

時間域境界積分方程式法による レーザ励起弾性波動の指向性に関する数値的検証

A numerical verification of directional characteristics of laser generated elastic waves
with time domain boundary integral equation method

飯盛浩司*, 吉川仁**

Hiroshi ISAKARI and Hitoshi YOSHIKAWA

*非会員 京都大学大学院 学生 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C)

**正会員 博士 (工学) 京都大学 助教 学術情報メディアセンター (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C)

Directional characteristics of laser generated elastic waves are investigated. With time domain BIEM, we compute the thermally generated wave field in an aluminium test piece. We also evaluate the velocity at inner points of the test piece. Directional characteristics of laser generated elastic waves are determined.

Key Words : Quantitative Nondestructive Evaluation, laser generated ultrasound, elastodynamics, wave propagation, directional characteristics

1. 緒言

近年、超音波の励起にパルスレーザを、超音波の計測にレーザ干渉計を用いるレーザ超音波非破壊試験(図-1)が行われており、レーザ干渉計により計測される変位や速度といった物理量の波形データを利用した定量的非破壊試験の確立が求められている¹⁾。パルスレーザにより励起される弾性波動は2種類に分類され、供試体に照射されるパルスレーザの強度分布が弱ければ、照射部付近に熱膨張が起こり弾性波動が発生する(Tモード)。パルスレーザの強度分布が強くなると、供試体表面にアブレーションが生じ、アブレーションの影響により弾性波動が発生する(Aモード)。

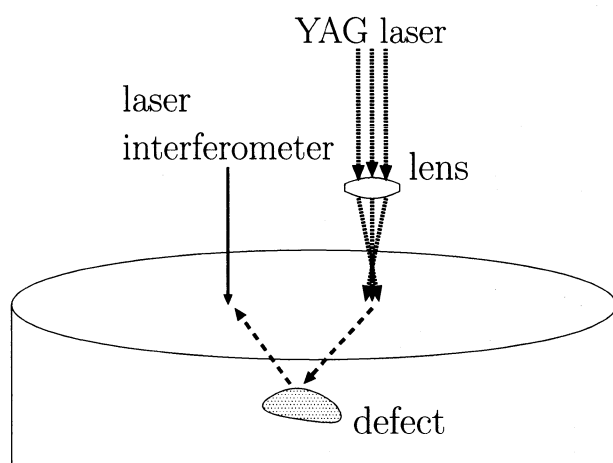


図-1 レーザ超音波非破壊試験の一例

吉川らは超音波励起レーザ(Tモード、Aモード)により励起される弾性波動場をレーザ計測波形データから同定した²⁾。また、時間域動弾性境界積分方程式法

(BIEM) による数値計算を行い、レーザ計測において材料内部の欠陥やクラックによる散乱波動場を数値的に再現した³⁾。しかし、パルスレーザを照射した表面での計測値と数値解との比較はなされているものの、供試体内部に伝播する波動については言及されていない。したがって本論文では、吉川ら³⁾の方法を用い、供試体内部に伝播する弾性波動を数値的に再現できているかを確認する。

効率的なレーザ超音波非破壊試験を行うには、欠陥があると予想される箇所に強く伝播する弾性波動を励起する必要がある⁴⁾。しかし、これまで行われてきたレーザ励起された弾性波の指向性についての研究は解析的な手法を用いたものが多く⁵⁾⁶⁾、半無限領域や無限平板領域など、単純な形状の領域にしか適用できない。実問題への応用を考える際、より複雑な形状の領域におけるレーザ励起弾性波動場を再現する必要がある。したがって、任意形状に適用可能なBIEMを用いてレーザ励起弾性波の指向性を評価することは有用であると考えられる。

本論文では、Tモードの超音波励起に着目する。レーザ照射による材料内部の熱伝導問題とそれに伴う熱膨張による弾性波動問題を半無限領域において考え、時間域BIEMを用いて数値的に解く。また、BIE解析で得られた境界値を用いて内点計算を行い、材料内部の変位速度場を再現する。時間域動弾性BIEMにより得られた供試体内部の変位速度を、半無限領域における動弾性学のグリーン関数、熱伝導方程式のグリーン関数の畳み込みにより計算される解析解と比較し、BIEMによる数値計算により、領域境界のみならず、領域内部の変位場も正確に再現できることを示す。その上で、再

現された領域内部の変位速度データより、特に強く波動が伝播する方向を決定する。すなわち、レーザ励起弾性波動の指向性を明らかにする。

2. 熱膨張による弾性波動場の計算

2.1 熱弾性方程式に支配される初期値境界値問題

パルスレーザの照射による供試体の熱膨張により弾性波動場が形成される。熱ひずみを ε_{kl}^T 、弾性ひずみを ε_{kl}^{ED} とし、等方性を仮定すると、

$$\begin{aligned}\varepsilon_{kl}^{ED} &= \varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^T \\ \varepsilon_{kl}^T &= \alpha^T T \delta_{kl}\end{aligned}$$

であり、熱応力は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\tau_{ij} &= C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^{ED} \\ &= \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} - \alpha^T (3\lambda + 2\mu) T \delta_{ij}\end{aligned}$$

ここに、 α^T は線膨張率、 T は温度上昇、 C_{ijkl} は弾性定数、 λ, μ はラメ定数、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。

