

2 軸圧縮条件下における粒状体内ひずみの空間自己相関特性

Spatial Autocorrelation of Strain in Granular Media under Biaxial Compression Condition

並河 努*

Tsutomu Namikawa

*正会員 工博 神戸市立工業高等専門学校准教授 都市工学科 (〒651-2194 神戸市西区学園東町 8-3)

Spatial distributions of strains in granular media were investigated by numerically simulating an idealized assembly of two-dimensional particles. The objective of this investigation is to provide insight into the change in the microstructure of granular materials during a loading process. In particular, the spatial association of the relative displacements of particles during the loading process was examined by the spatial analysis. The distinct element method was used for simulating an idealized assembly. Using the calculated relative displacements of the particle, the local strain increments were calculated within triangle elements which were defined by particle centers. The spatial analysis indicated that the spatial autocorrelation distance of the local strain increment varied during the loading process and the strain localization zone occurred prior to the peak stress ratio.

Key Words: Granular Media, Spatial Distribution, Autocorrelation, Distinct Element Method

キーワード: 粒状体, 空間分布, 自己相関, 個別要素法

1. はじめに

砂質土は多くの砂粒子により構成されており、全体変形は各粒子の動きに支配される。しかしながら、砂質土の挙動を評価する場合、粒子個々の動きを評価することは難しく、全体が粒子の集合としての連続体と仮定されるのが一般的であり、その力学特性は主に室内試験結果より算定される応力とひずみを用いて調べられてきた。室内試験において応力とひずみを算定する際、供試体の均質性が前提条件となるが、試験中の供試体内の砂粒子の動きにはばらつきが存在すると考えられ、特にピーク応力前後においては、せん断帯といったひずみの局所化領域の発生により均質性の前提条件が試験中に成立しなくなる。このため、マクロな視点で捉えた手法により砂質土の力学挙動を評価する場合において、供試体内の粒子の動きの分布を考慮することは重要であると考えられるが、個々の粒子の動きの空間分布については未だ解明されていない点が多い。

これまで、せん断過程における砂質土のひずみの局所化形成に関しては、平面ひずみ圧縮試験による研究が行われてきた (Han and Vardoulakis, 1991¹⁾; Han and Drescher, 1993²⁾; Yoshida et al. 1994³⁾; Finno et al. 1997⁴⁾; Alshibli and Sture, 2000⁵⁾; Desrués and Viggiani, 2004⁶⁾ など)。しかしながら、砂質土の室内試験において砂粒子個々の微小な動きを計測することは非常に困難であるため、砂粒子の動きに関しては、主に個別要素法を用いた数値解析により研究

が行われてきた (Cundall and Strack, 1979⁷⁾; Bardet and Proubet, 1991⁸⁾; 松岡 and 山本, 1994⁹⁾; 岩下 and 小田, 1999¹⁰⁾; 大村ら 2004¹¹⁾ など)。これらの研究により、ピーク応力後のせん断帯形成過程における、粒状体内の力の伝達経路や、せん断帯の内部の粒子挙動に関して多くの知見が得られている。しかし、載荷初期段階からの粒子変位の空間分布に関する研究は少なく、載荷中における供試体内の局所化領域形成に関しては不明な点が多い。

本研究では、砂質土などの粒状体で構成される材料の、個々の粒子変位の空間分布に関する基礎的な知見を得るために、個別要素法を用いた 2 次元圧縮試験の数値解析を実施した。載荷初期からピーク荷重までの供試体内の粒子の動きより算定されるひずみ分布を計算し、マクロなひずみとの関係を調べた。また、載荷過程におけるひずみの空間自己相関特性を調べるため、各載荷段階でのひずみの空間自己相関距離を Moran's I を用いて算定した。さらに、Local Moran's I を用いてひずみの局所化領域を同定した。これらの空間統計解析結果より、マクロな応力-ひずみ関係と粒子個々の動きより算定されるひずみの空間分布の変化に関する議論を行う。

2. 解析概要

2.1 個別要素法

本研究では、Cundall and Strack(1979)⁷⁾ により提案された

個別要素法 (DEM) を用いた。DEM では、剛体と仮定した粒子の接触点において法線方向にはバネとダッシュポットを、接線方向にはバネ、ダッシュポット及びスライダーを仮定し、各粒子の運動方程式を時間領域で差分近似することにより、各時間での粒子の位置を数値解析で追跡する。本研究では粒状集合体の圧縮条件下における基礎的な挙動を調べるため、粒子形状は円とし、2次元での2軸圧縮のシミュレーションを実施した。解析で用いたパラメータと物性を表-1に示す。岩下 and 小田(1999)¹⁰⁾の研究で用いられたパラメータをここでは用いた。これらの値は具体的な材料において実験的に計測されたものではないが、粒状体の定性的な挙動を調べることを目的とした研究において実績のあるパラメータであると考えられる。ただし、本研究では基本的な条件下での粒子の動きの空間分布を調べることを目的とし、転がり抵抗は考慮しておらず、上下載荷盤と粒子の摩擦は0としている。

供試体は0.8mm, 1.0mm, 1.2mmの直径の粒子より構成されている。粒子数は約3800個である。粒子の圧密前の初期配置は以下の手順で行った。約50mm×100mmの領域に、粒子同士が重ならないように、擬似乱数を用いてランダムに粒子座標を設定する。擬似乱数の生成は、一般的によく用いられている乗算合同法を用いた。その後、DEMにより、上下左右の境界をそれぞれ8mm、4mm圧縮方向に移動させた状況をシミュレーションする。この状態を初期配置とする。初期配置後、供試体の側方方向に100kPaの拘束圧を負荷する。この際、側方境界には stress-controlled boundary (Bardet and Proubet 1991⁸⁾)を用いる。側方圧縮後の供試体の状況を図-1に示す。側方圧縮後、 1×10^{-2} mm/sの速度の変位制御で上下方向に载荷を行う。

2.2 ひずみの算定

DEM 解析より得られた粒子の変位を用いて、供試体内のひずみ分布を算定した。粒子の中心座標を頂点とする Delaunay 三角形分割を実施し (谷口 1992¹²⁾)、各三角形要素の頂点の変位より線形の形状関数を用いてひずみを計算した (図-2 参照)。要素分割された供試体を図-3に示す。粒子中心に関する Delaunay 分割により算定されるひずみは、個々の粒状体間の相対変位を表す指標といえる。本研究では個々の粒状体間の相対変位の空間分布を、上記手法で算定されるひずみを用いて議論する。

