

中空ねじり試験機を用いた豊浦砂の変形特性に関する研究

Study on deformation characteristics of Toyoura sand by using hollow cylinder apparatus

大川 広*・桑野 二郎**・日下部 治***・太田 秀樹****
Hiroshi OHKAWA, Jiro KUWANNO, Osamu KUSAKABE and Hideki OHTA

- * 博士課程 東京工業大学, 大学院理工学研究科 土木工学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山2丁目)
- ** 工博 埼玉大学教授, 地圏科学研究センター (〒338-8570 埼玉県さいたま市桜区下大久保255)
- *** 工博 東京工業大学教授, 大学院理工学研究科 土木工学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山2丁目)
- **** 工博 東京工業大学教授, 大学院理工学研究科 国際開発工学専攻 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山2丁目)

A series of stress probe tests on Toyoura Sand is fully described in this paper after introducing preliminary works related to (i) the measuring system of the volume change of the specimens, (ii) creep behaviour of sandy specimens and (iii) effect of the slight scattering of initial void ratio of the specimens on the test results obtained from a hollow cylinder apparatus designed for testing sand. The tests results are interpreted based on the concept proposed by Jardine (1985 & 1992) who introduced three yield surfaces representing the boundary of linearly elastic behaviour, nonlinear elastic range and elasto-plastic range. Ten series of stress probe tests in ten different range of stress area in the stress space gives a clear evidence of the isotropic hardening (proportional expansion of yield surfaces) induced by anisotropic repeated loadings.

Key Words: Toyoura sand, torsional shear, yield surface, isotropic hardening
キーワード: 豊浦砂, ねじりせん断, 降伏曲面, 等方硬化

1. はじめに

土の変形挙動を予測するため, 古くから数多くの構成モデルが提案され, 近年では複雑化の一途をたどっている. 構成モデルのパラメータには, 室内試験や原位試験によって得られた物理係数から決定されるものと, 個々の実験データにフィッティングして求めるものがある. フィッティングパラメータには物理的意味が乏しいものが多く, 実現象との関連性を見出すのが難しい. 本論文では, このような現状を踏まえ, より高精度な構成モデルを構築していくうえで基礎となるデータを集めるべく, 砂の変形挙動を詳細に調べることを目的として行った一連の実験についてまとめた.

砂の構成モデルは一般的に, 応力ひずみ関係の大きく湾曲する部分を降伏と呼び, それ以前のひずみ領域では弾性体, それ以後では塑性体として考える. 砂の降伏に関する研究は, Poorooshasbら¹⁾²⁾, Bardenら³⁾などによって降伏曲線の存在が実験的に確認されたことを先駆けとして, 西ら⁴⁾あるいは Vermeer⁵⁾の圧密に伴う降伏を表現するモデルの提案, 龍岡ら⁶⁾の圧密変形とせん断変形による連成効果を考慮した降伏曲線の実験的検討と考察, 石原ら⁷⁾や谷本ら⁸⁾⁹⁾などの比較的低い応力レベルでの降伏特性の検討, 三浦ら¹⁰⁾¹¹⁾などの粒子破碎が顕著に生じるような高い応力レベルでの降伏特性の検討, そして, これらを総合して低応力レ

ベルから高応力レベルまでの降伏特性をまとめた村田ら¹²⁾, 安福ら¹³⁾などがある.

これら降伏モデルにおいては, 降伏面内部の挙動を線形弾性で仮定される場合が多かったが, 実際の砂は複雑な挙動を示し, Jardine¹⁴⁾¹⁵⁾¹⁶⁾, Porovic¹⁷⁾, Zdravkovic¹⁸⁾, Kuwano¹⁹⁾などによって, この降伏面内について詳しく調べられるようになった. Mroz²⁰⁾および Iwan²¹⁾は, このような複雑な挙動を表現する手法として複数の降伏曲面の集合を用いる理論を提案しており, 以後, この概念が広く用いられている. Al-Tabbaaら²²⁾はカムクレイタイプのモデルを拡張させ, Simpson²³⁾はせん断剛性とひずみの関係の曲線モデルを提案してひずみ増分から応力増分の算出を行った. また, Jardine¹⁴⁾¹⁵⁾は粘土を用いた実験から得られた応力とひずみの関係をもとに, 単純な楕円形状の多重降伏曲面モデルを提案した.

本研究では, 微小ひずみ領域から大ひずみ領域までの広範な範囲で砂の変形挙動を追うことを目的としており, Jardine¹⁴⁾¹⁵⁾のといった方法を参考に実験結果をまとめた.

2. 研究の流れ

2.1. 中空ねじり試験機と装置の改良

本研究では, 中空ねじり試験機 (図-1) を用いて, 豊浦砂を対

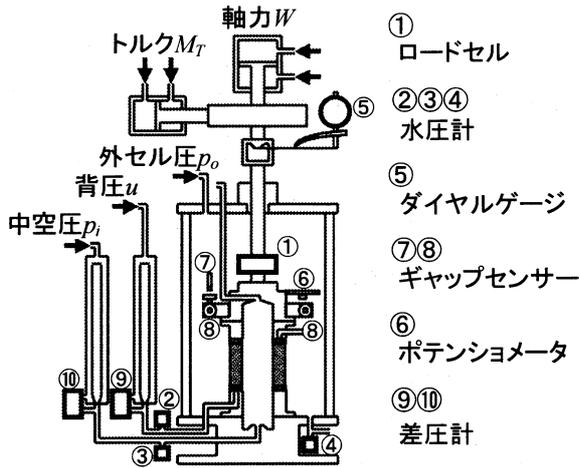


図-1 中空ねじり試験機の概要 (改良前)

象に試験を行った。供試体寸法は、外径 100mm, 内径 60mm, 高さ 100mm を用いた。試験法は, JGS 0550-1998, JGS 0551-1998, JGS 0543-2000 に準拠し, それぞれ, “土のねじりせん断試験用中空円筒供試体の作製・設置方法”, “土の円筒供試体によるねじりせん断試験方法”, “土の変形特性を求めるとの中空円筒供試体による繰返しねじりせん断試験方法”である²⁴⁾。本研究で用いた中空ねじり試験機はパーソナルコンピュータにより自動制御されている。この自動制御プログラムおよび計測システム全般は, Hight ら²⁵⁾ による中空円筒供試体内の応力およびひずみの不均一性に関する検討, 澁谷²⁶⁾ の行った中空円筒供試体に作用する 4 つの応力成分の自動制御, Pradhan ら²⁷⁾ の平面ひずみ条件を保持しながらせん断を行う自動制御, 等を参考に中村²⁸⁾ によって構築された。なお, 内径の変化は中空部の体積変化から求めている。図-2 に供試体に作用する外力の概念図と要素の応力状態を示し, 図-3 ではモールの応力円で表現した。表-1 には応力とひずみの計算式をまとめてある。