次のような特徴を持つパルスレーザを用いる。

- ガウス型の空間強度分布を持つ。
- 非常に短いパルス波を発生させる Q スイッチを用いるため、照射時間が 10 ~ 15nsec と、数 μ sec 程度である観測時間に対して非常に短い。

これをふまえ、3次元半無限弾性領域 ($z \leq 0$) において、境界 $z = 0$ に空間分布 $\frac{q_{\text{abs}}}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)$ 、時間変動 $\delta(t)$ の熱量が与えられたときの弾性波動場を考える (q_{abs} は供試体に吸収される熱量、 σ^2 はガウス分布の分散)。このとき、材料内部の点 (r, z) の変位 $u(r, z, t)$ は次の初期値境界値問題を解くことで得られる。変位に起因する温度変化はパルスレーザ照射による温度変化に比べ僅かであるため、非連成の熱動弾性問題となっている。

$$\mu \Delta u + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot u) = \rho \ddot{u} + \alpha^T (3\lambda + 2\mu) \nabla T \quad (1)$$

$$\Delta T - \frac{1}{\kappa^2} \dot{T} = 0 \quad (2)$$

$$u = 0 \quad \text{for } t \leq 0$$

$$\tau_{zz} = \tau_{rz} = 0 \quad \text{on } z = 0, \quad \text{for } t \geq 0$$

$$T = 0 \quad \text{for } t \leq 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\delta(t) q_{\text{abs}}}{2\pi K \sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{on } z = 0, \quad \text{for } t \geq 0 \quad (3)$$

ここで、 ρ は供試体の密度、 K は熱伝導率、 κ^2 は温度拡散率で $\kappa^2 = \frac{K}{\rho c}$ (c は比熱)、 n は境界での外向き法線ベクトルで $(0, 0, 1)$ 、 $\frac{\partial}{\partial n}$ は法線微分を、 $(\cdot)$ は時間微分を表す。なお、供試体 (アルミニウム合金を想定)

の熱伝導率が空気の熱伝導率に比べ極めて大きいため、式 (3) の境界条件を課す。

供試体内部の温度分布 T は半無限領域の 3 次元熱伝導方程式のグリーン関数を用いて、次式で得られる。

$$\begin{aligned}T(r, z, t) &= \frac{\kappa^2}{K\pi\sigma^2} q_{\text{abs}} \left(\frac{1}{4\pi\kappa^2 t}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{z^2}{4\kappa^2 t}\right) \\ &\quad \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{(r - R \cos \phi)^2 + R^2 \sin^2 \phi}{4\kappa^2 t}\right) \\ &\quad \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right) R dR d\phi\end{aligned} \quad (4)$$

2.2 時間域動弾性境界積分方程式

BIEM では支配方程式をそれに対応する境界積分方程式に変換し、それを離散化して解くことにより解を構成する。式 (1) に対応する解の積分表示、境界積分方程式は、各々式 (5), (6) で表される。

$$\begin{aligned}u(x, t) &= \int_{\partial D} \Gamma(x, y, t) * Tu(y, t) dS \\ &\quad - \text{v.p.} \int_{\partial D} \Gamma_I(x, y, t) * u(y, t) dS \\ &\quad + \alpha^T (3\lambda + 2\mu) \int_D \Gamma(x, y, t) * \nabla T dV \quad x \in D\end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} u(x, t) &= \int_{\partial D} \Gamma(x, y, t) * Tu(y, t) dS \\ &\quad - \text{v.p.} \int_{\partial D} \Gamma_I(x, y, t) * u(y, t) dS \\ &\quad + \alpha^T (3\lambda + 2\mu) \int_D \Gamma(x, y, t) * \nabla T dV \quad x \in \partial D\end{aligned} \quad (6)$$

ここに、v.p. は Cauchy の主値、 T はトラクション作用素、 $*$ は時間に関する畳み込み積分であり、

$$f(t) * g(t) = \int f(t-s)g(s)ds$$

である。 $\Gamma(x, y, t), \Gamma_I(x, y, t)$ はそれぞれ時間域動弾性学の基本解と二重層核であり、それぞれ

$$\begin{aligned}\Gamma_{ij}(x, y, t) &= \frac{1}{4\pi\mu} \frac{\delta(t - R/c_T)}{R} \delta_{ij} \\ &\quad - \frac{c_T^2}{4\pi\mu} \frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_j} \left(\frac{(t - R/c_T)_+}{R} - \frac{(t - R/c_L)_+}{R} \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Gamma_{Iij}(x, y, t) &= C_{jk\ell m} \frac{\partial}{\partial y_\ell} \Gamma_{im}(x, y, t) n_k \\ &= -\lambda \Gamma_{i\ell, \ell}(x, y, t) n_j \\ &\quad - \mu \Gamma_{ik, j}(x, y, t) n_k - \mu \Gamma_{ij, k}(x, y, t) n_k\end{aligned}$$

と表される。ここで、 $R = |x - y|$ 、 $f_+ = \frac{f + |f|}{2}$ 、 $(\cdot)_{,j} = \frac{\partial}{\partial x_j}$ 、 c_L, c_T はそれぞれ、縦波、横波の弾性波

伝播速度で

$$c_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

である。

また、式(4)より、供試体内の温度 $T(r, z, t)$ は z 方向の距離減衰が大きい。そのため、式(5),(6)右辺第3項の領域積分を次の境界積分に近似しても構わない。

$$\begin{aligned} & \int_D \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * \nabla T dV \\ & \simeq \int_{\partial D} \left\{ \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * \int_z \nabla T dz \right\} dS \end{aligned} \quad (7)$$

