応用力学論文集 Vol.11, pp.331-338　(2008年8月)　土木学会

不飽和土/水連成有限要素解析における空間離散化手法の検討

Study of spatial discretization scheme in unsaturated soil/water coupled analysis

金澤 伸一[1]・橘 伸也[2]・河井 克之[3]・大野 進太郎[4]・飯塚 敦[5]
Shinichi KANAZAWA, Shinya TACHIBANA, Katsuyuki KAWAI, Shintaro OHNO and Atsushi IIZUKA

[1]工修，神戸大学大学院工学研究科（〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1）
[2]工博，埼玉大学助教，地圏科学研究センター（〒338-8570 さいたま市桜区下大久保 255）
[3]工博，神戸大学助教，工学研究科市民工学専攻（〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1）
[4]工博，鹿島建設(株)，土木設計本部（〒107-0052 東京都港区赤坂 6-5-30）
[5]工博，神戸大学教授，都市安全研究センター（〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1）

Many of earth structures on the ground keep stability in unsaturated state. Moreover, these structures are exposed to drying and wetting conditions and changes in soil moisture always occur. Therefore, the constitutive model with unsaturated soil mechanics is needed for predicting the elasto-plastic behavior of the earth structures for a long term. The objective of this study is developing soil/water coupled F. E. analysis with unsaturated soil mechanics. In this study, the constitutive model proposed by Ohno et al. is used. Their model can express typical behavior of unsaturated soil, such as shrinkage on drying process, collapse on wetting process, and the effects of hysteresis on soil-water retention characteristic curve, and have the flexibility for dependencies on soil properties. Moreover, isoparametric element is applied on spatial discretization to preventing the dependency on mesh, which can be seen in the Akai and Tamura's method. This simulation method allows us precise prediction of the behavior of unsaturated earth structures.

Key Words: unsaturated soil, effective degree of saturation, spatial discretization

キーワード: 不飽和土, 有効飽和度, 空間離散化

1　はじめに

人工・自然問わず，地上に存在する土構造物の多くは，不飽和状態で安定している．これらの構造物は，乾湿の外的影響を受け，常に含水状態を変化させており，長期的な安定性，変形挙動を予測するには，当然，不飽和土構成モデルが必要となる．特に盛土やダムといった半永久的不飽和構造物でなおかつ長期安定性が求められる構造物においては，予測モデルの精緻さが問われることとなる．

一般的に不飽和土は飽和土に比べ圧縮性が低く，せん断抵抗力も高い．特に外部との水収支がなければ，飽和土に比べ強度安定性もあり，飽和土の構成モデルを援用しても何ら問題はない．しかし，長期施工や数十年にわたる供用過程を考えると，地下水位変動，降雨，蒸発散など，自然の影響を受け，乾湿を繰り返しながら不飽和地盤は，刻々と状態を変化させている．乾燥時の収縮，湿潤時の膨潤やコラプス圧縮の定量的評価には，飽和土構成モデルを適用することはできず，不飽和土における構成モデルの研究は，これら含水状態変化による挙動を表現すること，また含水状態による圧縮性や強度を定量的に表現することを目的としてきた．近年，いくつかの不飽和土構成モデルが提案されており(Alonso ら[1]，向後ら[2])，Alonso ら[3]，向後ら[4]によって初期値・境界値問題として定式化され，土/水連成変形問題として確立されつつある．特に，軽部ら[5), 6)]の提案している構成モデルは，保水性を表す水分特性曲線上で現れるヒステリシスの影響を考慮したものであり，乾湿履歴の影響を忠実に再現することができる．飯塚ら[7]は，赤井・田村[8]の方法を用いて軽部らのモデルを初期値境界値問題として定式化している．しかしながら，軽部らのモデルは水分状態によって応力

成分を規定するが，その際に用いる最乾燥水分線を室内試験から演繹的に求めることは困難である．また，モデルが要する土質定数は比較的少ないが，その結果，土質に合わせた柔軟なパラメータ設定を行うことはできない．大野ら[9]は，これらの事を鑑みて，有効飽和度を用いて，軽部らのモデルと同様に水分特性曲線ヒステリシスを表現可能なモデルを提案している．本研究では，大野らのモデルを初期値境界値問題として定式化することを第一目的とする．また，土／水連成問題の空間離散化手法として赤井・田村の方法を採用した場合，飽和/不飽和に関係なく，隣接した要素から水頭を算出するので，有限要素メッシュ形状の設定によっては，要素を構成する辺が鉛直もしくは水平でない場合，メッシュ軸の回転により，動水勾配の差分化に問題が生じ，近似解が理論解と著しく異なるという問題点が，竹山ら[10]によって指摘されている．そこで本研究では，有限要素内の状態量である変位・水頭を各節点で代表させ形状関数によって内挿するアイソパラメトリック要素[11]を導入し，不飽和土/水連成問題として定式化された有限要素解析コードを新たに作成し，その適用性を検証する．さらに，将来的に移流拡散問題や完全な三相系に拡張することを念頭に置いているので，ノイマン境界に特殊な工夫を要しない有限要素解析コードにした．

2　有効飽和度を用いた不飽和土構成モデル

2.1　降伏関数の導出

これまでに，いくつかの不飽和土構成モデルが提案されている．その中でも代表的なものは，Alonsoら[1]，向後ら[2]，軽部ら[5),6]の提案するモデルである．これらのモデルに共通しているのは，含水状態による剛性変化を，降伏曲面の拡大・縮小(硬化・軟化)で表現し，その誘引パラメータ(状態量)としてサクションや含水状態に関する物性値を与えていること，また向後ら，軽部らのモデルでは含水状態を考慮した有効応力の定義が与えられていることである．大野ら[9]は，これらのモデルを一般的に表現し，さらに水分特性曲線ヒステリシスが表現できるという有利性を考慮し，軽部らのモデルを参考に有効飽和度を剛性を表す状態量としたモデルを提案している．

