壁面の反射に注目したセルオートマトン法による2次元騒音伝搬解 析に関する基礎的研究

A Study on Two-dimensional Noise Propagation Analysis by Cellular Automata Considering Reflection by Wall Surface

富樫孝介*・永井大和**・杉田尚男***・宮木康幸****

TOGASHI Kosuke and NAGAI Yamato and SUGITA Hisao and MIYAKI Yasuyuki

*学生会員 工修 長岡技術科学大学大学院 工学研究科 材料工学専攻 (〒 940-2033 新潟県長岡市上富岡町 1603-1) **工修 株式会社植木組(〒 101-0042 東京都千代田区神田東松下町 41-2) 工博 八戸工業高等専門学校 建設環境工学科(〒 039-1192 青森県八戸市田面木字上野平 16-1)

**正会昌

****正会員 工博 長岡技術科学大学 工学部 環境・建設系(〒 940-2033 新潟県長岡市上富岡町 1603-1)

We focus on the reflection that causes on the surface of the wall, and research the two-dimensional noise propagation analysis by the cellular automata (CA) method. In our study, the CA method is confirmed that effective method about the fundamental phenomenon of the sound. However, a report of the numerical calculation by the CA method is none in the considering the sound reflection. So, we study the calculation accuracy of the reflection on the wall in using CA method. As a result, we confirm that the calculation of the CA method is comparable with the theoretical solution. Benchmark problem "AIJ-BPCA" is performed by CA method. As a result, we confirm that the calculation of the CA method is comparable with the calculation of the BEM and the theoretical solution.

Key Words : noise propagation, cellular automata, benchmark platform

序論 1.

騒音対策は大きく分けて音源、伝搬経路、受音点へ の対策が考えられる。その中でも伝搬経路について対 策を考える際には、数値計算による騒音伝搬のメカニ ズムを解明することが重要になると考えられる。一般 に騒音伝搬解析には境界要素法 (BEM) や有限要素法 (FEM) などが用いられている. しかし, これらの手法 は微分方程式を解くための定式化作業および計算に膨 大な労力を要する。また、BEM、FEM はその計算手法 の性質上、得られる解は定常状態のものであり、伝搬 過程を求めようとすると相応の工夫が必要となる.

これらの問題を解決する方法として、筆者らは複雑 系の解析手法として注目されているセルオートマトン (CA) 法を用いて騒音伝搬解析を行おうと考えた。CA 法はミクロの視点で現象を見たときの関係式(局所近 傍則)を解析領域全体へ適用し離散的時間を追って計算 することで、マクロな挙動を計算する解析手法である。

CA 法による波動伝搬解析は小松崎ら¹⁾によって行わ れ、CA 法による計算解と波動方程式の解を比較した 場合、伝搬形状に関しては定性的な解が得られること が示された。また、局所近傍則を差分方程式との整合 性を考慮して導くことで波動伝搬解析へ適用できるこ とがわかっている。そして筆者ら²⁾は小松崎らの研究 を基に、新たな局所近傍則を導き、2次元自由音場に おいて壁面における反射を完全反射としたモデルを用

いて、距離減衰、回折減衰、干渉、ドップラー効果な どの基本的な現象について検証を行い、その有用性を 明らかにしてきた.しかし,既往の研究では CA 法を 用いた数値計算モデル(以下, CAモデル)における壁 面で生じる反射についての検討は行われていない.

そこで本研究は壁面の反射に注目し、CA モデルに よって壁による音波の反射がどの程度の精度で表現で きるか検証することを目的として数値実験を行った. 具体的には、まず、2次元自由音場に完全反射する無 限長の壁があるという前提で、余弦波の音源と受音点 を配置し、音源周波数および反射角が変化した場合に おける CA モデルの計算精度を虚像法と線音源におけ る幾何減衰の式を解析解として比較・検討する、次に、 完全反射する地面の上に立てられた完全反射壁の回折 減衰量について、日本建築学会音響数値解析小委員会 により提唱されているベンチマークプラットフォーム ^{3),4)}AIJ-BPCA A1-3F で発表されている解析解および 境界要素法による計算解と比較することで CA モデル の計算精度の検証を行うこととする。

理論 2.

