

## 密度と拘束圧依存性を考慮した砂の構成モデルの検証

An evaluation of a constitutive model with account for density and pressure dependencies

飛田善雄\*・三塚保法\*\*・山口 晶\*\*\*・吉田 望\*\*\*\*

Yoshio Tobita, Yasunori Mitsuzuka, Akira Yamaguchi, Nozomu Yoshida

\*工博 東北学院大学教授 工学部環境建設工学科 (〒985-8537 多賀城市中央 1-13-1)

\*\*東北学院大学大学院工学研究科 土木工学専攻前期課程 (〒985-8537 多賀城市中央 1-13-1)

\*\*\*博(工) 東北学院大学准教授 工学部環境建設工学科 (〒985-8537 多賀城市中央 1-13-1)

\*\*\*\*工博 東北学院大学教授 工学部環境建設工学科 (〒985-8537 多賀城市中央 1-13-1)

The elasto-plastic model proposed by Li and Dafalias(2000) was used for the simulation of the behaviors of sand along various loading paths. Li and Dafalias model includes density and pressure dependencies using the state parameter:  $\psi = e - e_c$ , where  $e_c$  is the reference void ratio on  $e_c - \log p$  at the critical state. The model performance along various loadings paths were examined with an emphasis on the evolution of the state parameter, which includes strain ratio constant paths and those simulating the behavior of gentle slopes subjected to the inflow of pore fluid. The conventional stability conditions of the model along various loading paths were evaluated and discussed by using the state parameter. The effect of initial anisotropy was introduced into Li and Dafalias model through the modified stress method. The performance of Li and Dafalias model was found to be satisfactory, though some modifications are necessary for better simulations.

**Key Words:** elasto-plastic model, density and pressure dependency, dilatancy, anisotropy

キーワード: 弾塑性モデル, 密度拘束圧依存性, ダイレイタンスー, 異方性

### 1. まえがき

地震時の飽和砂地盤の液化現象や緩斜面の流動現象などを一つの構成モデルで表現しようとする試みは数多くの研究者によりなされているが、いまだ十分なレベルには達していない。多くのモデルは、密度依存性としては初期間隙比にのみ依存する定式化を行い、変形中の間隙比の変化を考慮することができない。また、繰り返し载荷により有効拘束圧が減少すると共に、砂の基本的挙動が変化するという有効拘束圧の変化の影響を表現できないモデルを使用している。このことは信頼性の高い液化解析を行う上での障害の一つとなっている。

本研究では、砂のような粒状体の挙動を表現する目的で提案された数多くのモデルのうち、Li & Dafalias (2000)<sup>1)</sup>が提案したモデルについて、その基本的な応力・ひずみ関係と安定性の検証を行う。また、初期異方性の影響の表現を試みる。Li & Dafalias モデルの特徴は、有効拘束圧および密度依存性を比較的簡単な関係式で表現することにある。せん断変形が卓越した状態で、せん断応力の変化もダイレイタンスーも生じない極限状態(Critical state)の存在を仮定し、極限状態での間隙比と有効拘束圧の一意的な関係を利用して、状態変数  $\psi$  (Been and Jeffries(1985)<sup>2)</sup>を定義する。その状態変数  $\psi$  に塑性係数、ダイレイタンスー係数が依

存するという定式化を行うことにより、密度および有効拘束圧依存性を簡潔に表現している。

Li & Dafalias モデルにおいては、せん断変形中においても、ダイレイタンスーや有効拘束圧が変化したときには、その変化を取り入れて上記係数を更新している。このことにより、砂のような粒状体が示す様々な挙動の表現を可能としている。

砂の挙動が密度と有効拘束圧に依存することを表現するためのモデルは数多く提案されている。(例えば、星川ら(1998)<sup>3)</sup>、Wan and Guo(1999)<sup>4)</sup>) その中で、理解しやすく単純な形式で密度および拘束圧依存性を表現している Li & Dafalias モデルを検証の対象とした。

本論文では、まず Li & Dafalias モデルを簡潔に紹介した後、様々な载荷条件での応力ひずみ挙動を検証する。対象とした载荷条件は、側圧一定3軸圧縮試験、側圧一定非排水3軸試験、せん断ひずみ増分と体積ひずみ増分の比を一定 ( $\theta$ 一定試験と呼ぶ) とする試験である。 $\theta$ 一定の载荷条件では、膨張経路において非排水条件よりも小さなせん断応力でピークを示した後、大きなせん断変形が発生することがわかる。また、せん断応力が一定で強制的に膨張を受ける場合の計算も行っている。飽和した砂の場合には、ダイレイタンスーと間隙水圧が密接に関係するために、応

力ひずみ関係は、硬化、軟化を示した後、再び硬化するような特異な挙動を示す。Li & Dafalias モデルは、このような特異な挙動が表現できることを示す。さらに、モデルの安定性を検討するために、4つの便宜的な安定性の規準を設け、要素挙動としての安定性について詳細な検討を行っている。さらに、修正応力法を用いて初期異方性の導入を行い、その異方的挙動について検討している。

Li & Dafalias (2000) モデルは、単調載荷時の3軸圧縮条件での挙動をモデルの対象としている。その後、応力比一定載荷経路での塑性変形を考慮した二重硬化モデルへの拡張および繰り返し載荷挙動への拡張 (Li (2002)<sup>5)</sup>、異方性の影響の導入と主応力軸の回転を含む非比例負荷経路への拡張 (Li and Dafalias (2004)<sup>6)</sup>) がなされている。その後のモデルの発展も視野に入れながら、Li & Dafalias モデル (2000) の検証を行うこととする。本論文では、応力、ひずみともに圧縮を正とする。

## 2. Li and Dafalias (2000) モデルの簡潔な紹介

Li and Dafalias (2000) モデル (以下、LD モデルと略記する) について、必要最小限の範囲で簡潔に紹介する。最大の特徴は状態変数  $\psi$  を導入して、密度・拘束圧依存性を表現していることである。

状態変数  $\psi$  は、限界状態における間隙比と有効拘束圧の間に一意的な関係を想定し、ある拘束圧に対して現在の間隙比  $e$  と限界状態の間隙比  $e_c$  の差として、次式で  $\psi$  が与えられる。

$$\psi = e - e_c = e - \left[ e_r - \lambda_c (p'/p_a)^\xi \right] \quad (1)$$

ここに、 $e_r, \lambda_c, \xi$  は  $e-p'$  面における限界状態線の特徴づける材料定数である。式(1)より間隙比が増加(減少)すると  $\psi$  が増加(減少)し、有効拘束圧が増加(減少)すると  $\psi$  が増加(減少)することがわかる。図-1に、状態変数  $\psi$ 、限界間隙比と有効拘束圧の関係を示す。 $\psi > 0$  は相対的にゆるい状態、 $\psi < 0$  は密な状態を示している。 $\psi$  の値が大きくなるほど、負のダイレイタンスが発生しやすく、せん断抵抗は小さくなる。3軸圧縮状態は円柱供試体に対して、軸応力  $\sigma_a$ 、半径方向応力  $\sigma_r$  が作用している。応力  $\{\sigma_a, \sigma_r\}$  よりも、不変量表示に近い応力表現  $\{q, p'\}$  と、それに仕事共役なひずみ増分  $\{d\gamma, d\varepsilon_v\}$  が用いられることが多い。これらの量は次式で定義される。

$$q = \sigma_a - \sigma_r, \quad p' = (1/3)(\sigma_a + 2\sigma_r) \quad (2)$$

$$d\gamma = (2/3)(d\varepsilon_a - d\varepsilon_r), \quad d\varepsilon_v = (d\varepsilon_a + 2d\varepsilon_r)$$

せん断挙動に対しては、降伏条件として応力比一定条件を用いて、次式で与える。

$$f = q - \eta p' = 0 \quad (3)$$

ここに、 $\eta$  は硬化パラメータである。

負荷条件  $L$  は次式で与えられる。

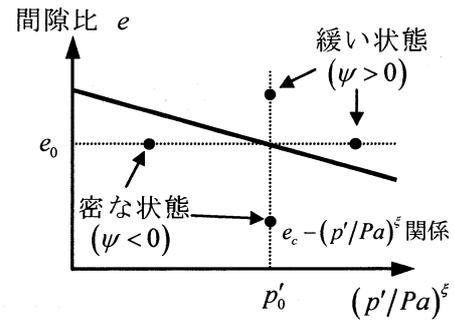


図-1 状態変数  $\psi$  と  $e_c - (p'/Pa)^\xi$  関係

$$L = \frac{1}{K_p} \left( \frac{\partial f}{\partial p'} dp' + \frac{\partial f}{\partial q} dq \right) = \frac{dq - \eta dp'}{K_p} = \frac{p' d\eta}{K_p} \quad (4)$$