大野らは，まず有効応力を次式で与えた．

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij}{}^{N} + p_s \delta_{ij} \tag{1}$$

ただし，
$$\sigma_{ij}{}^{N} = \sigma_{ij} - p_a \delta_{ij} \tag{2}$$
$$p_s = sS_{re} \tag{3}$$
$$s = p_a - p_w,\quad S_{re} = \frac{S_r - S_{rc}}{1 - S_{rc}} \tag{4}$$

ここで，σ'_{ij}:有効応力テンソル，σ_{ij}:全応力テンソル，$\sigma_{ij}{}^{N}$:基底応力テンソル，p_a:間隙空気圧，p_s:サクション応力，s:サクション，p_w:間隙水圧，S_{re}:有効飽和度，S_r:飽和度，S_{rc}:水分特性曲線上に現れる$s \to \infty$における残留飽和度を示す．次に，飽和土の弾塑性モデルであるCam-Clayモデル[12]の降伏関数を用い，次式で示す不飽和土構成モデルを提案している．

$$f\left(\sigma'_{ij}, \zeta, \varepsilon_v^p\right) = MD \ln \frac{p'}{\zeta p'_{sat}} + D\frac{q}{p'} - \varepsilon_v^p = 0 \tag{5}$$

ただし，M : $p' \sim q$平面で表された限界応力比q/p'，p':平均有効主応力，q:せん断応力であり次式で表される．

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}},\quad s_{ij} = \sigma'_{ij} - p'\delta_{ij} \tag{6}$$

D:ダイレタンシー係数，p'_{sat}:飽和状態における降伏時の平均有効主応力，ε_v^p:塑性体積ひずみ.である．

式(5)において，不飽和土の剛性に寄与する関数ζ決定すれば，不飽和土の降伏関数が導き出される．式(5)は$\zeta = 1$のときに

$$f\left(\sigma'_{ij}, \zeta, \varepsilon_v^p\right) = MD \ln \frac{p'}{p'_{sat}} + D\frac{q}{p'} - \varepsilon_v^p = 0 \tag{7}$$

となり，一般的な飽和土の弾塑性構成モデルに帰着する．不飽和土の剛性に寄与する状態量を有効飽和度S_{re}とすると，不飽和土の圧密降伏応力を与える関数ζが満たすべき条件は，

$$\begin{cases} \zeta = \zeta\left(S_{re}\right) \\ \zeta = 1 \ when \ S_{re} = 1 \\ \zeta = a \ when \ S_{re} = 0 \end{cases} \tag{8}$$

となる．式(8)の条件を満たす関数ζとして，

$$\zeta = \exp\left[\left(1 - S_{re}\right)^n \ln a\right] \tag{9}$$

を使用する．ただし，a : 実験から得られるフィッ

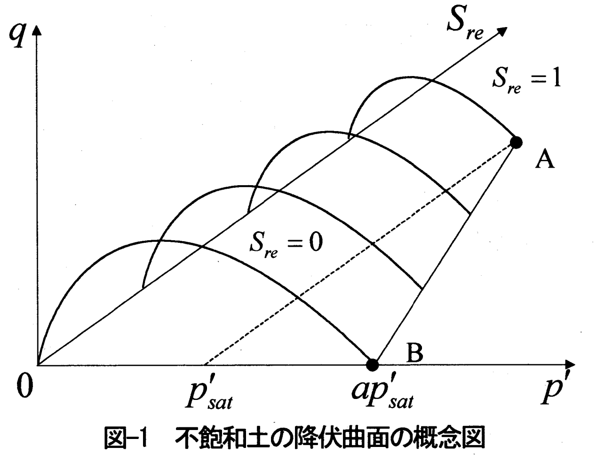


図-1　不飽和土の降伏曲面の概念図

ティングパラメータ，n：$e-\ln p'$面上の等飽和度線の間隔を調整するパラメータであり，$n=1$のとき$S_{re}-\ln\zeta$関係は線形となる．式(9)を式(5)に代入すると，

$$f\left(\sigma'_{ij}, S_{re}, \varepsilon_v^p\right)= MD\ln\frac{p'}{p'_{sat}\exp\left[\left(1-S_{re}\right)^n \ln a\right]}+D\frac{q}{p'}-\varepsilon_v^p=0 \tag{10}$$

となる．**図-1**は式(10)で表される不飽和土の降伏曲面の概念図である．ここで，$S_{re}=1.0$では，Cam-Clayモデルと同じ降伏曲面となり，S_{re}の減少とともに降伏局面が拡大することとなる．図中A→Bは，不飽和化した際に現れる等方応力状態での降伏応力の増大を表す．

2.2 応力-ひずみ関係

現応力が常に降伏曲面上にあると仮定すると，適応条件は，

$$\dot{f}\left(\sigma'_{ij}, S_{re}, \varepsilon_v^p\right)=\frac{\partial f}{\partial\sigma'_{ij}}\dot{\sigma}'_{ij}+\frac{\partial f}{\partial S_{re}}\dot{S}_{re}+\frac{\partial f}{\partial\varepsilon_v^p}\dot{\varepsilon}_v^p=0 \tag{11}$$