2.1 線音源からの距離減衰

2次元騒音伝搬モデルは3次元上に投影した際, 音 源および構造は奥行き方向に無限であると考えられる. つまり2次元モデルの点音源は3次元モデルにおいて は線音源として扱うことができる。線音源からの距離 減衰量は,Lは距離減衰量, L_w は単位長さあたりの音 源出力 [PWL, dB],dは音源から受音点までの距離と すると式 (1) で表すことができる⁵⁾.

$$L = L_w - 8 - 10 \log_{10} d \quad [dB] \tag{1}$$

2.2 虚像法

壁面における音の反射を光の鏡面反射になぞらえて 音響特性を検討する手法を虚像法という.反射面が1 つの場合は音源の虚像を考え,反射音はその虚像から くるものして計算した上で,重ね合わせの定理より直 接音と合成することで求めることができる(図-1).



図-1 虚像法による音波の反射⁵⁾

虚像法による音波の完全反射は,音源から受音点に到 達する直接音の音圧 p_1 と壁を反射して到達する反射音 p_2 の重ねあわせで求めることができる.音源のパワー レベルを L_w ,音源の入力波形を $p = p_0 \cos(kx - \omega t)$ で与えたとき,音源から受音点までの最短距離を d_1 と すると,直接音の音圧レベル L_1 は式 (1) より

$$L_1 = L_w - 8 - 10 \log_{10} d_1 [\text{dB}] \tag{2}$$

となる. 同様に反射音の音圧レベル L_2 は, 虚像法により求めた反射波の移動距離を d_2 とすると以下のようになる.

$$L_2 = L_w - 8 - 10\log_{10} d_2[\text{dB}] \tag{3}$$

この L_1, L_2 を音圧に変換し振幅 A_1, A_2 とする (式 (4)) と、重ね合わせの定理から受音点における音圧pを求 めることができる.

$$A = p_0 \times 10^{L/20} \tag{4}$$

$$p_1 = A_1 \cos(kd_1 - \omega t) \tag{5}$$

$$p_2 = A_2 \cos(kd_2 - \omega t) \tag{6}$$

$$p = p_1 + p_2 \tag{7}$$

2.3 実効値

音場の解析によって得られた音圧は時間的に変動している。そのため、音圧の瞬時値のみで音場の状態を

評価することはできない.そこで、交流電流の計算で 行われるように実効値 (r.m.s.)を用いて評価をする必 要がある.実効値はある時間 $t_1 \ge t_2$ の間の瞬時値を2 乗して総和をとり、時間平均をしたものの平方根をと ることで求めることができる.上記の計算方法を式で 表すと以下のような形になる.

r.m.s. =
$$\sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} p^2 dt}$$
 [Pa] (8)

ここで、pは音圧、 t_1 は抽出時間の始め、 t_2 は抽出時間の終わりを表している.

3. セルオートマトン法

セルオートマトン法は解析対象をセルに分割し,ご く近傍のセル間における局所的な関係則(局所近傍則) を定め,局所近傍則を解析対象全体に離散的時間を追っ て適用することにより,現象の移り変わりを表現する 複雑系の解析手法である.小松崎ら¹⁾によって差分法 を基にした局所近傍則を用いることで,セルオートマ トン法を2次元波動伝搬解析に適用可能であることが 分かっており,富樫ら²⁾によりさらに詳しい検証がなさ れている.

3.1 基本条件

本研究においてはセルの形状を正方形とし,その単 位セル幅を dx と定義する.個々のセルは,セルの種 類,音圧,音圧の時間変化量の3つの状態量を持つ.1 つ目の状態量「セルの種類」S は整数型で-1,0,1の値 を持ち,それぞれ,音源,媒質(空気),壁のセルであ ることを示す.2つ目の状態量「音圧」Pは,局所近傍 則により計算される音圧値そのものであり,実数型の 変数(単位 [Pa])で表現する.3つ目の状態量「音圧 の時間変化量」G は,局所近傍則の計算に用いる音圧 の時間変化量であり,P と同様に実数型の変数(単位 [Pa])で表現する.

3.2 局所近傍則

まず,局所近傍則の適用範囲はノイマン近傍を用いる.ノイマン近傍は注目したセルの上下左右に位置する4セルを近傍として扱うものである.局所近傍則はセルの種類Sによって,それぞれ違うものを適用する.