式(5),(7)により領域内部の変位、式(6),(7)により領域境界の変位を境界積分のみで表現できる。

2.3 グリーン関数を用いた熱弾性問題の解法

BIE 解析により得られる速度場との比較を行うため、解析解を構成する。本節、及び次節においては、解析解の導出について概略を説明する。詳細は Schleichert⁵⁾を、Cagniard-de Hoop Method については、Aki, Richards⁸⁾を参照されたい。

レーザ照射により供試体表面付近に生じる熱膨張を volume source(図-2)を用いて表現する⁷⁾⁸⁾。等方性を仮定し、円筒座標系を用いれば、volume source により供試体内部に生じる変位 $\mathbf{u}(r, z, t)$ は、図-2に示す ξ, ζ, θ, r' を用いて次式で表される。図-2の下図は上図の上面を投影したものであり、 V は volume source を、 S はその表面を示している。

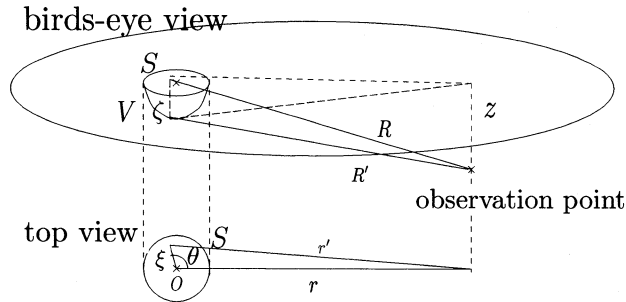


図-2 volume source と観測点

$$\begin{aligned} u_n(r, z, t) &= \int_V \alpha^T (3\lambda + 2\mu) T(\xi, \zeta, t) * g_n(r', z, \zeta, t) dV(\xi, \theta, \zeta) \end{aligned} \quad (8)$$

$$g_n(r', z, \zeta, t) = \left\{ \frac{\partial(\xi G_{nr})}{\xi \partial \xi} + \frac{\partial G_{nz}}{\partial \zeta} \right\} (r', z, \zeta, t) \quad n = r, z$$

ここで、 $G_{nm}(r, z, \zeta, t)$ は半無限領域における時間域の動弾性学のグリーン関数であり、時刻 $t = 0$ において、

点 $(0, 0, \zeta)$ に m 方向に $\delta(t)$ の時間変動を持つ大きさ 1 の集中荷重を加えた時の、点 $(r, 0, z)$ での n 方向変位を表す。また、 $r' = \sqrt{r^2 + \xi^2 - 2r\xi \cos \theta}$ であり、 θ は原点を中心としたソース点と観測点から供試体表面に下ろした垂線の足とのなす角である。

本研究では、時間変動がヘビサイド関数 $H(t)$ である集中荷重を加えた時の変位応答 G_{nm}^H を用いて $g_n^H = \left\{ \frac{\partial(\xi G_{nr}^H)}{\xi \partial \xi} + \frac{\partial G_{nz}^H}{\partial \zeta} \right\}$ を求め、 g^H を時間微分することで $\mathbf{g}$ を求めた。

2.4 熱弾性問題のグリーン関数

point source⁷⁾(図-3)の位置を $(0, 0, d)$ とすると、 g^H は以下の方程式群を満たす。

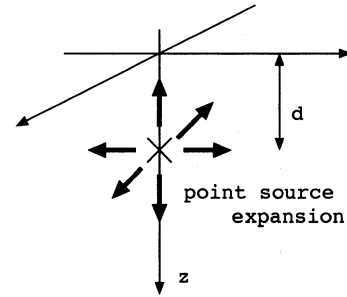


図-3 point-source expansion

$$g^H = \nabla g_\phi^H + \nabla \times (\nabla \times g_\psi^H \mathbf{e}_z) \quad \mathbf{e}_z = (0, 0, 1) \quad (9)$$

$$\nabla^2 g_\phi^H - \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 g_\phi^H}{\partial t^2} = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z - d) H(t) \quad (10)$$

$$\nabla^2 g_\psi^H - \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2 g_\psi^H}{\partial t^2} = 0 \quad (11)$$

$$\tau_{zz} = \tau_{rz} = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad \text{for } t \geq 0 \quad (12)$$

$$g_\phi^H = \frac{\partial g_\psi^H}{\partial t} = g_\psi^H = \frac{\partial g_\phi^H}{\partial t} = 0 \quad \text{for } t < 0$$

ここに $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ である。これらの方程式群を、時間変数 t に関して Laplace 変換、空間変数 r に関して Hankel 変換を施すことにより、解析的に解く。積分変換は次のように定義する。

$$\text{Laplace 変換} \quad \hat{f} = \int_0^\infty f(r, z, t) e^{-st} dt$$

$$\text{Laplace 逆変換} \quad f = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \hat{f}(r, z, t) e^{st} ds$$

$$\text{Hankel 変換} \quad \tilde{f}_\nu = \int_0^\infty f(r, z, s) J_\nu(s\eta r) r dr$$

$$\text{Hankel 逆変換} \quad f = \int_0^\infty \tilde{f}_\nu(r, z, s) J_\nu(s\eta r) s \eta d\eta$$