当初は, このようなシステムで試験を行っていたが, 図-4 ある

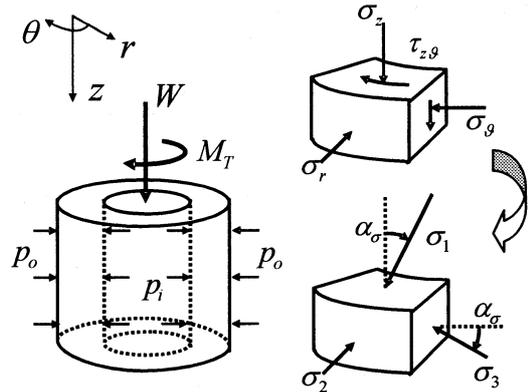


図-2 供試体に作用する外力と要素内

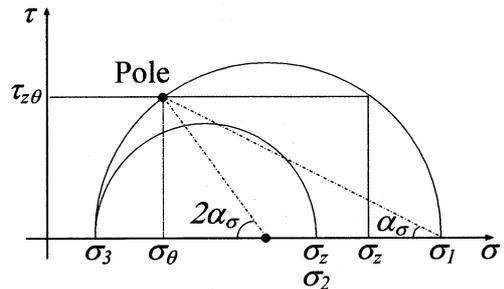


図-3 モールの応力円

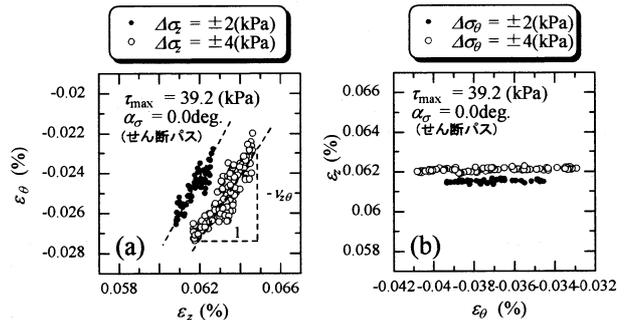


図-4 装置改良前のポアソン比 (a)鉛直载荷, (b)水平载荷

表-1 供試体の応力とひずみの計算

応力の計算 (要素内平均応力)		ひずみの計算 (要素内平均ひずみ)	
$\sigma_z = \frac{W}{\pi(r_o^2 - r_i^2)} + \frac{p_o r_o^2 - p_i r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} + \gamma' \frac{h}{2}$		$\varepsilon_z = \frac{h}{h_i} = \frac{h_i - \Delta h}{h_i}$	
$\sigma_r = \frac{r_o p_o + r_i p_i}{r_o + r_i}$	$\sigma_\theta = \frac{r_o p_o - r_i p_i}{r_o - r_i}$	$\varepsilon_r = -\frac{(r_o - r_{oi}) - (r_i - r_{ii})}{r_{oi} - r_{ii}}$	$\varepsilon_\theta = \frac{(r_o - r_{oi}) + (r_i - r_{ii})}{r_{oi} + r_{ii}}$
$\tau_{z\theta} = \frac{1}{2}(\tau_{z\theta}^e + \tau_{z\theta}^p)$		$\gamma_{z\theta} = \frac{2\theta(r_{oi}^3 - r_{ii}^3)}{3h_i(r_{oi}^2 - r_{ii}^2)}$	
ここに,		ここに,	
$\tau_{z\theta}^e = \frac{4M_T(r_o^3 - r_i^3)}{3\pi(r_o^4 - r_i^4)(r_o^2 - r_i^2)}$	$\tau_{z\theta}^p = \frac{3M_T}{2\pi(r_o^3 - r_i^3)}$	$r_{ii} = \sqrt{\frac{1}{h} \left(r_{oi}^2 h_i - \frac{\Delta V_i}{\pi} \right)}$	$r_{oi} = \sqrt{\frac{1}{h} \left(r_{oi}^2 h_i - \frac{\Delta V_i + \Delta V_s}{\pi} \right)}$
γ' : 有効単位体積重量	σ_θ : 円周方向応力	r_{oi} : 供試体初期外半径	$\gamma_{z\theta}$: ねじりせん断ひずみ
W : 軸力	$\tau_{z\theta}$: ねじりせん断応力	Δh : 供試体鉛直変位	r_i : 供試体内半径
M_T : トルク	$\tau_{z\theta}^e$: 供試体を線形弾性体とした場合の $\tau_{z\theta}$	ΔV_i : 中空部の体積変化	r_o : 供試体外半径
p_i : 中空圧 (内セル圧)	$\tau_{z\theta}^p$: 供試体を完全塑性体とした場合の $\tau_{z\theta}$	ΔV_s : 供試体の体積変化	σ_1, ε_1 : 最大主応力, ひずみ
p_o : 外セル圧	h, θ : 供試体高さ, ねじり回転角	ε_z : 鉛直方向ひずみ	σ_2, ε_2 : 中間主応力, ひずみ
σ_z : 鉛直方向応力	h_i : 供試体初期高さ	ε_r : 半径方向ひずみ	σ_3, ε_3 : 最小主応力, ひずみ
σ_r : 半径方向応力	r_{ii} : 供試体初期内半径	ε_θ : 円周方向ひずみ	α_σ : 主応力角

いは図5のような試験結果（試験手順は図12～図15と同様）を得るに至り、その原因の究明と装置の改良が行われた^{29),30)}。図4は、ある応力状態における微小繰返し载荷試験によって得られたポアソン比である。(a)の鉛直方向载荷ではポアソン比がマイナスであり、(b)の水平方向载荷ではポアソン比がほぼ0である。この主な原因は、供試体および中空部の体積変化測定に差圧計（二重管ビュレット）を用いていることであると考えられた。これは、微小繰返し载荷試験中の体積変化はごく微小であり、ビュレット内の水位変化が数ミリ程度でしかないこと、载荷・除荷による排水・吸水の際の水面形が異なることなどが観察されたからである。一方、図5は主応力角を変えて単調にせん断した結果を示している。主応力角の違いによるせん断強度の異方性が観察されるが、 $\alpha_\sigma = 0^\circ$ の場合に極端に大きな値を示している。これは、供試体の外径が100mmであるのに対し、高さも100mmであることから、端面拘束の影響を受けていたと考えられる。

以上から、本装置の改良として、(1)供試体および中空部の排水量測定を差圧計から高精度電子天秤に変更、(2)キャップとペダスタルの形状を変えて中空部上下端での体積誤差の低減、(3)供試体高さを100mmから200mm（使用している载荷フレームに収まる限界）へ変更、を行った。変更後の試験機とそのシステムの概要を図6に示す。電子天秤は圧力セルの中に設置され、中空圧 p_i および背圧 u をこの圧力セルを介して供試体に作用させた。なお、電子天秤上のピーカーにはあらかじめ脱気水を数十グラム入れておき、排水・吸水量は初期値からの差として計測した。また、ピーカー表面で空気と脱気水が接するため、空気の脱気水への溶解と脱気水の蒸発を防ぐ目的で脱気水表面をオリーブオイルで覆った。

図7および図8に、新システムで測定した微小繰返し载荷試験時のポアソン比と単調せん断試験の結果を示す。ポアソン比は、鉛直方向载荷および水平方向载荷ともにおおよそ同じ値を得、値そのものも一般的に言われている豊浦砂のそれに近い。また、せん断強度については、 $\alpha_\sigma = 0^\circ$ の試験結果が大幅に変わった。供試体サイズを大きくすることにより、供試体上・下端面の拘束が緩和されたといえる。ポアソン比の結果からも、供試体サイズの大型化は、供試体の不均一性を低減させ、相対的な測定精度の向上にもなることが確認できる。以降に示す試験データは、この新しいシステムで得られたものである。

2. 2. 主な補正および誤差の検討について

まず、体積変化測定の補正として、圧力変化によるメンブレンペネトレーションおよびメンブレンコンプレッション（セル圧の変化に伴うメンブレンの圧縮）の評価・検討が行われた^{28)~35)}。メンブレンペネトレーションについては、大きく分けて、Molenkampら³⁶⁾やAliら³⁷⁾などの理論的な評価法とVaidら³⁸⁾などの実験的方法があるが、本研究では実験的方法をとった。その際には、El-Sohbyら³⁹⁾が示した「等方除荷時の砂の挙動は等方弾性的である」という報告と、時松ら^{40),41)}による指摘（メンブレン貫入による供試体の排水条件の変化など）を参考に実験結果をまとめ、補正を行った。図9に有効拘束圧 σ'_c と単位面積当た

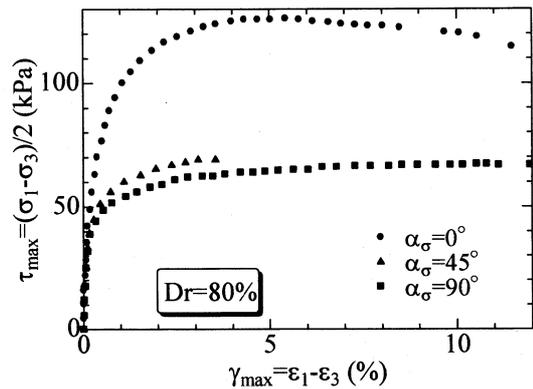


図5 単調せん断試験（旧装置）

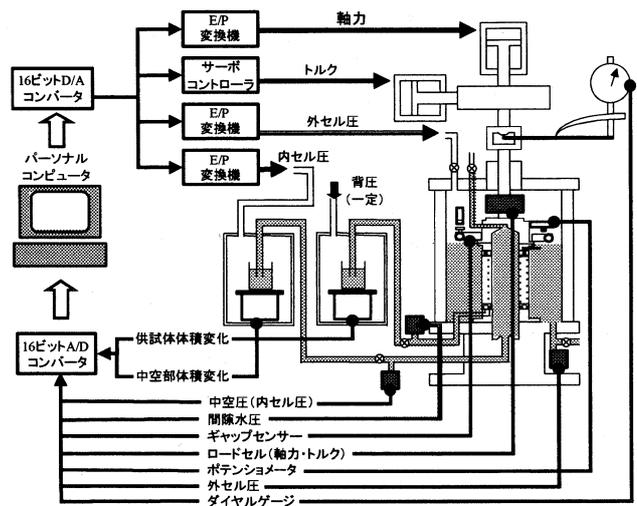


図6 中空ねじり試験機とシステムの概要（改良後）

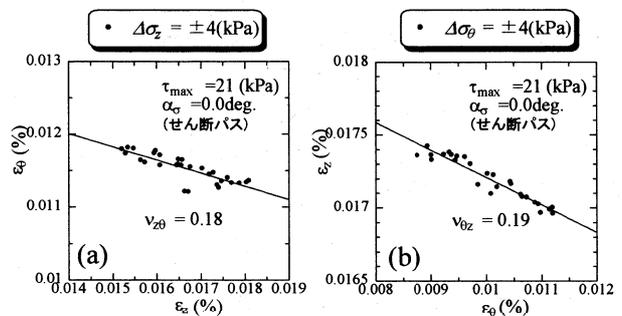


図7 装置改良後のポアソン比 (a)鉛直载荷, (b)水平载荷

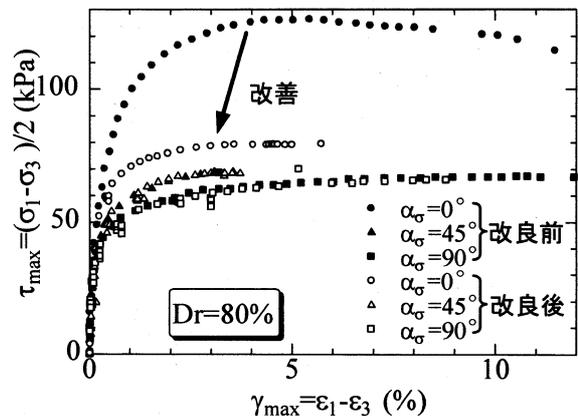


図8 単調せん断試験の新旧比較

りのメンブレン貫入量 v_m の関係を示す。この図から、有効拘束圧の対数とメンブレン貫入量は比例することが分かる。メンブレンコンプレッション（中空部の体積変化に影響）に関しては、鉄パイプなどの滑らかで剛なダミー供試体を用いて、メンブレンペネトレーションの影響を除いたうえで、内セル圧 p_i を変化させることで検討した。図-10には、内セル圧 p_i と（中空部の）体積変化 ΔV の関係を示すが、内セル圧と体積変化は比例している。このようにして得られた比例定数を制御プログラムに入力し、リアルタイム計測を可能にしている。なお、体積変化に用いている電子天秤には圧力依存性が若干見られたが、この影響は図-10中に含まれている^{29),30)}。図-11は、補正の有無による等方繰返し圧縮を行った際の半径方向ひずみ ϵ_r と円周方向ひずみ ϵ_θ の比較である。供試体が理想的に直交異方性を有するとすれば、水平面内では等方的だと考えられるが、補正の有無によらず大きな差が見られる。これは、空中落下法でモールド内に砂を堆積させる場合、モールド壁面近傍では多少緩くなる⁴²⁾ことから、特に圧縮初期において半径方向のひずみ ϵ_r が大きくなったためだと考えられる。ただし、圧縮を繰返し行くと供試体の一様性が増し、さらに、補正を行った方のひずみ同士は拘束圧に対する傾きがほぼ同程度となる。一方で、補正前のものはまだ傾きに差が残る結果となった。