表-1 DEM 解析で用いたパラメータ¹⁰⁾

Increment of time step	1.0×10^{-5} s
Particle density	2600 kg/m ³
Friction coefficient between particles	0.49
Friction coefficient between particles and wall	0.00
Normal spring constant	1.0×10^8 N/m
Tangential spring constant	1.0×10^7 N/m
Damping constant	0.05

ここでは、Delaunay 分割により粒子中心を頂点とする三角形に関するひずみを用いるが、Delaunay 分割と双対関係にある Voronoi 分割を用いる手法もある (佐武 2002¹³⁾)。Voronoi 分割による手法では、間隙を含めた粒子のもつ領域を定めることができ、粒状体の Voronoi 分割とも呼ばれている。

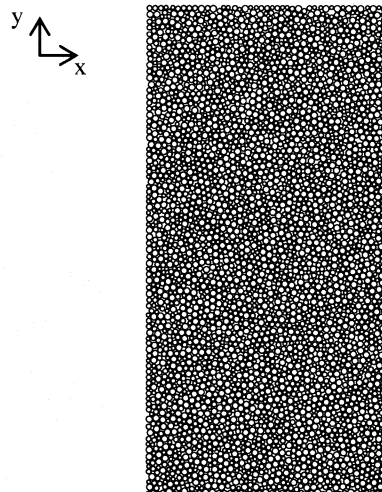


図-1 側方圧縮後の供試体 (Case1)

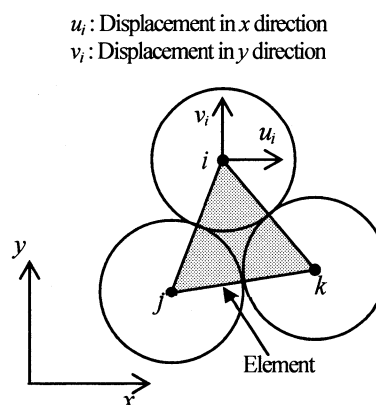


図-2 ひずみの計算方法

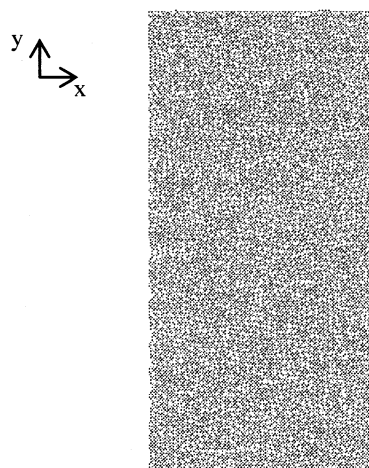


図-3 Delaunay 分割された供試体 (Case1)

2.3 空間統計解析

DEM 解析により得られた、ひずみに関して空間統計解析を実施し、粒子挙動の空間自己相関特性を調べた。ひずみ分布のグローバルな空間自己相関性は Moran's I と Geary's c を用いて評価した (Fortin and Dale 2005¹⁴⁾)。Moran's I , $I(d)$ は次式により表される。

$$I(d) = \frac{\frac{1}{w(d)} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n w_{ij}(d) (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1)$$

ここで、 x_i はデータ値で、 $\bar{x}$ は x_i の平均値、 n はデータ数、 d は離間距離クラス、 $w_{ij}(d)$ は重みである。本研究では、等間隔の離間距離クラスを設定し、2 地点の離間距離が該当する離間距離クラス内にある場合 $w_{ij}(d)=1$ とし、離間距離クラス内にない場合 $w_{ij}(d)=0$ とし、Moran's I を算定した。Moran's I はピアソン相関係数に対応する指標で、正の相関を示す場合は 1 以下の正の値を、負の相関を示す場合は -1 以上の負の値を、無相関の場合は 0 を示す。

Moran's I はデータの平均値を用いているが、平均値を用いない空間自己相関を表す指標としては、Geary's c がある。Geary's c , $c(d)$ は次式により表される。

$$c(d) = \frac{\frac{1}{2w(d)} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n w_{ij}(d) (x_i - x_j)^2}{\frac{1}{1-n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2)$$

Geary's c は標本バリオグラム (Wackemagel 2003¹⁵⁾) を分散で正規化した値となっており、一般にデータ間の距離 d が大きくなるにつれて 1 に近づく。 $c(d)$ の値は 0 から 2 まで変動し、正の相関が最大で 0、無相関で 1、負の相関が最大で 2 を示す。

ひずみ分布のローカルな空間自己相関性は LISA (Local indicators for spatial association) として Local Moran's I を用いて評価した (Anselin 1995¹⁶⁾)。Local Moran's I , $I_i(d)$ は次式により表される。

$$I_i(d) = \frac{(x_i - \bar{x})}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n w_{ij}(d) (x_j - \bar{x}) \quad (3)$$

Local Moran's I は各要素において算定され、その分布を調べることでデータ間の相関が強い領域を特定できる。そのような自己相関の強い領域は局所化領域と考えられるため、Local Moran's I により局所化領域を明確に検出することが可能となる。

3. 解析結果

3.1 個別要素法の解析結果

(1) 解析ケース

解析ケースを表-2 に示す。初期配置の異なる 2 つのケースについて約 3800 個の粒子の挙動を調べた。供試体高さ と幅は y 軸方向に載荷前の値である。

(2) マクロな応力-ひずみ関係

軸方向載荷過程における、供試体上下境界の変位より算定したマクロな応力-ひずみ関係を図-4 に示す。応力は拘束圧で正規化している。2 ケースとも載荷初期において、応力-ひずみ関係はほぼ線形関係となっており、応力比が 1.5 を超えたあたりより、非線形性が大きくなっていることがわかる。そして、応力比が 1.7 程度までは、2 ケースの応力-ひずみ関係はほぼ同じとなっている。応力比が 1.7 を超えたあたりよりケース間に差が生じ、Case2 では、応力比が 1.9 を超えたあたりより、一時的な軟化挙動が生じるようになる。ただし、一時的な軟化後応力は回復している。この軟化挙動を繰り返しながら応力は徐々に増加する。ピーク荷重時の応力比は各ケースともほぼ同じで、2.1 程度となっている。

表-2 解析ケース

Case	各径の粒子数			高さ mm	幅 mm	間隙 比
	1.2mm	1.0mm	0.8mm			
1	1270	1270	1286	85.68	43.26	1.13
2	1270	1270	1262	85.40	43.09	1.14