ここに、 J_ν は ν 次のベッセル関数である。式(10),(11)に Laplace-Hankel 変換を施し、境界条件(式(12))を

考慮すると、Laplace-Hankel 変換域での解は次のように書ける。

$$\tilde{g}_{\phi 0}^H = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \frac{1}{4\pi s^2 \alpha} \left(-e^{-s\alpha|z-d|} + (\gamma^2 + 4\eta^2 \alpha \beta) \mathcal{R}^{-1} e^{-s\alpha|z+d|} \right) \quad (13)$$

$$\tilde{g}_{\psi 1}^H = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \frac{\gamma}{\pi s^3} \mathcal{R}^{-1} e^{-s(\beta z + \alpha d)} \quad (14)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \alpha &= \left(\frac{1}{c_L^2} + \eta^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ \beta &= \left(\frac{1}{c_T^2} + \eta^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ \gamma &= 2\eta^2 + \frac{1}{c_T^2} \\ \mathcal{R} &= \gamma^2 - 4\eta^2 \alpha \beta \end{aligned} \quad (15)$$

である。レーザ照射による熱膨張は、限りなく照射面に近い位置でのみ生じるため、式 (13), (14) において $d \rightarrow 0$ として構わない。したがって、

$$\tilde{g}_{\phi 0}^H \simeq \frac{1}{\lambda + 2\mu} \frac{2\eta^2 \beta}{\pi s^2} \mathcal{R}^{-1} e^{-s\alpha z} \quad (16)$$

$$\tilde{g}_{\psi 1}^H \simeq \frac{1}{\lambda + 2\mu} \frac{\gamma}{\pi s^3} \mathcal{R}^{-1} e^{-s\beta z} \quad (17)$$

となる。さらに式 (9) により、

$$\tilde{g}_{r0}^H = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \left(-\frac{2}{\pi s} \beta \eta^3 \mathcal{R}^{-1} e^{-s\alpha z} + \frac{1}{\pi s} \eta \gamma \beta \mathcal{R}^{-1} e^{-s\beta z} \right) \quad (18)$$

$$\tilde{g}_{z0}^H = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \left(-\frac{2}{\pi s} \alpha \beta \eta^2 \mathcal{R}^{-1} e^{-s\alpha z} + \frac{1}{\pi s} \gamma \eta^2 \mathcal{R}^{-1} e^{-s\beta z} \right) \quad (19)$$

となる。式 (18), (19) に Hankel 逆変換、Laplace 逆変換を施せば、 $\mathbf{g}^H$ が求まる。Laplace 変換を含む二重積分変換の逆変換は Cagniard-de Hoop Method⁸⁾⁹⁾を用いることにより実行できる。Laplace-Hankel 逆変換に対しては、被積分関数に含まれるベッセル関数を式 (20) で積分表示することにより Cagniard-de Hoop Method が適用可能となる¹⁰⁾。

$$J_0(s\eta r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(is\eta r \sin \theta) d\theta \quad (20)$$

逆変換を実行すると、 $\mathbf{g}^H = (g_r^H, 0, g_z^H)$ は次のように書き下せる。

$$g_r^H(r, z, t) = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \frac{2}{\pi} \frac{\partial}{\partial t} \left(H\left(t - \frac{z}{c_p}\right) g_{rp} + H\left(t - \frac{z}{c_s}\right) g_{rs} \right) \quad (21)$$

$$g_z^H(r, z, t) = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \frac{2}{\pi} \frac{\partial}{\partial t} \left(H\left(t - \frac{z}{c_p}\right) g_{zp} + H\left(t - \frac{z}{c_s}\right) g_{zs} \right) \quad (22)$$

$$g_{rp} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{Im} \left[-2\eta^4 \beta \mathcal{R}^{-1} \frac{\partial \eta}{\partial t_1} \right] d\theta \quad (23)$$

$$g_{rs} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{Im} \left[\eta^2 \gamma \beta \mathcal{R}^{-1} \frac{\partial \eta}{\partial t_2} \right] d\theta \quad (24)$$

$$g_{zp} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{Re} \left[-2\eta^3 \alpha \beta \mathcal{R}^{-1} \frac{\partial \eta}{\partial t_1} \right] d\theta \quad (25)$$

$$g_{zs} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{Re} \left[\eta^3 \gamma \mathcal{R}^{-1} \frac{\partial \eta}{\partial t_2} \right] d\theta \quad (26)$$

$$t_1 = \alpha z - i\eta r \sin \theta$$

$$t_2 = \beta z - i\eta r \sin \theta$$

式 (23), (24), (25), (26) の積分はベッセル関数を積分表示したことに依るものである。

ここで、 g_{rp} を例にとり、これらの積分の評価について簡単に述べる。積分変数を θ から η に変換する。

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial t_1} \right) d\theta = \left(\frac{\partial \eta}{\partial t_1} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) d\eta$$

$t_1 = \alpha z - i\eta r \sin \theta$ より、 $f = \alpha z - i\eta r \sin \theta - t_1$ とおくと、

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \eta}{\partial t_1} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) &= \frac{\partial f}{\partial t_1} \frac{\partial f}{\partial \theta} \\ &= \frac{-1}{-i\eta r \cos \theta} \end{aligned}$$