である．ここで塑性ひずみ速度$\dot{\varepsilon}_v^p$の発生が，関連流れ則に従うとすると，

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p=\gamma\frac{\partial f}{\partial\sigma'_{ij}} \tag{12}$$

ここで，γ：塑性係数である．式(11)を適応条件式(12)に代入し，塑性係数γについて解くと，

$$\gamma=\frac{\dfrac{\partial f}{\partial\sigma'_{ij}}\dot{\sigma}'_{ij}+\dfrac{\partial f}{\partial S_{re}}\dot{S}_{re}}{-\dfrac{\partial f}{\partial\varepsilon_v^p}\dfrac{\partial f}{\partial p'}} \tag{13}$$

となる．ここで，

$$\dot{\varepsilon}_v^p=\dot{\varepsilon}_{ij}^p\delta_{ij}=\gamma\frac{\partial f}{\partial\sigma'_{ij}}\delta_{ij}=\gamma\frac{\partial f}{\partial p'} \tag{14}$$

である．ここで，ひずみ速度$\dot{\varepsilon}_{ij}$が弾性成分$\dot{\varepsilon}_{ij}^e$と塑性成分$\dot{\varepsilon}_{ij}^p$に分解されるとすると，

$$\dot{\varepsilon}_{ij}=\dot{\varepsilon}_{ij}^e+\dot{\varepsilon}_{ij}^p \tag{15}$$

となる．弾性体積ひずみε_v^eは，

$$\varepsilon_v^e=\frac{\lambda-\kappa}{1+e_0}\ln\frac{p'}{\zeta p'_{sat}} \tag{16}$$

と表される．
ここで，e_0:降伏時の間隙比，λ:圧縮指数，κ:膨潤指数である．式(16)に式(9)を代入し，全微分すると，

$$\dot{p}'=\frac{1+e_0}{\kappa}p'\dot{\varepsilon}_v^e-p'n\left[\left(1-S_{re}\right)^{n-1}\ln a\right]\dot{S}_{re} \tag{17}$$

また，弾性構成関係を次式で与える．

$$\dot{\sigma}'_{ij}=C_{ijkl}^e\dot{\varepsilon}_{kl}^e+K_{s_{re}}\dot{S}_{re}\delta_{ij} \tag{18}$$

ただし，

$$C_{ijkl}^e=\left(K-\frac{2}{3}G\right)\delta_{ij}\delta_{kl}+G\left(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}\right) \tag{19}$$

$$K=\frac{1+e_0}{\kappa}p',\ G=\frac{3\left(1-2\nu'\right)}{2\left(1+\nu'\right)}K \tag{20}$$

$$K_{s_{re}}=-p'n\left(1-S_{re}\right)^{n-1}\ln a \tag{21}$$

であり，K:体積弾性係数，G:せん断弾性係数，ν':有効ポアソン比である．式(12)，式(15)を式(18)に代入すると，

$$\dot{\sigma}'_{ij}=C_{ijkl}^e\dot{\varepsilon}_{kl}-\gamma C_{ijkl}^e\frac{\partial f}{\partial\sigma'_{kl}}+K_{s_{re}}\dot{S}_{re}\delta_{ij} \tag{22}$$

となる．さらに式(22)を式(13)に代入し，塑性係数γについて解くと，

$$\gamma=\frac{\dfrac{\partial f}{\partial\sigma'_{ij}}C_{ijkl}^e\dot{\varepsilon}_{kl}+\left(\dfrac{\partial f}{\partial p'}K_{S_{re}}+\dfrac{\partial f}{\partial S_{re}}\right)\dot{S}_{re}}{\dfrac{\partial f}{\partial\sigma'_{ij}}C_{ijkl}^e\dfrac{\partial f}{\partial\sigma'_{kl}}-\dfrac{\partial f}{\partial\varepsilon_v^p}\dfrac{\partial f}{\partial p'}} \tag{23}$$

となる．塑性係数γを表す式(23)を，式(22)に代入すると，最終的に応力速度-ひずみ速度関係は，

$$\dot{\sigma}'_{ij}=\left[C_{ijkl}^e-\frac{C_{ijmn}^e\dfrac{\partial f}{\partial\sigma'_{mn}}\dfrac{\partial f}{\partial\sigma'_{pq}}C_{pqkl}^e}{\dfrac{\partial f}{\partial\sigma'_{mn}}C_{mnpq}^e\dfrac{\partial f}{\partial\sigma'_{pq}}-\dfrac{\partial f}{\partial\varepsilon_v^p}\dfrac{\partial f}{\partial p'}}\right]\dot{\varepsilon}_{kl} -\left[\frac{C_{ijmn}^e\dfrac{\partial f}{\partial\sigma'_{mn}}\left(\dfrac{\partial f}{\partial p'}K_{S_{re}}+\dfrac{\partial f}{\partial S_{re}}\right)}{\dfrac{\partial f}{\partial\sigma'_{mn}}C_{mnpq}^e\dfrac{\partial f}{\partial\sigma'_{pq}}-\dfrac{\partial f}{\partial\varepsilon_v^p}\dfrac{\partial f}{\partial p'}}\right]\dot{S}_{re} \tag{24}$$

と導かれる．ここで，

$$\frac{\partial f}{\partial\sigma'_{ij}}=\frac{D}{3p'}\beta\delta_{ij}+\frac{3D}{2p'q}s_{ij},\ \frac{\partial f}{\partial p'}=\frac{D}{p'}\beta \tag{25}$$

$$\frac{\partial f}{\partial S_{re}}=MDn\left(1-S_{re}\right)^{n-1}\ln a \tag{26}$$

$$\frac{\partial f}{\partial\varepsilon_v^p}=-1,\ \beta=M-\frac{q}{p'} \tag{27}$$

