.3m の位置において、静水状態から開始 して造波後10分程度まで連続的に行った.なお、造波開 始から数分程度経過後には、乱流場はほぼ動的安定状態に 達することを確認している.以下で示す全ての画像におい て左側が岸方向で右側が沖方向に対応している.

図-2にLIFによるCO2吸収過程の可視化画像の一例を示す. 画像内の中心よりやや上に見えている黒い線が濃度 境界層を示しており, その中心線が水表面の位置に相当する. 水表面より上側に写っている部分は、レーザーシート



(a) t = 0 s



(b) t=5 s



(e) t = 25 s



(f) t = 30 s



(c) t = 10 s



(g) t = 35 s



(d) t = 15 s



(h) t = 45 s

図-4 組織渦構造による気体交換過程(撮影領域:横18cm×縦12cm)





上の LIF パターンがレーザーシート面によりも手前の水 表面で反射して写り込んでいるものであり、本研究では水 表面から下側に見える領域のみを検討対象とする. 画像下 方には斜板が写っている.

3. 組織渦構造と気体交換過程の可視化結果

本章では、LIF によって可視化された組織渦構造を示し、 組織渦がどのように気体交換を促進しているのかについ て明らかにする. 本研究において, 従来認識されていた offshore vortex (以下 OV) とは逆向きの半時計周りの渦度 を持つ、水表面付近に形成される組織渦構造を見出した. この渦を, ここでは surface offshore vortex (以下, SOV) と呼ぶこととする. 図-3に SOV の構造を示す. 画像中 央付近に時計周りの渦度を持つ OV があり、その右上に OV とは逆向きの、半時計周りの渦度を持つ SOV が確認 できる. SOV は多くの場合 OV と対で観察された. 本実 験の可視化位置においては、OV は半水深程度の比較的大 きなスケールを有しているが, SOV は OV と水表面の間 に形成するためそのスケールは相対的に小さく、OV によ って伸張されてスケールを増大させながら渦度を失い消 滅する. しかし, SOV は水表面付近に形成されるため, 気液界面での気体交換において重要な役割を担っている ことが推察される. 図-4(a)~(h)に、組織渦構造による 気体交換過程の一例を示す、これらの図は、乱流渦が濃度



図-6 組織渦構造の模式図

境界層を更新する過程を LIF によって可視化したもので あり、それぞれの画像の時間間隔は5sである.図(a)にお いて, 中央右側に OV(A)が, 中央左側に OV(B)(以下(B)) の存在が確認できる.図(b)では、(B)が沖方向に移流しな がら成長し、その右上部分に SOV(C)(以下(C))が発生し始 めているのがわかる. 図 (c) では、さらに沖方向に移流し つつ,(C)が境界層を界面から剥ぎ取りながら巻き取って いる様子が確認できる.図(d)~(g)の一連の画像において、 (B)によって(C)が引き伸ばされ、界面近傍の高いCO,濃度 の流体がバルク領域へと引きずり込まれている過程が可 視化されている. そして, 図(h)では(C)はもはや原型をと どめておらず, バルク領域に拡散してしまっていることが わかる.以上のように、中央付近のOVと共にSOVが形 成し、溶存濃度境界層を剥ぎ取っていくことで気体交換を 行っていることが明らかとなった. また, SOV が OV に よって移流・伸張されることによって CO2 がバルク領域に 効果的に拡散・混合していくことがわかる.

本研究ではまた,底面付近にOV と同じ方向の時計周り の渦度を持つ組織渦構造を見出した.この組織渦構造をこ こでは bottom offshore vortex(以下 BOV)と呼ぶこととす る.図-5に BOV の構造を示す.画像中央の底面に沿っ て,BOV が3つ連なって形成していることがわかる.こ の組織渦構造は OV と同じ回転の渦度を持っているため OV とマージングすることができ,バルク領域の拡散・混 合に大きな役割を果たしていることが予想される.また, ここでは BOV が相対的に明るく可視化されているが,底 面近傍には砕波点方向に向かって遡上する定常流が形成 されており,BOV が沖側底層のより CO2濃度の低い流体 から構成されているためであると考えられる.