(1) 媒質セル

S = 0のセルにおいては、以下の局所近傍則を用い、 音圧 P および音圧の時間変化量 G を求める.

- ・ 音圧 P の次の時間ステップにおける音圧の時間変 化量Gは、注目セルと近傍セルとの音圧値の差を 平均したものから直接決定される。
- 次の時間ステップにおける音圧値 Pは、その注目したセルの現在の音圧値 P に次の時間ステップ

における音圧の時間変化量 S を加算することで求める.

 近傍セルが壁 (S = 1)の場合における音圧値 P_{wall}
 は、注目セルと同じ音圧 P_{notice}を用いることで完 全反射を定義する。

これらの局所近傍則を数式で表すと以下のような式に なる。

$$G(x,t+1) = G(x,t)$$

$$+N \cdot c_{CA}^2 \left\{ \sum_{a} \frac{P(x+dx_a,t)}{N} - P(x,t) \right\}$$
(9)

P(x,t+1) = P(x,t) + G(x,t+1)(10)

 $P(x + dx_a, t) = P_{\text{wall}} = P_{\text{notice}}$ (11)

ここで、Pは音圧、Gは音圧の時間変化量、Nは近傍数 (N=4)、xは近傍セルの位置、tは時間ステップを表し ている。また、添字aは近傍セル、添字 wall は壁の近 傍セル、添字 notice は注目セルを表す。 c_{CA} は CA に おける伝搬速度、つまり安定条件を表したものである。

CA 法を用いた解析は局所近傍則によって状態量の 更新が制限される.本研究において近傍セルは隣り合 う上下左右の4セル(注目セルとの中心距離はdx)で あるため,計算上の単位時間ステップはdt = dx/c[sec] となる.しかし、2次元解析という拘束条件を考えた 場合,音圧の波がすべての方向へ等方的に(つまり同 心円状に)伝搬するという仮定の下では,注目セルの 斜めに存在するセル(注目セルとの中心距離は $\sqrt{2}dx$) にも音波が伝搬すると考えて伝搬速度を決定する必要 がある(図-2).



図-2 音波の伝搬方向と距離²⁾

ここで、CA 法の基本ルールである「単位時間ステッ プにおける移動距離は1セル以内」を差分法における 解の安定性を示す CFL 条件として考える必要がある. これらを踏まえてフォン・ノイマンの条件を適用する ことで、2 次元 CA 法による波動伝搬解析の安定判別 式が導かれる.

$$c_{\rm CA} = c \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x} \le \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{12}$$

ここで dx は単位セル幅, dt は単位時間ステップ, c は 音速を表す.

式 (12) より、CA モデル上の音の伝搬速度は $c_{CA} = 1/\sqrt{2}$ [cell/step] とすることで、解の安定性が得られる

ことがわかる.また,2次元 CA モデルにおける単位 時間ステップは

$$dt = \frac{dx}{\sqrt{2}c} \tag{13}$$

とする必要がある.

(2) 音源セル

S = -1のときは音源セルとして局所近傍則を適用する. 音源セルでは次の時間の音圧値をあらかじめ音源 にパワーレベルと出力波形を設定し,時間ステップご とに計算して強制代入することで表現する.まず,音 源セルの中心点に PWL= L_W の音源が設置されてると 仮定し,音源から音源セル外周までの直線距離 (dx/2) の地点における SPL(L_{max})を距離減衰の式から求め る (図-3 参照).



図-3 音源の取り扱い

 $L_{\max} = L_W - 8 - 10 \log_{10} \frac{\mathrm{d}x}{2} \quad [dB] \qquad (14)$

次にこの L_{max} を音圧値に変換する.

$$P_{\max} = P_0 \times 10^{\frac{D_{\max}}{20}} \quad [Pa] \tag{15}$$

ここで P_0 は基準音圧 (2.0×10^{-5} [Pa]) である. 最後 に各時間ステップにおける音源セルの音圧値 P_s は次式 によって求める.

$$P_s(t) = P_{\max} \times \cos \omega t \tag{16}$$

以上の流れで、次の時間における音源セルの音圧値 P は次式によって求めることができる。

$$P(x,t+1) = P_s(t+1)$$
(17)

なお, 音源セルにおいては, 次の時間の音圧値 P を上 記の手順により強制代入することで求めるため, 音圧 の時間変化量 G に関しては計算を行わず, 常に0 とし 変化しないものとする.

