

巨視的弾性・高サイクル疲労過程の繰返し塑性挙動

Cyclic Plasticity Phenomena under Macroscopically Elastic-High Cycle Fatigue Process

堤 成一郎*, 村上幸治**, 後藤浩二***, 豊貞雅宏****

Seiichiro TSUTSUMI, Kouji MURAKAMI, Koji GOTOH, Masahiro TOYOSADA

*工博・農博 九州大学大学院 工学研究院 海洋システム工学部門, 助教 (〒819-0395 福岡市西区元岡 744)

**学士 九州大学大学院 工学研究院 海洋システム工学部門, 技術員 (〒819-0395 福岡市西区元岡 744)

***工博 九州大学大学院 工学研究院 海洋システム工学部門, 准教授 (〒819-0395 福岡市西区元岡 744)

****工博 九州大学大学院 名誉教授 (〒812-8581 福岡市東区箱崎 6丁目 10番 1号)

In order to simulate mechanical fatigue phenomena represented under macroscopically elastic condition, the plastic stretching within a yield surface has to be described, whilst the plastic strain is induced remarkably as the stress approaches the dominant yielding state. In this study, a logistic analysis is conducted for the description of the cyclic loading behavior observed during so-called high cycle fatigue subjected to the cyclic stresses lower than the yield stress, and also an unconventional plasticity model is proposed. The extended elasto-plastic model is applied for metals obeying not only isotropic but also kinematic hardening law. The mechanical responses under cyclic loading conditions are examined briefly and compared with the corresponding experimental results for SN490B.

Key Words : cyclic plasticity, fatigue, damage, crack nucleation, macroscopically elastic

1. はじめに

各種機械・構造物の疲労き裂発生・伝播寿命を支配する重要な力学的因子の一つに繰返し応力に伴う塑性ひずみの発生とその累積が挙げられる¹⁾⁻⁵⁾。一般に材料の降伏応力よりも大きな繰返し応力が作用する、いわゆる“低(もしくは極低)サイクル疲労”試験中に計測された応力-ひずみ曲線内には、ヒステリシス・ループなどの塑性変形が確認され、それらの表現を目的とした材料構成式は数多く提案されている⁶⁾⁻¹¹⁾。なお、その間に計測される塑性ひずみ振幅($\Delta\varepsilon^p$)と疲労き裂発生寿命(N)との相関は特に高く、いわゆる Manson-Coffin 則の成立として示されている¹⁾。一方、比較的小さな繰返し応力が作用する“高サイクル疲労”試験中には、小繰返し回数間に計測された応力-ひずみ曲線からは明瞭な塑性変形が確認されず、いわゆる“巨視的弾性”応答を示す。しかし、巨視的弾性条件下の一定両振り繰返し応力によっても、サイクル数の増加に伴って突如塑性ひずみが発生し、その後疲労き裂発生に至る³⁾⁻⁵⁾。

以上に示した、巨視的弾性条件下を含む任意の変動荷重下に適用可能な材料構成モデルが構築されれば、そのモデルに基づく疲労き裂発生規準の確立が可能になる。さらに有限要素法などの数値解析手法へ導入することに

より、疲労き裂発生から伝播に至る一連の疲労き裂発生・伝播シミュレーションが可能となり、疲労寿命評価に対する極めて有力な手法となり得る。

これまで巨視的弾性条件下の疲労き裂発生予測手法の確立を目的として、転移動力学的考察に基づく研究が行われている^{4), 5)}。そこでは可動転位密度や転位の移動平均距離など、材料の内部構造に関するある程度の情報を元に繰返し数と塑性ひずみ振幅の関係を規定する、いわゆるロジスティック曲線に基づいている。

一方、材料の構成モデルに関する研究では、(極)低サイクル疲労過程の応力-ひずみ関係を記述するもの⁶⁾⁻¹¹⁾が主流であり、巨視的弾性条件下で発現する塑性ひずみ急増現象など、高サイクル疲労過程の応力-ひずみ関係を適切に予測可能な材料モデルは提案されていなかった。近年、著者ら¹²⁾⁻¹⁶⁾は巨視的弾性条件下への適用を目指した繰返し弾塑性構成式を提案している。この構成式は、下負荷面^{9), 16)-18)}、弾性境界面¹⁹⁾および繰返し損傷¹²⁾の概念を導入した非古典弾塑性構成式であり、滑らかな弾塑性遷移や僅かな塑性変形の累積に伴うダメージの進展も取り込めるように定式化されている。しかし、任意の変動荷重を含む一般の負荷状態へと適用範囲を広げるために、より多くの実験結果との照査やマイクロ構造変化との関係など、より詳細な検討に基づいてモデルを

拡張する必要がある。

そこで本研究では、供試材料 SN490B を用いた完全両振り繰返し載荷試験により得られた応力-ひずみ関係を対象として、ロジスティック解析応答との照査を行ない、マイクロ構造変化に関する考察を行う。また、近年新たに拡張されたダメージパラメータおよび硬化特性を導入した構成モデルの応答との比較を通じて、繰返し載荷に伴うダメージの蓄積と塑性ひずみ急増現象および繰返し・応力-ひずみ曲線との関係について考察を試みる。

2. 材料試験

建築構造用圧延鋼材である SN490B を供試材料として、砂時計型の丸棒試験片を用いた一軸引張および両振り繰返し載荷試験を室温大気環境中にて行った¹²⁾⁻¹⁶⁾。なお、何れの試験も JIS 規格の静的試験条件に準拠して、試験機アクチュエータのヘッド変位速度を 0.0066 (mm/sec) 一定として、ロードセルによる荷重に加え、1 軸 2mm のゲージを用いて最小断面位置でのひずみを計測した。なお、繰返し載荷試験時に採用する各種パラメータの定義