2.3 負荷基準

本モデルにおける負荷判定は，降伏関数f，塑性係数γによってなされる．

表-1　負荷判定

	降伏関数 f	塑性係数 γ
負荷	≥ 0	≥ 0
除荷	<0	<0

3　初期値境界値問題への定式化

大野らの不飽和土弾塑性構成モデルを用いて，不飽和土/水連成問題を初期値・境界値問題として有限要素解析に組み込んだ．

3.1　有限要素法定式化

不飽和土/水連成問題の増分形支配方程式を以下に示す．ただし簡単のためテンソルはインデックス表記で示す．

・　釣合式

$$\dot{\sigma}_{ji,j}=0,\ \dot{\sigma}_{ij}=\dot{\sigma}_{ji} \tag{28}$$

・　有効応力速度

$$\dot{\sigma}'_{ij}=\dot{\sigma}_{ij}{}^{N}+\dot{p}_s\delta_{ij},\ \dot{\sigma}_{ij}{}^{N}=\dot{\sigma}_{ij} \tag{29}$$

・　構成式

$$\dot{\sigma}'_{ij}=D_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl}-c^{s}_{ij}\dot{S}_{re} \tag{30}$$

・　ひずみ～変位関係式

$$\dot{\varepsilon}_{ij}=-\frac{1}{2}\left(\dot{u}_{i,j}+\dot{u}_{j,i}\right) \tag{31}$$

・　連続式

$$v_{i,i}=S_r\dot{\varepsilon}_v-n\dot{S}_r \tag{32}$$

・　Darcy 則

$$v_i=-k_{ij}g_j,\ g_i=h_{,i},\ h=\frac{p_w}{\rho_w g}+\Omega \tag{33}$$

ここで，飽和度をサクションのみで表される関数と仮定すると，

$$\dot{S}_r=\frac{dS_r}{ds}\dot{s}=-\frac{dS_r}{ds}\dot{p}_w \tag{34}$$

式(29)中のサクション応力の増分 $\dot{p}_s$ は次のように求められる．

$$\begin{aligned}\dot{p}_s&=\frac{\dot{S}_r}{1-S_{rc}}s+\frac{S_r-S_{rc}}{1-S_{rc}}\dot{s}\\&=\frac{1}{1-S_{rc}}\left(\frac{dS_r}{ds}s+S_r-S_{rc}\right)\dot{s}\end{aligned} \tag{35}$$

ただし，S_{rc} は，吸着水相が示す飽和度であると考えられ，材料定数である．ここで，ρ_w:水の密度，D_{ijkl}:剛性テンソル，ε_{ij}:ひずみテンソル，c^{s}_{ij}:有効飽和度増分に関する剛性テンソル，u_i:変位ベクトル，v_i:流速ベクトル，n:間隙率，ε_v:体積ひずみ，k_{ij}:飽和透水係数テンソル，$g_{,i}$:動水勾配ベクトル，h:全水頭，Ω:位置水頭である．

不飽和土/水連成問題では，上記の支配方程式を以下の初期・境界条件の下で解くことになる．

初期条件

・　初期応力　$\sigma'_{ij|i}=\sigma'_{ij|t=0}$　(36)

・　初期水頭　$h_{|i}=h_{|t=0}$　(37)

・　初期飽和度　$S_{r|i}=S_{r|t=0}$　(38)

・　初期間隙比　$e_{|i}=e_{|t=0}$　(39)

境界条件

・　変位境界　$\bar{u}_i=\dot{u}_i$　on　S_u　(40)

・　応力境界　$\bar{t}_i=\dot{\sigma}_{ji}n_j$　on　S_σ　(41)

・　水頭境界　$\bar{h}=h$　on　S_h　(42)

・　流量境界　$\bar{q}=v_i n_i$　on　S_q　(43)

また，これらの境界における関係は次式で示される．

$$S=S_u+S_\sigma=S_h+S_q \tag{44}$$

以上の式を，初期値境界値問題に適用する．

3.2　弱形式化

次式で示される試験関数を式(27)に乗じ積分する．

$$^{\forall}\delta\dot{u}_i\in\left\{\delta\dot{\varepsilon}_{ij}=-\frac{1}{2}\left(\delta\dot{u}_{i,j}+\delta\dot{u}_{j,i}\right):\delta\dot{u}_i=0\quad\text{on}\quad S_u\right\} \tag{45}$$

その結果，次式で示す釣合式の弱形式が得られる．

$$\int_V\dot{\sigma}'_{ij}\delta\dot{\varepsilon}_{ij}dV+\int_V\frac{1}{1-S_{rc}}\left(\frac{dS_r}{ds}s+S_r-S_{rc}\right)\dot{p}_w\delta\dot{\varepsilon}_v dV=-\int_{S_\sigma}\bar{t}_i\delta\dot{u}_i dS \tag{46}$$

次に，式(47)で示される試験関数を式(32)で示される連続式に乗じ，積分すると式(48)が得られる．

$$^{\forall}\delta h\in\left\{\delta g_i=\delta h_{,i}:\delta h=0\quad\text{on}\quad S_h\right\} \tag{47}$$

$$\int_V v_{i,i}\delta h dV-\int_V S_r\dot{\varepsilon}_v\delta h dV+\int_V n\dot{S}_r\delta h dV=0 \tag{48}$$