(3) 壁セル

S = 1のときは壁セルとして局所近傍則を適用する. 本モデルにおいては壁セルが注目セルとなった際には, 音圧値 P および音圧の時間変化量 G の計算は行わない ものとする.これは,媒質セルの局所近傍則で述べた ように音波は壁で完全反射するという仮定をしている ためであり,結果として壁セルの内部に音波が伝搬す ることがないからである.

3.3 計算境界の取り扱い

一般に、2次元自由音場の数値計算に有限差分法や 有限要素法などの手法を用いる際には、計算境界に無 反射端をおいて計算を行う必要がある. CA 法もこれ らの手法と同様に計算境界に何らかの処理を施さなけ れば、反射波が生じ、計算結果に影響を及ぼしてしま う. そこで、本研究では本来必要な注目する領域の外 側に計算時間ステップ数の半分以上のセルを配置する ことで計算境界で生じる反射波への対策を講じている。 そうすることで、仮に注目する領域の外側に音源セル があったとしても, 音波は 1[step] に 1[cell] 以上進まな いという基本ルールが適用されているため、計算境界 の外側で反射した音波が注目した領域に到達するため には計算時間ステップ数の半分+1のセル数を要する. つまり、計算境界そのものは処理を施さずに計算領域 を広く取ることで、計算境界で生じる反射波の影響を 計算結果に及ぼさないように配慮して計算を行う.

4. 完全反射壁の計算精度検証

ある2次元自由空間に音源と音源の波長に対して十 分に長い壁が存在するとき,受音点は音源から直接到 達する直接波と,音源から伝搬した音波が壁面で反射 し受音点へと到達する反射波の影響を受けて音圧値が 変化する.そこで,簡易計算法として用いられる虚像 法を用いて,音の距離減衰を計算し理論値として用い て,CAモデルによる計算解との比較を行う.

4.1 計算モデル

図–4のように、音源を上部に配置し、音源から下方向に 2[m] 離れた位置に壁を横方向に配置し、音源と壁 との中間に壁に対して平行に受音点を配置した. 受音 点は音源と壁が最短距離になる点を始点(反射角 0°) として、反射角 75° まで 15° 間隔で 6 点配置した. 受 音点名は R_{θ} の形で表し、例えば、反射角 30° の場合 は R_{30} とした.

計算条件は,計算結果に計算境界における反射 の影響が及ばないように,計算領域を 51.2[m] × 43[m](2560[cell] × 2150[cell]) とし,単位セル幅 dx



図-4 反射モデル

を 0.02[m] とした.単位時間ステップは式 (13) よ り、 $dt = 4.15 \times 10^{-5}[sec]$ である.解析時間は 0.06[sec](=1500[step])とし、解析結果の波形を実効値 をとり計算解とした.ここで音源はパワーレベルは 112[dB] の余弦波で与え、音速は 340[m/s] として計算 を行った.

4.2 結果および考察

前述の CA モデルを用い, 音源周波数 $f \ge 100 \sim 2000$ [Hz] まで 100[Hz] 刻みで 20 ケースの計算を行い, 理論値と比較を行った.計算結果を図-5~図-24 に示 す.図-5~図-24 より,音源周波数が 500~1100[Hz] の 場合においては,直接音と反射音との干渉により生ず る各受音点における音圧レベルの増減がうまく表現で きており,定量的な解が得られているといえる.

音源周波数が 400[Hz] 以下の場合は,音圧レベルの 増減の傾向に関してはうまく表現できている.しかし CA 法の計算解は理論値と比べて大きく出る傾向にあ る.これは音源の周波数に対して,CA 法の計算時間 が短く評価に必要な波数が確保できていない可能性が 考えられる.よって,単位セル幅を大きくとって計算 を行うか,計算時間を長く確保して,より多くの波数 を確保する必要があるといえる.