4. 組織渦構造の形成機構

図-6に、砕波帯外の組織渦構造の模式図を示す.この図 のように、底面付近には規則波の進行方向に向かう強い岸 向き定常流があり、その補償流として、水表面に沿って



(a) 規則波の入射直後



(b) 十分時間が経過した後(5分程度経過後)



沖向きの定常流が形成されている.この定常流速場によっ て底面付近に形成する BOV は岸方向に移流し,水表面付 近に形成する OV と SOV は沖方向に移流する.ここで, 定常流速場の鉛直分布について考える.Longuet-Higgins⁶⁾ によって示された,水平床上を波が伝播するときの質量輸 送速度を表す理論式は次のように表される.

$$U(z) = \left(\frac{\pi H}{L}\right)^2 CF(\mu)$$
 (1)

$$F(\mu) = -1/(4\sinh^2 kh) [2\cosh\{2kh(\mu-1)\} + 3 + kh\sinh\{2kh(3\mu^2 - 4\mu + 1)\} + 3(\sinh 2kh/2kh + 3/2)(\mu^2 - 1)]$$

ここで、U(z)は質量輸送速度、Hは波高、Lは波長、Cは 波速, hは水深, また μ=z/hを示す. 本研究では斜面を波 が伝播する場合について調べているが, 定性的には斜面上 でもこの式で表される流速場と類似した流速場になると 仮定して、便宜的にこの式を用いて考察する. 図-7に、 $(\pi H/L)^2 C$ で規格化された無次元定常流速 $F(\mu)$ の鉛直分布 を示す. 底面から鉛直上向きに z 軸をとっているので, μ =0 が底面に相当し、 µ=1 が水表面に相当する. F(µ)が正 のときが沖向きの流速を,負のときが岸向きの流速を示す ことに注意する. ここで k は波数であり, 本実験での kh の値は 0.5 である.式(1)は、kh の値に関係なく、水表面 付近で正の最大値を取るような速度分布を示しており、こ の最大値より底面側の部分の流速シアーによって OV と BOV が形成・強化され、水表面側の部分の流速シアーに よって SOV が形成するものと考えられる. また, khの値 が大きくなるにつれて、OV に関与する流速シアーは小さ くなり、SOV に関与する流速シアーは若干ではあるが大 きくなる. OV は, 沖向きに移流しながら, マージングに よりそのスケールを増大させるため、1つの渦構造の寿命 時間を定義するのは難しい. ただし, 砕波点からの到達距 離(形成区間長)については既往研究ので明らかにされて いる.一方、SOV について、OV の形成機構と密接に関わ っているため、その形成領域もOVのそれと類似している



ものと思われる. また, SOV の寿命時間は, 図-4でも 示されたように,おおよそ数十秒のオーダーであると考え られる.

図-8(a), (b)に, 砕波帯外において規則波を入射した 直後と、ある程度時間が経過した後のLIFの可視化結果を 示す. 規則波を入射した直後の (a) では濃度境界層はほぼ 一様な厚さを示しており、水中には乱流的な構造はほとん ど存在しないことがわかる.一方,規則波を入射して十分 時間が経過した後(5分程度経過後)の(b)では組織的な 渦構造の存在が確認できる. このことから, 規則波を入射 してから一定時間が経過することで,定常流速場が形成さ れ, 砕波点付近で発生した乱れが岸向き定常流によって移 流し, 砕波帯外の定常流の流速シアーによって渦度が強化 されることによって気体交換を促進する組織渦構造が形 成されるものと考えられる. また、これらの組織渦構造は 一時的に形成されるものではなく,発生・消滅を繰り返し ながら同様の構造が維持されることを確認している.以上 のように、波動があるだけでは渦動的な構造は発生しない が、斜面上に波が入射する場合には、風応力の作用しない 砕波帯外においても渦動的な構造が形成されることが確 認された.

図-9に Matsunaga et al.³が示した OV の形成領域図に, 本実験の結果をプロットしたものを示す.ここで, HとL はそれぞれ局所的な波高と波長を示す.また,この図に限 り,規則波の周期 Tが 0.71s, 2.5s の実験結果も併せて示



図-10 $\delta \geq k_L$ の関係

していることに注意する.この図において,原点より右上 方向に向かって描かれている実線(A)は砕波限界を表して おり,原点より図の中央に向かって描かれている一番下の 実線(C)は組織渦が沖側で消滅する境界を表している.ま た,図の中央から右下に向かって描かれている実線(B)は 斜面上に入射する波の沖波波形勾配が 4.0×10² 以下でな ければ組織渦が形成しないという形成限界を示している. T=1.25s の左側の3点(黒色)においては組織渦が形成さ れていることが確認された. kh の一番小さい左の点では OV が支配的であり, kh の大きい右の2点では SOV が支 配的であることがわかった.このことは、先の質量輸送速 度の流速場の依存性と矛盾しない結果となっている.なお, 規則波の周期 T を 0.71s, 2.5s とした実験,また周期 T=1.25s のうち図-9の右側2点の実験においては、OV, SOV の 両方とも見出すことはできなかった.