式(48),(34)より，連続式の弱形式(49)が得られる．

$$\int_V S_r\dot{\varepsilon}_v\delta h dV+\int_V n\frac{dS_r}{ds}\dot{p}_w\delta h dV+\int_V v_i\delta g_i dV=\int_{S_q}\bar{q}\delta h dS \tag{49}$$

3.3　離散化

支配方程式を，有限要素法を用いて離散化する．

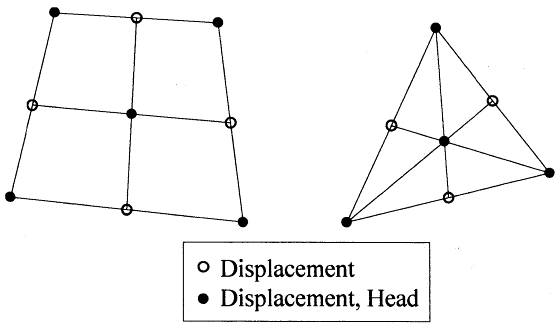


図-2 アイソパラメトリック要素

空間離散化に関してはアイソパラメトリック要素を用い，**図-2** のように，変位・水頭を節点に代表させる．また以後，表記の便のために$\sigma'_{ij}, \varepsilon_{ij}, D_{ijkl}$などのテンソル表示を$\{\sigma'\}, \{\varepsilon\}, [D]$のようにベクトルまたはマトリックスで表記している．節点変位と全水頭，濃度に関する内挿関数マトリックスをそれぞれ$[N], [N_h], [N_c]$とおくと，次の関係式が得られる．

$$\{\dot{u}\} = [N]\{\dot{u}^N\}, \quad h = [N_h] h^M \tag{50}$$

ここで，$\{\dot{u}^N\}$, h^M :要素の代表位置における節点変位，全水頭．$[N], [N_h], [N_c]$:節点変位，全水頭，濃度に関する内挿関数マトリクス．これらの内挿関数を用いて，釣合式を離散化すると式(51)のようになる．

$$[K]\{\Delta u\} + [\bar{K}]\{\gamma_w h^M\}_{t+\Delta t} = \{\Delta F\} + [\bar{K}]\{\gamma_w h^M\}_t \tag{51}$$

ここで，$[K] = \int_V [B]^T [D][B] dV$

$$[\bar{K}] = [K^*] + [K^{**}]$$

$$[K^*] = \int_V [B]^T [C^B][N_h] dV$$

$$[K^{**}] = \int_V [B_v]^T R_s [N_h] dV$$

$$[\Delta F] = \Delta t \int_{S_\sigma} [N]^T \{\bar{t}\} dS$$

$$R_s = \frac{1}{1 - S_{rc}} \left(\frac{dS_r}{ds} s + S_r - S_{rc} \right) \tag{52}$$

また，連続式の離散化式は式(53)で示される．

$$[K_{v1}]\{\Delta u^N\} - \Delta t \theta [K_h]\{\gamma_w h^M\}_{t+\Delta t} + [K_h^*]\{\gamma_w h^M\}_{t+\Delta t}$$
$$= \Delta\{Q\} + \Delta t (1-\theta)[K_h]\{\gamma_w h^M\}_t + [K_h^*]\{\gamma_w h^M\}_t \tag{53}$$

ここで，$K_{v1} = \int_V N_h^T S_r B_v dV$

$$K_h^* = \int_V N_h^T n \frac{\partial S_r}{\partial s} N_h dV$$

$$K_h = \int_V B_h^T \left[\frac{k}{\gamma_w} \right] B_h dV$$

$$Q = \int_{S_q} N_h^T \{\bar{q}\} dS$$

θ :オイラーの差分パラメータ

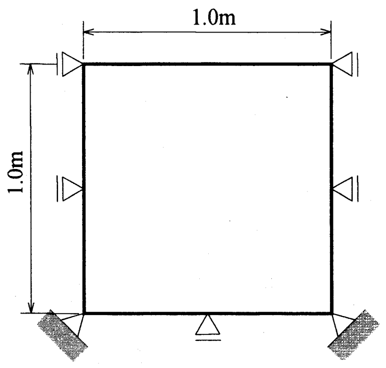


図-3 解析領域

表-2 材料定数

λ	κ	M	ν'	k (m/day)	m	a
0.18	0.037	1.33	0.33	0.864	1.2	150
n	e_0	S_{rc}	A^D	B^D	A^W	B^W
1.0	2.00	0.15	-21.2	5.9	-4.87	1.45

表-3 初期状態

	S_r	s (kPa)	p_{sat} (kPa)
Case①	0.90	196	204.6
Case②	0.20	196	1.9
Case③	0.40	49	6.1
Case④	0.40	411	9.2

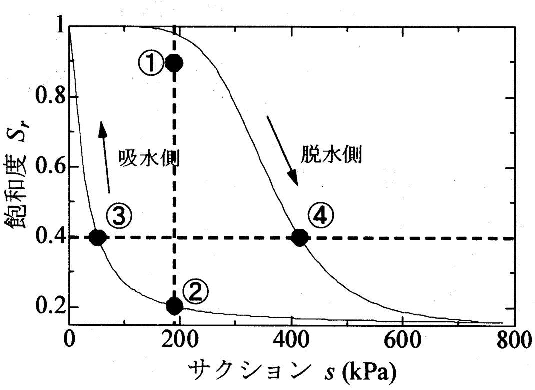
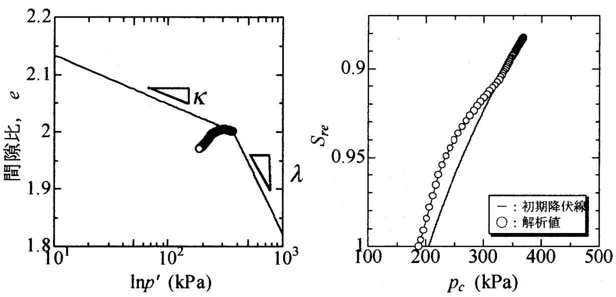