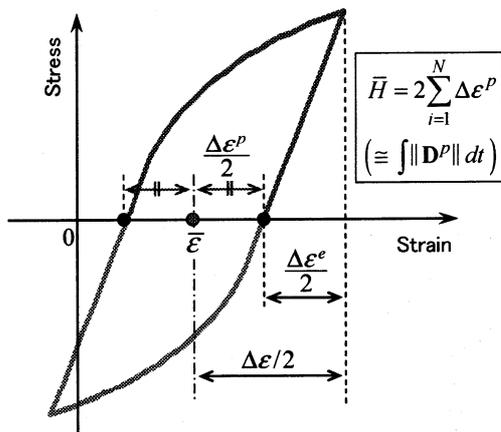


図-1 各種パラメータの定義

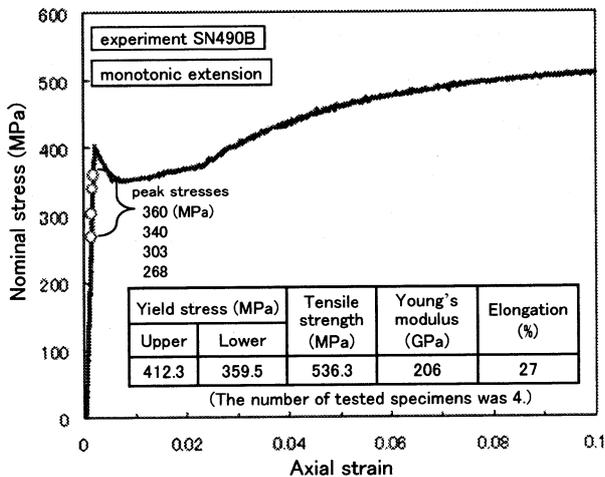


図-2 単調引張載荷条件下の応力-ひずみ関係

を図-1 に示している。ここで、応力ゼロにおける引張り側ひずみループの幅 $\Delta\epsilon^p$ 、ループ中央位置における軸ひずみの値 $\bar{\epsilon}$ 、また $\Delta\epsilon^p$ の積算値の 2 倍を \bar{H} とした。実験により得られた代表的な公称応力-ひずみ関係を図-2 に示している。単調載荷試験により得られた上降伏応

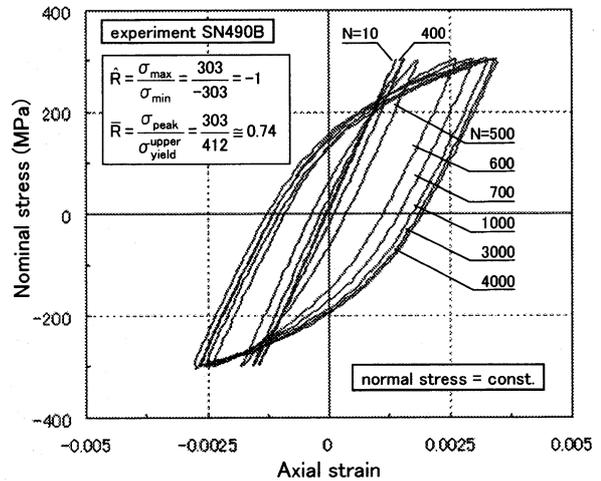


図-3 繰返し載荷条件下の応力-ひずみ関係

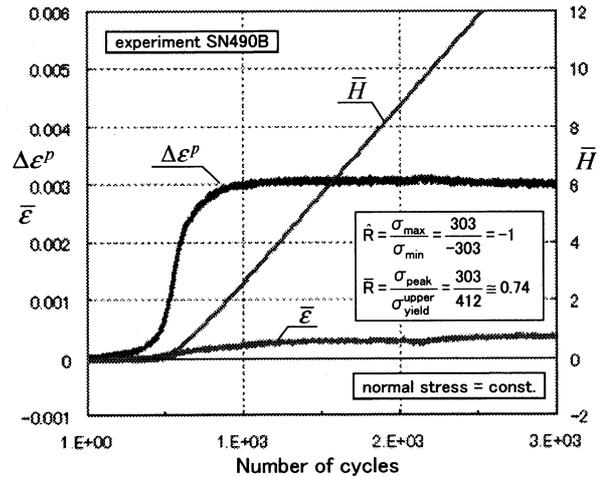


図-4 繰返し載荷回数と各種パラメータの関係

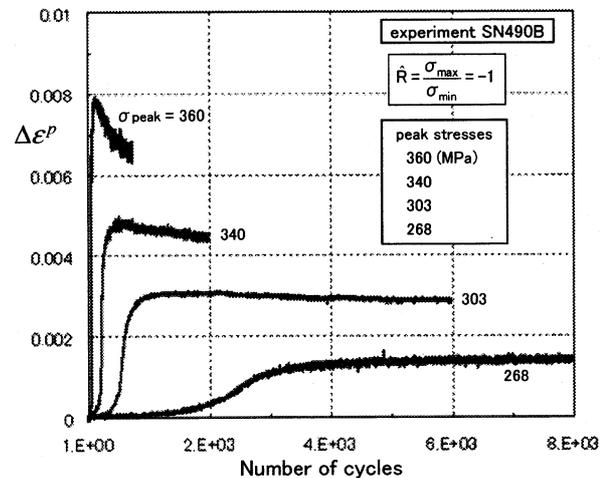


図-5 繰返し載荷回数 N と塑性ひずみ幅変化の関係

力(412MPa)の約0.74倍の応力を最大公称応力(303MPa)とする両振り繰返し試験により得られた特定回における公称応力-ひずみ関係を図-3に示している。

また、繰返し载荷回数Nと各種パラメータの関係を図-4に示している。これらの図より、繰返し回数Nが400回程度までは、ほぼ弾性的な応答を示すが、その後Nの増加に伴って $\Delta\epsilon^p$ 値が急増する結果が得られた。さらに、サイクル数が700回程度になると、ひずみの発生は次第に減速傾向に転じ、1000サイクル程度で $\Delta\epsilon^p$ 値がほぼ一定になる、いわゆる塑性シェイクダウンの状態に達した。

先の図-4に示した結果を含めた4ケースの繰返し荷重時のサイクルNと塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon^p$ の計測結果を図-5に示している。この図より、応力振幅が小さくなるにつれて、塑性ひずみ急増に至るまでのサイクル数Nが多くなり、その際に発生するひずみは小さくなる結果を得た。なお、高繰返し応力側の塑性ひずみ幅はサイクル数の増加と共に減少する結果を得た。

3. 塑性ひずみ幅変化の解析モデル

3.1 転位動力学的考察とロジスティック曲線

先の実験結果に示されたように、軟鋼に対する観測によると、一定応力振幅・高サイクル疲労下のき裂発生までには、初期に塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon^p$ がほぼゼロである巨視的弾性の第I段階、 $\Delta\epsilon^p$ が急増する第II段階、 $\Delta\epsilon^p$ がピークを向かえた後、载荷応力によっては $\Delta\epsilon^p$ が次第に減少する段階IIIに分類^{4),5)}できる。また、転位動力学的には段階IからIIの間は、転位が急激に増殖すると共に、局所的な塑性変形領域が試験片全体に拡大していく段階であると言われている。また、この間の全転位密度 ρ_t は単調に増加し、 $\Delta\epsilon^p$ のピーク時に ρ_t も飽和する。本節では以上の各段階を包括的に予測可能な解析モデルの定式化を目指す。