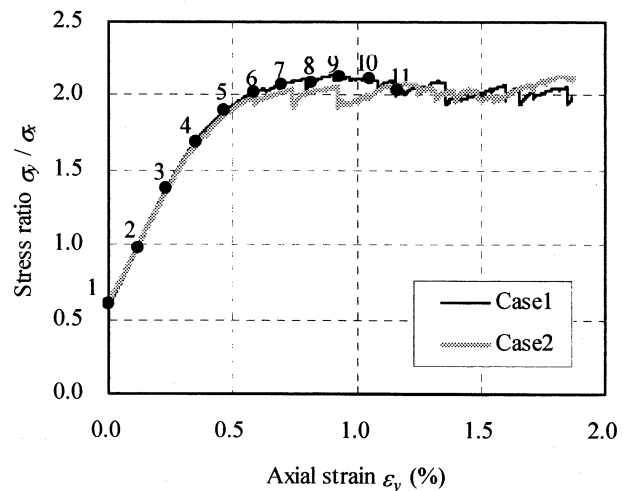


図-4 マクロな応力-ひずみ関係 (供試体全体)

(3) ひずみ分布

Case1 の応力-ひずみ関係の各段階における、y 方向ひずみ増分 $\Delta\epsilon_y$ の分布を図-5 に示す。各段階の番号は図-4 の応力-ひずみ関係に示した番号と対応している。ここで、y 方向変位増分が 0.1mm、グローバルな y 方向ひずみ増分が約 0.117% に対応するひずみ増分を示している。図-5 より、载荷初期、2-3 段階より局所的に大きなあるいは小さな $\Delta\epsilon_y$ が生じている箇所が点在しており、载荷初期段階であっても供試体内に均質なひずみが生じていないことがわかる。ただし、大きな $\Delta\epsilon_y$ が集中した場所は存在しない。そして、载荷が進むにつれ供試体内における大きなあるいは小さな $\Delta\epsilon_y$ の分布範囲が広がっている。応力がピークに達した後の 10-11 段階では、左下端から右側にかけて大きな $\Delta\epsilon_y$ が集中している領域が生じていることがわかる。

図-5 と同じ段階における、体積ひずみ増分 $\Delta\epsilon_v$ の分布を図-6 に示す。载荷初期段階においても、 $\Delta\epsilon_v$ の分布は一樣ではなく、応力がピークに達した後の 10-11 段階では、左下端から右側にかけて正負の $\Delta\epsilon_v$ が集中している領域が生じている。

図-5 と同じ段階における、偏差ひずみ第 2 不変量増分の平方根 $\Delta\sqrt{J_2'}$ の分布を図-7 に示す。 $\Delta\epsilon_y$ の分布と同様に、载荷初期 2-3 段階より局所的に 1% を超える大きな偏差ひずみ生じている箇所が点在している。応力がピークに近づく応力-ひずみ関係の非線形性が大きくなる 6-7 段階では、右中央から左上にかけておおきなひずみ集中している箇所が生じている。その後、そのひずみの集中領域は消えるが (8-9 段階)、10-11 段階では、新たに左下端から右側にかけてひずみの集中領域が帯状となるいわゆるせん断帯が生じていることがわかる。

ピーク応力前におけるひずみ増分の局所化領域の形成と発生箇所の変化は砂の平面ひずみ圧縮試験でも観察されており (Finno et al. 1997⁴⁾, Desrues and Viggiani 2004⁶⁾)、本解析結果はプレピーク時の局所化領域の形成を裏付けるものとなった。また、ひずみ増分の局所化が顕著となる 6-7 段階は、各ケースの応力-ひずみ関係の差が大きくなる段階と一致しており (図-4 参照)、本解析結果よりプレピーク時の局所化領域の形成がマクロな応力-ひずみ関係に影響を与えることが推測できる。

本研究では、ひずみ増分量の空間分布のみについて検討を行い、主ひずみの方向についての議論は行わない。主ひずみの方向に関しても空間分布特性を把握することが重要であると考えられるが今後の課題とする。

(4) ひずみの基本統計量

Case1 の各要素のひずみ増分 $\Delta\epsilon_x, \Delta\sqrt{J_2'}$ の平均値及び分散などの基本統計量を表-3 に示す。各段階の番号は図-4 の応力-ひずみ関係に示した番号と対応している。また、同ケースの 2-3 段階での $\Delta\epsilon_y, \Delta\sqrt{J_2'}$ のヒストグラムを図-8 に示す。