ここで、

$$\sin \theta = -i \frac{t_1 - \alpha z}{\eta r}$$

より、

$$\cos \theta = \frac{1}{\eta r} \sqrt{\eta^2 r^2 + (t_1 - \alpha z)^2}$$

である。したがって、

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial t_1} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) = \frac{1}{i \sqrt{\eta^2 r^2 + (t_1 - \alpha z)^2}}$$

以上より、 g_{rp} は、

$$g_{rp} = \int_0^{\eta(t_1)} \text{Im} \left[2i\eta^4 \beta \mathcal{R}^{-1} \frac{1}{\sqrt{\eta^2 r^2 + (t_1 - \alpha z)^2}} \right] d\eta \quad (27)$$

となる。また、 $\eta(t_1)$ は、次のように書ける。

$$\eta(t_1) = \begin{cases} i \frac{-z\sqrt{-t_1^2 + R^2/c_L^2} + t_1 r}{R^2} & t_1 < R/c_L \\ \frac{z\sqrt{t_1^2 - R^2/c_L^2} + it_1 r}{R^2} & t_1 \geq R/c_L \end{cases} \quad (28)$$

ここに $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ である。式 (28) で示される $\eta(t_1)$ について、

- $t_1 < R/c_L$ の時
 $\eta(t_1)$ は純虚数となり、その結果式 (27) の被積分関数は実数となり、 $g_{rp} = 0$ となる。
- $t_1 \geq R/c_L$ の時
積分路を図示すると、図-4 のようである。図-4 において、 θ は、図-5 に示した通り、ソース点と観測点を結ぶ線分が鉛直直下方向となす角である。

g_{rs}, g_{zp}, g_{zs} も、同様に積分変数を θ から η に変換することにより、同様の積分路上での複素積分へと変換される。式 (4), (21), (22) を用いて、式 (8) により volume

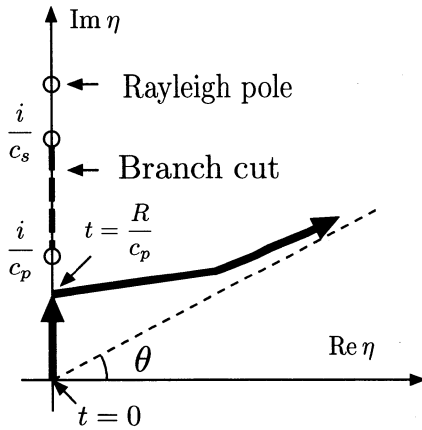


図-4 積分路

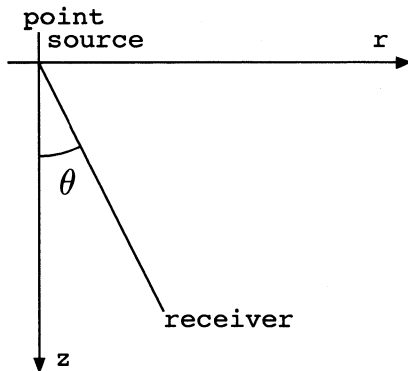


図-5 ソース点と観測点

source による弾性体内部の点における変位が求まる。

2.5 数値解析

(1) BIEM

区分一定の空間内挿関数、区分線形の時間内挿関数を用いて、式 (5), (6) を離散化し、供試体内部での変位速度を時間域 BIEM を用いて数値的に求めた。供試体表面の 40mm×40mm の範囲を、1 辺が約 0.5mm の三角形要素、レーザー照射点付近は 1 辺が約 0.125mm の三角形要素を用いて要素分割を行った。境界要素数は 14546 (DOF:43638)、時間ステップ幅 0.075μsec、時間ステップ数 134 の問題を京都大学学術情報メディアセンターの Fujitsu HX600 (Thin SMP クラスタ) を用いて並列計算により計算を実行した。供試体としてアルミニウム合金製のものを想定し、次のアルミニウム合金の諸量を用いた。

$$\rho = 2.70 \times 10^6 [\text{g/m}^3]$$

$$c = 0.896 [\text{J/deg} \cdot \text{g}]$$

$$\alpha^T = 2.313 \times 10^{-5} [1/\text{deg}]$$

$$K = 203.9 [\text{J/m} \cdot \text{sec} \cdot \text{deg}]$$

$$\kappa^2 = 8.432 \times 10^{-5} [\text{m}^2/\text{sec}]$$

$$c_L = 6380 [\text{m/sec}]$$

$$c_T = 3180 [\text{m/sec}]$$

また、 q_{abs}, σ^2 については吉川ら²⁾に従い、 $(q_{\text{abs}}, \sigma^2) = (2.5\text{mJ}, 0.41\text{mm}^2)$ とした。

BIEM を用いれば、領域内部の任意の点の変位速度を計算することができるが、本研究は指向性の決定を目的とするため、レーザー照射中心と観測点の距離 r 、鉛直方向からの角度 θ に関して、 r は $r = 5, 10, 15\text{mm}$ 、 θ は 10 度毎に 0 度から 90 度の各点での法線方向変位速度 $\dot{u}_r$ 、接線方向変位速度 $\dot{u}_\theta$ を計算した (図-6 参照)。