まず、疲労過程における塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon^p$ は、可動転位密度を ρ_m 、転位の平均移動距離を l とすると次式で与えられる⁵⁾。

$$\Delta\epsilon^p = \rho_m l b \quad (1)$$

b はバーガースペクトル長さである。なお、可動転位密度 ρ_m は全転位密度 ρ_t の増加と共に次第に増加するが、 ρ_t は応力の繰返しに伴う転位の増殖と、それに伴って転位同士が会う確立が高くなり異符号転位の相互消滅が競合した結果として存在していると考えられる⁴⁾。

次に、繰返し荷重が作用して転位密度が増加すると転位が移動しにくくなり、可動転位の移動距離が減少するとして、本研究では a を比例定数とする次の関係を仮定する。

$$l = \frac{a}{\sqrt{\rho_t}} \quad (2)$$

また、全転位密度 ρ_t に対する可動転位密度 ρ_m の割合を r

として、次の関係を仮定する。

$$\rho_m = r\rho_t, (0 < r < 1) \quad (3)$$

以上の式(2)および(3)を式(1)に代入すると、

$$\Delta\epsilon^p = a\sqrt{r\rho_m}l \quad (4)$$

が得られる。なお、転位の二重交差すべり機構に関する考察によれば、正負の転位は同数作られ、応力が高くなる程その数は多くなるので、それだけで消滅する転位の割合も多くなるものと考えられる。そこで本研究では r の具体形として σ_a を一定繰返し応力、 γ を材料定数とする次式を提案する。

$$r = \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_y}\right)^\gamma \quad (5)$$

ここで、 σ_y は材料の降伏応力である。

次に、繰返し数と ρ_m の関係についてモデル化する。一般に ρ_m が増加すれば転位同士が会う確立が高くなり、正負の転位によって消滅が生じる。これまで、繰返し負荷の1サイクル当たりの ρ_m の変化として次式が導出⁵⁾されている。

$$\frac{d\rho_m}{dn} = \alpha\rho_m - \beta\rho_m^2 \quad (6)$$

上式を初期可動転位密度 $\rho_m = \rho_{m0}$ をもとに解けば

$$\rho_m = \left(\frac{\beta}{\alpha} + C \exp(-\alpha n)\right)^{-1} \quad (7)$$

ここに、

$$C = \frac{1}{\rho_{m0}} - \frac{\beta}{\alpha}$$

式(7)は、いわゆるロジスティック曲線と呼ばれる。しかし、式(7)は初期に塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon^p$ の潜伏期を示し、その後急増して一定値に漸近する曲線を表すのみで、段階IIIで見られるような塑性ひずみ幅の減少傾向を表すことができない。なお、段階IIIでは繰返し応力が作用して全転位密度 ρ_t が増加する間に点欠陥が形成され、それに起因する短範囲の摩擦応力の増加によって可動転位が移動しにくくなり、結果的に平均自由行程が減少すると考えられている。

そこで、式(6)の可動転位消滅項に $(1+\kappa n)$ の補正係数を追加した次式が提案されている⁵⁾。

$$\frac{d\rho_m}{dn} = \alpha\rho_m - \beta(1+\kappa n)\rho_m^2 \quad (8)$$

上式を解くと次式が得られる。

$$\rho_m = \left(\left(\frac{\beta}{\alpha} - \frac{\beta\kappa}{\alpha^2}\right) + C \exp(-\alpha n) + \frac{\beta\kappa}{\alpha}n\right)^{-1} \quad (9)$$

ここで、 α は塑性ひずみ幅が増加するときの繰返し回数、 β は可動転位の消滅係数、 κ は荷重1サイクル辺りの硬化量を表している。また、式(9)は次式で近似される。

$$\rho_m = \left(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{1}{\rho_{m0}} \exp(-\alpha n) + \frac{\beta\kappa}{\alpha}n\right)^{-1} \quad (10)$$

なお本研究では、一定応力振幅下の初期可動転位密度 ρ_{m0} として、式(3)より得られる次式で与える。

$$\rho_{m0} = R\rho_{t0} \quad (11)$$

以上、式(4)および(10)より、繰返し数の増加に伴う可動転位密度 ρ_m の変化がわかれば塑性ひずみ幅の変化がわかる。なお、式(4)中の比例定数 a は単位大きき 1 としても実験結果とのフィッティング上問題はなく、ロジスティック曲線は α 、 β 、 γ および κ の 4 つのパラメータを用いて評価される。

3.2 ロジスティック解析と実験結果の比較

解析に用いた材料定数のうち、 ρ_{10} および b は鋼について通常用いられる測定値 3.48×10^5 (1/mm²) および 2.48×10^{-7} (mm) をそれぞれ用いた⁴⁾。本研究で得られた実験結果を元に、材料の降伏応力は $\sigma_y = 412$ (MPa) とした。また、式(5)中の材料定数は $\gamma = 6$ を採用した。応力振幅 σ_a に依存するパラメータは表-1 のように設定した。

表-1 ロジスティック解析パラメータ (SN490B)

σ_a (MPa)	α (1/cycle)	β (mm ² /cycle)	κ (1/cycle)
360	1.2×10^{-1}	3.0×10^8	8.0×10^{-4}
340	3.5×10^{-2}	4.2×10^7	1.0×10^{-4}
303	1.5×10^{-2}	1.4×10^7	2.0×10^{-5}
263	3.5×10^{-3}	1.4×10^6	-

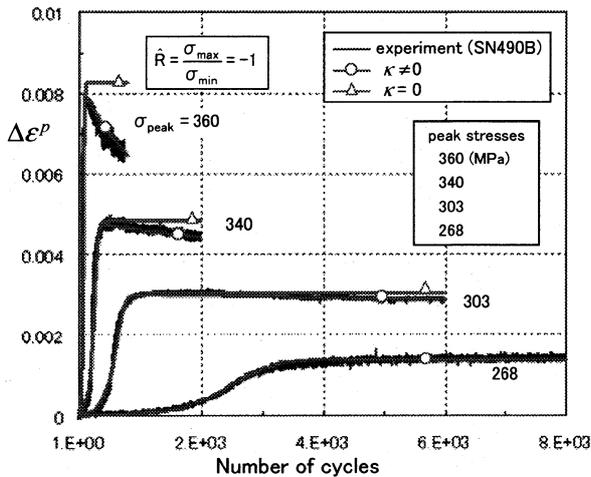


図-6 繰返し载荷回数 N と塑性ひずみ幅変化の関係 (実験結果, 計算結果 $\kappa=0$ and $\kappa \neq 0$)