5. 組織渦構造と気体交換速度の関係

境膜モデル⁸によれば、気体交換速度 k_i は、境界層厚さ δ を用いて次のように表される.

$$k_L = \frac{D}{\delta} \tag{2}$$

ここで、Dは溶存気体の分子拡散係数である.従って、 k_l を求めるためには境界層厚さ δ を求めれば良いことがわかる.濃度境界層は、水表面近傍で濃度が急激に変化する 領域である.LIFの可視化画像において、CO₂の濃度変化 は輝度の変化に対応するので、LIFによって得られた輝度 データから、輝度が急激に変化する領域を判定し、その厚 さを求めることで境界層厚さ δ を求めることができる.水 面直上から入射するレーザー光が水中で徐々に減衰する 効果(ランバート減衰)を補正後に、濃度分布から境界層厚 さを算定した.境界層厚さと輝度値の間には、次のような 関係がある.

$$\frac{Ib - I(z)}{Ib - Ii} = exp\left(\frac{-z}{\delta}\right) \tag{3}$$

ここで, *Ib*, *Ii*および *I(z)*は, それぞれバルク層, 水表面, 水深zにおける輝度値を示す.この式の両辺に対数を取り, *In(Ib --I(z)/(Ib --Ii)*)をXとおくと,

$$z = -\delta X \tag{4}$$

と表せる.水深zとXの関係に最小二乗法を用いて直線 関係を適合させ、その傾きから境界層厚さδを求めた.式 (3)の関係は水表面付近でよく成り立つと考えられるので、 ここでは(*lb*−*l*(*z*))/(*lb*−*l*)<0.3の範囲のデータに対して最 小二乗法を適用している.このようにして得られた境界層







図-12 規則波入射直後の k_l と η の関係



(b) *t*=20~30s
図-11 *δ*, *k*, および*η*の時系列

厚さ δ の値を式(2)に代入して気体交換速度 k_L を算出した.

図-10に、LIFによって可視化された組織渦と、 δ お よび k_l の関係を示す. 画像の両端でレーザーの減衰により 輝度が小さくなるので、両端を除いた 10cm の範囲につい て $\delta \geq k_l$ を算定した. ここで画像の左端を x=0 としている. 画像の中央付近に OV が 2 つ並んでおり、その間に SOV の存在が確認できる. この画像では、中央の SOV が活発 に運動しており、画像からも SOV の領域(x=6.3cm)におけ る境界層が最も薄くなっている. k_l の分布を見ると、その 領域で k_l が局所的に大きくなっていることがわかる. 一方、 画像左側の境界層が剥ぎ取られている領域(x=3.9cm)では、 境界層が局所的に厚くなっている.

図-11(a), (b)に, x=7.2cm における δ , k_{L} および水 面変動 η の時系列を示す. ここでは,約20秒間の時系列 を 10秒分ごとに(a), (b)に分けて示している. 図(a)を 見ると,10~17s の時間帯においては組織渦構造による境 界層の剥ぎ取りはなく, δ は波の位相に合わせて周期的に 変動していることがわかる. t=20s付近から, δ は大きく 変動し始めており, k_{L} についてもt=17sくらいから徐々に 大きくなっていることから,このあたりの時間帯に組織渦 が接近してきたものと考えられる. 図(b)を見ると,t=24s 付近で k_t が最大値を示しており、その時間に組織渦による 気体交換が最も促進されていることがわかる. δv_k が波 の周期 T よりも十分大きなタイムスケールで変動してい るのは、Woodrow and Duke⁴⁾の示した波動界面の伸縮によ る機構とは別に、組織渦に起因した渦動的な気体交換の機 構が作用しているためである.

図-12に規則波を入射した直後の $k_L \ge \eta$ の関係を示している.ここでは組織渦はまだ存在していないことに注意する.多少時間の経過した 5s 以降に着目すると, η が極大の位相で k_L が小さくなり,極小の位相で大きくなるという逆相関の関係が見られる.このような関係は,

Woodrow and Duke⁴によって報告された結果の妥当性を支持している.このような挙動は、図ー11の組織渦が通過する前の時間帯でも確認できる.従って、Woodrow and Duke⁴が報告したこのような挙動は、波動気液界面が示す普遍的な特性であると考えられる.

組織渦構造の気体交換への寄与について 50 秒間のデータ を基に検討した. 図-11の結果に基づいて,明らかに組 織渦構造が気体交換を促進していると考えられる k_L > 0.035 の場合を, 組織渦構造による気体交換への寄与部分 と定義した. 全時間帯の k の平均値と比較すると、組織渦 構造の影響を受けた時間帯の局所的な k の値はその約5 倍の値をとることが明らかとなった.ただし、このように 局所的には大きく気体交換が促進されるが、全時間帯のk の時間積分値に対する組織渦構造が寄与した時間帯の ku の寄与は、高々15%程度であった.なお、この寄与率は界 面とバルク領域の CO, 濃度差の時間変化が無視できると それば、そのままフラックスの寄与率と見てもよいことに 注意する. これは、組織渦構造が30s という長周期で発生 するために、時間平均で見ると気体交換への寄与が相対的 に小さくなってしまうためであると考えられる. しかし、 組織渦構造は、水表面付近での境界層の剥ぎ取りと、 渦の マージングによるバルク領域の拡散機構とを併せて気体 交換を促進する重要な役割を担っていると考えられる.