鉛直ひずみやねじりせん断ひずみの測定にはベディングエラーが含まれ、局所変位計の使用などによって改善される（後藤ら⁴³⁾など）。しかし、本研究ではキャップに取り付けたギャップセンサーで測定している。この測定の誤差の検討については、局所変位計やバンダーエレメントを装着した供試体で三軸試験装置を用いて別途試験し、その試験結果との比較などから行われた。結果、本装置は 10^{-5} のひずみレベルまで信頼性を確保できていることが確認された^{28),44)}。この微小ひずみまで測定できる性能は、微小繰返し载荷試験から供試体の剛性を求めるのに有効である。このほか、龍岡ら⁴⁵⁾が行ったメンブレンの張力による応力の補正も同時に行っている。

2. 3. 砂のクリープについて

砂のクリープについては粘土に比べて非常に小さく、ゆえに研究の歴史が浅いといわれているが、村山ら^{46),47)}によって、ばねモデルを用いたクリープ挙動の定式化が行われ、実験データとの整合性の検討が行われた。その後、Chowら⁴⁸⁾が砂質地盤に打設された杭の支持力が長期にわたって上昇を続けるという報告をするなど、砂のクリープ挙動を扱うことが増えてきている。

本研究では、様々な応力状態で微小繰返し载荷試験を行って豊浦砂の変形係数を求めようとしたが、目標とする応力状態に至ってすぐに微小繰返し载荷試験を行うと図-12 (a)のようにクリープひずみが生じ、変形係数を適切に求められないことが分かった。これはせん断応力が破壊に近いほど顕著であった。そこで、(b)のように目標応力状態に至ったのち応力状態を保って数時間放置させ、十分クリープさせてから微小繰返し载荷試験を行うこととした。

クリープおよび微小繰返し载荷試験は、豊浦砂の供試体を目標相対密度 $D_r=80\%$ および 50% で作製し、平均有効主応力 $p' =$

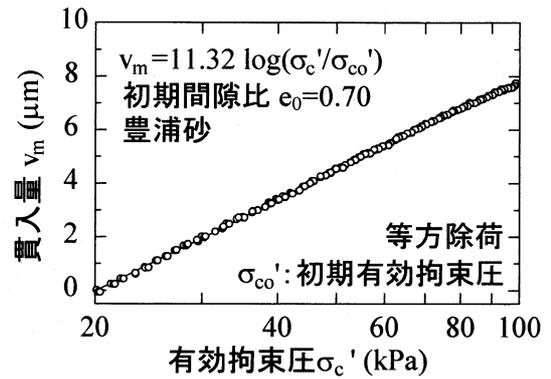


図-9 メンブレンペネトレーション

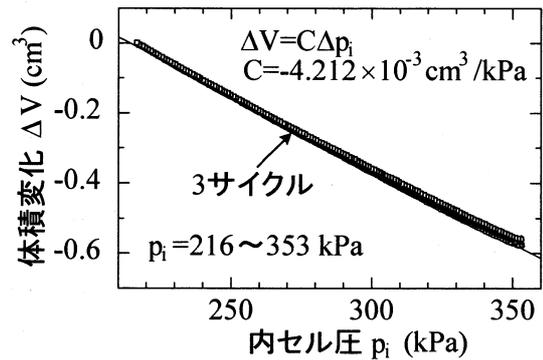


図-10 メンブレンコンプレッション

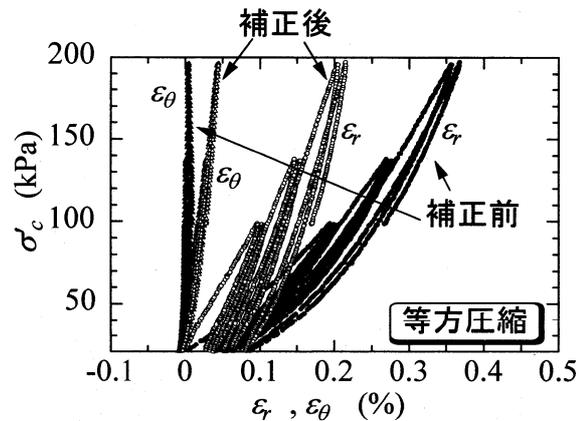


図-11 補正の有無による有効拘束圧とひずみの関係

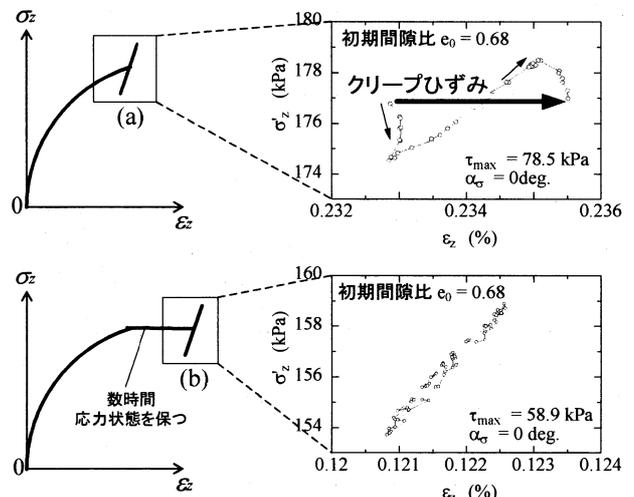


図-12 クリープと微小繰返し载荷試験

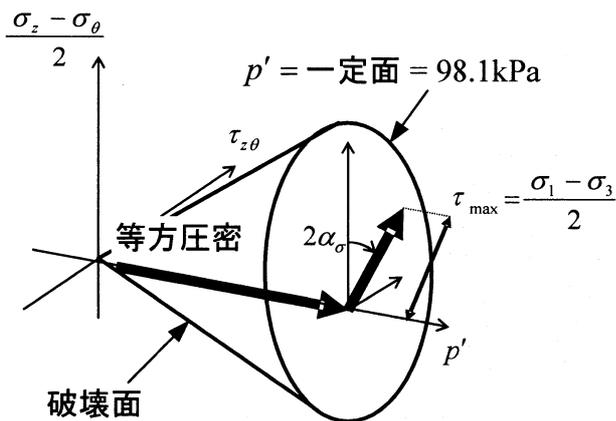


図-13 応力パス (等方圧密 ~ p' 一定せん断)

98.1kPa まで等方圧密した後、中間主応力係数 $b = 0.5$ 、主応力角 $\alpha_\sigma = 0^\circ, 45^\circ$ あるいは 90° に保ち、 $p' = 98.1\text{kPa}$ の一定面上でせん断する過程で数回行った (図-13 および図-14)。図-15 には、与える応力パスの時間経過との関係を模式的に表した。

Feda⁴⁹⁾ は、反応速度論を援用したクリープによるひずみ速度の定式化を研究しており、本研究で得られた結果もそれに倣ってまとめられた^{28)~30), 32), 50), 51)}。それによると、単位時間当たりの変形量の平均を最大せん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}_{\max}$ とし、

$$\log \dot{\gamma}_{\max} = m + n \log \frac{t}{t_r} \quad (1)$$

と定式化される。ここで、 t は経過時間、 t_r は基準時間であり、 $t_r = 1\text{min}$ としている。また、(1)式中の定数 m および n は、以下のよう

$$m = a_1 + b_1 \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max f}} \quad (2)$$

$$n = a_2 + b_2 \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max f}} \quad (3)$$

ここで、 a_1, a_2, b_1, b_2 は定数、 $\tau_{\max f}$ は最大せん断応力に関する基準応力であり、本研究では個々の応力経路によって得られた破壊時の最大せん断応力 $\tau_{\max f}$ を用いた。

図-16 に、 $D_r = 50\%$ 、 $\alpha_\sigma = 45^\circ$ の場合の結果を両対数グラフで示す。このグラフから、確かに(1)式の有用性がうかがえる。また、せん断応力が破壊に近いほど大きなせん断ひずみを生じることが分かる。このグラフにおいて、 $t = 1\text{min}$ の時の $\log \dot{\gamma}$ の値が m であり、各々の結果を両対数で比例関係になるとした場合のグラフの傾きが n である。他の試験結果についても図-16 と同様の結果が得られたため、各々の結果に対して最小二乗法を用いて近似直線を求め、その $t = 1\text{min}$ の時の値と直線の傾きをそれぞれ求めた。すべての試験に対する結果をせん断応力比 $\tau_{\max} / \tau_{\max f}$ に対してまとめたものが図-17 である。図から、 m および n のいずれの場合も相対密度や主応力角に依存しないことが分かり、 n についてはせん断応力比にも依存しないことが分かる。以上から、 m および n はそれぞれ

$$m = -8.78 + 5.76 \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max f}} \quad (4)$$

$$n = -0.72 \quad (5)$$

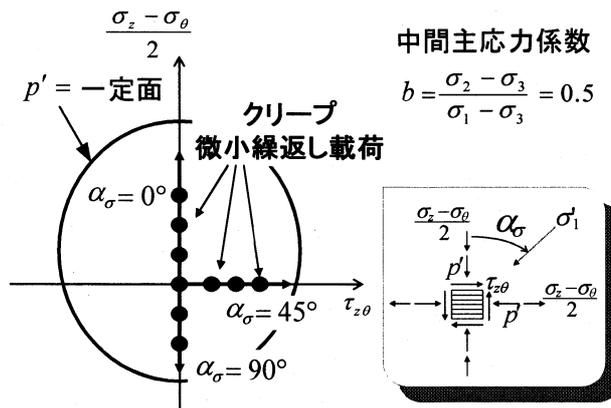


図-14 クリープおよび微小繰返し載荷試験 (p' 一定面上)