ここに、 $K_p$  は塑性係数である。ダイレイタンス係数を  $d^* = (d\varepsilon_v^p / d\gamma^p)$  と定義して、塑性ひずみ増分は、式(4)を参照して、次式で定義される。

$$\begin{Bmatrix} d\gamma^p \\ d\varepsilon_v^p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p' d\eta / K_p \\ d^* p' d\eta / K_p \end{Bmatrix} = \frac{1}{K_p} \begin{bmatrix} 1 & -\eta \\ d^* & -d^* \eta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dq \\ dp' \end{Bmatrix} \quad (5)$$

弾性関係は等方弾性とし、体積圧縮弾性係数を  $K$ 、せん断弾性定数を  $G$  とすると  $d\gamma^e = dq / 3G$ 、 $d\varepsilon_v^e = dp' / K$  で与えられる。さらに、全ひずみ増分を弾性ひずみ増分  $d\varepsilon^e$  と塑性ひずみ増分  $d\varepsilon^p$  の和として与えるとき、塑性負荷状態のときの全ひずみ増分と応力増分の関係は次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} d\gamma \\ d\varepsilon_v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3G} + \frac{1}{K_p} & -\frac{\eta}{K_p} \\ \frac{d^*}{K_p} & \frac{1}{K} - \frac{d^* \eta}{K_p} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dq \\ dp' \end{Bmatrix} \quad (6)$$

式(6)の逆関係式は、実際に式(6)の逆行列を求めるか、あるいは、弾性関係式にひずみ増分の線形和を用いて、次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} dq \\ dp' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 3G & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \left( \begin{Bmatrix} d\gamma \\ d\varepsilon_v \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} d\gamma^p \\ d\varepsilon_v^p \end{Bmatrix} \right) \quad (7)$$

式(7)に式(5)を代入して、 $dq, dp'$  について整理することにより、次式のように求められる。

$$\begin{Bmatrix} dq \\ dp' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{qq} & E_{qp} \\ E_{pq} & E_{pp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\gamma \\ d\varepsilon_v \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} E_{qq} & E_{qp} \\ E_{pq} & E_{pp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3G & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} - \frac{h(L)}{K_p + 3G - K\eta d^*} \begin{bmatrix} 9G^2 & -3K\eta \\ 3KGd^* & K^2\eta d^* \end{bmatrix}$$

ここに、 $h(L) = L (L \geq 0)$ 、 $h(L) = 0 (L < 0)$  という演算を示す。負荷状態でのみ、弾塑性マトリックスとなる。

弾性定数  $G$  と  $K$  は、密度および有効拘束圧依存性を考慮し、次式で与えている。

$$G = G_0 \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} \sqrt{p' p_a}, K = G \frac{2(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)} \quad (9)$$

ここに、 $\nu$  はポアソン比で定数としている。式(9)において、 $e, p'$  は変数と考えているので、载荷中に  $e, p'$  の変化があれば、 $G, K$  は変化することになる。弾性挙動がそのときどきの状態に依存するという意味で、亜弾性体としての定式化を行っている。亜弾性体としての定式化は、弾性領域内（もし存在すれば）での閉じたループの载荷経路を与えると、エネルギーの生成や散逸を生じ、熱力学の第2法則に反することになり、理論的には問題のある定式化である。しかし、多くの数値計算において影響は小さい。

塑性係数  $K_p$  は次式で与えられる。

$$K_p = \frac{hGe^{m\psi}}{\eta} (Me^{m\psi} - \eta); h = h_1 - h_2e \quad (10)$$

$M, h_1, h_2, n$  は材料定数である。この式より、 $\psi$  が負(正)であるとき、塑性係数  $K_p$  が 0 となる応力比は高く(低く)なることがわかる。すなわち、応力比・ひずみ関係のピーク時の応力比は高く(低く)なる。

LD モデルの塑性係数は、標準的な弾塑性モデルの定式化で行われるように、適合条件の結果として与えられるのではなく、式(10)の関数形を先に定めている。適合条件式は、 $df = dq - (d\eta p' + \eta dp') = 0$  となり、これは式(4)の変換の際に利用されている。

ダイレイタンス係数  $d^*$  は次式で与えられる。

$$d^* = \frac{d_0}{M} (Me^{m\psi} - \eta) \quad (11)$$

$d_0, m$  は材料定数である。この式より、 $\psi$  が負(正)であるとき、ダイレイタンス係数  $d^*$  が 0 となる応力比は低く(高く)なることがわかる。すなわち、変相線を示す応力比は低く(高く)なる。

LD モデルは、応力比一定条件で降伏条件を与え、応力・ダイレイタンス係数関係式により、塑性体積ひずみ増分を求める砂の標準的な弾塑性モデル（例えば、Vardoulakis and Sulem(1995)<sup>7)</sup> に詳しい）と、定式化の順番は異なっているが、本質的には同じモデルである。しかし、塑性係数  $K_p$  とダイレイタンス係数  $d^*$  に状態変数  $\psi$  依存性をもたせることによって、以下の章において検討するように、多様な挙動の表現を可能としている。表-1 に、本研究で用いた LD モデルでのパラメータの値を示す。

### 3. 様々な経路における挙動

LD モデルに対して、様々な载荷経路における応力・ひずみ関係、ダイレイタンス挙動、有効応力経路、状態変数  $\psi$  とダイレイタンス係数  $d^*$ 、応力比  $\eta$  の挙動について数値シミュレーションを行い、LD モデルの特徴を

表-1 Li and Dafalias モデルのパラメータ

弾性定数	限界状態定数	塑性定数
$G_0 = 125$	$M = 1.25$	$d_0 = 0.88$
$\nu = 0.05$	$e_r = 0.934$	$m = 3.5$
$p_a = 101.2 \text{ kPa}$	$\lambda_c = 0.019$	$h_1 = 3.15$
	$\xi = 0.7$	$h_2 = 3.05$
		$n = 1$

把握する。対象とした载荷経路は、側圧一定排水3軸圧縮試験経路、側圧一定非排水3軸試験経路、ひずみ増分比一定試験経路、せん断応力一定・体積ひずみ増加経路である。

#### 3.1 側圧一定排水3軸圧縮試験経路

この経路では、側圧  $\sigma_r$  は一定である。軸ひずみ  $d\varepsilon_a$  を一定速度で与え、軸圧  $\sigma_a$  と体積ひずみ  $\varepsilon_v$  の変化が結果として与えられる。この経路では応力間に、 $dq = 3dp'$  の関係が必ず成立することより、式(8)より、

$$d\varepsilon_v = \left( \frac{(3E_{pq} - E_{qq})}{(E_{qp} - 3E_{pp})} \right) d\gamma \quad (12)$$

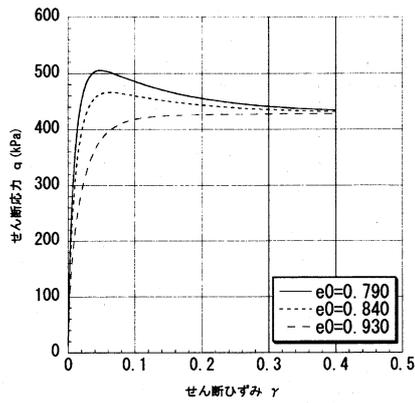
が得られる。ここに、 $E_{ij}$  は式(8)の  $ij$  成分を表現している。式(12)を式(8)に代入し、 $dq, d\varepsilon_v, dp'$  を次式のように求めることができる。

$$\begin{aligned} dq &= \left[ E_{qq} + E_{qp} \left( \frac{(3E_{pq} - E_{qq})}{(E_{qp} - 3E_{pp})} \right) \right] d\gamma \\ d\varepsilon_v &= \left( \frac{(3E_{pq} - E_{qq})}{(E_{qp} - 3E_{pp})} \right) d\gamma \\ dp' &= (1/3) dq \end{aligned} \quad (13)$$

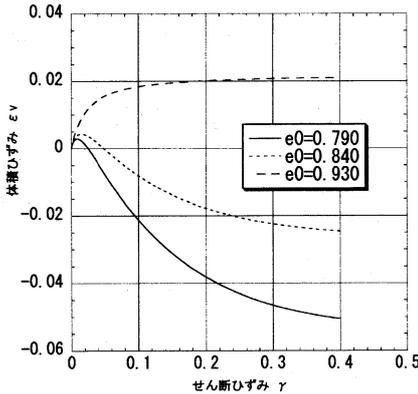
図-2(a),(b),(c)は、初期有効拘束圧  $p'_0 = 200 \text{ kPa}$  のもとで、初期間隙比  $e_0$  を、0.930, 0.840, 0.790 としたときの、 $q-\gamma$  関係、 $\varepsilon_v-\gamma$  関係、 $\eta-\gamma$  関係を示している。きわめてゆるい砂、やや密な砂、密な砂の挙動を再現している。図-2(d)は、これらの载荷経路における  $\{\psi, d^*\}$  の変化の様子を示している。 $\psi = 0, d^* = 0$  の限界状態にどのような経路で到達しているかに特徴が現れている。すなわち、きわめてゆるい場合には、 $\psi > 0, d^* > 0$  のまま限界状態に到達し、やや密な場合には、 $\psi < 0, d^* > 0$  から、 $\psi < 0, d^* < 0$  となり、限界状態に達する。密な場合にも、 $\psi < 0, d^* > 0$  から、 $\psi < 0, d^* < 0$  へ変化し、限界状態に達することになる。これら  $\psi, d^*$  の変化が変形挙動に大きな影響を与えることになる。

