自由水面流中の変形を伴う物体に作用する流体力の数値計算

Numerical simulation of fluid forces acting on objects deformed in free surface flows

黒田 望*・牛島 省**

Nozomu Kuroda and Satoru Ushijima

*学生会員 京都大学大学院 社会基盤工学専攻 修士課程(〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラスタ) **正会員 工博 京都大学大学院准教授 社会基盤工学専攻(〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C クラスタ)

A computational method has been proposed to predict the interactions between free-surface flows and elastic bodies submerged in the flow. A solid model, whose deformations due to fluid forces are solved with a finite element method, is introduced into the MICS, which is a computational method for incompressible multiphase fields. A solid object submerged in the flow is divided into multiple tetrahedron elements, through which fluid-solid interactions are taken into account using a tetrahedron sub-cell method. The experiments on the wave flows acting on a partly submerged elastic plate were carried out in a laboratory flume in order to confirm the applicability of the proposed numerical method. The fluid forces acting on an elastic plate and its deformations were measured. The developed computational method was applied to the experimental results and the fluid forces and the deformations of the plate were compared with calculations. As a result, it was shown that the experimental results are adequately predicted with the present numerical method.

Key Words : fluid-solid interaction, free-surface flow, fluid force, FEM, MICS

1. はじめに

各種の工学的な問題において,流れの影響を受けて 変形する物体の動的挙動や,流れと物体変形の連成作 用を把握することは重要な課題である.水工学分野に おける具体的な問題としては,出水時の植生形状の変 化や,ラバーダム等の水理構造物の変形などがある.

流体と構造物の連成問題に対する数値的な検討例と しては、一様流中における1自由度あるいは2自由度 の弾性円柱の振動を扱う数値計算¹⁾や、弾性変形を伴 う物体周りの数値計算²⁾などがある。既往研究例では、 扱われる物体形状は比較的単純であり、自由水面が存 在する流れにおける、多自由度の連成解析の例は比較 的少数である.さらに、流体力によって変形する物体 に作用する流体力の数値計算とその検証が行われた例 は少ない.

本研究では、自由水面流中において、流体力により 変形する多自由度の複雑形状物体と流体の連成解析を 行う数値解法について検討を加える. 既報³⁾では、多 相場の解法である MICS⁴⁾に、物体を四面体要素で表 現し、各節点をダンパ付きのバネで接続する T 型質点 バネモデルを導入した. このモデルは、数値的に安定 で取り扱いが容易である反面、ダンパの減衰係数やバ ネ定数などのパラメータの決定が試行的で、不明確な 点が多い. そこで,著者らは有限要素法により物体変 形の計算を行うT型FEMモデル⁵⁾を導入し,弾性係 数などの一般的なパラメータを使用する計算手法を提 案した.T型FEMモデルは,物体を四面体要素の集 合として表現し,物体間の衝突判定には接触判定球を 用いる数値モデルである.既報⁵⁾では,四面体1次要 素を用いたT型FEMモデルを導入し,加振水槽内に おける弾性板の変位を計算結果と比較して,弾性体の 変形に関する適用性を確認している.

本報では、物体変形に関する計算精度を向上させる ため、四面体 2 次要素を用いる T型 FEM モデルを新 たに導入する. 既報⁶⁾において、著者らは剛体に作用す る流体力の検証を行ったが、変形する物体に対する流 体力の計算とその妥当性が検討された例は少ない. そ こで、本報では、波動流れにより変形する弾性板に作 用する流体力を計算結果と比較し、変形を伴う物体に作 用する流体力に対する解法の妥当性を検討する.

2. 数值解析手法

任意形状物体を含む計算領域において、3次元自由 水面流れの計算を行うには、物体形状の取り扱いが問 題となる.本報では、物体を含む流れ場を取り扱うた めに,多相場の解法である MICS ⁴⁾を用いる.この解 法では,物体よりも十分小さい Euler 格子によって計 算セルが構成されており,計算セルに含まれる物体体 積に基づき,物体の動的挙動がセルの代表値に反映さ れる.場全体を一流体モデルにより計算し,その結果 から物体に作用する流体力が算出される.