A $p' = \text{一定} = 98.1 \text{ kPa}$, $\alpha_\sigma = \text{一定} = 0, 45, 90 \text{ deg.}$
 $b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} = \text{一定} = 0.5$ で、せん断応力を増加

B クリープ

C $\pm \Delta \sigma_z, \pm \Delta \sigma_\theta, \pm \Delta \tau_{z\theta}$ の微小繰返し載荷試験

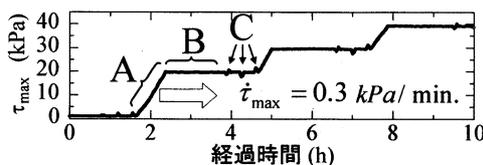


図-15 応力パスの概念図

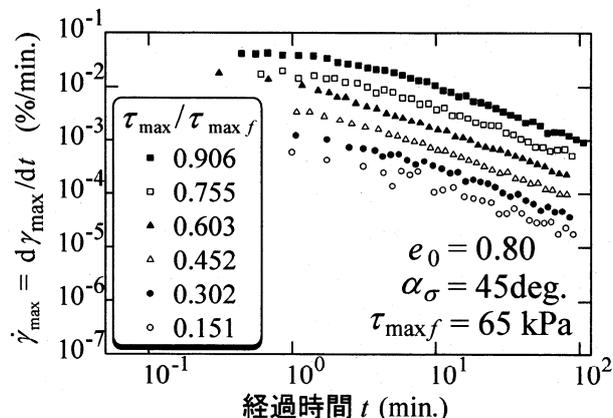


図-16 クリープひずみ速度と経過時間の関係^{32), 50)}に加筆修正

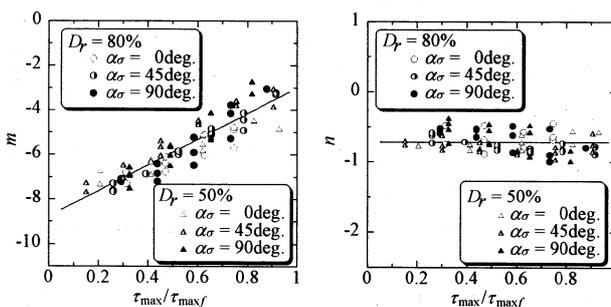


図-17 せん断応力比 $\tau_{\max} / \tau_{\max f}$ に対する m および n の関係^{50), 51)}

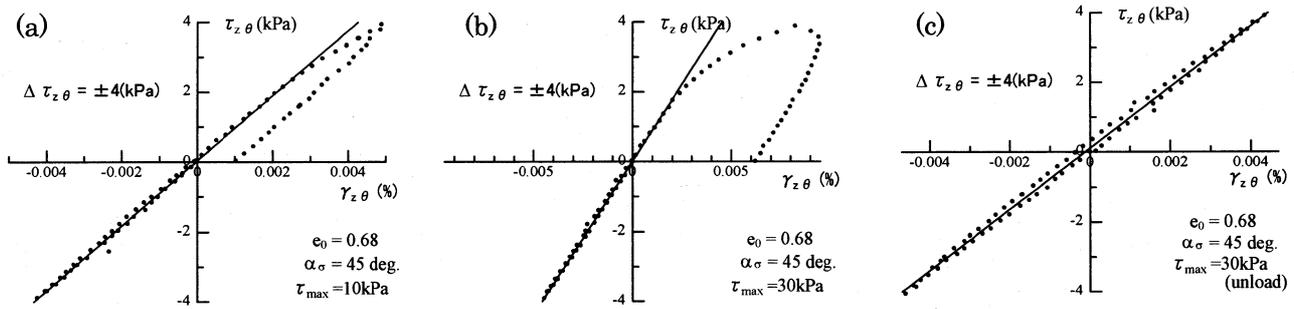


図-18 弾性係数の決定 (せん断弾性係数)

を得る。現在に至るまでに図-14 で示した以外の応力パス (p' 一定面内) についてもクリープ実験を行っており、今回示したものとほぼ同様の結果を示している (29, 30, 52, 53)。また仲田⁵²⁾は、同じ実験結果を用いたうえで、 $\tau_{max,r}$ として $\tau_{max,f}$ のかわりに $\tau_{max,y}$ を用いると m および n のばらつきが少なくなるという報告をしている。 $\tau_{max,y}$ は降伏時の τ_{max} であるが、降伏の定義が難しいという欠点もあるため、今後さらなる検討が必要である。以上より、クリープについては、相対密度および主応力角に依存せず、 n, a, b をそれぞれ実験から求まる定数として以下の式で表現できるという結論を得た。

$$\dot{\gamma}_{max} = \left(\frac{t}{t_r} \right)^n \exp \left(a + b \frac{\tau_{max}}{\tau_{max,r}} \right) \quad (6)$$

2. 4. 砂の微小繰返し载荷試験と変形係数特性について

砂の変形係数に関する研究は数多く存在している。豊浦砂についても、その応力依存性などがよく調べられている (例えば、太田ら⁵⁴⁾、深川ら⁵⁵⁻⁵⁷⁾など)。龍岡ら⁵⁸⁾などは種々の実験から地盤材料の可逆的な弾性限界は0.001%以下だと述べた。Benedettoら⁵⁹⁾は地盤材料の弾性特性を検討するにあたりひずみ速度の影響を考慮し、0.001%程度のひずみレベルでもエネルギー消散が観察されることなどから、「弾性」ではなく「線形(厳密には線形でもない)」とすることを提案し、さらにこの0.001%以下のひずみレベルを「疑似線形領域」と呼んだ。そのほか、三軸試験装置内でベンダーエレメントを用いて調べている代表的なものにViggianiら⁶⁰⁾、Bellottiら⁶¹⁾がある。特にBellottiら⁶¹⁾は異方性を考慮した変形係数の応力依存性について述べており、ある方向の弾性係数はその伝播方向や粒子の移動方向と直交する応力成分には依存しないと結果を得ている。また、Hoqueら⁶²⁾、Jiangら⁶³⁾などが大型立方体供試体を用いて砂の異方性を考慮した変形係数の応力依存性を調べる一方、木幡ら⁶⁴⁾は砂礫土を用いて変形係数の応力誘導異方性について調べている。これらの結果も、Bellottiら⁶¹⁾と同様の結論を得ている。さらに、Hoqueら⁶⁵⁾などによって各方向の弾性係数がその方向の直応力の指数関数で表わされることが経験的に示され、ねじりせん断剛性についてはねじりせん断応力に影響し、せん断面の面外方向直応力には依存しないことがRoesler⁶⁶⁾などによって報告されている。

本研究での微小繰返し载荷試験では、与えた応力片振幅に対し

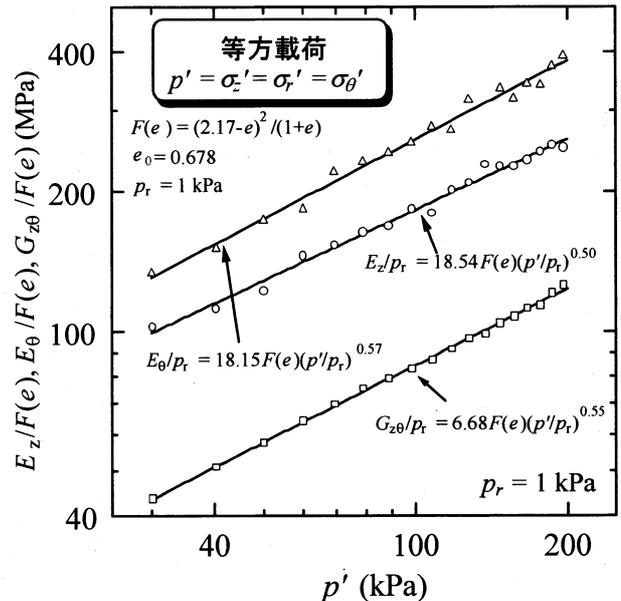


図-19 等方応力状態における変形係数の応力依存性⁴⁴⁾に加筆修正

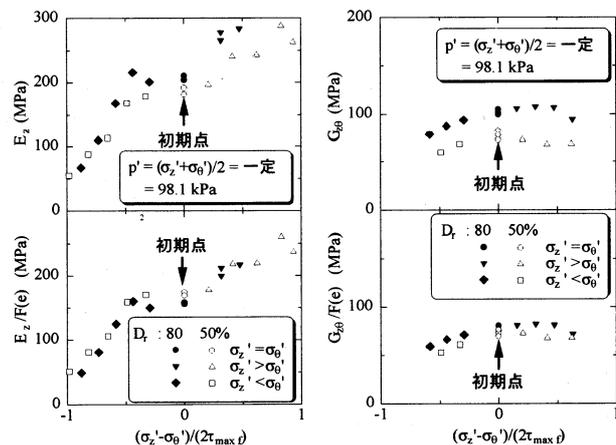


図-20 $F(e)$ の有用性の検証とせん断による変形係数の変化

て生じるひずみが 10^{-5} 程度である²⁸⁾ことから、生じたひずみは弾性的であるとして結果の整理を行っている。図-18に微小繰返し载荷試験の結果のうち典型的なものを示した。一般的には、(a) および(b)のように载荷域で塑性ひずみが生じ、応力状態が初期の値に戻ってもループが閉じない。この場合は除荷域のみに最小二乗法を用いて弾性係数を決定した。また、(c)のようにループが閉じる場合は、そのすべてについて最小二乗法を用いて弾性係数を