4 種類の繰返し応力に対して計算された塑性ひずみ幅 $\Delta \epsilon^p$ と実験結果の比較を図-6 に示している。なお、 $\kappa=0$ 時の計算結果も合わせて示している。この図より、载荷初期にはそれぞれ小さな塑性ひずみ幅 $\Delta \epsilon^p$ を呈しているものの、サイクル数の増加と共に急激に $\Delta \epsilon^p$ 値が増加しピーク値に近づく。また、応力振幅 σ_a が大きいほど立ち上がり早く、その値も大きくなる挙動が予測されている。さらに、 κ の導入により応力振幅 σ_a が大きい場合に計測されるピーク後の塑性ひずみ幅 $\Delta \epsilon^p$ の減少も適切に再現されている。ただし、ロジスティック曲線を用い

た解析では、塑性ひずみ幅 $\Delta \epsilon^p$ を予測するのみで、材料の応力-ひずみ関係は予測されないことに注意が必要である。

4. 繰返し弾塑性モデル

4.1 正規降伏面, 下負荷面, 弾性境界面

本研究で採用する弾塑性構成モデルには、応力が特定の値よりも小さな場合に純粋な弾性応答を示し、かつ弾性応答から弾塑性応答への滑らかな遷移挙動の表現を目的として、正規降伏面、下負荷面、弾性境界面およびそれに適合した材料関数が導入されている。なお、モデルの概要に関しては、文献¹²⁾⁻¹⁶⁾を参照願いたい。下負荷面の形状、配置および大きさを与える負荷関数、等方硬・軟化関数および正規降伏面の大きさに対する弾性境界面の大きさの比をそれぞれ f 、 F および R^e と記すことにより、正規降伏面、下負荷面および弾性境界面はそれぞれ次式で表される。

$$f(\hat{\sigma}, \mathbf{H}) = F(H) \quad (12)$$

$$f(\bar{\sigma}, \mathbf{H}) = RF(H) \quad (13)$$

$$f(\bar{\sigma}, \mathbf{H}) = R^e F(H) \quad (14)$$

ここに、

$$\hat{\sigma} = \sigma_y - \alpha, \quad \bar{\sigma} = \sigma - \bar{\alpha} \quad (15)$$

$$\bar{\alpha} = s - R(s - \alpha) \quad (\bar{\alpha} - s = R(\alpha - s)) \quad (16)$$

α は移動硬化変数であり、いわゆる背応力に対応する。スカラー H は等方硬化変数であり、 σ_y は下負荷面上の現応力点 σ に対応する正規降伏面上の共役応力である。繰返し負荷時の材料挙動における特徴的な応答の一つである Masing 効果の表現を目的として、相似中心 s を導入している。また、一般性を有する定式化のために 2 階のテンソルに限定されない移動硬化変数以外の異方性テンソルを \mathbf{H} とした。

4.2 弾塑性構成式

ストレッチング \mathbf{D} (速度勾配 \mathbf{L} の対称部分) は、弾性ストレッチング \mathbf{D}^e と塑性ストレッチング \mathbf{D}^p の和で表されるとする。つまり、

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p \quad (17)$$

また、弾性ストレッチングは次式で与えられる。

$$\mathbf{D}^e = \mathbf{E}^{-1} \dot{\sigma} \quad (18)$$

ここに、 σ は現応力、 (\cdot) は共回転速度を表わす。 \mathbf{E} は ν 、 E をポアソン比およびヤング率とする Hooke 型の弾性係数テンソルとする。

一般に応力の増加に伴って弾性応答から弾塑性応答へ滑らかに移行することを考慮すると、塑性変形が進行する場合、現応力点 σ を常に含む下負荷面は膨張を続け、ついには正規降伏面に一致すると考えられる。従って、下負荷面の膨張速度 \dot{R} は、塑性負荷過程 ($\mathbf{D}^p \neq 0$) にお

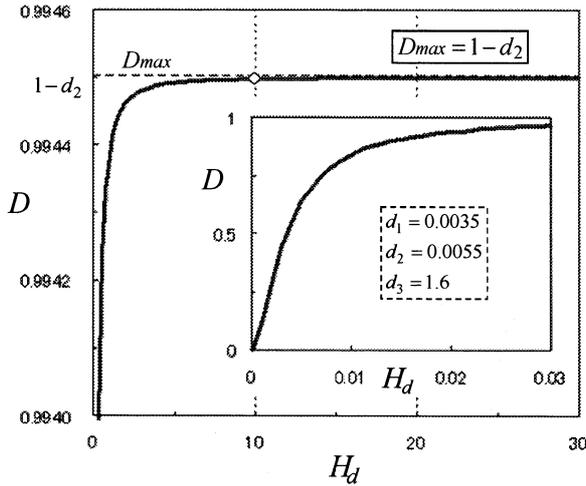


図-7 ダメージ関数 D とダメージパラメータ H_d の関係

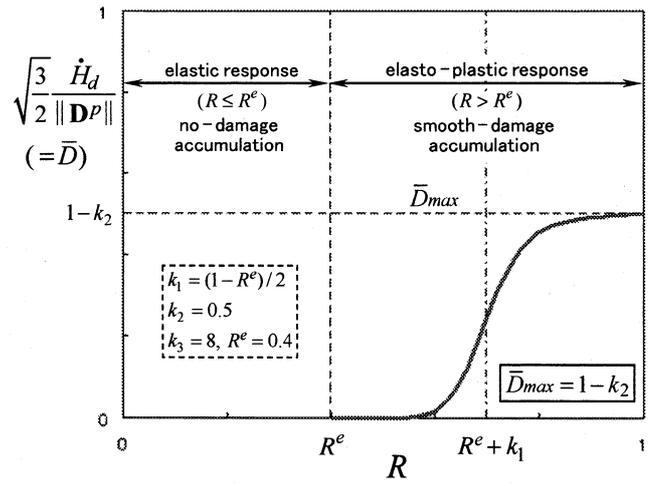


図-8 正規化したダメージパラメータ H_d の速度と正規降伏比 R との関係

いて、次の関係を満たす必要がある。

$$\left. \begin{aligned} \dot{R} &= \infty & \text{for } R &= R^e \\ \dot{R} &= 0 & \text{for } R &= 1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} (0 \leq R \leq 1) \\ (0 \leq R^e \leq 1) \end{aligned} \quad (19)$$