物体に作用する流体力から、物体の変形や運動を計 算する段階では、2次要素を用いる有限要素法によって 計算する固体モデルを導入する。

2.1 3次元自由水面流れの計算法

混ざり合わない複数の非圧縮性流体から構成される 場に対する基礎式は、以下の Euler 表記による質量保 存則、非圧縮条件、保存形表示された運動方程式の 3 式である⁴⁾.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (\mu u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\mu u_j) \right]$$
(3)

ここで、 ρ , μ , p は順に計算セル内の体積平均操作に よって求められる密度、粘性率、圧力である.また、 u_i はセル内の質量平均により算出される x_i 方向の流速成 分である. $t \ge x_i$ は時間と3次元直交座標系の座標成 分で、 f_i は外力の加速度成分を表す.体積平均または 質量平均は各流体計算セルごとに定められるが、セル 内に物体が占有する体積を求める際には、四面体サブ セル法⁷) を用いる.

計算手順は、コロケート格子を用いる非圧縮性流体 計算法⁸⁾と同様で、予測段階、圧力計算段階、修正段 階の3つの手順からなる MAC 系解法が用いられてい る.最初に、四面体サブセル法⁷⁾により、計算セルに 含まれる物体体積を算出し、体積平均された物性値等 を求める。予測段階では、陰的解法である C-ISMAC 法を使ってセル中心で流速の推定値を求める。圧力計 算段階では C-HSMAC 法を利用して、BiCGSTAB 法 により圧力変化量の連立 1 次方程式の数値解を求める。 自由水面形状は、式(1)を数値拡散を抑制する保存形 スキームで解いて求める。

2.2 FEM による物体変形の計算

本研究で用いた T 型 FEM モデルでは,多相場の解 法に有限要素法で物体変形を求める固体モデルを導入 している. 既報⁵⁾において導入した 1 次要素モデルで は,各四面体を頂点のみの4節点で表現した.そのた め,形状関数は1次の項のみで,剛性マトリックスの 作成段階で数値積分の必要がなく,取り扱いが容易で あった.一方で,変形を再現するには細かく要素分割す るか,弾性係数を実際より小さくする必要があり,節 点数の増加による構造計算の負荷の増大,再現性など の点が問題となっていた.

今回導入した2次要素モデルでは、物体を図-1に示 すような四面体2次要素により表現している.中間節 点の追加により、少ない節点数でも変形を再現するこ とが可能となっている.



図-1 四面体要素と節点

2.3 物体の動的応答の基礎式

T型FEMモデルでは、図-1のように物体を四面体 要素に分割し、その各節点上に変数を定義する.本報 では、形状関数が座標の2次関数で表される、四面体 2次要素を利用することとした。四面体1次要素を用 いる場合には、計算対象となる物体を多数の四面体要 素により表現する必要がある.これに対して、2次要 素を利用すれば、より少ない四面体要素により、弾性 体の変形を計算することが可能となる.

有限要素法による連続的な弾性体の動的計算では, 質量マトリックス M と各節点の加速度成分から構成され る加速度ベクトルとの積により慣性力が定義され, これに弾性力,減衰力および加振力(外力)を考慮した方 程式が動的応答の基礎式となる.

各節点の3次元変位を成分とするベクトルを d とす れば、物体の動的挙動に関する支配方程式は、次式で 与えられる。

$$M\ddot{\boldsymbol{d}} + C\dot{\boldsymbol{d}} + K\boldsymbol{d} = \boldsymbol{f}_{e} \tag{4}$$

ここで、上付のドットは時間微分 (2つのドットは2階 微分)を表し、C は減衰マトリックス、K は剛性マト リックス、 f_e は流体力などの外力ベクトルである。質 量マトリックス M の要素は、一般に物体の密度 ρ_b に 形状関数を乗じて、これを四面体要素内で積分して得 られた行列から構成される。本報では、集中質量を対 角要素とする集中質量マトリックスを用いる。

式(4)の減衰マトリックスCは、質量マトリックス と同様に、減衰係数と形状関数の積を要素内で積分し て得られた行列から構成される.本報では、集中質量 マトリックスと同様に、対角行列として表される減衰 マトリックスを利用する.

動的応答の基礎式である式(4)を時間積分すること により、節点の速度と変位の3次元成分が得られる。時 間方向には、差分法を用いて離散化を行う。本報では、 次式のように、オイラー陽解法を用いて n+1 ステッ プの節点の速度ベクトル dを求める。

$$\dot{d}^{n+1} = \dot{d}^n + M^{-1} (f_e^n - C \dot{d}^n - K d^n) \Delta t$$
 (5)

節点の変位は,次式のように,式(5)に完全陰解法 を用いて求められる.

$$\boldsymbol{d}^{n+1} = \boldsymbol{d}^{n} + \boldsymbol{\dot{d}}^{n+1} \Delta t \tag{6}$$

2.4 物体に作用する流体力の算定

T型 FEM モデルでは,四面体要素の節点上の流体 力を求める必要があるが,最初に物体を構成する四面 体領域に作用する流体力を以下のようにして計算する.