#### 3.2 側圧一定非排水3軸圧縮試験経路

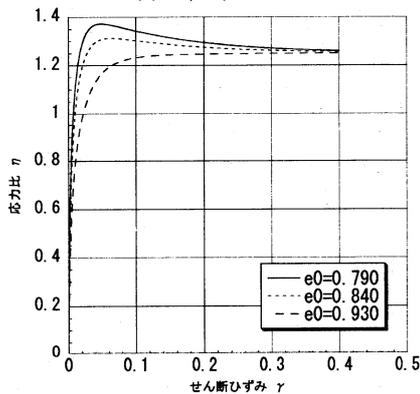
$d\varepsilon_v = 0, d\gamma > 0$  を载荷条件とする体積一定経路は、飽和状態で、間隙水の体積弾性圧縮係数  $K_w$  が土骨格の体積圧縮係数よりもはるかに大きい場合には、非排水経路と同等の経路とみなすことができ、以下、非排水経路と呼ぶ。



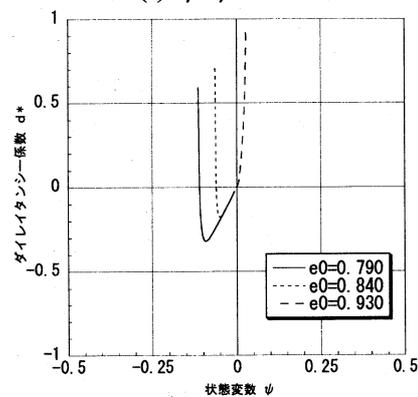
(a)  $q-\gamma$ 関係



(b)  $\varepsilon_v-\gamma$ 関係

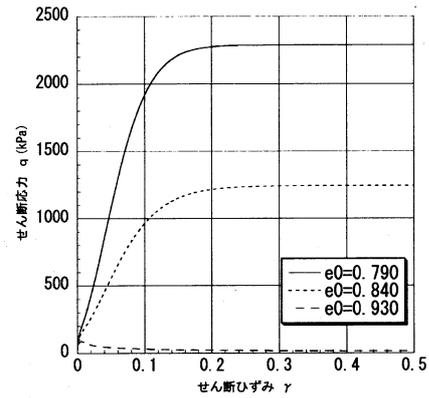


(c)  $\eta-\gamma$ 関係

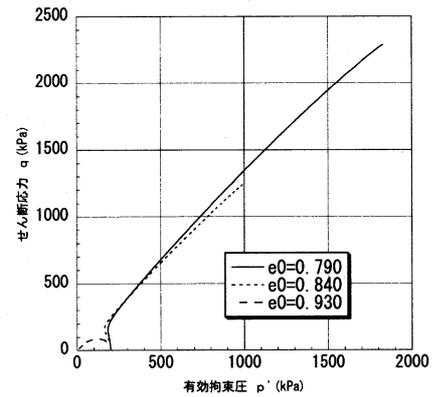


(d)  $\psi-d^*$ 関係

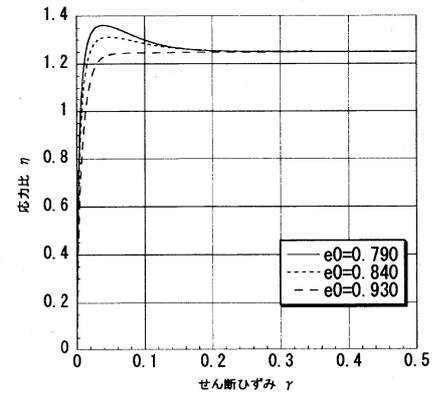
図-2 側圧一定3軸圧縮経路の挙動



(a)  $q-\gamma$ 関係



(b)  $q-p'$ 関係



(c)  $\eta-\gamma$ 関係

図-3 非排水経路の挙動

この場合には、制御変数がどちらもひずみ増分であるので、式(8)をそのまま利用することができる。初期有効拘束圧を  $p'_0 = 200 \text{ kPa}$  で一定とし、初期間げき比  $e_0$  を、0.930, 0.840, 0.790 と変化させて数値シミュレーションを行った。図-3(a)は  $q-\gamma$  関係、図-3 (b)は有効応力経路  $q-p'$  関係、図-3 (c)は  $\eta-\gamma$  関係を示している。きわめてゆるい砂  $e_0 = 0.930$  の場合には、有効応力が回復すること大きなせん断ひずみを示している。ややゆるい砂  $e_0 = 0.840$  と密な砂  $e_0 = 0.790$  の場合には、 $q-\gamma$  関係は、ひずみ硬化 ( $dq/d\gamma > 0$ ) のみを示している。ただし、間隙比と拘束圧の組み合わせによっては、ひずみ硬化後に、ひずみ軟化 ( $dq/d\gamma < 0$ ) を示し、その後、再度ひずみ硬

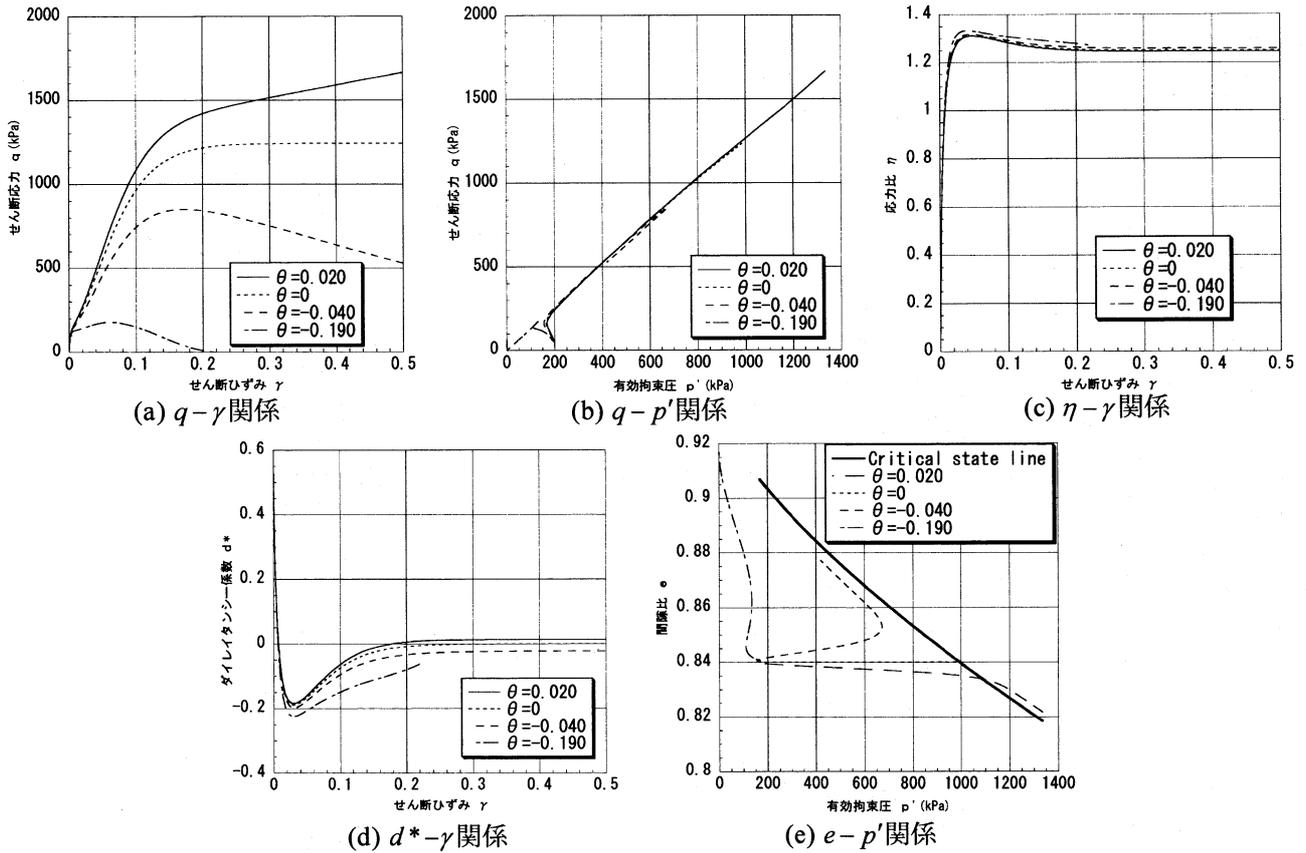


図-4 ひずみ増分比一定経路の挙動

化を示し、限界状態に向かうという複雑な挙動を示す結果が得られる。限界状態に到達する前に、さらにひずみ軟化挙動を示すこともある。このような複雑な挙動は、初期間隙比のみにパラメータが依存するモデルにおいては再現することはできない。間隙比を固定し、初期有効拘束圧を変化させた場合にも、図-3と同様の結果を得ることができる。すなわち、同一の間隙比に対して、拘束圧が小さければ、密な砂に類似した挙動を示し、拘束圧が大きくなるとゆるい砂に類似した挙動となる。この結果については Li and Dafalias(2000)において紹介されている。