決定した(このように求めた弾性係数は一般的に等価弾性係数と呼ばれ、 $E_{z\theta}$ などと表すが、本論文では eq は明示しない)。

供試体は空中落下法で作製しているため、ほぼ直交異方性を有していると考えられる。本研究のせん断条件は、平均有効主応力 $p' = 98.1 \text{ kPa} = \text{一定}$ 、および、中間主応力係数 $b = 0.5 = \text{一定}$ である。したがって、半径方向応力の変化はなく、 $\Delta\sigma_r = 0$ であることを考慮すれば、円筒座標系での Hooke の法則から、

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\varepsilon_\theta \\ \Delta\gamma_{z\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_z & -\nu_{\theta z}/E_\theta & 0 \\ -\nu_{z\theta}/E_z & 1/E_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{z\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\sigma'_z \\ \Delta\sigma'_\theta \\ \Delta\tau_{z\theta} \end{bmatrix} \quad (7)$$

である。本研究では、式(7)のマトリクスの対角成分 $E_z, E_\theta, G_{z\theta}$ (鉛直方向剛性、円周方向剛性、ねじりせん断剛性) に着目した。

図-19 は、本研究と関連して Chaudhary ら⁴⁴⁾ が行った等方載荷時の変形係数の応力依存性を示したものである。両対数グラフにおいてよい線形関係を示すことが分かる。なお、 $F(e)$ は試験ごとの間隙比の影響を取り除く関数であり、Hardine ら⁶⁷⁾ によって提案された。このほか、國生ら⁶⁸⁾ などによっても同趣旨の関数が提案されているが、豊浦砂に対しては Hardine ら⁶⁷⁾ の提案した関数を用いるのがよいと岩崎ら⁶⁹⁾ は述べている。実際、図-20 では初期相対密度 $Dr = 50\%$ および 80% の供試体で得られた E_z および $G_{z\theta}$ を示しているが、 $F(e)$ で除すことでほぼ同じ関係が得られ、有用性が確認できる。なお、 $F(e)$ は間隙比 e を用いて以下のように表わされる。

$$F(e) = \frac{(2.17 - e)^2}{1 + e} \quad (8)$$

図-19 では、等方応力状態にもかかわらず E_z と E_θ に大きな値の差がみられ、異方性が確認できる。本研究の結果は $E_z < E_\theta$ であるが、この傾向は特に粘土によく見られる^{70)~72)}。砂に関しては、これと同様の結果⁶¹⁾ あるいは逆の結果^{19), 62)} と双方が報告されており、さらなる検討が必要といえよう。一方で、図-20 はせん断による変形係数の変化も表わしている。せん断により変形係数の減少あるいは増加がみられるが、等方応力状態と比較するため、図-21 に図-19 と図-20 を E_z についてあわせたものを示す。図中の直線は、図-19 で得られた E_z の近似直線である。また、せん断による体積収縮が生じている範囲も示してある。この図から、せん断初期の体積収縮領域 $\Delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) > 0$ では等方応力状態で得られる直線とほぼ一致し、さらにせん断が進むと大きく剛性が低下することが分かる³²⁾。 E_θ および $G_{z\theta}$ についても同様の傾向を観察することができる。せん断が進んだ場合の変形係数の評価については、大場³¹⁾ が最大せん断ひずみ γ_{\max} に着目することで定式化を試みている。このようにして任意の応力状態での変形係数を評価する手法は、次章で述べる豊浦砂の降伏挙動を考える際の塑性ひずみの算出に用いられる。

3. ストレスプローブ試験と豊浦砂の降伏特性

3.1. 試験手順

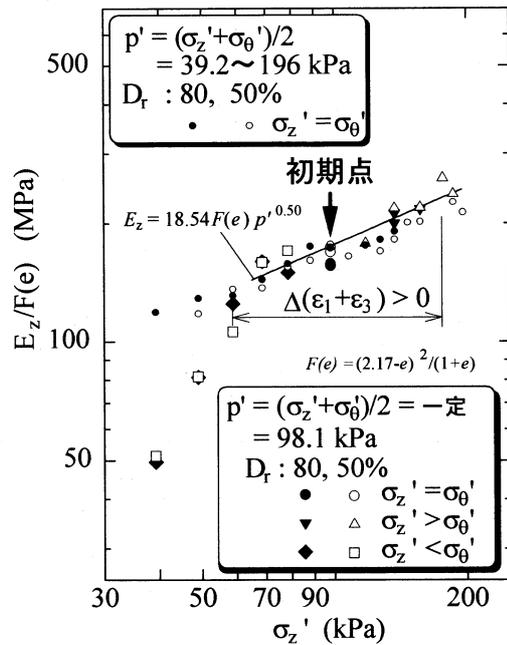


図-21 E_z の応力依存性^{32), 50)} に加味修正

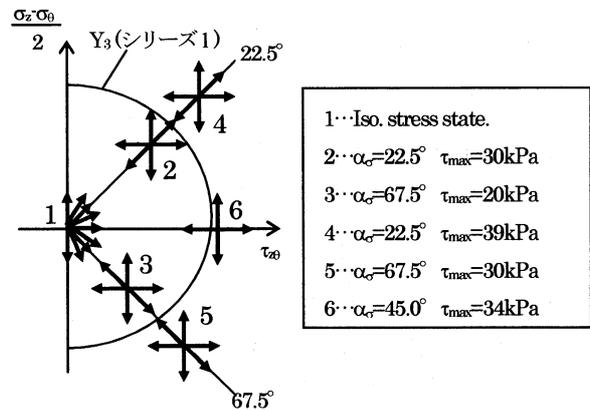


図-22 p' 一定面上でのせん断パス (シリーズ1~6)

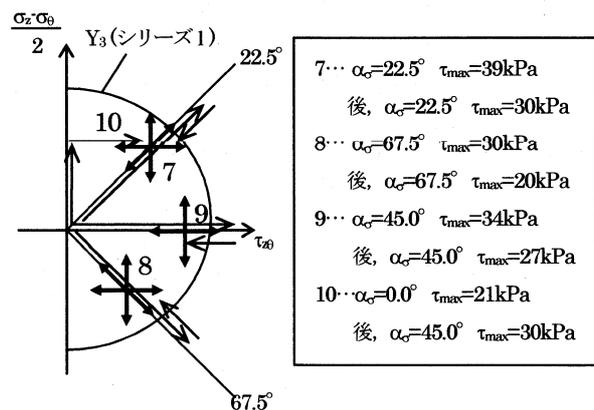


図-23 p' 一定面上でのせん断パス (シリーズ7~10)

豊浦砂の微小ひずみ領域から大ひずみ領域までの広範な範囲の変形挙動を追うためにストレスプローブ試験を行った。また、変形挙動に与えるせん断応力履歴の影響を調べるため、様々な異方応力状態を初期点とするストレスプローブ試験も行った。供試

体は、空中落下法により相対密度が約 80% となるように作製して二重負圧法により飽和させ、 $p' = 98.1 \text{ kPa}$ まで等方的に圧密し、排水条件下で p' 一定のせん断応力平面上で中間主応力係数 $b = 0.5$ を保ってせん断を行った (図-13 および図-14 と同様)。図-22 および図-23 は p' 一定面上でのせん断経路を示している。せん断は 10 のシリーズに分けて行われた。シリーズ 1 では、等方応力状態から 9 方向にストレスプローブ試験を行った。シリーズ 2, 4, 7 では $\alpha_\sigma = 22.5^\circ$ に沿ってあるせん断応力 τ_{\max} までせん断した後、6 方向にストレスプローブ試験を実施した。同様にシリーズ 3, 5, 8 では $\alpha_\sigma = 67.5^\circ$ に、シリーズ 6, 9 では $\alpha_\sigma = 45.0^\circ$ に沿って先行せん断を行った後にストレスプローブ試験 ($\alpha_\sigma = 45.0^\circ$ のみ 4 方向) を実施した。シリーズ 2, 3 はシリーズ 1 により得られた Y_3 曲面 (後に詳述) の内側、シリーズ 4, 5, 6 は外側、シリーズ 7, 8, 9 は一度外側までせん断し内側に戻るといったせん断履歴を与えている。シリーズ 10 は、ストレスプローブ試験前のせん断経路を複雑にしたものであり、途中で主応力方向を変えている。なお、これら一連のストレスプローブ試験に際しては、図-14 および図-15 と同様に応力状態がある程度変化するとにクリープさせて微小繰返し载荷を行った。これにより、前述 2.4. と同様に各応力状態での変形係数を求め、任意の応力状態での変形係数を算出できるようにした^{30), 31), 52), 53)}。

3. 2. 多重降伏曲面

一般に、土の挙動は降伏点の内側であっても非線形な挙動を示すことが多い。そこで Jardine^{14), 15)} は、従来の降伏曲面の内側に Y_1 および Y_2 という 2 つの副降伏曲面を導入し、複雑な土の非線形挙動を描写することを提案した。 Y_1 降伏曲面は応力ひずみ関係での線形限界を連ねた曲面であり、 Y_2 降伏曲面は塑性ひずみ増分が急激に発達し始める点を連ねた曲面である。従来からの広義の降伏曲面は Y_3 降伏曲面と定義する。このように 3 つの降伏曲面を定義すると、それぞれの降伏曲面で囲まれた 3 つの領域ができ、それぞれ内側の領域から、(I) 完全線形弾性体を示し非常に硬い材料とみなすことができる領域、(II) 非線形挙動ではあるものの可逆的な挙動を示す非線形弾性領域、(III) 非可逆ひずみが発達する領域、と特徴付けることができる (図-24)。