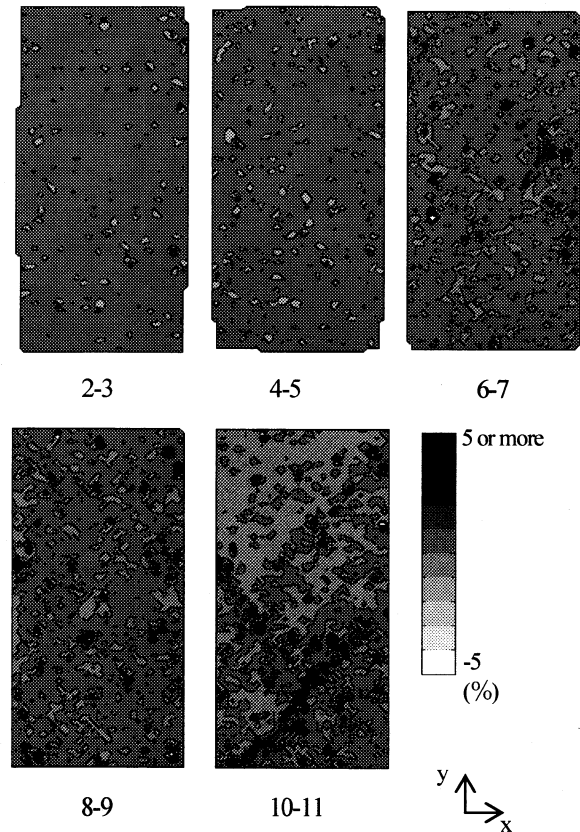


図-5 y 方向ひずみ増分 $\Delta\epsilon_y$ 分布 Case1

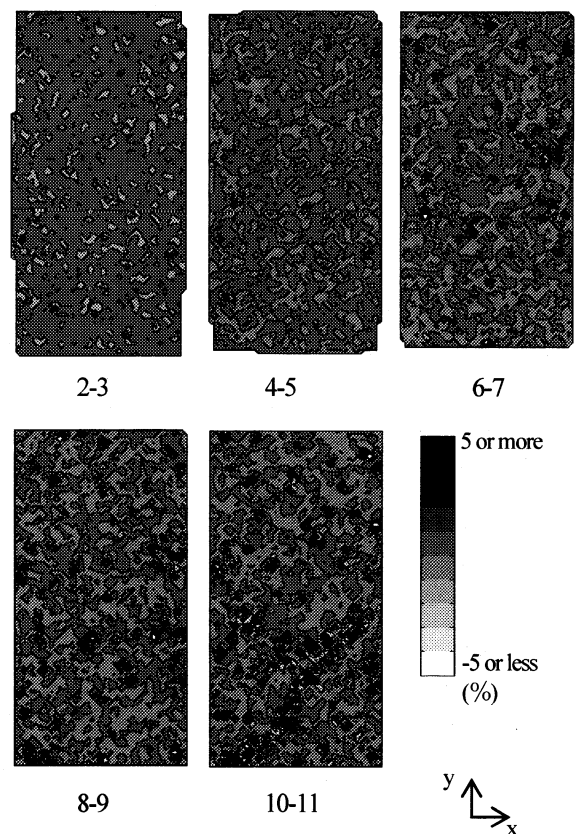


図-6 体積ひずみ増分 $\Delta\epsilon_v$ 分布 Case1

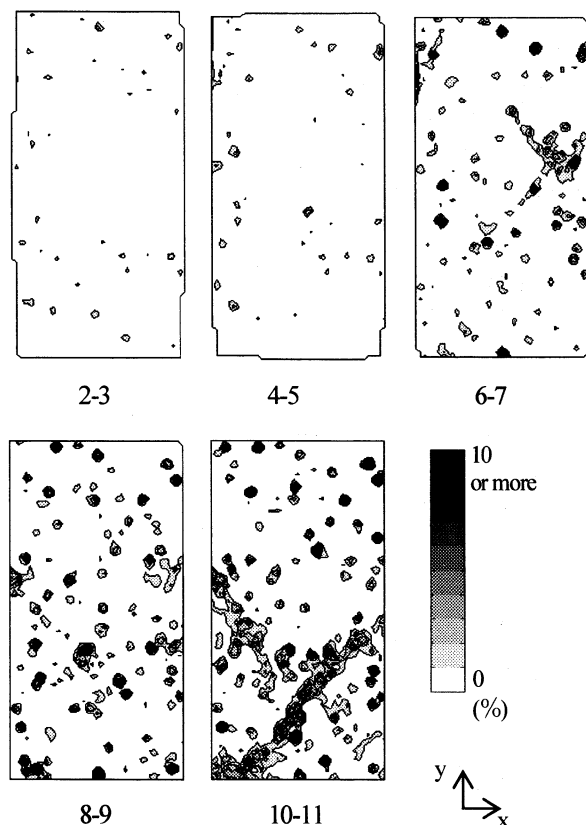


図-7 偏差ひずみ増分 $\Delta\sqrt{J_2}'$ 分布 Case1

本研究では粒子の中心点を頂点とした三角形要素を Delaunay 分割により生成したため、各要素の面積は異なる。また、線形の形状関数を用いてひずみを算定しているため、要素内ひずみの一様性を仮定している。このため、ひずみの平均値やばらつきを算定する場合、各要素の面積を考慮する必要があると考えられるが、本研究では各要素の面積は考慮していない。要素面積の影響に関しては付録で議論している。

表-3 より、全ての荷役段階において $\Delta\epsilon_y$ の尖度 γ は30以上で正規分布(尖度0)に比較して尖りの程度が非常に大きいことがわかる。尖りの程度が大きいことは、図-8のヒストグラムからも確認できる。この尖度より $\Delta\epsilon_y$ の分布が正規分布ではないことがわかる。 $\Delta\sqrt{J_2}'$ の分布は、各段階とも正規分布とは大きく異なっており、歪度 γ が3以上と右の裾が長い分布となっている。また、 $\Delta\epsilon_y$ と同様に尖度も15以上と正規分布より尖りの程度が非常に大きい分布となっている。これらのことは、図-8のヒストグラムからも確認できる。

表-3 には各境界変位より算定されるマクロなひずみを併せて示している。個々の粒状体間の相対変位より算定される $\Delta\epsilon_y$ の平均値は、マクロな $\Delta\epsilon_y$ とほぼ一致している。一方、個々の粒状体間の相対変位より算定される $\Delta\sqrt{J_2}'$ の平均値は、荷役初期よりマクロな $\Delta\sqrt{J_2}'$ よりかなり大き

くなっており、偏差ひずみ増分においては個々の粒状体間の相対変位より算定されるひずみの平均値がマクロなひずみとは一致しないことがわかる。このことは、プレピーク挙動においても、マクロな応力-ひずみ関係が粒子レベルでの挙動の平均値となっていないことを示している。

表-3 (a) y 方向ひずみ増分 $\Delta\epsilon_y$ の統計量

荷役段階	個々の粒状体間の相対変位より算定されるひずみの統計量 (%)				マクロ (%)
	平均	分散	歪度	尖度	
2-3	0.116	0.0972	-1.33	46.4	0.117
4-5	0.116	0.123	-1.27	32.2	0.117
6-7	0.108	1.01	0.941	169	0.117
8-9	0.109	1.79	1.67	111	0.118
10-11	0.104	2.18	0.165	51.2	0.118

表-3 (b) 偏差ひずみ増分 $\Delta\sqrt{J_2}'$ の統計量

荷役段階	個々の粒状体間の相対変位より算定されるひずみの統計量 (%)				マクロ (%)
	平均	分散	歪度	尖度	
2-3	0.176	0.0680	4.02	20.2	0.0911
4-5	0.231	0.103	3.66	19.5	0.108
6-7	0.414	0.829	6.93	73.9	0.129
8-9	0.521	1.47	7.19	75.2	0.135
10-11	0.696	1.96	3.91	19.8	0.148