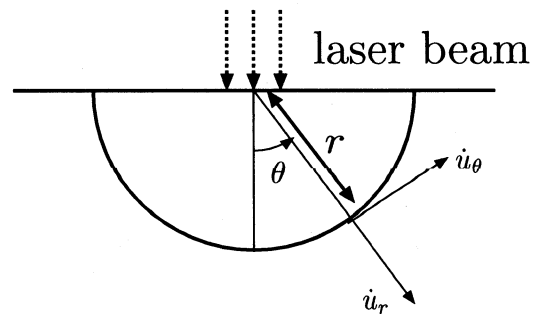


図-6 変位速度の計算を行う点

(2) 解析解の数値的取り扱い

BIEM と同様の位置における変位速度を、グリーン関数を用いて解析的に計算した。式 (23), (24), (25), (26) の積分は、積分路を考慮した上で Gauss-Legendre の数値積分により実行した。積分点は 24 点とした。被積分関数に現れる特異点は式 (15) の $\mathcal{R}$ が $\mathcal{R} = 0$ となる点 (図-4 に示した Rayleigh pole) のみであり、観測点

がレーザ照射表面に近くなければ、その影響は無視できる。式(8)の時間積分については、区分線形の内挿関数を用い、数値的に実行した。その際、時間増分は $0.075\mu\text{sec}$ 、時間ステップ数は134とした。BIEMによる数値解と比較するため、弾性領域の物性値は上述のアルミニウム合金のものをを用いた。

(3) 数値計算結果と解析解の比較

BIEMにより得られた速度波形を、グリーン関数を用いて計算した解析解とともに図-7、図-8に示す。両者はおおむね一致しており、BIEMにより再現された領域内部の波動場が妥当なものであると確認できた。

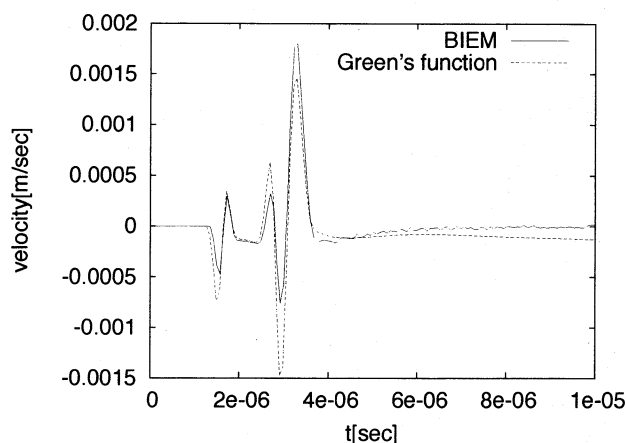


図-7 $\theta = 60^\circ$ における数値解と解析解の比較 ($\dot{u}_z$)

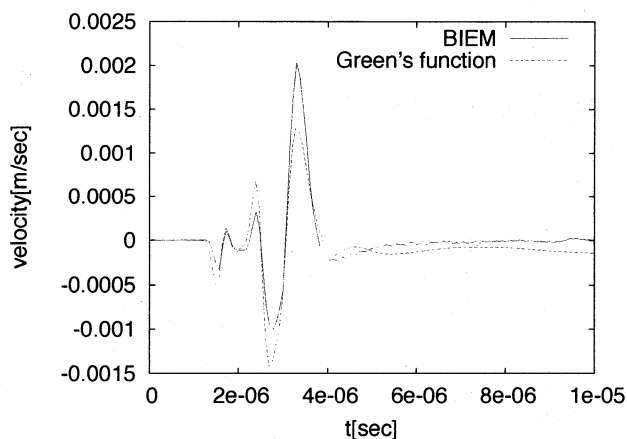


図-8 $\theta = 70^\circ$ における数値解と解析解の比較 ($\dot{u}_z$)

3. 指向性、周波数に関する考察

BIE 解析により得られた供試体内部の点における変位速度の最大振幅を原点からの距離で示す。 $r = 10\text{mm}$ における $\dot{u}_r, \dot{u}_\theta$ 各々について、P 波 S 波の到達時刻付近における最大振幅をプロットした(図-9、図-10、図-11)。本研究における指向性は、これらの図をもとに定義し

た。すなわち、P 波 S 波到達時刻付近の波形の最大振幅により指向性を定義した。なお、 u_θ の P 波到達時刻付近には全ての方向においてほとんどピークが見られないことから、図示していない。図-9、図-10、図-11 において、図の上面がレーザ照射表面、破線は観測された最大振幅を示している。角度のサンプリング間隔は数値実験により 10° とした。また、図-12、図-13、図-14 に特徴的な方向の $\dot{u}_r, \dot{u}_\theta$ の時間波形を示す。図-12、図-13 により、ソース点と観測点の距離 r が 5, 10, 15mm と変化した際、時間波形が相似なものとなっていることが分かる。これにより、 $r = 10\text{mm}$ でソース点から十分遠方であると判断した。また、図-14 により、 θ の変化に伴って、波形が変化することが分かる。レーザ励起弾性波が指向性をもっていることを確認できる。