本研究では、以上のような考えを参考に試験結果の整理を行い、豊浦砂の降伏特性を考えることとした。

3. 3. 各降伏点の決定方法

ここでは、 Y_1 , Y_2 , Y_3 の各降伏点の決定方法について述べる。各シリーズのストレスプローブ初期点を現在応力点、つまり、応力およびひずみの原点として降伏点を求めた。図-25 は、ある応力パスでの微小ひずみ領域における応力ひずみ関係である。応力ひずみ関係は、せん断ひずみレベルでおよそ 0.002% までは線形であることが分かる。この線形が成り立つ限界の点を Y_1 降伏点と決定した。図-26 は、せん断応力 1 kPa あたりの全ひずみ増分 $d\gamma_{\max}$ とせん断ひずみ γ_{\max} の関係である。この図から、全ひずみ増分が急激に発達し始めている点を Y_2 降伏点とした。図-27 に塑性

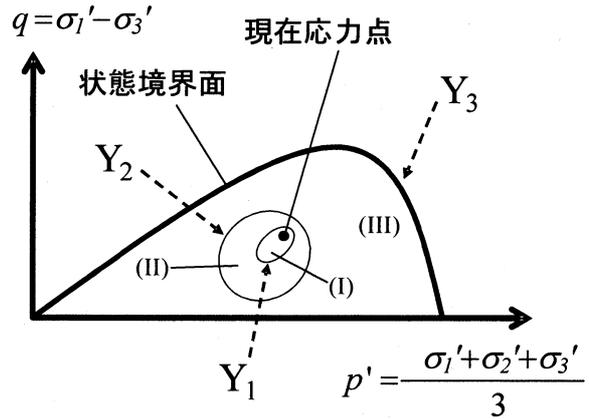


図-24 多重降伏曲面概念図^{14), 15)}

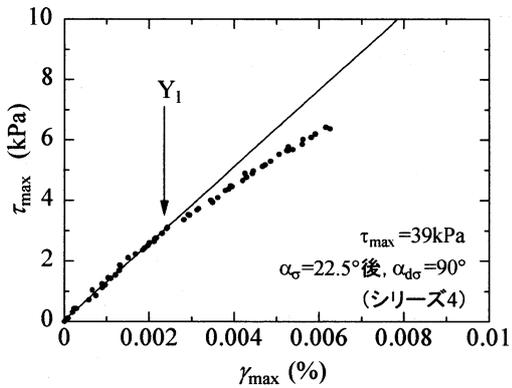


図-25 線形弾性限界, Y_1 降伏点の決定

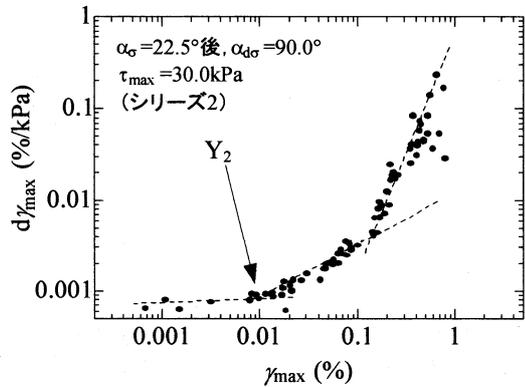


図-26 全ひずみ増分, Y_2 降伏点の決定⁷⁵⁾に加藤修正

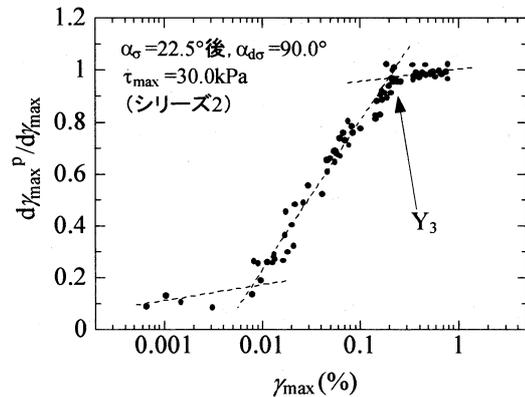


図-27 塑性ひずみ増分比, Y_3 降伏点の決定⁷⁵⁾に加藤修正

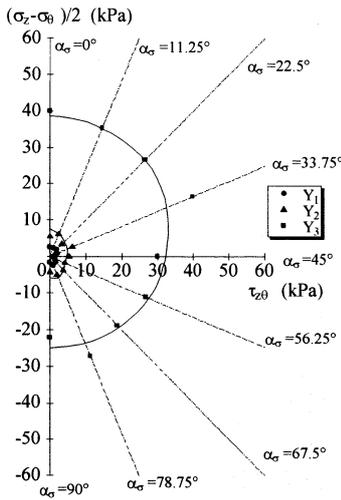


図-28 降伏曲面 — シリーズ 1⁷⁵⁾

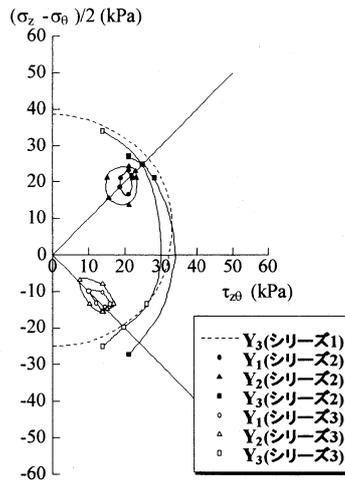


図-29 降伏曲面 — シリーズ 2, 3⁷⁵⁾に加筆修正

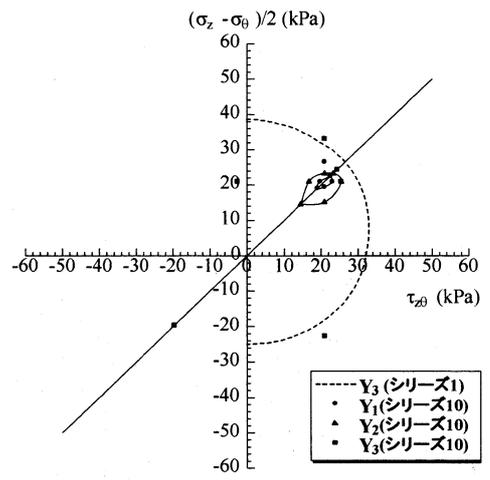


図-30 降伏曲面 — シリーズ 10

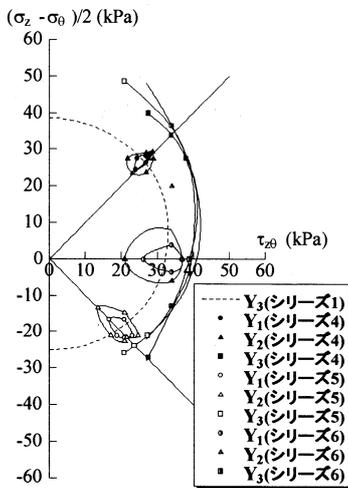


図-31 降伏曲面 — シリーズ 4, 5, 6⁷⁵⁾に加筆修正

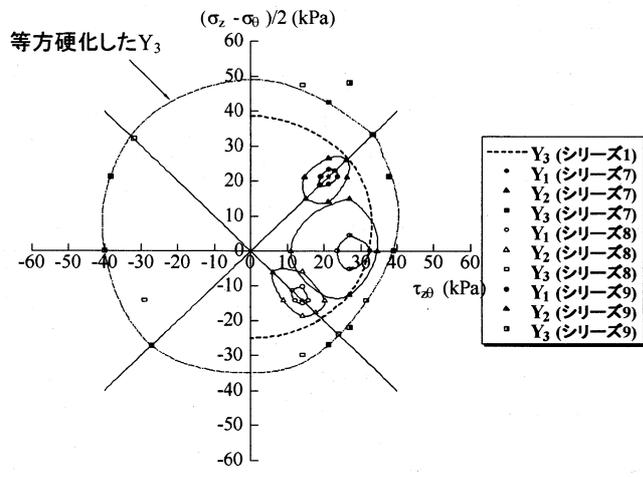


図-32 降伏曲面 — シリーズ 7, 8, 9

ひずみ増分比 dy_{max}^p / dy_{max} とせん断ひずみの関係を示す。 dy_{max}^p / dy_{max} がおよそ 0.8~0.9 付近で値が収束し始め、折れ曲がり点が生じていることが分かる。つまりこの部分で、全ひずみ増分中の塑性ひずみ増分が大部分を占めることとなり、この点を Y_3 降伏点と決定した。

Y_1 および Y_3 は比較的容易に決定することができるが、 Y_2 については決定が難しい。これは、Jardine^{14), 15)} の定義である「塑性ひずみが急激に発達し始める点」を試験結果から求めるのが難しいからである。つまり、本研究で用いた中空ねじり試験装置の精度はひずみレベルで 10^{-5} 程度であるが、全ひずみ増分の急激な発達点がひずみレベルで $10^{-5} \sim 10^{-4}$ 程度であり、Jardine^{14), 15)} に従う Y_2 降伏点を考えると、 $10^6 \sim 10^5$ 程度の塑性ひずみ増分を必要が生じ、有意なデータでの議論が困難になるからである。そこで、本研究では全ひずみ増分で決定した。しかし、一般に全ひずみ増分の急激な増加は塑性ひずみの増分が急激に増加したために起こる現象であり、Jardine^{14), 15)} の定義と本研究における定義はほぼ等価であると考えられる。また、 Y_2 降伏点の決定にあたっては、Chaudhary³⁰⁾ によって塑性ひずみ増分比と割線弾性係数 $G_{sec} = \tau_{max} / \gamma_{max}$ の低下を指標に行われたこともある。さらに大場³¹⁾ や仲