### 3.3 ひずみ増分比一定経路での挙動

ひずみ増分比 ( $\theta = d\varepsilon_v / d\gamma$ ) を一定とする試験結果が報告されている(Guo and Su,2007)<sup>9)</sup>。この試験を以下では  $\theta$  一定試験と略称する。この試験経路では、応力増分  $\{dq, dp'\}$  は  $d\gamma$  により、式(8)を利用して、次式で表現される。

$$dq = [E_{qq} + \theta E_{qp}] d\gamma, \quad dp' = [E_{pq} + \theta E_{pp}] d\gamma \quad (14)$$

初期間隙比  $e_0 = 0.840$  , 初期有効拘束圧  $p'_0 = 200$  kPa と設定し、 $\theta$  を変化させたときの  $q-\gamma$  関係、有効応力経路  $q-p'$  関係、 $\eta-\gamma$  関係を、図-4(a), (b), (c)に、示している。 $\theta = 0$  が体積一定試験に相当している。

$\theta$  が正の値 (強制的に圧縮する経路) から負の値 (強制的に膨張させる経路) へ変化するに従って、 $q-\gamma$  関係は顕著なひずみ軟化挙動を示すようになり、負の値が大きい場合には、いったんひずみ軟化に入ると、せん断応力の減少が続くことがわかる。すなわち、間隙水の流入が生じ膨張する場合には (非排水状態では有効応力の回復が見られるような初期密度であっても)、有効応力は回復することなく大きなせん断ひずみをもたらすようになる。

図-4(d)は、せん断ひずみに対して、ダイレイタンス係数  $d^*$  の変化を求めたものである。 $\theta$  がある限られた値の場合には、 $d^*$  が  $\theta$  に漸近する傾向が見られるが、 $\theta = -0.190$  の場合にはそのような傾向は見られない。この現象のメカニズムは現時点では理解できていない。図4(e)は、 $\theta$  を変化させたときの、 $e-p'$  関係をプロットしたものである。 $\theta$  一定という強い制約条件のもとでは、せん断ひずみが大きくなっても、限界状態に近づかないことがわかる。しかし、 $\theta$  の値がある範囲では、限界状態での  $e_c-p'$  関係と密接な関係をもつことも示唆されている。

### 3.4 せん断応力が一定で、強制的体積変化がある場合

飽和した緩斜面が強い地震動を受けた後に、間隙水の流入があったとき砂地盤が大きく変位する現象に対して要素レベルでの再現性を検討する。このとき、せん断力一定

のもとに、間隙水が流入、すなわち強制的に膨張するという条件： $dq = 0, d\varepsilon_v < 0$ になる。間隙水が流出し、有効応力が回復する場合には除荷であり、大きな変位が発生する可能性はない。この場合の式は、次式で与えられる。

$$d\gamma = -\left(E_{qp} / E_{qq}\right) d\varepsilon_v \quad (15)$$

$$dp' = \left[E_{pp} - E_{pq}\left(E_{qp} / E_{qq}\right)\right] d\varepsilon_v$$

初期有効拘束圧  $p'_0 = 200$  kPa, 初期せん断応力  $q_0 = 15$  kPa とし、初期間隙比  $e_0 = 0.750, 0.800, 0.820$  とする。体積ひずみ増分(膨長)に対する挙動を計算した。

図-5(a)は、有効拘束圧  $p'$  とせん断ひずみ  $\gamma$  の関係を示している。ある有効拘束圧まではほとんどせん断ひずみの発生は見られず、ある値に達した後に、急激にせん断ひずみ増分が大きくなる。図-5(b)は、応力比  $\eta$  とせん断ひずみ  $\gamma$  の関係を示している。この図は、通常の载荷試験とほぼ同様の挙動を示している。図-5(b)および(c), (d)では図面が乱れているが、これは計算が発散しているためである。図-5(c)は、状態変数  $\psi$  とダイレイタンス係数  $d^*$  の変化を示している。最初  $\psi < 0, d^* > 0$  (やや密, 負のダイレイタンス) の状態から出発し、有効拘束圧が減少するにしたがって、 $\psi < 0, d^* < 0$  (やや密, 正のダイレイタンス) の状態となる。さらに、すべての間隙比で  $\psi = 0, d^* = 0$  の原点へ向けて変化している。最もゆるい状態である  $e_0 = 0.820$  の場合には、原点に到達し、その時点で計算が収束しない。より初期密度の高い状態でも、さらに間隙水の流入が続けば原点に到達し、計算が収束しないことがわかる。図-5(d)は、この過程における間隙比と有効拘束圧の関係を示している。有効応力  $p'$  がある値に達したところで大きな間隙比の変化が生じている。

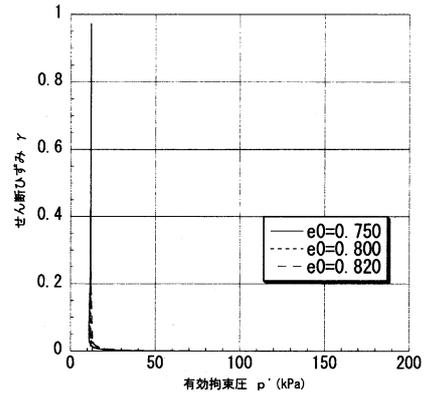
この計算結果は、飽和したゆるい砂地盤で間隙水の流入が生じる場合には、流入する量が大きければ、大きな変位・変形が生じる可能性を示している。間隙水の流入が生じるかどうかは境界値問題としての解析が必要であり、要素挙動のみで結論は導けないが、流入が生じる場合には、変位が発生し、流入がなくなるかあるいは流出に転じれば、対象とする要素の運動は停止することになる。飽和砂地盤が地震後に、移動、停止、再び移動する現象を再現できる可能性をLDモデルは有していることがわかる。

#### 4. 砂のモデルの安定性に対する議論

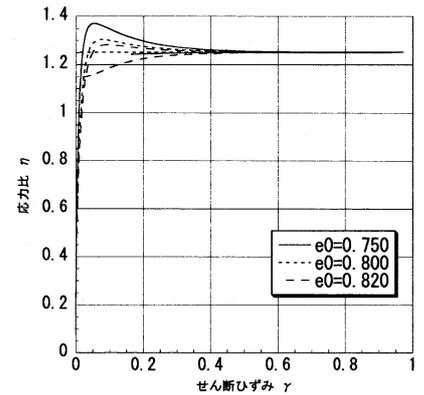
LDモデルは、3軸圧縮条件では単純な数学的構造をもつ弾塑性モデルである。ここでは、安定性の議論を行い、応力ひずみ関係・有効応力経路に対して状態変数  $\psi$  が大きな影響を与えるように、安定性の議論においても大切な役割を果たすことを示す。

##### 4.1 安定性の便宜的な条件

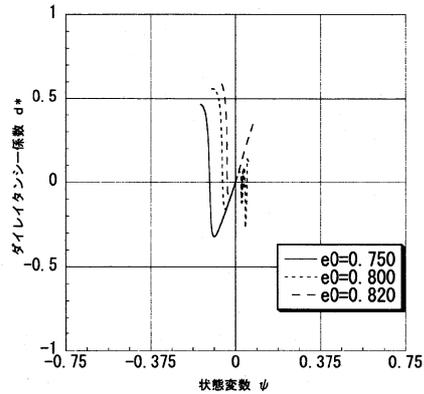
増分形式のモデルに対して、安定性を検討することに



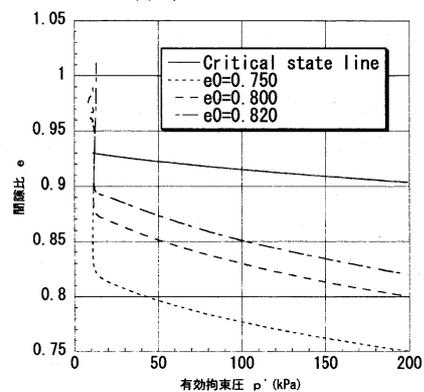
(a)  $\gamma - p'$  関係



(b)  $\eta - \gamma$  関係



(c)  $\psi - d^*$  関係



(d)  $e - p'$  関係

図-5  $q = \text{一定}, d\varepsilon_v < 0$  での挙動

より、そのモデルの特徴が議論できる。LDモデルのように弾塑性マトリックスが非対称となる場合の安定性の条件を、力学的に厳密に議論することは容易ではない(飛田, 1998)<sup>9)</sup>。安定性の条件は、静止状態にある力学系が小さな外部条件の変化を受けても、運動エネルギーが増大することなくそのまま静止状態であり続けることができる条件を意味している。要素挙動を表現する構成モデルを対象としての議論は材料安定性と呼ばれるが、ここでは簡便のために、安定性と略記する。