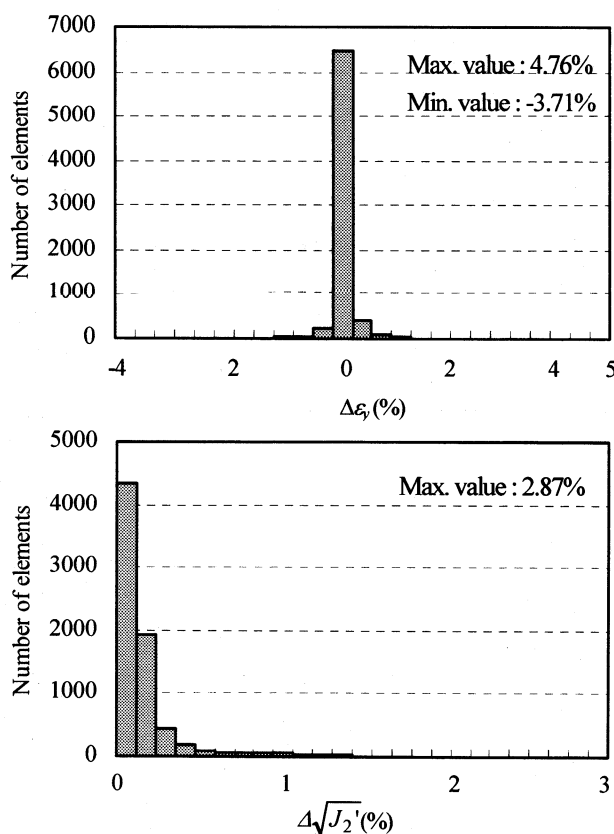


図-8 ひずみ増分のヒストグラム Case1 2-3 段階

3.2 空間統計解析

(1) ひずみのグローバルな空間自己相関特性

$\Delta\sqrt{J_2'}$ の空間自己相関関係を調べるため、各荷重段階での Moran's $I(d)$ を算定した。離間距離クラス d に対する $\Delta\sqrt{J_2'}$ の $I(d)$ を図-9 に示す。各要素の離間距離は要素中心間の距離とした。また、図中の番号は図4 の応力-ひずみ関係中の位置を示すものである。図-9 より、荷重初期 2-3 段階において、 $\Delta\sqrt{J_2'}$ の $I(d)$ は平均粒径の 2 倍程度の $d \sim 2.0\text{mm}$ の範囲で正の相関を示し、それ以上の距離ではほぼ 0 の無相関を示している。その後荷重に伴い $\Delta\sqrt{J_2'}$ の $I(d)$

は大きく変化しており、マクロな応力-ひずみ関係において非線形性が卓越し始める 6-7 段階では、 $d \sim 10\text{mm}$ の範囲で正の相関関係が見られる。ただし、その後の 8-9 段階では、正の相関を示す範囲が $d \sim 5\text{mm}$ 程度に縮小している。そして、ピーク応力後の 10-11 段階では、 $d \sim 20\text{mm}$ の範囲において $I(d) > 0$ と再び自己相関を示す領域が拡大している。このように、 $\Delta\sqrt{J_2'}$ の $I(d)$ はプレピーク状態より荷重に伴い大きく変化していることがわかる。

離間距離クラス d に対する $\Delta\sqrt{J_2'}$ の Geary's $c, c(d)$ を図-10 に示す。荷重初期、2-3 段階において、 $d \sim 2\text{mm}$ 程度で