田³²⁾ は、 Y_2 降伏点付近では塑性ひずみ増分ベクトルが急激に一定方向に定まるという結果を報告している。これらは結局、供試体が急激に塑性化に向い始めるという状態の変化点を見出しているということであり、 Y_2 降伏点の本質的な物理的意味であると考えられる。

3. 4. 降伏特性と等方硬化

以上のようにして求めた Y_1 , Y_2 , Y_3 の各降伏点をせん断応力平面上に描いたものを図-28~図-32 に示す。このせん断応力平面は図-14 などでも示している $p' = 98.1$ kPa の一定平面であり、縦軸は $(\sigma_z - \sigma_\theta) / 2$ 、横軸は $\tau_{z\theta}$ を表わしている。これらの曲線群より、 p' 一定平面における豊浦砂の降伏特性を把握できる。

図-28 は、シリーズ 1 の等方応力状態からのストレスプローブ試験の結果である。 Y_1 および Y_2 の降伏曲面はほぼ円形をしており、等方的な挙動を示している。 Y_3 降伏曲面もほぼ円形となったが上方 (圧縮側) へややシフトしており、初期構造異方性の影響を受けていることがうかがえる。

図-29 は、ストレスプローブ初期点がシリーズ 1 で得られた Y_3

降伏面の内側にある場合である。Y₁およびY₂降伏面は応力点が移動するに伴いそれを取り囲むように移動しており、移動に伴い形状が等方応力状態に向かう方向(せん断履歴方向)を長軸とするような楕円形へと変わることが分かる。Y₃降伏面についてはシリーズ1とほぼ同様の位置関係となる。

図-30は、ストレスプローブ初期点は初期Y₃の内側であるが、先行せん断の経路が複雑になったものである。Y₃にはやはり変化が見られず、初期Y₃面内での応力の移動はY₃に影響を与えないと推察できる。Y₁およびY₂も図-29と同様の傾向を示しており、せん断経路に依存しないように見えるが、Y₁面について詳しく見ると、Y₂面への接近の様子が直近のせん断経路に対して密に詰まっているようにも見える。ストレスプローブ初期点までのせん断経路の複雑さについてはさらに検討が必要である。

図-31は、初期点が初期Y₃の外側にあるものである。Y₁およびY₂はやはり図-29と同様の傾向を示している。一方、現在応力点が既存のY₃降伏面を越えることによってY₃は押し広げられ、硬化挙動を示すことが分かる。

図-32は、载荷・除荷履歴を与えた結果である。Y₁およびY₂はこれまでとほぼ同様の挙動であるが、Y₂については载荷・除荷という応力履歴を受けることによって拡大することが分かる。これは、図-18(c)に示したような、载荷域でも挙動が弾性的になる場合であり、载荷・除荷履歴によって弾性的な挙動の範囲が拡大することが観察されている好例である。Y₃については、図-31と同様に押し広げられており、除荷による軟化傾向は示していないようである。また、この载荷・除荷のシリーズにおいては、せん断応力面内の左半分の方まで継続してせん断を行っており、その結果、Y₃降伏曲面は载荷方向に影響されず、ほぼ一つの曲面を形

成し、等方硬化型の硬化則を示していることが分かった。

このほか、各試験に対する p' 一定平面上でのひずみエネルギー-コンター図や各降伏点の体積ひずみとの関係などについて、Chaudharyら^{73,74)}、桑野ら^{35,75)}によってまとめられており、あわせて参照されたい。

4. 結論

本論文では、中空ねじり試験装置の概要から始まり、装置の改良、測定の補正・精度、豊浦砂のクリープ特性・微小繰返し载荷試験による変形係数特性・降伏特性について述べた。まとめると以下ようになる。

- 微小な体積変化をとまなう試験を行う際には、体積変化の測定装置として電子天秤などを用いた直接測定を行うとよい。
- 供試体の均一化および測定精度向上のために供試体サイズを大きくするとよい。
- メンブレンペネトレーション・メンブレンコンプレッションの補正を行うことで、妥当なひずみの測定が可能となった。
- 反応速度論を援用して豊浦砂のクリープ挙動について定式化を行った。
- 豊浦砂の変形係数特性についての定式化を試み、応力状態に依存することが分かった。また、せん断によって急激に変形係数が低下することが分かった。
- 豊浦砂の変形挙動を多重降伏曲面の概念を用いてまとめることにより、初期構造異方性や応力履歴による影響を把握することができた。特に、豊浦砂は等方硬化を示すことが確認された。

参考文献

- 1) Poorooshasb, H. B., Holubec, I. and Sherbourne, A. N.: Yielding and flow of sand in triaxial compression, part I. *Canadian Geotechnical Journal*, **3**(4), 179-190, 1966.
- 2) Poorooshasb, H. B., Holubec, I. and Sherbourne, A. N.: Yielding and flow of sand in triaxial compression, part II and III. *Canadian Geotechnical Journal*, **4**(4), 376-397, 1967.
- 3) Barden, L., Ismail, H. and Tong, P.: Plane strain deformation of granular material at low and high pressures. *Geotechnique*, **19**(4), 441-452, 1969.
- 4) Nishi, K. and Esashi, Y.: Stress-strain relationships of sand based on elasto-plasticity theory. *Proc. JSCE*, **280**, 111-122, 1978.
- 5) Vermeer, P. A.: A double hardening model for sand. *Geotechnique*, **28**(4), 413-433, 1978.
- 6) Tatsuoka F. and Molenkamp, F.: Discussion on yield loci for sands. *Mechanics of Granular Materials: New Models and Constitutive Relations*, Ed. Jenkins, J. T. and Satake, M., Elsevier Science Publishers B. V., 75-87, 1983.
- 7) Ishihara, K. and Okada, S.: Yielding of overconsolidated sand and liquefaction model under cyclic stresses. *Soils and Foundations*, **18**(1), 57-72, 1978.
- 8) Tanimoto, K. and Tanaka, Y.: Yielding of soil as determined by

acoustic emission. *Soils and Foundations*, **26**(3), 69-80, 1986.

- 9) Tanimoto, K., Tanaka, Y. and Kagotani, N.: The effect of pre-shearing on yield locus of sandy soil. *Proc. 8th ARCSMFE*, **1**, 105-108, 1987.
- 10) 三浦哲彦, 山本紀之: 粒子破碎領域における砂の降伏曲線について. *土木学会論文報告集*, **326**, 83-90, 1982.
- 11) Miura, N., Murata, H. and Yasufuku, N.: Stress-strain characteristics of sand in a particle-crushing region. *Soils and Foundations*, **24**(1), 77-89, 1984.
- 12) 村田秀一, 兵動正幸, 安福規之: 低・高圧下における密な砂の降伏特性. *土木学会論文集*, **382**, 183-192, 1987.
- 13) Yasufuku, Y., Murata, H. and Hyodo, M.: Yield characteristics of anisotropically consolidated sand under low and high stresses. *Soils and Foundations*, **31**(1), 95-109, 1991.
- 14) Jardine, R. J.: Investigations of pile-soil behaviour with special reference to the foundations of offshore structures. *Ph. D. Thesis*, Imperial College, University of London, 1985.
- 15) Jardine, R. J.: Some observations on the kinematic nature of soil stiffness. *Soils and Foundations*, **32**(2), 111-124, 1992.
- 16) Jardine, R. J.: One perspective of the pre-failure deformation characteristics of some geomaterials. *Proc. 1st Int. Symp. on Pre-Failure Deformation Characteristics of Geomaterials*, Keynote