6. 結論

本研究では、LIF を用いて、砕波帯外に形成する組織渦 がどのように気体交換を促進するのかについて実験的に 検討した.また、砕波帯外における組織渦の形成機構につ いて考察した.LIF で得られた画像から、局所的な k_l を算 出し、組織渦構造がどの程度気体交換に寄与しているかを 明らかにした.本研究で得られた結果を要約すると以下の ようになる.

(1)斜面上を波が遡上するとき,砕波帯外では,surface
offshore vortex, offshore vortex, bottom offshore vortex から
成る組織渦構造が形成されることがわかった.

(2) 水表面付近に形成する半時計回転の surface offshore vortex と時計回転の offshore vortex が連動して境界層を剥ぎ取り, offshore vortex と bottom offshore vortex がマージン グすることでバッレク領域を効果的に混合し,気体交換を促進していることがわかった.

(3) LIF の画像から気体交換速度 k_l を算出した結果, 組織渦構造の通過時には平均値の 5 倍程度の値をとることがわかった.また,全時間帯の k_l の積分値に対する組織渦領域の局所的な k_l の寄与は 15%程度であることが明らかになった.

OVの形成については、Li and Dalrymple⁹が,水槽実験 と理論解析に基づいて,OVの形成が定常戻り流れの不安 定性に起因するとした形成機構を提案している.また,彼 らは、水深に渡って2つのせん断層が存在することを示し ており、水表面近傍にはOVと逆向きの渦が形成するとし ている.この渦と、本研究で報告した SOV は同様の構造 である可能性があるが、この点については今後の検討課題 としたい.

本研究では、水表面に風応力が作用しない規則波動場を 対象としているが、風応力が作用して風波が形成する場合 の気体交換も興味深い現象である。例えば岸向きの風応力 により吹送流が発生する場合、本実験とは異なる定常シア 一場が形成するものと思われる。そのような場合、本研究 で見られた組織渦構造が安定的に形成されないかもしれ ない、また、風応力の作用により水表面極近傍に高シアー 層が形成されることから、より微細な表面更新乱流渦が気 体交換を支配することが予想される。

謝辞

本研究を行うにあたり、九州大学教授の松永信博先生に 貴重なご助言を頂きました.また、(株)神戸製鋼所の三 木達也君(当時九州大学大学院修士課程)には実験に際し て多大な協力を頂きました.本研究の一部は、平成 18-20 年度科学研究費補助金(基盤研究(C):代表者杉原裕司) の援助の下で行われたものです.また、査読者の方から既 往研究に関して有益な助言を頂きました.ここに記して謝 意を表します.

参考文献

- H. K. Siddiqui and M. R. Loewen.: Coherent structures beneath wind waves and their influence on air-water gas transfer, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 109, pp. 1559-1573, 2004.
- N. Matsunaga, K. Takehara and Y. Awaya.: The offshore vortex train, J. Fluid Mech, Vol. 276, pp. 113-124, 1994.
- N. Matsunaga, K. Takehara and Y. Awaya.: Coherent Eddies Induced by Breakers on a Sloping Bed, *Proc. 21st Conference* on Coastal Engineering, pp. 234-245, 1988.
- 4) P. T. Woodrow and S. R. Duke.: Laser-induced fluorescence studies of oxygen transfer across unsheared hlat and wavy air-water interfaces, *Ind. Eng. Chem. Res*, Vol. 40, pp. 1985-1995, 2001.
- 5) 竹原幸生,加藤明秀,江藤剛治:風波による炭酸ガス の取り込み過程の可視化,海岸工学論文集,第46巻, pp. 101-105, 1999.
- M. S. Longuet-Higgins.: Mass transport in water waves, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 245, pp. 535-581, 1953.
- 7) 松永信博, 竹原幸生, 粟谷陽一: Offshore vortex train の 特性に関する定量的評価, 土木学会論文集, 第 417 号 / II-13, pp. 157-164, 1990.
- W. K. Lewis and W. G. Whitman.: Principles of gas absorption, *Industrial and Chemistry*, Vol. 16, pp. 1215-1220, 1924.
- 9) L. Li and R. A. Dalrymple.: Instabilities of the undertow, *J. Fluid Mech*, Vol. 369, pp. 175-190, 1998.

(2008年4月14日 受付)