図-4 設定水分特性曲線と初期状態

式(51)，(53)を連立させると，次式のマトリックスが得られる．

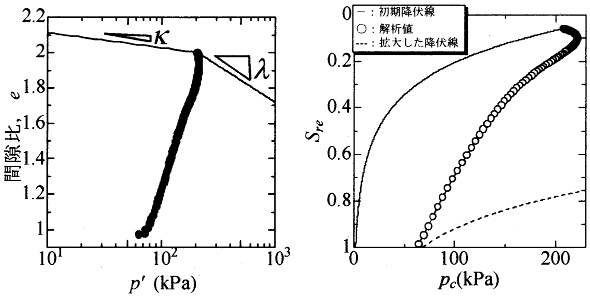
$$\begin{bmatrix} [K] & [\bar{K}] \\ [K_{v1}] & [K_h^*] - \Delta t \theta [K_h] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta u^N\} \\ \{\gamma_w h^M\}_{t+\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [\Delta F] + [\bar{K}]\{\gamma_w h^M\}_t \\ \left[[K_h^*] + \Delta t (1-\theta)[K_h]\right]\{\gamma_w h^M\}_t + \Delta\{Q\} \end{Bmatrix} \tag{54}$$

式(54)を境界条件のもとで解くことで，未知数$\{\Delta u^N\}$，$\{h^M_{t+\Delta t}\}$が得られる．



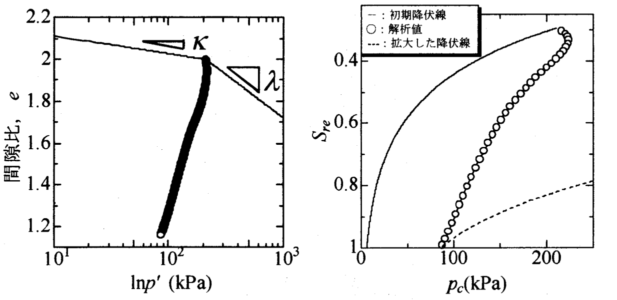
(a) $e-\ln p'$ 関係　(b) $S_{re}-p_c$ 関係

図-5 Case①解析結果



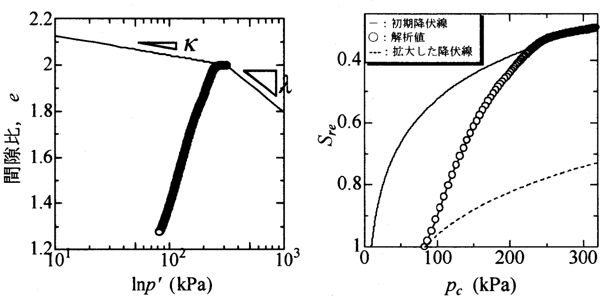
(a) $e-\ln p'$ 関係　(b) $S_{re}-p_c$ 関係

図-6 Case②解析結果



(a) $e-\ln p'$ 関係　(b) $S_{re}-p_c$ 関係

図-7 Case③解析結果



(a) $e-\ln p'$ 関係　(b) $S_{re}-p_c$ 関係

図-8 Case④解析結果

表-4 材料定数

λ	κ	M	ν'	k (m/day)	m	a
0.18	0.037	1.33	0.33	0.864	1.2	150
n	e_0	S_{rc}	A^D	B^D	A^W	B^W
1.0	2.00	0.15	-12.57	4.0	-6.0	2.3

4 不飽和土/水連成解析

前章で得られた土/水連成問題の定式化を用い，土/水連成有限要素解析プログラムを開発する．得られた解析コードを DASAR-UA と呼ぶ．ここでは，簡単な例題を解き，その適用性について検討する．

4.1 サクション減少時の挙動

不飽和土特有の挙動を示すサクション減少時の挙動を，解析によって求める．解析条件は以下のとおりである．

① 解析領域：水平方向 $x=1.0m$，鉛直方向 $y=1.0m$．節点数 9，要素数 1．(**図-3**)

② 変位境界：下辺両端で水平方向，鉛直方向共に固定．下端中央部で鉛直方向固定．左右端で水平方向固定．

③ 解析条件：平面ひずみ条件．

表-2 に材料定数を示す．ここで，A^D，B^D，A^W，B^W は，水分特性曲線のフィッティングパラメータを示し，添え字の D, W はそれぞれ脱水過程，吸水過程を表し，水分特性曲線ヒステリシスを考慮できるようになっている．m :Mualem の不飽和透水係数モデルにおけるフィッティングパラメータ [13]，k :飽和透水係数であり，簡単のため等方性であるとした．ここでは，水分特性曲線ヒステリシスの影響が明確にでるような，脱・吸水を表すパラメータを選択した．