図-2に、流体計算セルと物体を構成する四面体要素 の関係を示す.実際には、2次要素を用いているため各 四面体要素は10節点で構成されているが、ここでは4 節点で概略的に示している.図-2に示すように、流体 計算セル C 内の多相流体が、セル内に含まれる物体 kの m 番目の四面体要素 T_{km} あるいはその一部分の体 積 ΔT_{Ckm} に及ぼす流体力を F_{Ckm} とし、その x_i 方向 成分を F^i_{Ckm} と表す.

 F_{Ckm}^{i} は、四面体サブセル法⁷⁾により求められた ΔT_{Ckm} と物体 kの密度 ρ_{bk} を用いて、次式から求めら れる。物体に作用する流体力は、圧力と粘性応力を作 用する面で面積積分することで得られるが、MICS で はガウスの発散定理に基づき、多相場の計算により得 られた圧力勾配項と粘性拡散項を体積積分することで 流体力を計算する。

$$F_{Ckm}^{i} = \rho_{bk} \Delta T_{Ckm} \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_{i}} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_{j}} (\mu u_{i}) + \frac{\partial}{\partial x_{i}} (\mu u_{j}) \right\} \right]$$
(7)



図-2 物体に作用する流体力の評価方法

T型FEMモデルでは、上記のようにして得られた F_{Ckm} を各節点上の流体力に変換する.図-2に示すように、式(7)から得られる F_{Ckm} に対して、セル中心からの距離の逆数に相当する重み付けを行い、これを四面体節点上の流体力 F_{Ckmj} とする ($j = 1, \dots, 10$). ある節点に対して、その節点を含む全ての四面体要素と、その要素を含む流体計算セルに対して F_{Ckmj} の総和を求め、その結果を式(4)右辺の外力 f_e とする.

2.5 物体運動による流体への影響

物体の動的応答計算の結果は、次のようにして多相流 場に反映される。図-3にその概要を示す。ある流体計算



図-3 物体の動的挙動を多相場に考慮する方法

セルCに対して、それに含まれる物体kの四面体要素

 T_{km} を選択する.式(5)より得られた要素 T_{km} の節点jの速度ベクトル \dot{d} を v_{kmj} とするとき($j = 1, \dots, 10$), これらの和を1/10倍した結果を四面体要素の速度ベクトル v_{km} と近似する.着目した流体計算セルに含まれる全ての四面体要素に対してこの処理を行い,次式よりセル内の質量平均流速uを定める.

$$\boldsymbol{u} = \frac{1}{m_C} \left(m_f \boldsymbol{u}_f + \sum_k \sum_m \rho_{bk} \Delta T_{Ckm} \boldsymbol{v}_{km} \right) \qquad (8)$$

ここで、 $m_C \ge m_f t$ は、それぞれ着目する流体計算セル 内の全質量および気相と液相の質量である。また、 u_f は気相と液相の混合体の流速ベクトルである。

3. 水理実験と解法の検証

3.1 弾性板に作用する流体力の評価

上記で述べた数値解法の適用性を確認するため,造 波水槽内で自由水面流れを発生させ,弾性板に作用す る流体力を計測する実験を行った.この実験結果を計 算結果と比較する.図-4に実験水槽の概略図を,図-5 に弾性板の概要と計算モデルを示す.実験水槽左端に は、PCで動作が制御可能な電動スライダに取り付けら れた造波板がある.また,水槽右端側には,ボックスが 固定されており,造波により発生した波動は,ボック ス上部で自由水面流れとなる.ボックス上部には,鋼 製の支持板で上部が支えられた弾性板が設置されてい る.弾性板の下端とボックス上面には約15 mmの隙間 を設けている.



図-4 造波水槽の概要 (上=側面図,下=平 面図)

水槽全体の長さ $(L_1 + L_2)$ は 1.4 m であり, ボック ス部分の長さ L_2 は 0.7 m である.また, ボックスの高 さ h_b は 0.1 m, 水槽幅 B は 0.19 m である.また,初 期水深 h_0 は 0.15 m とし,ボックス上の水深が 50 mm となっている.弾性板はスポンジ製で,比重は 0.255,



図-5 弾性板の概要と計算モデル

高さ h_p は100 mm,幅 w_p は30 mmであり,板厚 b_p は10 mmである.支持板は幅15 mm、厚さ2 mm、高さ280 mmで、鋼製である。支持板と弾性板の重なり部分の長さ h_1 は10 mmで,静止状態における弾性板の水被り高さ h_2 は35 mmである.計算では、支持板の下端で弾性板が固定されていると仮定し、計算で用いた弾性板の高さ h'_p は90 mmである.