また、材料に対する損傷も同様に、塑性変形と共に滑らかに進展すると考えられることから、上の関係を満たす下負荷面の膨張速度 \dot{R} として、次式を提案する。

$$\dot{R} = mU \|\mathbf{D}^p\| (\mathbf{D}^p \neq \mathbf{0}) \quad (20)$$

ここに、

$$U = -(1-D) \ln \frac{R-R^e}{1-R^e} \quad (21)$$

$\|\cdot\|$ は大きさを表す。 m は弾性応答から弾塑性応答への遷移速度に関する材料定数であり、関数 $D(0 \leq D \leq 1)$ は後に説明するダメージ関数である。材料関数 U は、正規降伏比 R の単調減少関数であり、ダメージ関数 D の増加と共に減少する。これら定式化により、 $R=R^e$ では弾性応答を示すが、それ以降($R > R^e$)は正規降伏比 R およびダメージ関数 D の増加による材料関数 U の減少に伴って、徐々に塑性変形が発生することから、弾性応答から弾塑性応答への滑らかな遷移が表現可能となる。なお、 $R^e=1$ もしくは $R=1$ の場合、降伏面の内部を純粋弾性領域と仮定する古典弾塑性論によるモデル応答に完全に一致する。

4.3 繰返し損傷

繰返し応力に伴う塑性変形の累積の結果、材料の塑性流動が促進される現象を“繰返し損傷(ダメージ)”と定義し、関数(21)式に導入するダメージ関数 $D(d_i, H_d)$ ($0 \leq D \leq 1$)として、次式を採用する。

$$D(d_i, H_d) = (1-d_2) \left\{ 1 + \left(\frac{d_1}{H_d} \right)^{d_3} \right\}^{-1} \quad (22)$$

ここに、 H_d は損傷の進展度合いを規定する内部状態変数であり、ダメージパラメータと呼ぶ。なお、 d_i ($i=1,2,3$)はダメージの進展に影響を与える材料定数である。ダメー

ジ関数 D の応答を図-7に示している。この図から明らかかなように、 D はダメージパラメータ H_d の単調増加関数であり、その値は初期値0から増加し $D_{max}=1-d_2$ に漸近する。

本研究では、ダメージパラメータ H_d の発展則として、次式を採用する。

$$\dot{H}_d = \sqrt{\frac{2}{3}} \|\mathbf{D}^p\| \bar{D}(k_i, \bar{R}) \quad (23)$$

ここに、

$$\bar{D}(k_i, \bar{R}) = (1-k_2) \left\{ 1 + \left(\frac{k_1}{\bar{R}} \right)^{k_3} \right\}^{-1} \quad (24)$$

$$\bar{R} = R - R^e, \quad k_1 = \frac{1-R^e}{2} \quad (25)$$

上式中の関数 \bar{D} は式(12)と同形式で与えられ、 k_i ($i=1,2,3$)は正規降伏比 R がダメージの進展速度に与える影響を規定する材料定数である。正規化した速度型ダメージパラメータ H_d の応答を図-8に示している。この図より、ダメージパラメータ H_d は R の単調増加関数であり、その値は $\bar{D}=1-k_2$ に漸近することがわかる。なお、従来モデルでは、ダメージパラメータ H_d として、 $\bar{D}=1$ に対応する累積塑性ひずみ H が採用されていたが、ダメージの累積に対する応力範囲の影響を適切に表現するために、正規降伏比 R と塑性ストレッチングの大きさの積、すなわち正規化した塑性仕事に対応する量に拡張されている。

4.4 材料関数

本研究では、負荷関数 f として次式で与えられるMises型を採用する。

$$f(\bar{\boldsymbol{\sigma}}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \|\bar{\boldsymbol{\sigma}}^*\| \quad (26)$$

ただし、

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}^* = \bar{\boldsymbol{\sigma}} - \frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}) \mathbf{I} \quad (27)$$

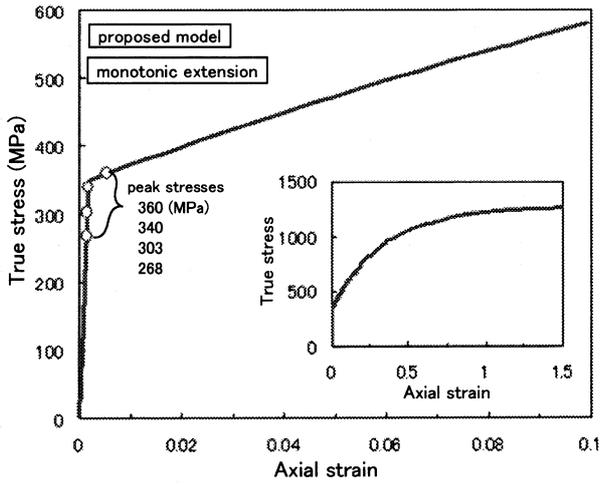


図-9 単調引張载荷条件下の応力-ひずみ関係 (計算結果)

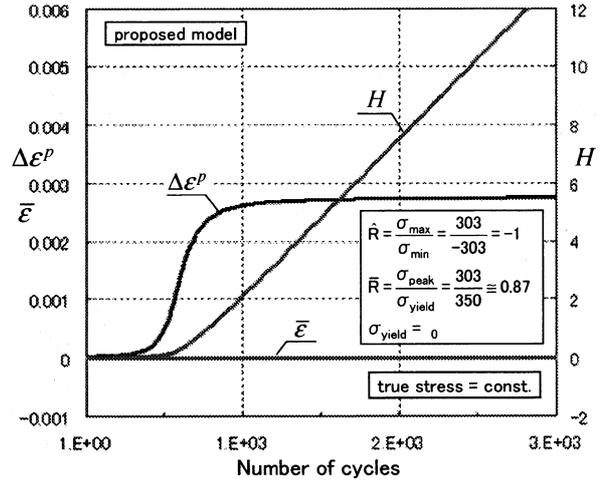


図-11 繰返し载荷回数と各種パラメータの関係 (計算結果)