音源周波数が1200[Hz]を超える場合,音源周波数に もよるが,入射角が30°より大きくなると極端に精度 が低下する傾向が見られる.これは音源周波数が低い 場合とは逆に,単位セル幅が音源周波数に対して大き すぎることにより,伝搬する波が潰れてしまいピーク 値が拾えていない可能性が考えられる.以上のことか ら,計算対象となる音源の周波数と単位セル幅および 計算時間ステップ数の関係から解の精度に影響が出て くるものの,バランス良く単位セル幅および時間ステッ プ数を設定することで,解析解を表現できることが明 らかになった.

5. AIJ-BPCA A1-3F との比較

前節において CA モデルによって完全反射壁による 反射の計算が可能である事が明らかになった.この節で は、筆者ら²⁾が行った前川の実験との比較と前節の完全 反射壁の両方が含まれた数値実験を行うことで CA モデ ルの適用範囲がどの程度のものなのかを検証を行う.具 体的には受音点が音源から大きく離れた際の回折減衰に ついて計算精度を検証するために、日本建築学会音響数 値解析小委員会により設定されたベンチマークプラット フォーム" AIJ-BPCA"の Benchmark Problem A1-3F⁴⁾ (以下, A1-3F) と同様の数値計算モデルを作成して、 数値実験を行う.比較対象には A1-3F にアップロード されている A1-3FB-01 (2次元境界要素法, Okubo, T.) および A1-3FB-03 (解析解, Okubo, T.) を用いた.



図-5 虚像法と CA 法の比較 (f=100Hz)















図-9 虚像法と CA 法の比較 (f=500Hz)



図-10 虚像法と CA 法の比較 (f=600Hz)



図-11 虚像法と CA 法の比較 (f=700Hz)











図-14 虚像法と CA 法の比較 (f=1000Hz)



図-15 虚像法と CA 法の比較 (f=1100Hz)







図-17 虚像法と CA 法の比較 (f=1300Hz)



図-18 虚像法と CA 法の比較 (f=1400Hz)



図-19 虚像法と CA 法の比較 (f=1500Hz)



図-20 虚像法と CA 法の比較 (f=1600Hz)



図-21 虚像法と CA 法の比較 (f=1700Hz)







図-23 虚像法と CA 法の比較 (f=1900Hz)



図-24 虚像法と CA 法の比較 (f=2000Hz)

5.1 計算モデル

A1-3F で与えられた問題⁴⁾のモデル図を図-25 に示 す.基本条件としては,高さ3[m],幅0.1[m]の単純壁 が完全反射する地面に建てられているものとする.そ して,音源は地面の表面に置かれており,壁から5.0[m] 離れた地点に配置する.受音点はR1からR4までの4 点が設定されている.A1-3Fにおいては,減衰量[dB] を壁を設置しないときの受音点の音圧レベルと壁を設 置した際の同じ受音点での音圧レベルの差と定義し,こ れを解として比較を行う.

A1-3F に掲載されている計算結果は,R1—R2 間 を 0.02[m] 間隔で特定の音源周波数を用いて計算する Task-A と R2, R3, R4 の位置で音源周波数を 20[Hz]~ 4k[Hz] まで 1[Hz] 間隔,もしくは 50[Hz]~4k[Hz] まで 50[Hz] 間隔で計算する Task-B の 2 つがある.本研究に おいては簡素化のため,壁の厚さを 0.02[m] とし,受音 点は R2, R3, R4 の 3 点を指定し,Task-B の A1-3FB-01 および A1-3FB-03 の中から,100[Hz]~2000[Hz] ま で 100[Hz] 間隔で計算結果を引用し,比較を行った.

計算条件は,計算結果に計算境界における反射 の影響が及ばないように,解析領域を 70[m] × 40[m](3500[cell] × 2000[cell])とし,単位セル幅 dx を 0.02[m] とした.単位時間ステップは式 (13) より, dt = 4.15×10^{-5} [sec] である.解析時間は 1.04[sec] (=2500[step])とし,解析結果の波形を実効値をとり計 算解とした.なお,音源のパワーレベルは 115[dB],音 速は c = 340[m/s] とした.