①せん断応力・せん断ひずみ関係の安定性 ( $S_q$  と記す) :

$$S_q = dqd\gamma > 0 \quad (16)$$

・  $S_q$  が正, 0, 負を取ることは、せん断応力とせん断ひずみの関係がひずみ硬化, ピーク, ひずみ軟化を示すことに相当する。  $S_q$  によるひずみ硬化・軟化という定義は砂のような摩擦性材料には正しい表現ではない。厳密には、塑性変形に伴う降伏条件の運動と関連して定義すべきである。

②与えられた経路の2次の仕事増分による安定性 ( $S_{pq}$  と記す)

$$S_{pq} = dqd\gamma + dp'd\varepsilon_v > 0 \quad (17)$$

・ダイレイタンシーがある場合には、  $S_q$  と  $S_{pq}$  の値は異なり、ダイレイタンシーの正負によって安定性が異なる。

③応力比による安定性 ( $S_\eta$  と記す) :

$$S_\eta = d\eta > 0 \quad (18)$$

・地盤材料は本質的に摩擦材料と考えることができるので、砂骨格自身の安定性の議論には適している。

④Hill による安定性の条件 ( $S_H$  と記す) :

$$S_H = \det \left[ \frac{1}{2} \left\{ [E^{ep}] + [E^{ep}]^T \right\} \right] > 0 \quad (19)$$

$[E^{ep}]$ , 上添え字T, det は弾塑性マトリックス, 転置, 行列式を意味している。

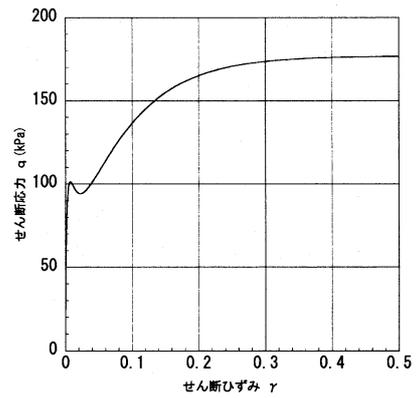
・①から③の安定性の条件は、与えられた経路における応答の安定性であるのに対して、Hill の安定性の条件は、あらゆる  $\{d\gamma, d\varepsilon_v\}$  の組み合わせの変化に対する安定性となっている。力学的に厳密な安定性の条件は④のみであり、①から③は、ある与えられた経路に対する便宜的な安定性の条件となっている。

Guo and Su(2007)は、  $S_q$  を偏差軟化,  $S_\eta = 0$  を破壊状態,  $S_\eta < 0$  を有効応力比によるひずみ軟化,  $S_{pq} > 0$  を物質安定性と呼んでいる。ここでは、すべての条件を便宜的な安定性の条件と考え、  $S_q, S_{pq}, S_\eta, S_H$  の安定性の条件と呼ぶことにする。

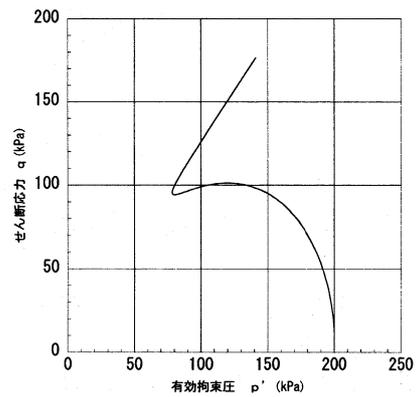
#### 4.2 非排水経路における安定性の検討例

正確には体積一定経路であるが、非排水経路と呼ぶことにする。以下、非排水経路における安定性を検討する。

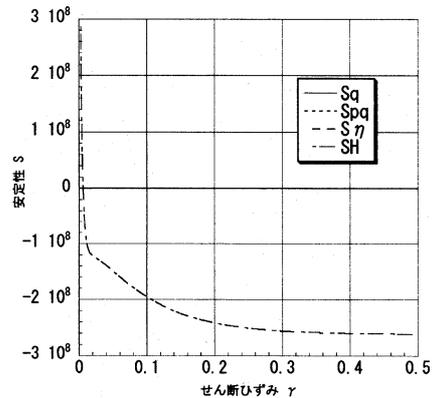
図-6(a)は、初期間隙比を0.930、初期拘束圧を200kPa



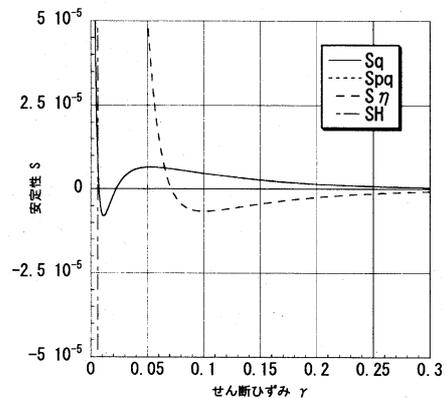
(a)  $q-\gamma$ 関係



(b)  $q-p'$ 関係



(c)  $S-\gamma$ 関係



(d)  $S-\gamma$ 関係

図-6 非排水経路における安定性の検討

としたときの $q-\gamma$ 関係、図-6(b)は $\{p',q\}$ 座標系での有効応力経路を表現している。図-6(c)はせん断ひずみの進行にともなう4つの安定性の条件の変化を比較したものであり(このスケールではHillの安定性の条件のみが示される。)、図-6(d)は、安定性の喪失に関する詳細情報を得るために、その一部を拡大したものである。非排水経路においては、体積ひずみ増分 $d\varepsilon_v$ が0であるため、 $S_q = S_{pq}$ が成立している。最も早く正から負に推移するのは、④のHillの条件： $S_H$ である。これは、非排水条件に限らず、 $\{d\gamma, d\varepsilon_v\}$ のすべての変化について仕事の2次増分が正であることを要求するためである。この条件は金属のような材料モデルには有効な条件ではあっても、砂のモデルの安定性の議論には適切とはいえない。

$S_q$ と $S_\eta$ を比較すると、 $S_q$ の方が早く安定性を喪失していることがわかる。しかし、 $S_q$ はせん断の進行と共に再び正となり、有効応力経路は $p',q$ ともに増大する経路となり、最終的にある状態(限界状態)に達して、 $p',q$ ともに変化しないでせん断ひずみのみが増加することになる。この場合の $S_q$ による安定性は、初期状態より、安定 $\Rightarrow$ 不安定 $\Rightarrow$ 安定 $\Rightarrow$ 限界状態というきわめて複雑な変化を示す。本論文では、表-1に示すパラメータの値を利用しているが、異なるパラメータの組み合わせを用いることにより、安定 $\Rightarrow$ 不安定 $\Rightarrow$ 安定 $\Rightarrow$ 不安定 $\Rightarrow$ 限界状態となる変化も計算できるが、その紹介は割愛する。 $S_\eta$ の安定性の変化は、 $S_q$ のそれと比較すると単調であり、いったん安定性を失ったあとは、安定性を回復することなく最終状態に到達する。

$S_q$ と $S_\eta$ のうち、どちらが早くその安定性を失うかについて検討する。式(8)の弾塑性関係に基づいて、 $dq/d\gamma$ を求めると、次式のようになる。

$$S_q = \frac{3G(K_p - K\eta d^*)}{3G + K_p - K\eta d^*} d\gamma^2 \quad (20)$$

$S_q$ の符号は $3G + K_p - K\eta d^* > 0$ であることから、 $K_p - K\eta d^*$ で決定される。

一方、式(5)より、

$$S_\eta = d\eta = \frac{K_p}{p'} d\gamma^p \quad (21)$$

$p' > 0$ 、 $d\gamma^p > 0$ であるから、 $S_\eta$ の符号は $K_p$ の符号が決定することになる。 $S_q$ と $S_\eta$ のどちらが早く安定性を失うかは、式(20)と式(21)を比較することより、ダイレイタンシー係数 $d^*$ の符号が決定することがわかる。すなわち、 $d^* > 0$ (負のダイレイタンシー)であれば、 $S_q$ が $S_\eta$ に先行して安定性を喪失し、 $d^* < 0$ (正のダイレイタンシー)であれば、 $S_\eta$ が $S_q$ に先行して安定性を喪失することになる。 $d^* > 0$ の場合には、 $K_p = 0$ が与える最大応力比に到達する前に、せん断応力・せん断ひずみ関係は軟化

現象を示すことになる。このことは図-6(b)に示す有効応力経路に明瞭に示されている。

### 4.3 ひずみ増分比( $\theta$ )一定経路の安定性

ひずみ増分比一定試験経路では、 $(d\varepsilon_v/d\gamma) = \theta$ 一定という条件が与えられることとなる。 $d\varepsilon_v = \theta d\gamma$ を式(8)に代入して、 $S_q$ の表現を求めると、次式が得られる。

$$S_q = [3G\{K_p - K\eta(d^* - \theta)\} / (3G + K_p - K\eta d^*)] d\gamma^2 \quad (22)$$