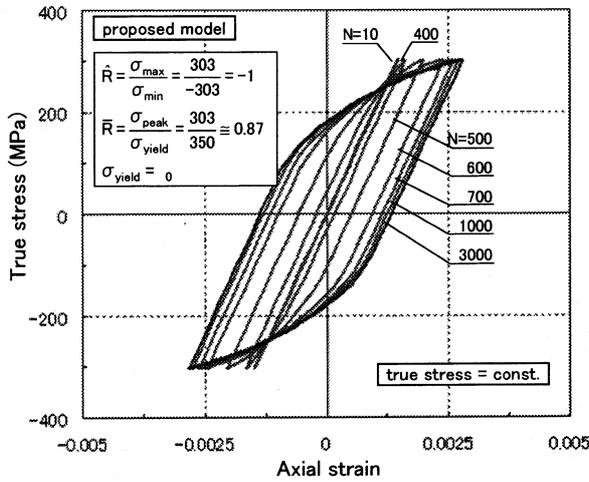


図-10 繰返し载荷条件下の応力-ひずみ関係 (計算結果)

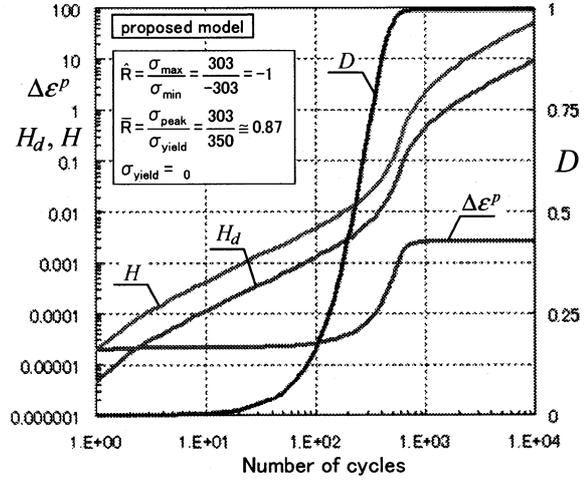


図-12 繰返し载荷回数Nと各種パラメータの関係

また、Masing 効果の表現を目的とする相似中心 s の発展則として、 c を定数とする次式を採用する。

$$\dot{s} = -c U \parallel \mathbf{D}^p \parallel \bar{\sigma} + \dot{\alpha} - \dot{s} \quad (28)$$

正規降伏面の中心の移動による移動硬化の発展則として、次式を採用する。

$$\dot{\alpha} = a_1 (a_2 \frac{\bar{\sigma}^*}{\parallel \bar{\sigma}^* \parallel} - \alpha) \{ 1 + (\frac{F_0}{\parallel \bar{\sigma}^* \parallel})^{a_3} \} \parallel \mathbf{D}^p \parallel \quad (29)$$

ここに、 a_i ($i=1,2,3$) は移動硬化発達を規定する材料定数である。なお、従来モデル¹²⁻¹⁴⁾に加えてパラメータ a_3 を導入した新たな項が追加されている。このパラメータの導入により、低応力範囲での移動硬化の発展を促進させることで、応力振幅の違いによる塑性ひずみ応答の感度を高めるように定式化している。

5. 弾塑性モデルによる計算結果と考察

5.1 計算条件と材料定数決定

本研究の弾塑性モデルを用いた計算では、応力速度-ストレッチング関係を直接時間積分することにより応力-ひずみ関係を得ている。このとき、応力-ひずみ関係

の計算結果に影響が現れない程度に小さな時間刻み幅で計算を行う。なお、材料パラメータを以下のように設定した。

$$E = 206 \text{ (GPa)}, \nu = 0.3, F_0 = 350 \text{ (MPa)}, R^e = 0.4$$

$$m = c = 20000, a_1 = 0.75, a_2 = 750 \text{ (MPa)}, a_3 = 4$$

$$d_1 = 0.0035, d_2 = 1.6, d_3 = 0.0055, k_2 = 8, k_3 = 0.5$$

一軸引張り条件下の真応力-ひずみ関係を図-9に示している。なお、単調载荷条件下での大ひずみ範囲の移動硬化挙動などに対するパラメータ精度の向上を目的として、実験で採用した丸棒供試体を模擬した有限要素解析結果と計測値のフィッティング結果も参考¹²⁾にパラメータを決定した。

5.2 繰返し载荷に伴う塑性ひずみ急増

先に示した繰返し疲労実験と同様、4種類の一定最大応力、完全両振り条件下の計算を行った。なお、本研究における実験では公称応力一定、計算では真応力一定条件下で繰返し载荷を行っているが、それぞれの応力の差

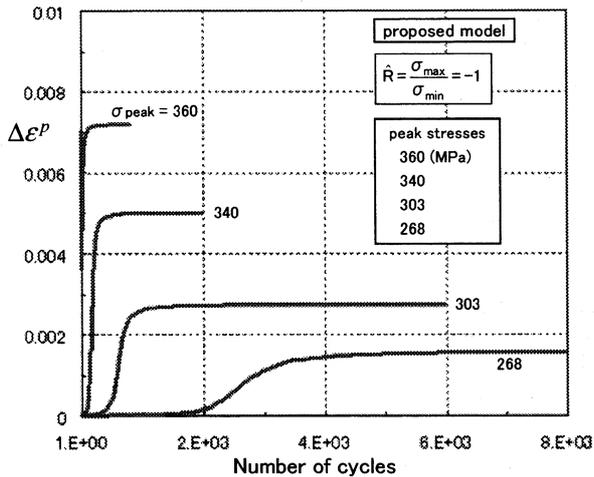


図-13 繰返し载荷回数 N と塑性ひずみ幅変化の関係 (計算結果)