図-25 AIJ-BPCA ベンチマーク問題 A1-3F モデル図⁴⁾

5.2 結果および考察

上記モデルを用いて数値計算した結果を縦軸に減衰 量 [dB],横軸に音源周波数 [Hz] をとり,図-26,27,28 に示す.全体的には精度が若干よくないものの距離に 関わらず解析解および境界要素法の計算解と同等の計 算結果が得られたといえる.地面に近い受音点 R2 お よび R3 の計算結果については,音源周波数によって CA 法の計算解が振動していることがわかる.解の振 動傾向は壁に近い受音点 R2 の方が大きいようである. このような結果が得られた理由としては,前節でも述 べたとおり音源周波数に対応させて単位セル幅を変え ずに計算を行ったことに原因があると思われる.また, CA モデルが解析解や境界要素法とは要素の取り扱い



図-28 受音点 R4 における解の比較

が異なることにも原因があると推測できる. CA モデ ルではセルを正方形で定義しており,セルの中は均一 であるという仮定がある.ようするに CA モデルの解 は面での計算結果であり,他の解析手法の解は点での 計算結果であるために生じた誤差ではないかと思われ る.この点に関しては今後より詳しく検討を行うべき である.

R4 についても R2, R3 と同様にある程度音源周波数 によって計算解が振動しているものの解析解および境 界要素法と同様の結果が得られている. 振動の傾向は R2,R3の中間程度となっている. この結果から計算領 域を大きくしたことよりも前述の音源周波数と単位セ ル幅の関係が計算精度に大きく影響を及ぼしているこ とがわかる.

また, CA モデルでは AIJ-BPCA のモデルと比較し て壁の厚さが薄く (CA モデルは 0.02m, AIJ-BPCA は 0.10m) 設定しているが, R2, R3, R4 の結果を見る 限りでは, モード形状および計算で得られた減衰量が 解析解と大差ないことがわかる.また,音源周波数と 単位セル幅の関係に比べても影響はごく小さいものと 考えることができる.しかし,今後の課題として CA モデルを AIJ-BPCA と等しい条件にして壁の厚さによ る計算結果への影響を行う必要があると考えている.

6. 結論

セルオートマトン法を用いた騒音伝搬解析によって, 計算対象となる音源の周波数と単位セル幅および計算 時間ステップ数の関係から解の精度に影響が出てくる ものの,バランス良く単位セル幅および時間ステップ 数を設定することで,壁面における反射を表現できる ことが明らかになった.

さらに AIJ-BPCA A1-3F との比較から,既往の研 究より大きな規模で CA モデルを適用した場合でも計 算精度に影響がさほどないことが明らかになった。

今回の研究で明らかになった今後の課題としては,現 在の CA モデルの計算精度という点では音源の周波数 と単位セル幅の関係による計算精度,そして構造物の 配置による依存性の2点が挙げられる.この2点につい てはより詳しく検証するべきだと考えられる.研究の 発展としては,純音以外の音源もしくは複数の音源を 用いた場合の計算精度についての検証を行うことが必 要である.また,実現象への適用を考え計算対象を拡大 するために壁面における吸音性を考慮したモデルを構 築し,より多くの問題へ適用できるようにしたいと考 えている.解析精度の向上という点では,完全反射面近 傍における精度の向上を考え,ムーア近傍を用いた騒 音伝搬モデルを開発し,ノイマン近傍と比べてどの程度 精度が変わるのかを検討したい.さらに,AIJ-BPCA のベンチマーク問題について詳しく数値実験し,計算 精度および計算時間の比較を行い,どのような場合に おいて CA モデルが有効なのかを調べていきたい.

参考文献

- 小松崎俊彦,佐藤秀紀,岩田佳雄,森下信:セルラオー トマトンによる波動伝播解析, Transactions of JSCES, Vol.1999, No.19990017, 1999.
- 2) 富樫孝介,宮木康幸:セルオートマトン法を用いた2次 元騒音伝搬モデルの開発,土木学会応用力学論文集, Vol.9, pp.305–314, 2006.
- 3) 大鶴徹, 富来礼次:音響数値解析のベンチマークプラット フォーム, 騒音制御, Vol.31, No.4, pp.271-277, 2007.
- 4) Sub-Committee on Computational Method for EnvironmentalAcoustics : Benchmark Platform on Computational Methods for Architectural / Environmental Acoustics,http://gacoust.hwe.oitau.ac.jp/AIJ-BPCA/index.html,2008.
- 5) 前川 純一, 森本 政之, 阪上 公博: 建築・環境音響学, 共 立出版, 第2版, 2000.

(2008年4月14日受付)