式(22)より、 $\theta > 0$ (体積圧縮を要求する経路)では、 $K\eta(d^* - \theta)$ が小さくなることより、 $S_q$ の安定性が増すことになり、 $\theta < 0$ (体積膨張を要求する経路)では、 $K\eta(d^* - \theta)$ が大きくなり、 $S_q$ の安定性は減少することになる。このことは、体積膨張が起こる場合には、 $S_q$ の安定性が失われやすいこと、すなわちひずみ軟化による大きな変位(流動)が生じやすいことを意味している。

### 4.4 状態変数 $\psi$ と安定性の関係

LDモデルにおいては、塑性係数 $K_p$ 、ダイレイタンシー係数 $d^*$ ともに、応力比 $\eta$ と状態変数 $\psi$ の関数であり、状態変数 $\psi$ が安定性に大きな影響を与える。非排水経路で、初期間隙比を変えた場合の状態変数 $\psi$ と、ダイレイタンシー係数 $d^*$ の $\{\psi, d^*\}$ 座標系における変化を見ると、ゆるい場合( $e_0 = 0.930$ )には $\psi$ 、 $d^*$ ともに正の第1象限を原点方向に移動し、原点( $\psi = 0$ 、 $d = 0$ )に収束することがわかる。やや密な場合( $e_0 = 0.840$ )には、 $\psi < 0$ 、 $d^* > 0$ の第2象限より出発し、変形とともに $\psi < 0$ 、 $d^* < 0$ の第3象限に移動し、最終的に原点に収束する。密な場合( $e_0 = 0.790$ )にも、 $\psi < 0$ 、 $d^* > 0$ の第2象限から始まり、 $\psi < 0$ 、 $d^* < 0$ である第3象限に移動し、最終的に原点に到達することがわかる。

$S_q$ の安定性は、 $K_p - K\eta d^*$ の符号と一致する。 $K_p$ 、ダイレイタンシー係数 $d^*$ ともに $\psi$ と $\eta$ の関数であるので、 $\{\psi, \eta\}$ 座標系で、 $S_q$ の正負が半断できる。 $\{\psi, \eta\}$ と $S_q = \{K_p - K\eta(d^* - \theta)\} / G$ の関係を調べる。 $S_q$ は、 $\psi$ と $\eta$ の関数として次式で表現される。

$$S_q = he^{m\psi} (Me^{-m\psi} - \eta) - \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)} \eta \left\{ \frac{d_0}{M} (Me^{m\psi} - \eta) - \theta \right\} \quad (23)$$

$\{\psi, \eta, S_q\}$ を座標系として、3次元グラフィックを描くと、図-8が得られる。 $S_q = 0$ を $z$ 方向座標の下限値とすることにより、不安定領域を描いている(底面として表現される)。ひずみ増分比 $\theta$ の影響を見るために、 $\theta (\leq 0)$ を変化させて、 $\{\psi, \eta\}$ 座標系に $S_q = 0$ を等高線として描かせたのが図-9である。 $\theta < 0$ (膨張経路)では、不安定な領域(図の右上の枠線と曲線で囲まれた領域)が増大していることがわかる。

図-10 は、初期間隙比を変化させたときの非排水試験 ( $\theta = 0$  に相当する) における  $\{\psi, \eta\}$  の軌跡を求めたものである。条件は先に  $\{\psi, d^*\}$  の軌跡を求めた図-7 と同じ3つの条件である。なお、図中の右下がりの実線は  $\psi$  に対する  $K_p = 0$  を与える最大の応力比を式(10)により求めたものである。ゆるい砂の場合に、安定領域より (最大応力比に達する前に) 不安定領域に入り込み、再び安定領域に現れることなく、 $\psi = 0$  の最終状態に至る様子が描かれている。密な砂では不安定領域に入ることなく  $K_p = 0$  を与える最大応力比に到達する。最大応力比に達した後は有効拘束圧の増大とともに  $\psi$  が増加し、 $\psi = 0$  の状態に至ることになる。

### 5. 修正応力法に基づく初期異方性の導入

初期異方性の影響を導入する方法には様々な手法がある。例えば、異方的内部変数 (ファブリックテンソルやある面の法線ベクトルなど) と応力との混合不変量などを利用する方法 (Tobita and Yanagisawa(1992)<sup>10</sup>, Li and Dafalias(2004)<sup>6</sup>) もある。ここでは、修正応力法 (飛田他, 2003)<sup>11</sup>) を用いて初期異方性の導入を行う。修正応力法は3次元問題にも適用できる一般性をもつが、本論文では3軸圧縮状態のみに適用する。

#### 5.1 ファブリックテンソル, 修正応力, 修正応力法

初期異方性を表現する量として、ファブリックテンソル  $H_{ij}$  を用い、応力主軸とファブリックテンソルの主軸が一致するものとする。構造が強い方向 (多くの接点をもつ方向あるいは粒子の短軸が卓越する方向) の主値を  $H_M$ 、弱い方向の主値を  $H_m$  とする。修正応力は、応力  $\sigma_{ij}$  とファブリックテンソル  $H_{ij}$  の関数として、テンソル関数の表現定理が許す範囲内で自由に設定できるが、ここでは、物性的な意味を有する次式を採用する。

$$T_{ij} = (\sigma_{ik} H_{kj} + H_{ik} \sigma_{kj}) / 2 \quad (24)$$

ここでのファブリックテンソル  $H_{ij}$  は、粒子間接触面の分布により定義されるコンタクトテンソルの逆テンソルとしての物理的意味をもつ<sup>10</sup>。

主応力軸と構造の主軸が一致し、さらに3軸状態である場合には、式(24)は次式で与えられる。

$$T_a = \sigma_a H_a, \quad T_r = \sigma_r H_r \quad (25)$$

下添え字  $a$  は軸方向を表し、 $r$  は半径方向を表現している。応力の表現と同様に、修正応力についても相当せん断応力、有効拘束圧を次式により定める。

$$q^* = T_a - T_r, \quad p^* = (1/3)(T_a + 2T_r) \quad (26)$$

ファブリックテンソルについても、同様の定義を与える。

$$H_q = H_a - H_r, \quad H_p = (1/3)(H_a + 2H_r) \quad (27)$$

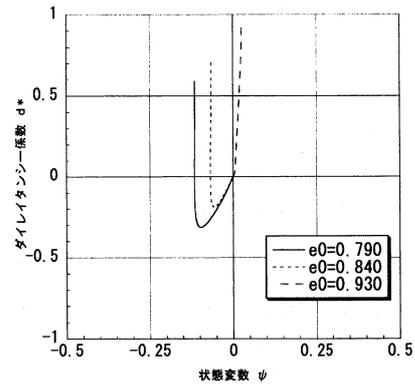


図-7 非排水経路における  $\psi - d^*$  関係

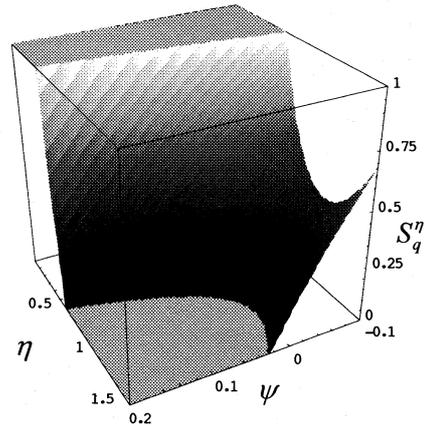


図-8 非排水経路における不安定領域

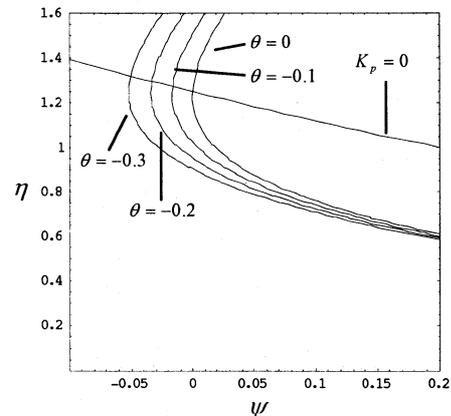


図-9  $\{\psi, \eta\}$  座標系における不安定領域の変化

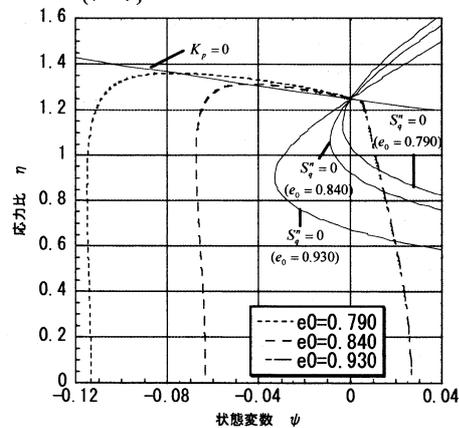


図-10 非排水経路における  $\{\psi, \eta\}$  の軌跡

式(2),式(25),式(27)を式(26)に代入して整理すると、次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} q^* \\ p'^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_p + \frac{1}{3}H_q & H_q \\ \frac{2}{9}H_q & H_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ p \end{Bmatrix} \quad (28)$$