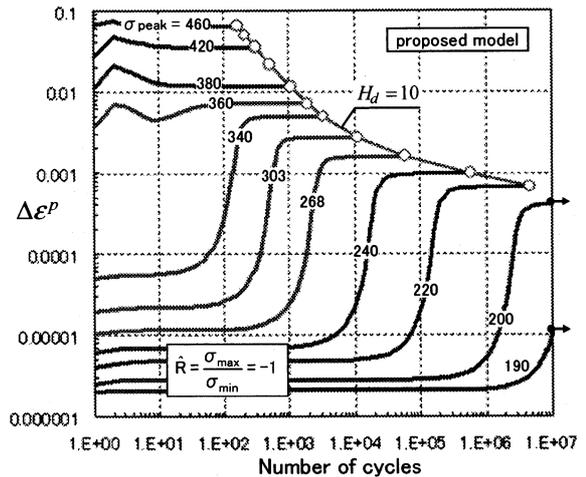


図-15 繰返し载荷回数 N と $H_d=10$ もしくは $N=10^7$ に至るまでの塑性ひずみ幅変化の関係

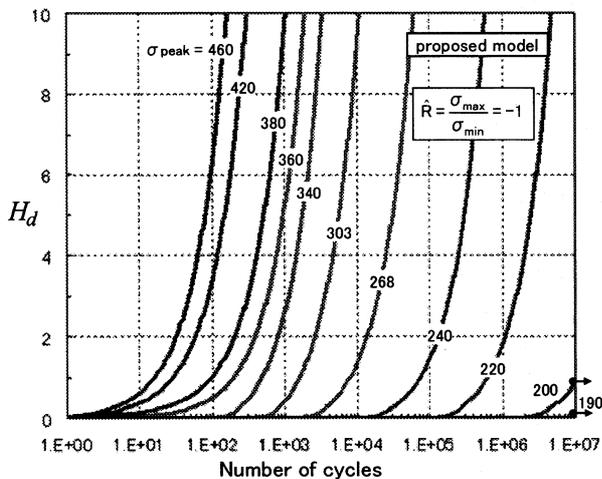


図-14 繰返し载荷回数 N とダメージパラメータ H_d の関係

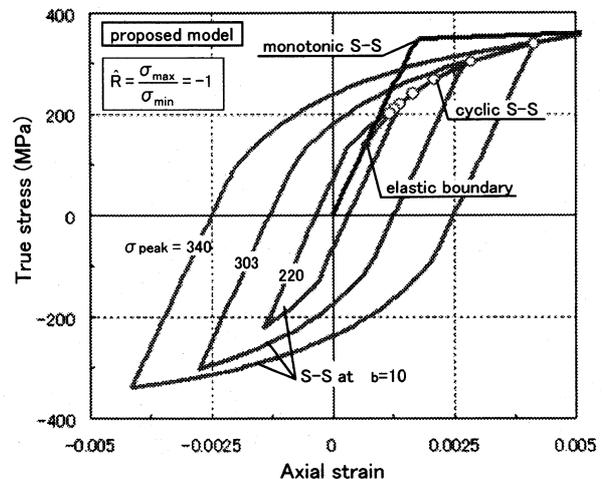


図-16 3種類の繰返し応力下で得られた $H_d=10$ に到達したサイクル数における応力-ひずみ関係と単調および繰返し・応力-ひずみ関係

異は極めて微小である。まず、最大応力 303MPa における完全両振り繰返し計算により得られた特定回における応力-ひずみ関係およびサイクル数と各種パラメータ値の関係を図-10および 11 にそれぞれ示している。これらの図より、サイクル数 N が400回程度までは、応力-ひずみ関係からは明瞭な塑性ひずみが確認できずほぼ弾性的な応答を示すが、その後 N の増加に伴って塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon^p$ の値が急増し、さらにサイクル数が700回程度になると、ひずみの発生は減速傾向に転じ、1000サイクルから3000サイクル程度で $\Delta\epsilon^p$ がほぼ一定値に漸近していく結果を得た。これら一連の挙動は、先に示した実験結果とほぼ対応している。

また、図-12に計算時に得られたサイクル数 N とダメージ値を含む各種パラメータの関係を示している。この図より、繰返し初期段階から僅かな塑性ひずみ $\Delta\epsilon^p$ が計算され、その積分値を表す累積塑性ひずみ H もしくはダメージパラメータ H_d も単調に増加していることがわかる。また、これに伴ってダメージ値 D も初期値0から

僅かながら上昇を続け、繰返し数が100回を超えた辺りから急激に D 値が上昇し、塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon^p$ が有意な大きさに発達した様子が見られる。さらに、ダメージ値 D が飽和状態に至ることで、塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon^p$ も一定値に収束している。

図-13に先の解析を含めた4ケースにおけるサイクル数 N と塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon^p$ の計算結果を実験結果と共に示している。この図より応力振幅が小さくなるにつれて、塑性ひずみ急増に至るまでのサイクル数 N が多くなり、発生する $\Delta\epsilon^p$ 値も小さくなる現象が再現可能であることがわかる。ただし、高い繰返し応力(360MPaおよび340MPa)を与えた場合に計測された、サイクル数の増加に伴う塑性ひずみ幅の減少は予測し得ない。また、最大応力360MPa時の計算では、正規降伏応力として設定した $F_0=350$ (MPa)以上の応力が作用するために、第1サイクル目から大きな塑性ひずみが予測された。本研究で対象とした鋼のように上下降伏現象を示す材料に対する正規降伏応力の設定および塑性ひずみ幅減少過程に関

して、今後考察を深め適切にモデルを拡張する必要がある。

5.3 $\Delta\epsilon^p$ -N 曲線と繰返し・応力ひずみ関係

図-14 に各種設定応力に対する両振り一定繰返し応力時のサイクル数 N とダメージパラメータ H_d 値の関係を示している。また、このとき得られた塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon^p$ とサイクル数 N との関係を図-15 に示している。なお、ダメージパラメータ H_d の値が $H_d=10$ に達した時点、あるいはサイクル数 $N=10^7$ 回に至った時点、どちらかの条件を満たすまで計算を行った。これらの図から明らかに、設定応力が小さくなるにつれて、同一のサイクル数におけるダメージパラメータ H_d の値は小さくなり、塑性ひずみ急増に至るまでのサイクル数 N は多くなることがわかる。ここで得られた 10^7 回もしくはダメージパラメータ $H_d=10$ 時点の $\Delta\epsilon^p$ とサイクル数 N との関係は、いわゆる $\Delta\epsilon^p$ -N 曲線に対応し、S-N 曲線と同様、疲労き裂発生（もしくは破断）寿命曲線に対応するものと考えられる。ただし、本研究ではダメージパラメータ H_d の値が $H_d=10$ に達した時点で疲労き裂が発生すると仮定しているが、今後実験結果との照査が望まれる。

次に、3 種類の両振り繰返し応力 (320, 303, 220MPa) について、ダメージパラメータが $H_d=10$ に到達した繰返し回数における応力-ひずみ曲線と、この応力-ひずみ曲線の最大荷重点を連ねて得られる、いわゆる“繰返し・応力-ひずみ曲線”を図-16 に示している。なお、単調載荷時の応力-ひずみ曲線も合わせて示している。この図より、多くの実験結果が示しているように、繰返し・応力-ひずみ曲線から読み取れる降伏応力は、単調載荷時の降伏応力よりも遥に低い値となることがわかる。なお、図-14 および 15 に示されたように、最大応力が小さい (200 もしくは 190MPa) 場合、 10^7 回の繰返し回数の時点ではダメージパラメータが $H_d=10$ に至らず、塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon^p$ も飽和状態に達していないことがわかる。これらの結果は、一定荷重振幅により得られた S-N 曲線から求められる“疲労限”よりも小さな応力によっても疲労特性や寿命は変化するため、その応力成分も無視できない、という多くの実験結果^{1),3)}に対応していると考えられる。