ボックス左端から弾性板中心までの距離は約0.1 m と した.支持板上部には,共和電業製の歪みゲージ(KFG-2N-120-C1-11)を軸方向に4枚貼り付け,それらの出 力をセンサインタフェイス(同社製 PCD-300AS1)で取 り込み,これに接続した PC にデジタル値として収録 した.なお,収録したデータから支持板の固有振動を 除去するため,弾性板を自由振動させたときの時系列 データを求めて,これを消去する移動平均のウインド ウ幅を定めた.取得したデータには,得られたウイン ドウ幅の移動平均を作用させた.

実験では、ボックス左端から造波板側 0.1 m の位置 における最大水深を h_m と定義し、3 種類の h_m に関す る実験条件を定めた. $h_m = 185, 191, 195$ mm となる 造波条件の実験を行い、最初の1波から生ずる自由水 面流れによる流体力を計測した.同時に、弾性板が変 形する様子を側面からビデオで測定し、ビデオ画像の 解析によって弾性板の変形量を求めた.

3.2 計算結果との比較

MICS による計算条件では、水槽内の空気部分を含む領域に対して、140×19×25の計算セルを設定した。 メッシュサイズは各方向に1 cm となっている。時間 増分 Δt はケース H185、H191 においては 5.0×10⁻⁴ 秒、ケース H195 においては 8.0×10⁻⁴ 秒として、実 験と同じ初期水深の静止状態から非定常計算を行った. 造波条件は、造波板の速度と同様の流速を計算領域左 端面に与えることで模擬した.

四面体サブセル法におけるサブセル分割数は、3次 元の各方向に5とし、1つの流体計算セルに対して125 のサブセルを設定した.

計算では、水と空気の動粘性係数をそれぞれ 1.0×10^{-6} および 1.0×10^{-5} m²/s とした.また、水と空気の密度は、それぞれ 1.0×10^3 および 1.0 kg/m³ とした。弾性板の密度は実験模型と同じ値とした。

弾性板を構成する四面体要素数は 184 であり,節点 数は 441 である.弾性板のヤング率を実験で求めた 3.5 × 10⁵ Pa とし,単位体積あたりの減衰係数はケース H185, H191 においては実験より求めた 2.0 × 10³ N s/m/m³ を用い,ケース H195 においては数値発散を 防ぐために 2.0 × 10⁴ N s/m/m³ とした.これらの条 件の下、造波板の移動開始時刻を t=0 として、計算を 行った。

計算で得られた最大水深 h_m と実験条件との比較を 表–1 に示す. 既報⁷⁾において、本手法で自由水面流れ が再現できることは確認されている。本実験でも、最 大水深について実験と計算で比較したところ、ほぼ同 じ値となった。

表-1 実験と計算における hm の値 (単位 mm)

ケース名	H185	H191	H195
実験	185	191	195
計算	186	191	194

図-6 に,弾性板先端の x 方向変位 dt の時系列を示 す.ケース H185 では,第一波による変形は十分に再現 できていることがわかる.ケース H195 では実験結果 より計算結果が小さくなっているが,これは,数値発 散を防ぐために粘性係数を実際の値より大きく取った ことが原因と考えられる.

弾性板に作用する最大流体力 F_{wm} と初期水深 h_0 を 基準とする最大水深 $w_b(=h_m-h_0)$ の関係を図-7 に示 す. 波高が増加するにつれ,最大流体力は増加する.

図 8 に、各ケースにおける弾性板に作用する流体力 F_w を示す.本実験計測システムでは、x軸方向の流体 力成分 F_w のみが得られる.図-8 に示されるように、 実験結果と計算結果を比較すると、流体力 F_w の最大 値はほぼ一致している.計算により得られた時系列の 全体的な分布形状は、実験結果とほぼ一致していると 考えられる.

図–9, 図–10, 図–11 は各ケースの弾性板周辺の流況 を示す計算結果である. 波が到達するにつれて,弾性 板が変形する様子が再現されている. 同時に,ボック ス表面から鉛直上方 7 mm と 29 mm の位置における 渦度の絶対値の水平分布を示している. 弾性板の位置 での水深が最大となる $t = 0.90 \sim 1.05$ (s) 付近では渦 度の集中が明瞭に現れている. これは,速度勾配が大 きいことによると考えられる.また、これは流体力が 最大となっている時刻とほぼ同じである。





図-6 弾性板先端変位の時系列



図-7 F_{wm} と w_b の関係







図-8 流体力の時系列



(a) t = 0.75 (s)