式(24)のファブリックテンソルは、コンタクトテンソルの逆テンソルとして定義されているので、接点の多い強い方向が小さな値をもち、弱い方向が大きな値をもつことになる。軸応力(最大圧縮応力)が強い方向、弱い方向と一致するときには、それぞれ  $\{H_a, H_r\} = \{H_m, H_m\}$ ,  $\{H_a, H_r\} = \{H_m, H_m\}$  と設定して、計算を行うことになる。

異方的な応力ひずみ挙動を表現する修正応力法を簡潔に説明する。

修正応力空間内で、修正応力増分・ひずみ増分関係式は等方体を仮定する構成モデルにより与えられる。修正応力増分を  $\{d\sigma^*\}$  と表記し、対応するひずみ増分を  $\{d\varepsilon\}$  と表現し、マトリックス形式で、次式で表現される。

$$\{d\sigma^*\} = [E_{iso}^{ep}] \{d\varepsilon\} \quad (29)$$

式(29)に、式(28)の増分形式(ここではファブリックテンソルの変化はないと仮定する)を求め、それをマトリックス形式で表現し、式(29)に代入し整理する。

$$\{d\sigma\} = [E_{aniso}^{ep}] \{d\varepsilon\} = [H]^{-1} [E_{iso}^{ep}] \{d\varepsilon\} \quad (30)$$

式(30)に示される  $[E_{aniso}^{ep}]$  は、異方性の情報を含む弾塑性マトリックスである。構造的異方性が構成モデルに与える影響を簡単にマトリックス演算として表現することが修正応力法の特徴である。異方的な降伏条件、異方的な応力ひずみ関係の定式化の多くは、修正応力法として理解することができる(飛田他, 2003)<sup>11)</sup>

## 5.2 パラメータの更新に対する2つの考え方

応力増分とひずみ増分については、式(30)で計算するものとして、構成モデルの定式化に用いた式(1), (9), (10), (11)で定義される状態変数、せん断弾性剛性、塑性係数、ダイレイタンスー係数(以下、パラメータと呼ぶ)をどのように更新するかについては、次の2つの選択の余地がある。

- ① これらの変数の更新については、すべて修正応力を用いて処理する。
- ② これらの変数の更新については、実応力を用いて処理する。

①の場合には、修正応力空間内での挙動は等方的であり、与えられたひずみ増分に対しては、異方性の有無によらず、修正応力増分は同じである。修正応力ひずみ関係も同一となる。このことより、まず修正応力ひずみ関係を求め、

それに一括して、 $[H]^{-1}$  を作用させて、異方的な応力ひずみ関係を求めることができる。パラメータの更新には異方性の影響は入らないことになる。この方法の場合には、限界応力比  $M$  の値も実応力空間では異なる値となり、物性的に不合理な結果を与えることがある。

②の場合には、各増分ステップでの異方的な挙動の結果がパラメータの更新に反映されることになり、異方的な挙動の影響がパラメータ更新に反映されることになる。しかし、パラメータの更新を実応力空間で行っているので、限界応力比  $M$  の値など本質的な物性に関わるパラメータは異方性の影響を受けないことになる。

パラメータの更新について、①、②どちらの方法が適切であるかを現時点では厳密に議論できていない。修正応力法自身が、物性的な議論に基づく方法というよりも、異方性の影響を簡便にマトリックス演算で表現するという便宜的な方法であるので、①と②のどちらが適切かということについても、どちらがより多様な異方性挙動を表現できるかという観点から判断されるべきである。

さらに、この両者を組み合わせることにより、より多様な挙動の表現も可能となる。すなわち、補間パラメータ  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) を用いて、パラメータ更新に用いる応力増分  $\{d\sigma^c\}$  を実応力増分  $\{d\sigma\}$  と修正応力増分  $\{d\sigma^*\}$  の線形和として、次式で与えることを考える。

$$\{d\sigma^c\} = \alpha \{d\sigma^*\} + (1-\alpha) \{d\sigma\} \quad (31)$$

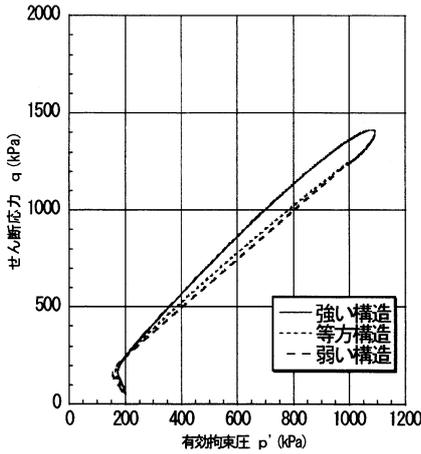
$\alpha = 1$  が修正応力空間におけるパラメータ更新に相当し、 $\alpha = 0$  が実応力空間におけるパラメータ更新に相当する。 $\alpha$  を相当塑性ひずみ等の関数とすれば、より多様な異方性挙動を表現することができる可能性がある。

## 5.3 異方性の挙動：計算例

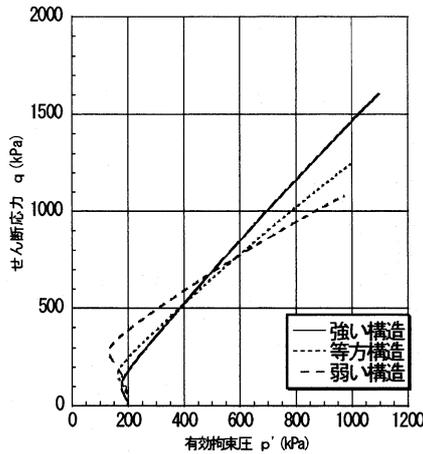
非排水経路を対象として、初期間隙比  $e_0 = 0.840$ 、初期有効拘束圧  $p'_0 = 200$  kPa、異方性については、強い方向の値を  $H_m = 0.80$ 、弱い方向の値を  $H_m = 1.10$  とした計算結果を示す。

図-11(a), (b), (c)は、実応力空間でパラメータを更新したときの有効応力経路  $q-p'$  関係、 $q-\gamma$  関係、 $\eta-\gamma$  関係を示している。最も特徴的なことは、 $\eta-\gamma$  関係において、同じ値に収束していることである。応力ひずみ関係への異方性の影響はせん断変形が大きくなるに従い消えるようになる。

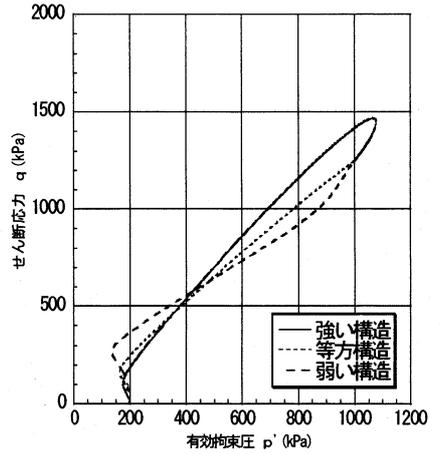
図-12(a), (b), (c)は、修正応力空間でパラメータを更新したときの有効応力経路  $q-p'$  関係、 $q-\gamma$  関係、 $\eta-\gamma$  関係を示している。最も特徴的なことは、 $\eta-\gamma$  関係において、異なる値に収束し、限界応力比  $M$  の値が異なっていることである。応力ひずみ関係への異方性の影響はすべての変形過程でほぼ同様に現れている。



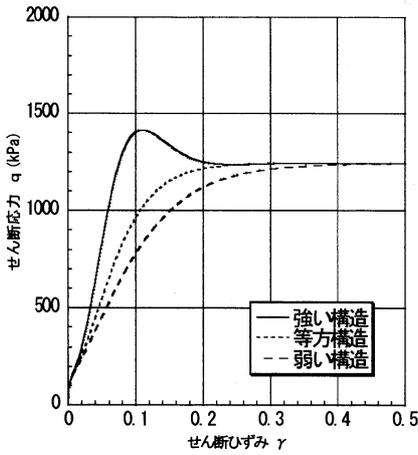
(a)  $q-p'$ 関係( $\alpha=0$ )



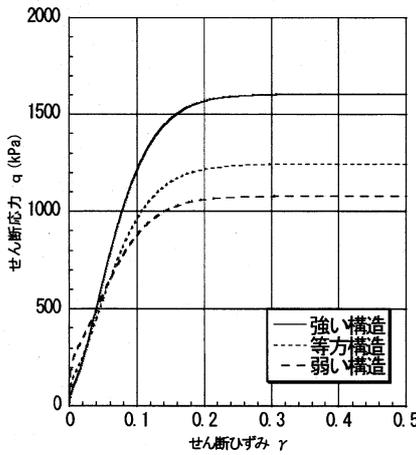
(a)  $q-p'$ 関係( $\alpha=1$ )