6. 結論

本論文では、まず供試材料 SN490B を対象とした 4 種の一定両振り繰返し応力に対する塑性ひずみ発生現象に対するロジスティック解析を行った。その結果、以下の知見が得られた。

- 1) 巨視的弾性・繰返し応力条件下にある供試材料 SN490B の塑性ひずみ発生に関する一連の挙動は、ロジスティック曲線によって適切に表現される。

- 2) 高い繰返し応力条件下で計測された塑性ひずみ急増後の減少挙動を表現するためには、転移の消滅機構の考慮が不可欠である。

また、繰返し弾塑性モデルに基づく応答特性と実験結果を比較・検討した結果、以下の知見が得られた。

- 1) 巨視的弾性条件下の繰返し初期段階から僅かな塑性ひずみが計算され、その累積値を表すダメージパラメータ H_d が単調に増加するのに伴ってダメージ値 D も僅かながら上昇を続ける。
- 2) その後、ダメージ値 D が急増することにより、塑性ひずみ幅が急激に有意な大きさに進展するが、その後一定幅のループを呈して塑性シェイクダウンに至る挙動を再現可能である。
- 3) 巨視弾性条件下の繰返し応力に伴う塑性ひずみの発生を予測し得るものの、高い繰返し応力時に計測された塑性ひずみ幅の減少は予測し得ない。
- 4) 提案モデルによって得られる繰返し・応力-ひずみ曲線は、単調載荷時の降伏応力よりも遥に低い値となる。また、最大応力が小さい場合、 10^7 回のサイクル数においても塑性ひずみ幅が飽和状態に到達しない。

今後、応力振幅や平均応力を様々に変えた場合など、各種実験条件下における実測値とロジスティック解析モデルおよび繰返し弾塑性モデルとの比較を通じて、それぞれのモデルを修正および拡張する必要がある。

- 1) Suresh S.: “Fatigue of Materials” Cambridge Univ. Press, 1998.
- 2) 豊貞雅宏, 丹羽敏男: 鋼構造物の疲労寿命予測, 共立出版, 2001.
- 3) 菊川真, 城野政弘, 宋智浩: 繰返し塑性ひずみと累積疲労損傷: 疲労限度以下の応力による疲労損傷”材料, Vol. 21(227), pp. 753-758, 1972.
- 4) 越智保雄, 佐々木茂美, 石井 明, 斎藤 忍: 二段変動荷重下の疲労変形挙動と転位構造変化軟鋼の疲労過程における塑性ひずみ幅変化の解析, 日本機械学会論文集 A, Vol. 53(492), pp. 1508-1514, 1987.
- 5) 服部修次, 伊藤隆基, 後藤光昭: ロジスティック解析に基づく金属材料の高サイクル疲労過程に生じる塑性ひずみ幅の変化, 日本機械学会論文集 A, Vol. 70(697), pp. 1326-1331, 2004.
- 6) Mroz, Z.: On the description of anisotropic workhardening, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 15, pp. 163-175, 1967.
- 7) Dafalias, Y.F. and Popov, E.P.: A model of nonlinearly hardening materials for complex loading, *Acta Mech.*, Vol. 21, pp. 173-192, 1975.
- 8) Dafalias, Y.F. and Herrmann, L.R.: A bounding surface soil plasticity model, *Proc. Int. Symp. Soils under Cyclic Trans. Load.*, Swansea, pp. 335-345, 1980.
- 9) Hashiguchi, K.: Constitutive equations of elastoplastic materials with anisotropic hardening and elastic-plastic

- transition, *J. Appl. Mech.*, ASME, Vol. 48, pp. 297-301, 1981.
- 10) Ohno, N. and Wang, J. -D.: Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part I: formation and basic features for ratcheting behavior, *Int. J. Plasticity*, Vol. 9(3), pp. 375-390, 1993.
 - 11) Hashiguchi, K. and Yoshimaru, T.: A generalized formulation of the concept of nonhardening region, *Int. J. Plasticity*, Vol. 11(4), pp. 347-365, 1995.
 - 12) Tsutsumi, S.: Cyclic and gradient plasticity model extended to fatigue and scale-dependent phenomena under macroscopically elastic condition, *Doctor Thesis, Kyushu University*, 2007.
 - 13) 堤成一郎, 豊貞雅宏, 村上幸治: 巨視的弾性条件下での一定両振り荷重繰返しに伴う塑性ひずみ成長挙動, 日本機械学会論文集 A, Vol. 73(730), pp.724-731, 2007.
 - 14) 堤成一郎, 矢嶋泰基, 村上幸治, 後藤浩二, 豊貞雅宏: 損傷を考慮した繰返し弾塑性モデル-巨視的弾性条件下における疲労き裂発生-, 応用力学論文集, JSCE, Vol. 10, pp. 437-444, 2007.
 - 15) 堤成一郎, 村上幸治, 後藤浩二, 豊貞雅宏: 高サイクル疲労過程の繰返し応力-ひずみ関係 -繰返し損傷を考慮した弾塑性モデル-, 日本船舶海洋工学会論文集, 投稿中.
 - 16) Hashiguchi, K. and Tsutsumi, S.: Elastoplastic constitutive equation with tangential stress rate effect, *Int. J. Plasticity*, Vol. 17(1), pp. 117-145, 2001.
 - 17) Tsutsumi, S. and Hashiguchi, K.: General non-proportional loading behavior of soils, *Int. J. Plasticity*, Vol. 21(10), pp. 1941-1969, 2005.
 - 18) Hashiguchi, K. and Tsutsumi, S.: Gradient plasticity with the tangential subloading surface model and the prediction of shear band thickness of granular materials, *Int. J. Plasticity*, Vol. 23(5), pp. 767-797, 2007.
 - 19) Tsutsumi, S., Toyosada, M. and Hashiguchi, K.: Extended subloading surface model incorporating elastic boundary concept, *J. Appl. Mech.*, JSCE, Vol. 9, pp. 455-462, 2006.

(2008年4月14日受付)