(b) t = 0.90 (s)



(c) t = 1.05 (s)



(d) t = 1.20 (s)

図-9 自由水面流れと弾性体の変形の計算結果(ケース H185,等高線は渦度の絶対値の水平分布を表す。最大値:46.5
s⁻¹,最小値:0 s⁻¹,間隔:4.65 s⁻¹)



(a) t = 0.75 (s)



(b) t = 0.90 (s)



(c) t = 1.05 (s)



(d) t = 1.20 (s)

図-10 自由水面流れと弾性体の変形の計算 結果 (ケース H191, 等高線は渦度の 絶対値の水平分布を表す。最大値: 64.3 s⁻¹, 最小値:0 s⁻¹, 間隔: 6.43 s⁻¹)



(a) t = 0.75 (s)



(b) t = 0.90 (s)



(c) t = 1.05 (s)



(d) t = 1.20 (s)

図-11 自由水面流れと弾性体の変形の計算 結果 (ケース H195, 等高線は渦度の 絶対値の水平分布を表す。最大値: 84.9 s⁻¹, 最小値:0 s⁻¹, 間隔: 8.49 s⁻¹)



(a) t = 0.75 (s)



(b) t = 0.90 (s)



(c) t = 1.05 (s)



(d) t = 1.20 (s)

図-12 自由水面流れと弾性体の変形の計算 結果 (ケース H191, 等高線は渦度の 絶対値の鉛直分布を表す。最大値: 64.3 s⁻¹, 最小値:0 s⁻¹, 間隔: 6.43 s⁻¹) 図-12 はケース H191 の計算結果を渦度の絶対値の 鉛直分布とともに示したものである.この渦度分布は, 弾性板の中心を通る xz 面上で描いたものである。変形 する弾性板を囲むように渦度が分布している.また,t= 0.90 (s) の時に弾性板の流下側で発生した渦が,t = 1.05 (s) では下方向に移動しながら成長している.これ は,波の通過後に水面が低下し,下方向の流れが発生 したためであると考えられる.水平分布で見られるほ ど高い渦度が集中していないため,非常に弱い流れだ と思われるが,弾性板の変形が戻る際に若干の影響を 与えているものと考えられる.

4. おわりに

本報では、多相場の解法である MICS に、四面体 2 次要素を用いる T型 FEM モデルを導入し、自由水面 流れにおける複雑形状弾性体の変形を予測する解法を 構築した.この解法の適用性を確認するため、波動流 れにより変形する弾性板の変形と流体力を計測する実 験を行った.本報の解法をこの実験結果に適用した結 果、変形が比較的小さい範囲での弾性板の変位や、変 形する弾性板に作用する流体力に関して、ほぼ良好な 再現性が認められた.

参考文献

- 泉元,谷口伸行,川田裕,小林敏雄.円柱周りの3次元流 動解析(第3報,弾性支持円柱の場合).日本機械学会論 文集(B編), Vol. 66, No. 644, pp. 1013–1020, 2000.
- 田中嘉宏,森西晃嗣,松野謙一.弾性変形を伴う物体周りの二次元非定常流れの数値計算.日本機械学会論文集 (B編), Vol. 72, No. 718, pp. 42–49, 2006.
- 4島省,福谷彰,牧野統師,禰津家久.3次元流体中を運動 する接触と変形を考慮した任意形状固体モデルの数値解 法.応用力学論文集, Vol. 10, pp. 139–146, 2007.
- 牛島省,山田修三,藤岡奨,禰津家久.3次元自由水面流 れによる物体輸送の数値解法 (3D MICS)の提案と適用 性の検討.土木学会論文集, Vol. 810/II-74, pp. 79–89, 2006.
- 5) 牛島省, 黒田望, 禰津家久. MICS と有限要素法による自 由水面流と弾性体の連成運動に対する 3 次元数値計算.水 工学論文集, Vol. 52, pp. 1033–1038, 2008.
- 6) 牛島省,吉川教正,米山望,禰津家久. 自由水面流中の3 次元複雑形状物体に作用する流体力の数値解析.水工学 論文集, Vol. 52, pp. 955–960, 2008.
- 7) 牛島省,牧野統師,禰津家久.四面体サブセル法を用いる 市街地に流入する氾濫流の3次元数値計算.水工学論文 集, Vol. 51, pp. 787–792, 2007.
- 8) 牛島省, 竹村雅樹, 禰津家久. コロケート格子配置を用いた MAC 系解法の計算スキームに関する考察. 土木学会論文集, No. 719/II-61, pp. 11–19, 2002.

(2008年4月14日受付)