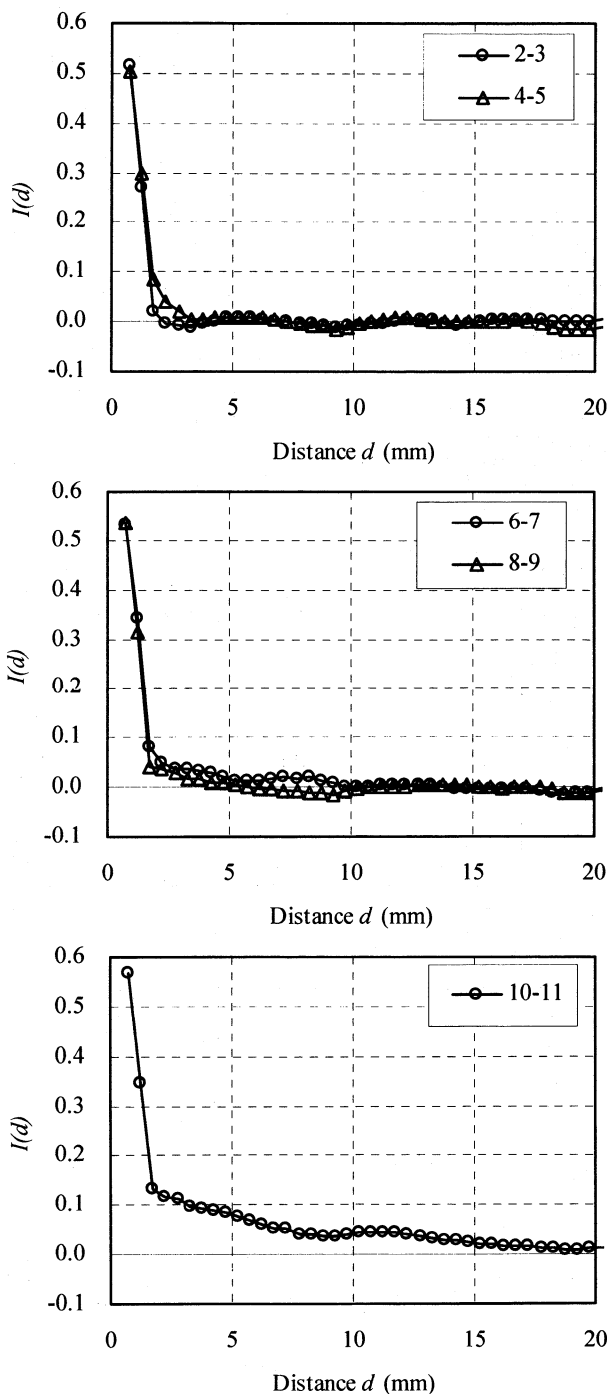


図-9 偏差ひずみ増分の Moran's I Case1

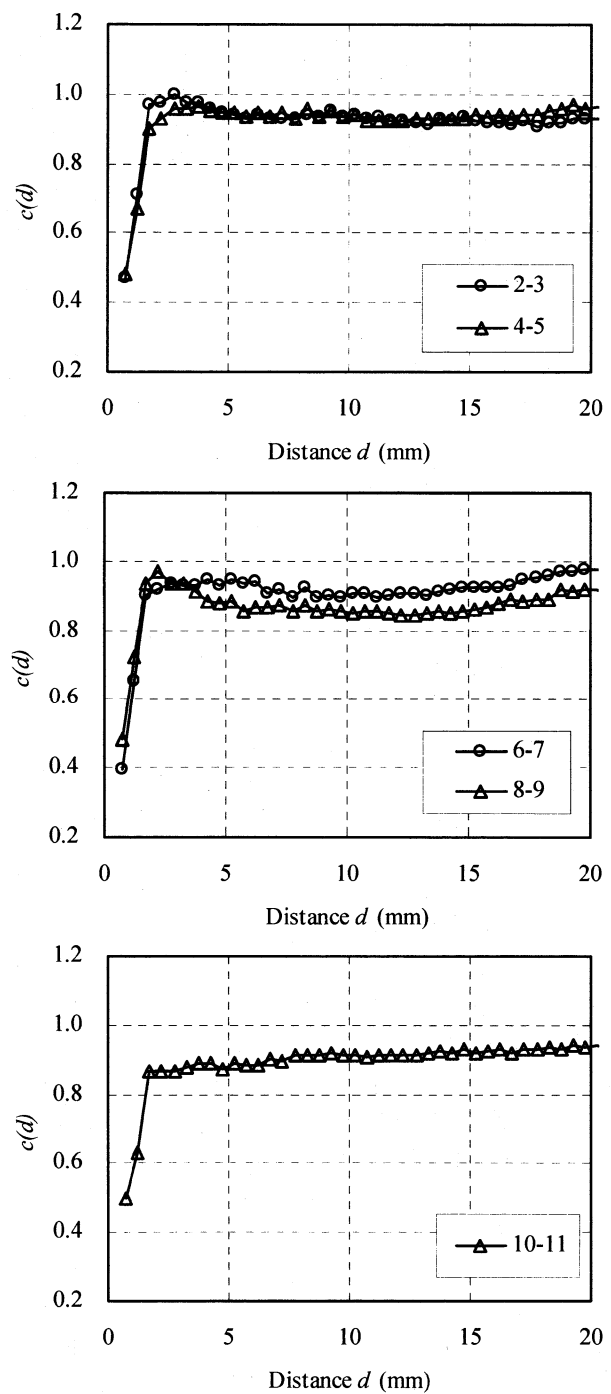


図-10 偏差ひずみ増分の Geary's c Case1

$\alpha(d)$ の値はほぼ1となっており、この段階での自己相関の範囲は2mm程度あることがわかる。この値は、Moran's I において無相関を示す範囲とほぼ一致している。その後、Moran's I と同様に载荷に伴い、 $\Delta\sqrt{J_2}$ の $\alpha(d)$ は変化する。Moran's I と Geary's c と比較した場合、相関を示す範囲が両者で異なるものの、定性的にはほぼ同じ傾向を示していることがわかる。

(2) ひずみの自己相関を示す距離

Moran's I の結果を用いて $\Delta\sqrt{J_2}$ の自己相関距離を算定した。前述したように Moran's I は $I(d)=0$ で無相関となるが、図-9に示すようにひずみ分布より算定される $I(d)$ は厳密に0となることはない。そこで、データをランダムに再配置し、その自己相関のない配置での Moran's I との比較より、各距離クラスでの自己相関に対する有意性の判断をした (Fortin and Dale 2005¹⁴⁾)。ここで、乗算合同法による擬似乱数により配置の入れ替え箇所を選定し、順次データを入れ替える手法によりランダム配置を行った。ランダム再配置の回数は1000回とした。

ランダム配置により得られる $\Delta\sqrt{J_2}$ の $I(d)$ の分布について検討する。例えば、Case1, 2-3 段階の距離クラス 1.5-2.0mm での $\Delta\sqrt{J_2}$ の $I(d)$ の分布の場合、歪度は0.19、尖度は0.049であった。これより、ランダム配置により得られる $I(d)$ はほぼ正規分布であることがわかる。そこで、ランダム配置により得られる $I(d)$ は正規分布であると仮定し、自己相関性の有無に関する検定を行った。ここで、 $\Delta\sqrt{J_2}$ の空間分布に自己相関性がないという帰無仮説に対し有意水準5%の検定を行い、仮説が棄却される場合 $\Delta\sqrt{J_2}$ の空間分布に自己相関性があると判断した。

自己相関性の検定例を図-11に示す。これはCase1, 2-3 段階の結果である。図には、ランダム配置から設定された有意水準5%の基準を破線で示している。また、自己相関があると判定された距離クラスは黒塗り、自己相関がないと判定された距離クラスは白抜きで示している。距離クラスにより自己相関性の有無が変化しているが、距離が長くなると相関があると判定されても基準との差はわずかである。そこで本研究では、自己相関が無くなる最小距離 (図-11では2mm) を自己相関の範囲とした。

上記方法で算定した各ケースにおける $\Delta\sqrt{J_2}$ の空間自己相関の範囲の変化を図-12に示す。ここで、横軸は図4に示す各载荷段階である。各ケースとも载荷に伴い自己相関を示す距離は増加する傾向にある。ただし、自己相関の範囲は単調に増加するのではなく、増減しながら増加している。特に、自己相関の範囲は5-6 段階あたりより急激に大きくなっているが、これはマクロな応力-ひずみ関係において非線形性が顕著となる段階と一致している。

また、ケース間により自己相関の範囲の変化に差があり、ほぼ同じ粒子数及び密度であっても配置が異なることにより载荷過程でのひずみ増分の空間相関特性が異なることがわかる。そして、5-6 段階あたりから自己相関の範囲

のケース間の差が大きくなるが、この段階ではマクロな応力-ひずみ関係においてもケース間で顕著な差が生じはじめている (図-4 参照)。Case2 において6-7 段階では自己相関の範囲が20mm となっているが、この値は供試体幅 (約43mm) の約50%程度に相当する。この段階において、Case1 に比較し Case2 ではマクロな応力が明らかに小さくなっている (図-4)。これらの結果は、初期配置の違いにより供試体内に形成されるひずみの空間分布特性の違いが生じ、これによりマクロな応力-ひずみ関係に違いが生じることを示唆している。

(3) ひずみのローカルな空間自己相関特性

ひずみが集中している領域を調べるため、 $\Delta\sqrt{J_2}$ の Local Moran's I , $I_L(d)$ を算出した。Case1 の2-3, 6-7, 10-11 段階における $I_L(d)$ を図-13に示す。ここで、 $I_L(d)$ は距離クラス4-6mm の値を示している。距離クラスが異なる $I_L(d)$ については後述する。