初期含水状態による挙動の違いを見るために，**表-3** に示す 4 種類の初期状態を設定した．また，応力状態は等方で弾塑性状態にあるようにした．**図-4** に設定した水分特性曲線(主脱水曲線，主吸水曲線)と初期状態を示す．Case①と②は，同一サクションで飽和度の異なる状態，Case③と④は，飽和度が等しくサクションが異なる状態の比較である．サクション減少は各節点の全水頭をサクションがゼロになるまで，段階的に減少させる事で表現した．**図-5〜8** に，解析結果を示す．(a)に $e-\ln p'$ を示しており，解析領域の体積変化が確認できる．(b)は，$S_{re}-p_c$ 関係を示す．図中には初期降伏線，拡大した降伏線を記している．初期降伏線は，

$$p_{ci}=p'_{sat,i}\exp\left[\left(1-S_{re}\right)^n\ln a\right] \tag{55}$$

で与えられ，図 1 の A-B 線を示している．

ここで，p_{ci}:任意の有効飽和度における初期降伏応力，$p'_{sat,i}$:飽和状態における初期降伏応力．この初期降伏線に対して右下側が塑性領域を示すことになる．一般的な応力状態では，一定のS_{re}における$p' \sim q$平面の降伏関数の$q=0$における値がp_cを表すことになり，$p_c \sim S_{re}$の描く経路によって，降伏線の拡大が表現されることになる．この$p_c \sim S_{re}$の変化によって降伏線が拡大しているのが確認できる．Case①と④では，サクション減少初期に応力経路が弾性領域に入っており，弾性膨張が生じている．その後，Case①では弾性領域で，$p_c \sim S_{re}$経路が初期降伏線へ近づき結果として弾性圧縮を呈し，Case④では初期降伏線を越えて塑性域へと入るため，最終的に大きな塑性圧縮が生じているのが確認できる．Case②，③は，ともにサクション減少初期より塑性圧縮が生じており，不飽和土特有のコラプス圧縮が顕著に現れている．これら両ケースは，お互いに初期のサクション，飽和度は異なるが，湿潤過程で同一の吸水曲線状を推移するため，サクションによる応力経路は同一となる．しかしながら，初期を正規状態に設定したためにp'_{sat}の値が異なる．p'_{sat}の小さいCase②は，よりゆる詰めの状態を表しており，コラプスによる圧縮が大きく現れている．図からは判断が困難であるが，Case②は，最終的に，拡大した降伏線の左側へ$p_c \sim S_{re}$経路が向かい，最終的に弾性領域に入るため，わずかながら膨潤傾向を示す．

4.2 仮想地盤での検証

初期値境界値問題におけるプログラムのパフォーマンスを検証するために，仮想地盤における降雨浸透シミュレーションを行う．解析条件は以下のとおりである．

① 解析領域：水平方向(上) x ＝3.0m，水平方向(下)x=2.4m，鉛直方向 y=3.0m．節点数 49，要素数 9．(**図-9**)

② 変位境界：解析領域上下左右辺で水平方向，鉛直方向共に固定．

③ 水理境界：左右下辺は非排水．

④ 解析条件：平面ひずみ条件．

表-4 にシミュレーションで用いた材料定数を示す．また，各要素の初期状態として，

$$s = 5.0(\text{kPa}),\ S_r = 0.40,\ p_{sat} = 1.86(\text{kPa})$$

を与えた．その結果，下部要素で正規圧密状態となった．要素の初期サクションは 5.0kPa であるが，要素発生時に位置水頭差による水収支が生じるため，降雨開始前に十分な時間ステップを与え，定常状態にあることを確認してから降雨のシミュレーションを行った．降雨は，上部要素の各節点に流入量 0.01m/day を全要素が飽和するまで与えた．

図-10，**図-11**，**図-12** に，中央部要素の上部要素，中間要素，下部要素の重心位置の，飽和度，サクション，変位の時間的変化を示す．**図-10** より，下部層から飽和度の上昇が始まっているのが確認できる．降雨による上部からの浸透を表しているが，流入量に対して透水係数が高いため，下部から地下水位が