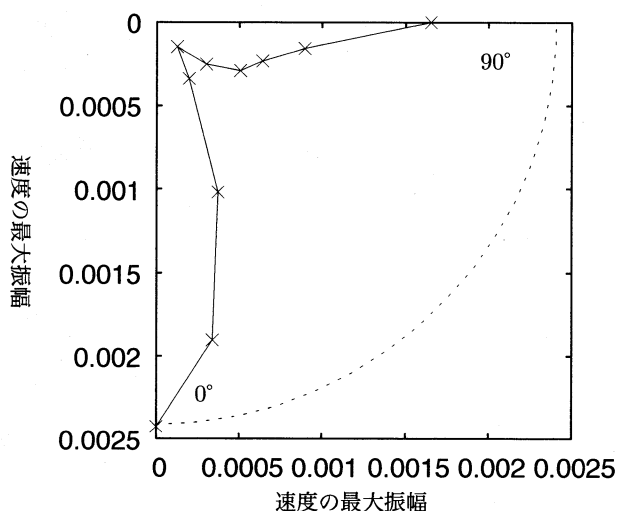


図-9 $\max|\dot{u}_r(\theta)|$, P 波, $r = 10\text{mm}$

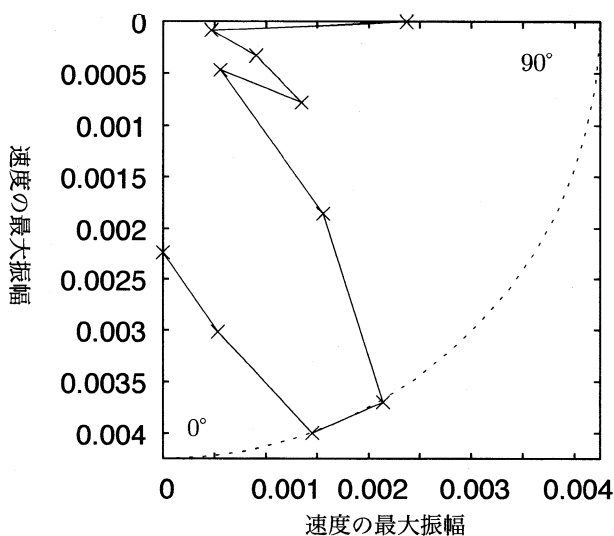


図-10 $\max|\dot{u}_r(\theta)|$, S 波, $r = 10\text{mm}$

図-9 より、P 波成分はレーザ照射表面付近、照射部

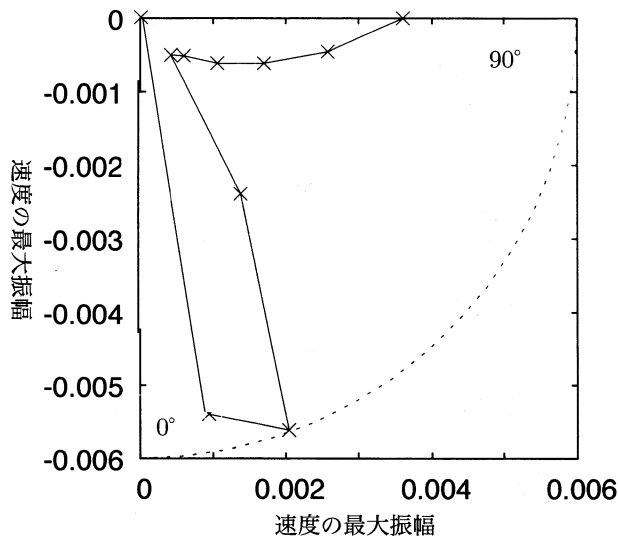


図-11 $\max|\dot{u}_\theta(\theta)|$, S 波, $r = 10\text{mm}$

直下へと特に強く伝播することが分かる。しかしながら、図-12、図-13 から分かるように、照射部直下には表面付近に比べて、高周波の波動が伝播している。これは、レーザ照射により熱膨張する範囲が、照射部表面に比べて深さ方向には極めて狭いことが原因であると考えられる。レーザ励起の弾性波動は、レーザ照射部の各点が波源のようにふるまうことにより発生する。表面には、この波源が空間的な広がりをもって分布しているため、励起された各点の波動が時間的な遅れを伴って重ね合わされる。この重ね合わされた波動は低周波波形として観測される。深さ方向にはこの波源の分布範囲が狭いため高周波波形が観測される。

図-10、図-11 より、S 波は $\theta = 10 \sim 30$ 度付近に比較的強く伝播することが分かる。しかし、図-14 により照射部直下方向へ伝播する P 波と同様、高い周波数の波動であることが分かる。また、表面付近に強い振幅が現れているのは、レイリー波成分によるものであると考えられる。