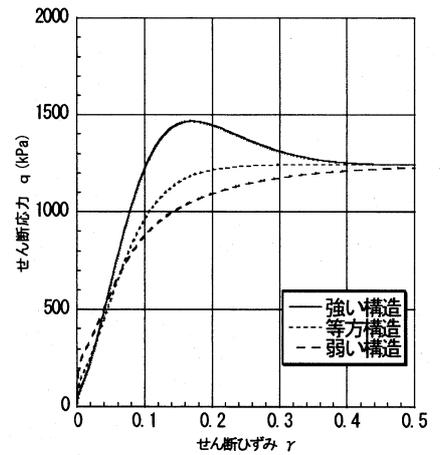
(a)  $q-p'$ 関係( $\alpha=0.999$ )



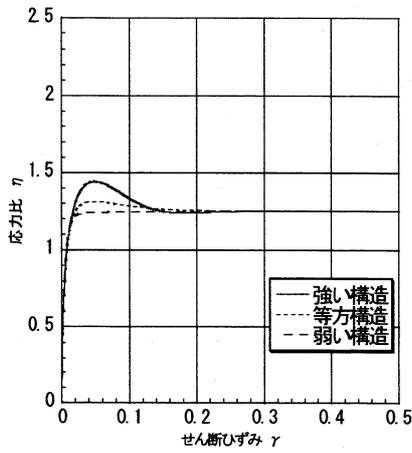
(b)  $q-\gamma$ 関係( $\alpha=0$ )



(b)  $q-\gamma$ 関係( $\alpha=1$ )

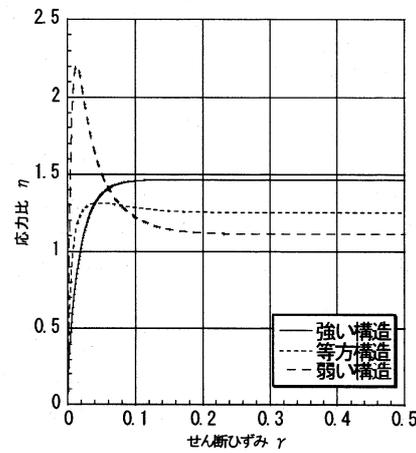


(b)  $q-\gamma$ 関係( $\alpha=0.999$ )



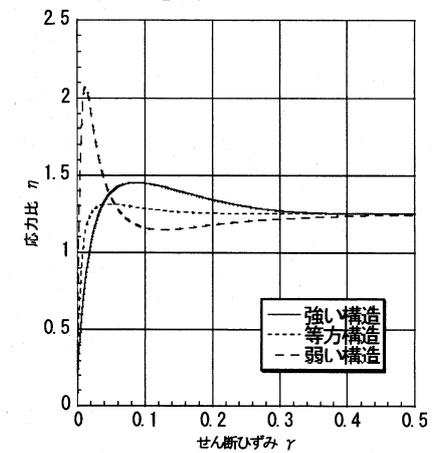
(c)  $\eta-\gamma$ 関係( $\alpha=0$ )

図-11 パラメータ更新  
(実応力空間)



(c)  $\eta-\gamma$ 関係( $\alpha=1$ )

図-12 パラメータ更新  
(修正応力空間)



(c)  $\eta-\gamma$ 関係( $\alpha=0.999$ )

図-13 パラメータ更新  
(式(31),  $\alpha=0.999$ )

図-13(a),(b),(c)は、式(31)において、 $\alpha=0.999$ としたときの有効応力経路 $q-p'$ 関係、 $q-\gamma$ 関係、 $\eta-\gamma$ 関係を示している。変形の初期においては、修正応力空間での挙動に類似し、変形の後期において、実応力空間でのパラメータの更新の挙動に類似している。

以上の計算結果のみで、修正応力法の適用性や正当性を議論することはできない。特に、せん断初期の挙動には、

弱い方向に荷重されたときのほうが初期の立ち上がり急であり、高い応力比を与えるなど実験事実と異なる挙動が見られており、今後詳細な検討が必要であることを示唆する計算結果となっている。しかし、LDモデルに対して、修正応力法により異方性を示す材料への拡張の可能性は示唆できたものとする。

## 6. まとめ

密度・有効拘束圧依存性を表現するLi and Dafalias (2000) モデルに対して、様々な経路における応力・ひずみ関係挙動を調べた。特に、これらの依存性を表現する上で中心的な役割を果たしている状態変数(内部変数)のそれぞれの経路での変化について考察した。便宜的な安定性の観点からの検討も行った。検討したものは3軸圧縮試験に限定されているが、側圧一定排水3軸圧縮試験、側圧一定非排水3軸圧縮試験以外に、ひずみ増分比一定試験、せん断応力一定・強制体積変化経路など特殊な経路についても検討した。Li and Dafalias モデルは、このような経路での特徴的な挙動を十分に表現するものであった。本研究で用いた材料パラメータは、拘束圧1000 kPa 程度の挙動再現に最も適したものであり、拘束圧200 kPa を標準とした本研究での計算結果は、同じ密度の実験結果と比較するとピーク強度が高く、正のダイレイタンスーが出やすい計算結果となっている。しかし、このことは大きな問題ではなく、表-1 に示すパラメータの値を調整することで比較的簡便に、より適切な応答を求めることができる。

本研究では、等方硬化モデルであるLi and Dafalias モデルに修正応力法を用いて、初期異方性の導入を行った。状態変数、せん断弾性剛性、塑性係数、ダイレイタンスー係数の更新を修正応力空間あるいは実応力空間で行うことにより、多様な挙動を表現する可能性を示した。

本研究で得られた結果を箇条書きに示す。

1. 3軸圧縮経路、体積一定経路の基本的経路の挙動を再現するばかりでなく、本論文で検討した特殊な载荷条件であるひずみ増分比一定( $\theta$ 一定)経路における挙動およびせん断応力一定・体積膨張(間隙水流入時に相当する)の基本的挙動を表現できる。
2. 様々な経路における応力・ひずみ関係、有効応力経路、さらに便宜的な安定性の条件において、密度・有効拘束圧依存性を表現する状態変数 $\psi$ の変化を詳細に検討し、状態変数 $\psi$ が重要な役割を果たすことを示した。
3. 等方硬化モデルであるLi and Dafalias (2000)モデルに初期異方性の影響を取り込むために、修正応力法を用いた。その際、状態変数、せん断弾性剛性、塑性係数、ダイレイタンスー係数の更新を実応力でおこなうか、修正応力で行うかによって、多様な挙動を再現する可能性が示唆された。

ここで検討したモデルは、3軸圧縮試験に限定したものであるが、状態変数を利用するこの基本的モデルはさらに拡張されている。砂のような粒状体の弾塑性モデルとして

備えるべき基本的特性はほとんど含まれていると考えることができる。砂の弾塑性モデルとしてきわめて有望なモデルであると判断でき、定式化の物性的背景および様々な経路における挙動の妥当性について、検証作業を進めていきたいと考えている。

## 謝辞

本研究の一部は、科学研究費(課題番号:19560495)の補助を受けて行った。数値計算の実行およびデータの処理については、東北学院大学の久住雅敏、千葉智徳両君の助力を得た。記して感謝の意を表す。

## 参考文献

- 1) Li, X.L. and Dafalias, Y.F.: Dilatancy for cohesionless soil, *Geotechnique*, Vol.50, No.4, pp.449-460, 2000
- 2) Been, K. and Jefferis, M.G.: A state parameter for sands, *Geotechnique*, Vol.35, No.2, pp.99-112, 1985
- 3) 星川拓哉, 中井照夫, 檜尾正也: 密度および拘束応力の変化を考慮した砂の構成モデル, *土木学会論文集*, 第596号, pp.153-162, 1998
- 4) Wan, R.G. and Guo, P.J.: A pressure and density dependent dilatancy model for granular materials, *Soils and Foundations*, Vol.39, No.4, pp.1-11, 1999
- 5) Li, X.L.: A sand model with state-dependent dilatancy, *Geotechnique*, Vol.52, No.3, pp.173-186, 2002
- 6) Li, X.L. and Dafalias, Y.F.: A constitutive framework for anisotropic sand including non-proportional loading, *Geotechnique*, Vol.54, No.1, pp.41-55, 2004
- 7) Vardoulakis, I. and Sulem, J.: *Bifurcation analysis in geomechanics*, Blackie Academic & Professional, 1995
- 8) Guo, P. and Su, X.: Effect of dilatancy on instability, pre-instability strain softening of sand along proportional strain paths, *Soils and Foundations*, Vol. 47, No.4, pp.757-770, 2007
- 9) 飛田善雄: 非対称性を示す速度型構成モデルの安定性の条件, *土木学会, 構造工学論文集*, Vol.42A, pp.297-306, 1995
- 10) Tobita, Y. and Yanagisawa, E.: Modified stress tensors for anisotropic behavior of granular materials, *Soils and Foundations*, Vol.32, No.1, pp.85-99, 1992
- 11) 飛田善雄, 山口晶, 藤井伸晃, 金原瑞男: 工学材料の異方的挙動の簡易な表現方法: 修正応力法の地盤材料への適用, *土木学会, 応用力学論文集*, Vol.6, pp.407-418, 2003

(2008年4月14日 受付)