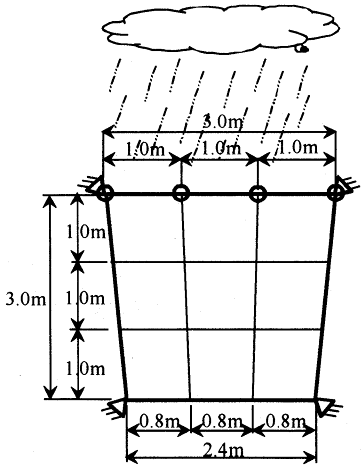


図-9　解析領域メッシュ図

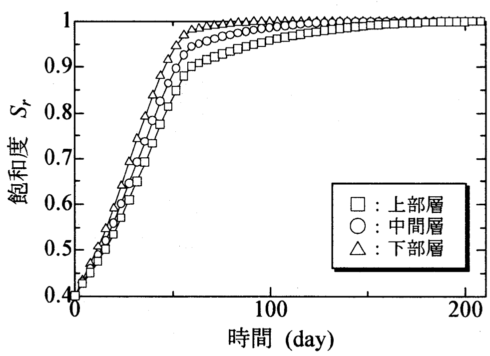


図-10　中央部要素重心の飽和度時間変化

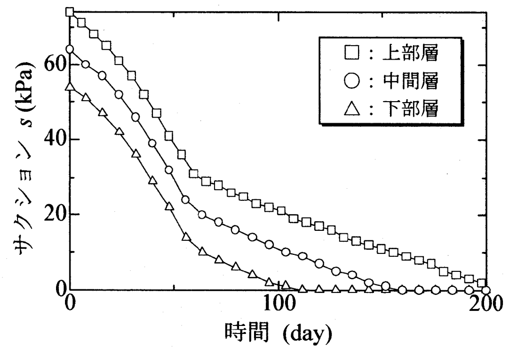


図-11　中央部要素重心のサクション時間変化

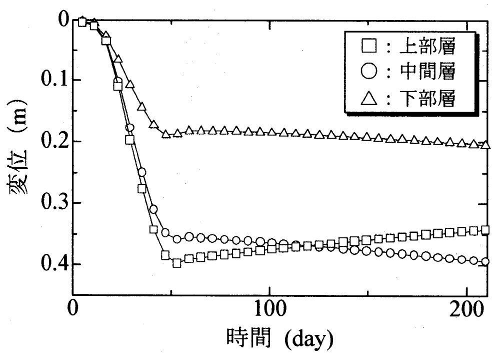


図-12　中央部要素重心の変位時間変化

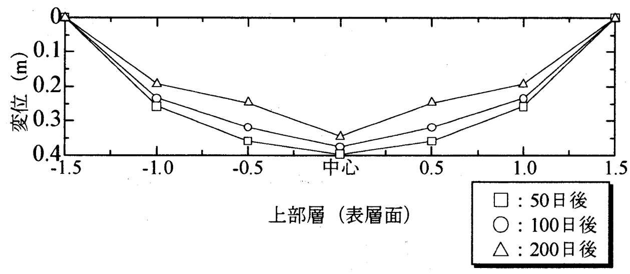


図-13 地表面変位の時間変化

上昇し，約 200 日で解析領域全体の飽和が終了する結果となった．上部要素ほど高いサクションとなり，降雨浸透に伴ってサクションが減少しているのが，**図-11** から読み取れる．先述したように，下部層は初期に正規状態にあるため，飽和度の上昇に伴ってコラプス沈下が生じているのが**図-12** から分かる．中間層も，下部層とほぼ同じだけの圧縮量があるのが読み取れる．しかしながら，上部層は，土被り圧が小さいため，浸透に伴って圧縮するものの，最終的には膨張傾向が現れている．

図-13 は，50 日，100 日，200 日後の地表面の変位変化を示している．**図-12** からも分かるように，50 日を過ぎてから，地表面が膨張しているのが分かる．中央部の最大沈下量は，50 日後の約40cmであった．本シミュレーション結果は，穴埋め盛土等で見られる不等沈下を表現しており，より詳細な実験データから与えられたパラメータの設定と，現場計測との比較を行うことで定量的な予測も視野に入ってくる．

5 まとめ

大野らが提案する，有効飽和度を剛性に寄与するパラメータとする不飽和土構成モデルを，初期値境界値問題として有限要素解析に組み込んだ．また，これまで用いてきた赤井・田村の方法では，メッシュの形状によって理論解から逸脱する計算結果が得られるという問題点があったため，数値解析手法の将来的な改良も考慮に入れて，アイソパラメトリック要素を導入して空間離散化を行った．このように新たに作成された土/水連成有限要素解析コードを用いて，仮想地盤のシミュレーションを行うことが可能となった．

参考文献

1) Alonso, E.E., A. Gens and A. Jose: A constitutive model for partially saturated soils, *Geotechnique,* Vol.40, No.3, pp405-430, 1990.

2) Kohgo, Y., M. Nakano and T. Miyazaki: Theoretical aspects of constitutive modeling for unsaturated soils, *Soils and Foundations,* Vol.33, No.4, pp.49-63, 1993.

3) Alonso, E.E., F. Batle, A. Gens and A. Lloret: Consolidation analysis of partially soils-application to earthdam construction, *Proc. Int.l Conf. on Numerical Methods in Geomechanics*, pp.1303-1308, 1988.

4) Kohgo, Y., M. Nakano and T. Miyazaki: Verification of the generalized elaso- plastic model for unsaturated soils, *Soils and Foundations,* Vol.33, No.4, pp.64-73, 1993.

5) 軽部大蔵，加藤正司，浜田耕一，本田道識: 不飽和土の間隙水状態と土塊の力学的挙動の関係について，土木学会論文集，No.535/Ⅲ-34, pp.83-92, 1996.

6) 軽部大蔵，本田道識，加藤正司，鶴ヶ崎和博: 不飽和土のせん断挙動と間隙水の状態の関係について，土木学会論文集，No.575/Ⅲ-40, pp.49-58, 1997.

7) 飯塚敦，本田道識，西田博文，河井克之，軽部大蔵：間隙水分布の違いを考慮した不飽和土の土/水連成解析，土木学会論文集，No.659/Ⅲ-52, pp.165-178, 2000.

8) 赤井浩一，田村武: 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析，土木学会論文報告集，No.269, pp.95-104, 1978.

9) 大野進太郎，河井克之，橘伸也: 有効飽和度を剛性に関する状態量とした不飽和土の弾塑性構成モデル，土木学会論文集，Vol.63, No.4, pp.1132-1141, 2007.

10)竹山智英，飯塚敦，太田秀樹: 一次関数近似を用いた水頭の空間離散化，第 41 回地盤工学地盤工学研究発表会講演集, pp.321-322, 2006.

11)久田俊明，野口裕久：非線形有限要素法の基礎と応用，丸善，pp.105-116，1994.

12)Roscoe, K.H., Schofield, A.N. and Thurairajah : A. Yielding of clays in states wetter than critical. *Geotechnique*, Vol.12, No.3, pp.250-255, 1963.

13)Mualem,Y. : A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resources Research,* Vol.12, No.3, pp. 514-522, 1976.

(2008 年 4 月 14 日　受付)