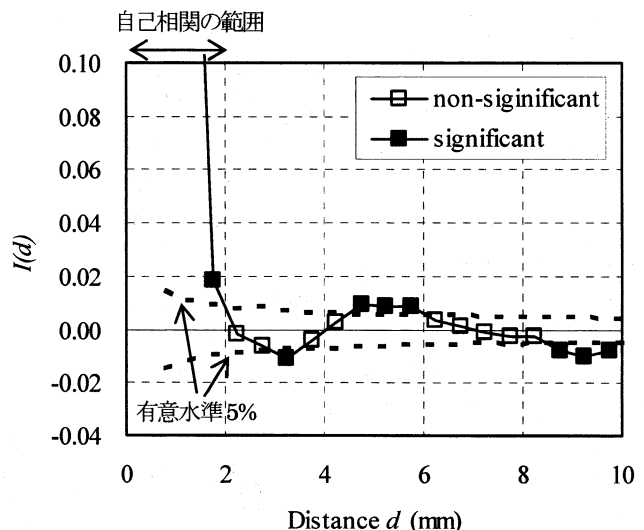


図-11 自己相関の有意性の判定 Case1 2-3 段階

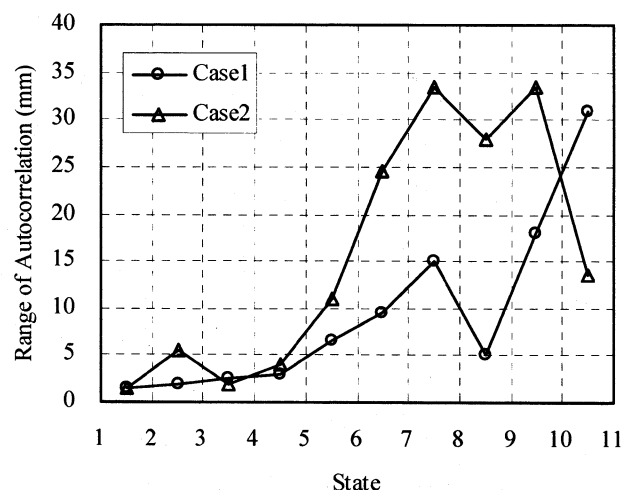


図-12 偏差ひずみ増分の自己相関の範囲

図-13 より、載荷初期2-3段階においては $I_L(d)$ が大きな値を示している箇所は分散していることがわかる。一方、マクロな応力-ひずみ関係の非線形性が大きくなる6-7段階では、供試体右中央部に $I_L(d)$ が大きな値を示す箇所が集中している。この領域は $4\sqrt{J_2}$ の分布（図-7）において大きなひずみが発生している領域と対応しており、大きなひずみの集中領域であるといえる。ピーク荷重後の10-11段階では6-7段階とは異なる左下から右中ほどにかけて、 $I_L(d)$ が大きな値を示す領域が帯状に伸びている。この領域も $4\sqrt{J_2}$ の分布（図-7）において大きなひずみが発生している領域と対応しており、大きなひずみが集中する領域が帯状に伸びていることがわかる。この領域はせん断帯に相当するといえる。これら Local Moran's I の結果は、プレピーク時より供試体内には大きなひずみが集中する領域が発生すること、集中領域は載荷にともない変化しポストピーク時にはせん断帯を示唆する帯状の領域が発生することを明確に示している。

次に距離クラスによる集中領域の違いを図-14 に示す。図にはCase1の6-7段階における距離クラス4-6mm、6-8mm、8-10mmでの $I_L(d)$ が（平均値）+（標準偏差の2倍）以上の値を示す要素を示している。前述したように距離クラス4-6mmでは供試体右中央部に $I_L(d)$ が大きな値を示す箇所が生じている。そして、距離クラスが変わっても大きな値を示す領域はあまり変化しないことがわかる。このことは、4-10mmの距離で強い相関性を示す領域は供試体右中央部であることを示唆している。

図-9に示す Moran's I より、Case1の6-7段階では10mm程度の距離までグローバルな自己相関性を示していることがわかるが、この相関性は供試体右中央部に生じているひずみの集中領域に大きく起因していると考えられる。

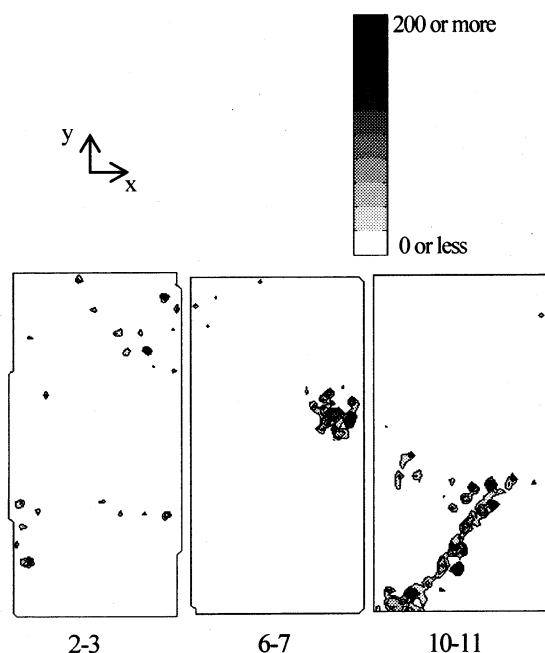


図-13 偏差ひずみ増分の Local Moran's I
Case1 距離クラス 4-6mm

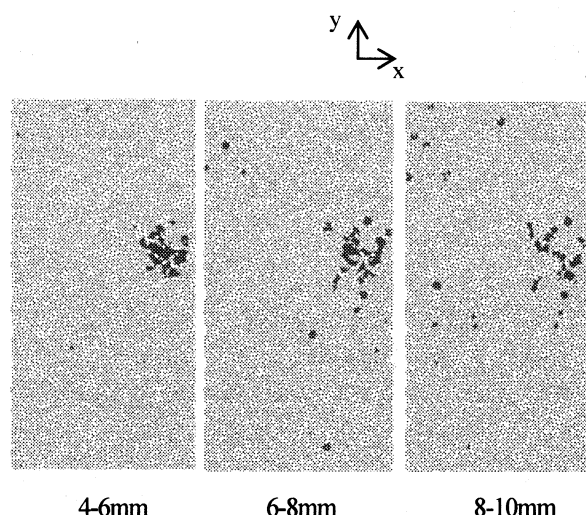


図-14 偏差ひずみ増分の Local Moran's I が
大きな値を示す領域（着色部） Case1 6-7 段階

グローバルな自己相関性を検討する場合、供試体内ひずみ分布の定常性が前提となるが、ひずみの集中領域が生じることにより定常性の仮定が成立しなくなっている可能性もある。供試体内ひずみ分布の定常性は供試体変形の均質性を示す指標と考えられ、載荷過程におけるひずみの集中が生じる状況での空間分布の定常性の検討は今後の課題といえる。

4. まとめ

個別要素法による二軸圧縮条件のシミュレーションを実施し、得られた粒状体の動きから個々の粒状体間の相対変位よりひずみ増分分布を算定した。ひずみ増分分布の統計量の算出及び空間統計解析を実施することにより、以下のことが明らかとなった。

- ・ 個々の粒状体間の相対変位より算定される軸ひずみ増分及び偏差ひずみ増分の度数分布は正規分布ではない。
- ・ 個々の粒状体間の相対変位より算定される偏差ひずみ増分の平均値はマクロな偏差ひずみ増分とは異なる。
- ・ 偏差ひずみ増分の空間自己相関を示す距離は載荷にともない変化する。特にマクロな応力-ひずみ関係において非線形性が顕著となる段階で、偏差ひずみ増分の自己相関距離は大きくなる傾向にある。
- ・ プレピーク時においても、マクロな応力-ひずみ関係において非線形性が顕著となる段階では、大きなひずみが集中する領域が生じる。ポストピーク時にはプレピーク時とは異なる位置にせん断帯を示す帯状のひずみ集