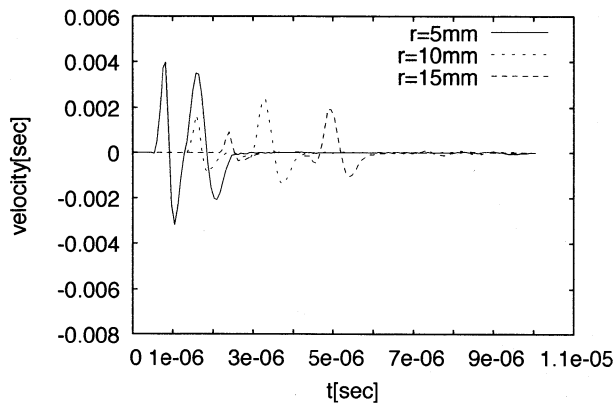


図-12 $\dot{u}_r(\theta = 90^\circ)$ の時間波形

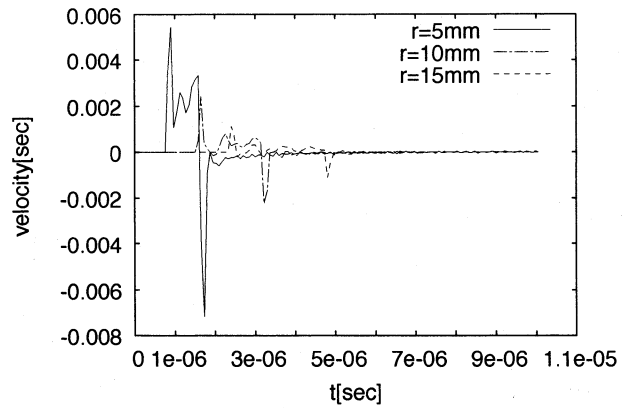


図-13 $\dot{u}_r(\theta = 0^\circ)$ の時間波形

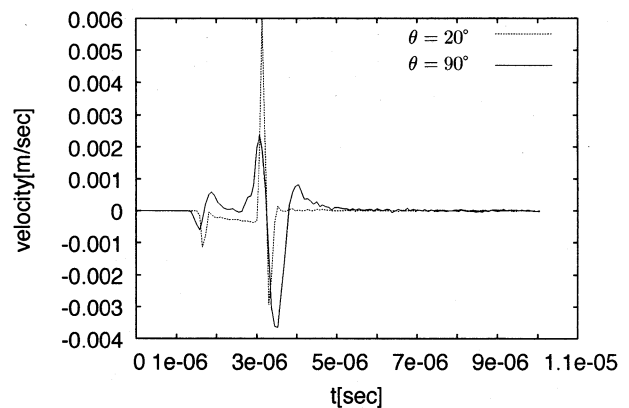


図-14 $\dot{u}_\theta(r=10\text{mm})$ の時間波形

4. 結言

レーザ超音波非破壊試験において T モード超音波に着目し、領域内部に伝播する超音波を数值的、解析的に再現した。また、得られた波形データより、励起される弾性波動の指向性を明らかにした。

ガウス分布のレーザプロファイルをもつパルスレーザから励起された弾性波動の P 波成分は、レーザ照射表面付近、レーザ照射部直下方向へ、S 波成分は斜め方向 ($\theta = 10^\circ \sim 30^\circ$ 付近) へと強く伝播することが明らかとなった。

欠陥が存在すると予想される箇所に振幅の大きい弾性波動を入射できるようにパルスレーザの強度分布等のパラメータを決定することが今後の課題として挙げられる。本研究ではガウスの型ビームプロファイルを持つパルスレーザについて、分散を一定として計算したが、分散やビームプロファイルの違いにより、指向性が変化することが考えられる。これらについての検討が必要である。また、A モードの弾性波動は T モードとは違った指向性を有すると考えられるので、これについても検討が必要である。

また、レーザ超音波計測を行い、BIEM により再現

された波動場が実際に供試体内部へ伝播する波動場と一致するか検証する必要がある。供試体内部に伝播する波動を計測することは不可能であるが、例えば薄平板を用い、レーザ照射表面に対して裏面で計測を行う等の方法が考えられる。その際には、本研究で取り扱った問題を無限平板領域に拡張する必要がある。既に計算を行った例も見られる¹¹⁾が、BIEMを用いることにより、無限平板領域に限らず任意の形状の領域に対して同様の解析を行うことが容易となる。

参考文献

- 1) 落合誠, 三浦崇広, 山本智: レーザ超音波探傷技術の開発と原子炉内保全への適用, 東芝レビュー, Vol.61, No.1, pp.44-47, 2007.
- 2) 吉川仁, 西村直志: Green 関数を用いた超音波励起レーザのソース同定, 計算数理工学論文集, Vol.5, pp.95-100, 2005.
- 3) 吉川仁, 西村直志: 境界積分方程式法を用いたレーザ超音波非破壊評価に関する研究, 計算数理工学論文集, Vol.5, No.2, pp.167-170, 2005.
- 4) 落合誠: レーザ超音波法とその非破壊検査への応用, 非破壊検査, Vol.57, No.1, pp.19-25, 2008.
- 5) Uwe.Schleichert: Die Theorie der optischen Erzeugung elastischer Wellen in Festkörpern Ph.D.Thesis, Fachbereich Elektrotechnik der Gasamthochschule Kassel, Kassel, 1989.
- 6) D.A.Hutchins, R.J.Dewhurst, S.B.Palmer: Directivity patterns of laser-generated ultrasound in aluminum, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol.70, Issue.5, pp.1362-1369, 1981.
- 7) L.R.F.Rose: Point-source representation for laser-generated ultrasound, J.Acoust.Soc.Am., Vol.75, No.3, pp.723-732, 1984.
- 8) K,Aki, P.G.Richards: Quantitative seismology, Vol.1, W.H.FREEMAN AND COMPANY, 1984.
- 9) J.D.Achenbach: Wave propagation in elastic solids, North-Holland Publishing Company, 1973.
- 10) 西田安秀, 渡辺一実: リング状ねじり荷重の拡大移動による半無限弾性体の非定常応答, 日本機械学会論文集 (A 編), Vol.45, No.394, 1979.
- 11) J.C.Cheng, S.Y.Zhang: Quantitative theory for laser-generated Lamb wave in orthotropic thin plates, Applied physics letters, pp.2087-2089, 1999.

(2008 年 4 月 14 日 受付)