- Lecture, 2, 855-885, 1995.
- 17) Porovic, E.: Investigations of soil behaviour using a resonant-column torsional-shear hollow cylinder apparatus. *Ph. D. Thesis*, Imperial College, University of London, 1995.
 - 18) Zdravkovic, L.: The stress-strain-strength anisotropy of a granular medium under general stress conditions. *Ph. D. Thesis*, Imperial College, University of London, 1996.
 - 19) Kuwano, R.: The stiffness and yielding anisotropy of sand. *Ph. D. Thesis*, Imperial College, University of London, 1999.
 - 20) Mroz, Z.: On the description of anisotropic work hardening. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **15**, 163-175, 1967.
 - 21) Iwan, W. D.: On a class of models for the yielding behaviour of continuous and composite systems. *Journal of Applied Mechanics*, **34**, 612-617, 1967.
 - 22) Al-Tabbaa, A. and Wood, D. M.: An experimentally based 'bubble' model for clay. *Numerical Models in Geomechanics*, Elsevier, 91-99, 1989.
 - 23) Simpson, B.: Retaining structures: displacement and design. *Geotechnique*, The 32nd Rankine Lecture, **42**(4), 541-576, 1992.
 - 24) JGS 0550-1998, JGS 0551-1998, JGS 0543-2000: 土質試験の方法と解説, 社団法人地盤工学会, 2000.
 - 25) Hight, D. W., Gens, A. and Symes, M. J.: The development of a new hollow cylinder apparatus for investigating the effects of principal stress rotation in soils. *Geotechnique*, **33**(4), 355-383, 1983.
 - 26) Shibuya, S.: A servo system for hollow cylinder testing of soils. *Geotechnical Testing Journal*, **11**(2), 109-118, 1988.
 - 27) Pradhan, T. B. S., Tatsuoka, F. and Horii, N.: Simple shear testing in a torsional shear apparatus. *Soils and Foundations*, **28**(2), 95-112, 1988.
 - 28) 中村勇平: 種々の応力条件下における砂の異方性に関する基礎的研究 修士論文, 東京工業大学大学院, 1998.
 - 29) 橋本聡: 広範な応力条件下における砂の異方的変形特性とクリープ特性 修士論文, 東京工業大学大学院, 2000.
 - 30) Chaudhary, S. K.: Anisotropic deformation behavior of Toyoura sand in p' -constant plane. *Ph.D.Thesis*, Tokyo Institute of Technology, Japan, 2001.
 - 31) 大場久良: 初期応力状態が砂の降伏特性に及ぼす影響 修士論文, 東京工業大学大学院, 2003.
 - 32) Nakamura, Y., Kuwano, J., and Hashimoto, S.: Small-strain stiffness and creep of Toyoura sand measured by a hollow cylinder apparatus. *Proc. 2nd Int. Symp. on Pre-Failure Deformation Characteristics of Geomaterials*, **1**, 141-148, 1999.
 - 33) Chaudhary, S. K., Kuwano, J., Hashimoto, S., Hayano, Y. and Nakamura, Y.: Effects of initial fabric on cyclic deformation characteristics of sand. *Proc. Int. Conf. on Geotechnical & Geological Eng.*, Melbourne, Australia, **CD-ROM**, GEE0804, 2000.
 - 34) Chaudhary, S. K., Kuwano, J., Hashimoto, S., Hayano, Y. and Nakamura, Y.: Effects of initial fabric and shearing direction on cyclic deformation characteristics of sand. *Soils and Foundations*, **42**(1), 147-157, 2002.
 - 35) Kuwano, J., Chaudhary, S. K., and Ohba, H.: Change in multiple yield surfaces of dense Toyoura sand with shearing in a p' -constant plane. *Geomechanics: Testing, Modeling, and Simulation*, Geotechnical Special Publication, **143**, ASCE, 319-340, 2005.
 - 36) Molenkamp, F. and Luger, H. J.: Modelling and minimization of membrane penetration effects in tests on granular soils. *Geotechnique*, **31**(4), 471-486, 1981.
 - 37) Ali, S. R., Pyrah, I. C. and Anderson, W. F.: A novel technique for the evaluation of membrane penetration. *Geotechnique*, **45**(3), 545-548, 1995.
 - 38) Vaid, Y. P. and Negussey, D.: A critical assessment of membrane penetration in the triaxial test. *Geotechnical Testing Journal*, **7**(2), 115-143, 1984.
 - 39) El-Sohby, M. A. and Andrawes, K. Z.: Deformation characteristics of granular materials under hydrostatic compression. *Canadian Geotechnical Journal*, **9**(4), 338-350, 1972.
 - 40) Tokimatsu, K. and Nakamura, K.: A liquefaction test without membrane penetration effects. *Soils and Foundations*, **26**(4), 127-138, 1986.
 - 41) Tokimatsu, K. and Nakamura, K.: A simplified correction for membrane compliance in liquefaction tests. *Soils and Foundations*, **27**(4), 111-122, 1987.
 - 42) Ishibashi, I., Jenkins, J. T., Cho, J. W. and Parker, C. L. IV: The influence of boundaries on the volumetric behavior of solid and hollow cylindrical specimens of glass beads. *Soils and Foundations*, **36**(2), 45-55, 1996.
 - 43) Goto, S., Tatsuoka, F., Shibuya, S., Kim, Y.-S. and Sato, T.: A simple gauge for local small strain measurements in the laboratory. *Soils and Foundations*, **31**(1), 169-180, 1991.
 - 44) Chaudhary, S.K., Kuwano, J. and Hayano, Y.: Measurement of quasi-elastic stiffness parameters of dense Toyoura sand in hollow cylinder apparatus and triaxial apparatus with bender elements. *Geotechnical Testing Journal*, **27**(1), 23-35, 2004.
 - 45) Tatsuoka, F., Sonoda, S., Hara, K., Fukushima, S. and Pradhan, T. B. S.: Failure and deformation of sand in torsional shear. *Soils and Foundations*, **26**(4), 79-97, 1986.
 - 46) Murayama, S.: Formulation of stress-strain-time behavior of soils under deviatoric stress condition. *Soils and Foundations*, **23**(2), 43-57, 1983.
 - 47) Murayama, S., Michihiro, K. and Sakagami, T.: Creep characteristics of sands. *Soils and Foundations*, **24**(2), 1-15, 1984.
 - 48) Chow, F. C., Jardine, R. J., Nauroy, J. F. and Brucy, F.: Time-related increases in the shaft capacities of driven piles in sand. *Geotechnique*, **47**(2), 353-361, 1997.
 - 49) Feda, J.: *Creep of soils and related Phenomena*. Developments in geotechnical engineering **68**, Elsevier, 1992.
 - 50) Kuwano, J., Nakamura, Y. and Hashimoto, S.: Anisotropy of small-strain stiffness and creep of Toyoura sand under various stress conditions. *Proc. 11th Asian Regional Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Eng.*, Seoul, **1**, 53-56, 1999.
 - 51) Kuwano, J., Hashimoto, S. and Chaudhary, S.K.: Shear stress

- dependency of small-strain stiffness and creep of Toyoura sand. *Proc. 15th Int. Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Eng.*, Istanbul, 179-182, 2001.
- 52) 仲田宇史: せん断履歴が砂の降伏特性に及ぼす影響. 修士論文, 東京工業大学大学院, 2004.
- 53) 大川広: せん断応力履歴が密な砂の変形特性に及ぼす影響. 修士論文, 東京工業大学大学院, 2006.
- 54) 太田秀樹, 深川良一: 室内試験およびプレッシャーメータ試験から求めた強度・変形定数. 砂質土および砂地盤の変形・破壊強度の評価に関するシンポジウム発表論文集, 119-124, 1984.
- 55) Fukagawa, R., Ohta, H., Shikata, H. and Hata, S.: Deformation properties of sand in model pressuremeter and torsionmeter tests. *Soils and Foundations*, **25**(3), 113-126, 1985.
- 56) Fukagawa, R. and Ohta, H.: Vertical deformation modulus of sand estimated by pressuremeter test and SPT blow count N . *Proc. of the 1st Int. Symp. on Penetration Testing*, 505-511, 1988.
- 57) Fukagawa, R. and Ohta, H.: Effect of some factors on K_0 -value of a sand. *Soils and Foundations*, **28**(4), 93-106, 1988.
- 58) Tatsuoka, F., Lo Presti, D. and Kohata, Y.: Deformation characteristics of soils and soft rocks under monotonic and cyclic loads and their relationships. *Proc. 3rd Int. Conf. on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, St. Louis, 2, 851-879, 1995.
- 59) Benedetto, H. D. and Tatsuoka, F.: Small strain behavior of geomaterials: Modelling of strain rate effects. *Soils and Foundations*, **37**(2), 127-138, 1997.
- 60) Viggiani, G. and Atkinson, J. H.: Stiffness of fine-grained soil at very small strains. *Geotechnique*, **45**(2), 249-265, 1995.
- 61) Bellotti, R., Jamiolkowski, M., Lo Presti, D. C. F. and O'Neill, D. A.: Anisotropy of small strain stiffness in Ticino sand. *Geotechnique*, **46**(1), 115-131, 1996.
- 62) Hoque, E., Tatsuoka, F. and Sato, T.: Measuring anisotropy elastic properties of sand using large triaxial specimen. *Geotechnical Testing Journal*, **19**(4), 411-420, 1996.
- 63) Jiang, G.-L., Tatsuoka, F., Flora, A. and Koseki, J.: Inherent and stress-state-induced anisotropy in very small strain stiffness of a sandy gravel. *Geotechnique*, **47**(3), 509-521, 1997.
- 64) Kohata, Y., Tatsuoka, F., Wang, L., Jiang, G. L., Hoque, E. and Kodaka, T.: Modelling the non-linear deformation properties of stiff geomaterials. *Geotechnique*, **47**(3), 563-580, 1997.
- 65) Hoque, E. and Tatsuoka, F.: Anisotropy in elastic deformation of granular materials. *Soils and Foundations*, **38**(1), 163-179, 1998.
- 66) Roesler, S. K.: Anisotropic shear modulus due to stress anisotropy. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, **105**(7), 871-880, 1979.
- 67) Hardin, B. O. and Richart, F. E.: Elastic wave velocities in granular soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, **89**(1), 33-65, 1963.
- 68) Kokusho, T., Yoshida, Y. and Esashi, Y.: Dynamic properties of soft clay for wide strain range. *Soils and Foundations*, **22**(4), 1-18, 1982.
- 69) Iwasaki, T., Tatsuoka, F. and Takagi, Y.: Shear moduli of sands under cyclic torsional shear loading. *Soils and Foundations*, **18**(1), 39-56, 1978.
- 70) Atkinson, J. H.: Anisotropic elastic deformations in laboratory tests on undisturbed London Clay. *Geotechnique*, **25**(2), 357-374, 1975.
- 71) Graham, J. and Houlsby, G. T.: Anisotropic elasticity of a natural clay. *Geotechnique*, **33**(2), 165-180, 1983.
- 72) Kirkgard, M. M. and Lade, P. V.: Anisotropy of normally consolidated San Francisco Bay mud. *Geotechnical Testing Journal*, **14**(3), 231-246, 1991.
- 73) Chaudhary, S.K. and Kuwano, J.: Anisotropic yielding behaviour of dense Toyoura sand in p' -constant plane. *Proc. 3rd Int. Summer Sym.*, Tokyo, 197-200, 2001.
- 74) Chaudhary, S.K., and Kuwano, J.: Anisotropic multiple yielding of dense Toyoura sand in p' -constant shear plane. *Soils and Foundations*, **43**(4), 59-69, 2003.
- 75) Kuwano, J. and Nakada, T.: Effects of shear stress history on yielding of dense Toyoura sand in p' -constant shear plane. *Proc. 16th Int. Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Osaka, 2, 527-530, 2005.

(2008年4月14日 受付)