中領域が生じる。

本研究により、2 軸圧縮過程の粒状体内の偏差ひずみ増分分布の空間分布特性が変化することが明らかとなった。このような空間分布特性の変化は、プレピーク時よりマクロな応力-ひずみ関係に影響を与えられと考える。

謝辞

Delaunay 三角形分割において (株) 竹中工務店 重野喜政氏から提供して頂いたプログラムを使用しました。ここに感謝の意を表します。

付録

要素面積が個々の粒状体間の相対変位より算定されるひずみの統計量に与える影響について検討する。表-3(b)に示す Case1 の偏差ひずみ増分の統計量に関して、要素面積を考慮した場合の平均値と分散を表-4 に示す。要素面積を考慮した平均値と分散は次式で算定した。

$$\bar{x}_A = \frac{\sum_{i=1}^n x_i A_i}{n\bar{A}} \quad \sigma_A^2 = \frac{\sum_{i=1}^n A_i (x_i - \bar{x})^2}{n\bar{A}} \quad (4)$$

ここで、 A_i は要素 i の面積、 $\bar{A}$ は要素面積の平均値である。表-3(b)との比較より、偏差ひずみの統計量に関して、要素面積考慮の影響はほとんどないことが分かる。表-4 には各要素の要素面積とひずみと要素面積の相関係数も合わせて示している。ひずみと要素面積の相関係数もほぼ 0 で、無相関であるといえる。

次に、要素面積が Moran's I に与える影響について検討する。式(1)において、重みを次式で算定することで、Moran's I に要素面積を考慮した。

$$w_{ij} = \frac{A_i A_j}{\bar{A}^2} \quad (5)$$

Case1 の 6-7 段階での Moran's I について、要素面積を考慮しない場合と考慮する場合の比較を図-15 に示す。両者はほぼ一致しており、要素面積が Moran's I に与える影響はほとんどないことがわかる。

以上の検討結果より、本研究におけるひずみの統計解析に要素面積が与える影響はほとんどないといえる。

表-4 面積を考慮した偏差ひずみ増分の統計量 Case1

载荷段階	偏差ひずみ増分 (%)		面積 (mm ²)		相関係数
	平均	分散	平均	分散	
2-3	0.175	0.0660	0.483	0.00755	-0.0327
4-5	0.230	0.100	0.483	0.00753	-0.0307
6-7	0.411	0.821	0.483	0.00750	-0.0241
8-9	0.515	1.44	0.483	0.00745	-0.0257
10-11	0.686	1.89	0.483	0.00748	-0.0392

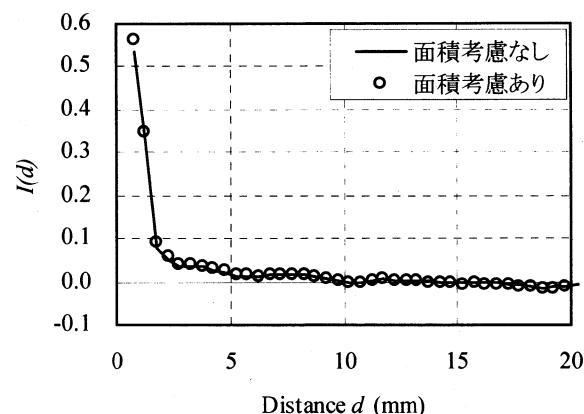


図-15 Moran's I への要素面積の影響 Case1 6-7 段階

参考文献

- 1) Han, C., Vardoulakis, I.G. : Plane-strain compression experiments on water-saturated fine-grained sand, Geotechnique Vol.41, No.1, pp.49-78, 1991.
- 2) Han, C., Drescher, A. : Shear bands in biaxial tests on dry coarse sand, Soils and Foundations, Vol.33, No.1, pp.118-132, 1993.
- 3) Yoshida, T., Tatsuoka, F., Siddiquee, M.S.A., Kamegai, Y., Park, C.S. : Shear banding in sands observed in plane strain compression, Localization and Bifurcation Theory for Soils and Rocks, pp.165-179, 1994.
- 4) Finno, R.J., Harris, W.W., Mooney, M.A., Viggiani, G. : Shear bands in plane strain compression of loose sand, Geotechnique, Vol.47, No.1, pp.149-165, 1997.
- 5) Alshibli, K.A., Sture, S. : Shear band formation in plane strain experiments of sand, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol.126, No.6, pp.495-503, 2000.
- 6) Desrues, J., Viggiani, G. : Strain localization in sand : an overview of the experimental results obtained in Grenoble using stereophotogrammetry, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.28, pp.279-321, 2004.
- 7) Cundall, P.A., Strack, O.D.L. : A discrete numerical model for granular assemblies. Geotechnique, Vol.29, No.1, pp.47-65, 1979.

- 8) Bardet, J.P., Proubet, J. : A numerical investigation of the structure of persistent shear bands in granular media. *Geotechnique*, Vol.41, No.4, pp.599-613, 1991.
- 9) 松岡元, 山本修一 : 個別要素法による粒状体のせん断機構の微視的考察, 土木学会論文集, No.487, III-26, pp.167-175, 1994.
- 10) 岩下和義, 小田匡寛 : 粒子接点での転がり抵抗を考慮した個別要素法によるせん断帯の微視的変形機構, 応用力学論文集, Vol.2, pp.401-411, 1999.
- 11) 大村篤史, 大野了悟, 櫻井崇之, 萩真次, 前田健一 : DEM を用いたせん断層内の幾何学量に関する研究, 第39回地盤工学研究発表会, pp.397-398, 2004.
- 12) 谷口健男 : FEM のための要素自動分割, 森北出版, 1992.
- 13) 佐武正雄 : 講座 土の構造とメカニクスーミクロからマクロへー 3. 土のマクロメカニクス入門, 土と基礎, 50-7, pp.49-54, 2002.
- 14) Fortin, M-J., Dale, M. : *Spatial analysis - A guide for ecologists* - . Cambridge University Press, 2005.
- 15) Wackemagel, H. (地球統計学研究委員会訳) : 地球統計学, 森北出版(株), 2003.
- 16) Anselin, L. : Local indicators of spatial association – LISA, *Geographical Analysis*, Vol.27, No.2, 1995.
- 17) 東京大学教養学部統計学教室編: 統計学入門 第5章 確率変数, 東京大学出版会, pp.87-108, 1991.

(2008 年 4 月 14 日 受付)